Tratamiento Digital de Imágenes

Tema 5: Operadores Globales

…transformadas lineales, transformadas morfológicas…

José María Martínez Sánchez
Miguel Ángel García García

Escuela Politécnica Superior

Universidad Autónoma de Madrid
E28049 Madrid (SPAIN)

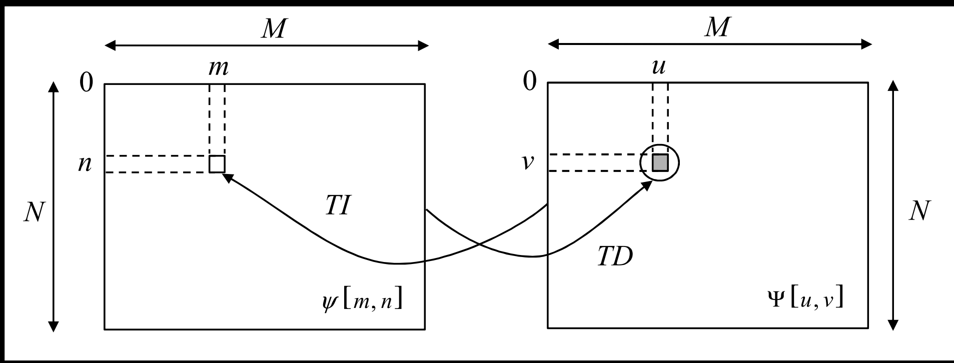
Video Processing and Understanding Lab
Grupo de Tratamiento e Interpretación de Vídeo

Índice

- Introducción
- Transformadas discretas lineales
- Transformadas morfológicas

Introducción

Los operadores globales efectúan una transformación del tipo: $\psi[m,n] \underset{TI}{\overset{TD}{\rightleftarrows}} \Psi[u,v], \quad m,u \in \{0,\ldots,M-1\}, \quad n,v \in \{0,\ldots,N-1\}$



Tipos:

- *Fourier, seno, coseno, etc (directa e inversa):* Análisis, Restauración, Filtrado, Codificación
- *Karhunen-Loewe (directa e inversa):* Codificación
- *Hadamard, Haar, Slant (directa e inversa):* Análisis, Restauración, Filtrado, Codificación
- *Hough (directa):* Análisis

Índice

- Introducción
- Transformadas discretas lineales
  - Introducción
  - Transformadas unidimensionales
  - Transformadas bidimensionales
  - Transformada discreta de Fourier (DFT)
  - Transformada discreta del coseno (DCT)
  - Transformada discreta del seno (DST)
  - Transformada discreta de Haar (DHT)
- Transformadas morfológicas

Transformadas discretas lineales: Introducción

En el caso de las transformadas discretas lineales:

- *Relación entre imagen original e imagen transformada:*

$$\Psi[u,v] = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} \psi[m,n] \cdot w'[u,v,m,n]$$

$$\psi[m,n] = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} \Psi[u,v] \cdot w[m,n,u,v]$$

- *Los conjuntos de valores $w'[m,n,u,v]$ y $w[u,v,m,n]$ son los núcleos de las transformaciones directa e inversa.*

- *La señal original es combinación lineal de funciones de igual dimensión (cambio de base), que representan componentes espectrales (Filtrado) u otras características (Análisis, Restauración), o buscan compactar la energía de la señal (Codificación).*

Transformadas discretas lineales: Transformadas unidimensionales

Transformación discreta lineal:

$$f[n] \underset{TI}{\overset{TD}{\rightleftarrows}} F[k], \quad n,k \in \{0,\dots,N-1\}$$

$$F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot w'[k,n] = \sum_{n=0}^{N-1} w'[k,n] \cdot f[n]$$

$$f[n] = \sum_{k=0}^{N-1} F[k] \cdot w[n,k] = \sum_{k=0}^{N-1} w[n,k] \cdot F[k]$$

Representación matricial:

- *Definiendo las matrices:*

$$\mathbf{W}' = \begin{bmatrix} w'[0,0] & \dots & w'[0,N-1] \\ \dots & w'[k,n] & \dots \\ w'[N-1,0] & \dots & w'[N-1,N-1] \end{bmatrix} \qquad \mathbf{f} = \left[f[0],\dots,f[N-1]\right]^T$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w[0,0] & \dots & w[0,N-1] \\ \dots & w[n,k] & \dots \\ w[N-1,0] & \dots & w[N-1,N-1] \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F} = \left[F[0],\dots,F[N-1]\right]^T$$

- *Las transformadas pueden escribirse:* $\left.\begin{array}{l}\mathbf{F}=\mathbf{W}'\cdot\mathbf{f}\\ \mathbf{f}=\mathbf{W}\cdot\mathbf{F}\end{array}\right\}\Rightarrow \mathbf{f}=\mathbf{W}\cdot\mathbf{W}'\cdot\mathbf{f}\Rightarrow \mathbf{W}\cdot\mathbf{W}'=\mathbf{I}\Rightarrow \mathbf{W}'=\mathbf{W}^{-1}$
- *Basta conocer el núcleo de la transformación inversa:* $\mathbf{W}$.
- *La ecuación de síntesis inicial se puede reescribir como:*

$$f[n]=\sum_{k=0}^{N-1}F[k]\cdot w[n,k]=\sum_{k=0}^{N-1}F[k]\cdot \mathbf{W}_n[k]$$

columna *n* de la matriz **W**

- $\mathbf{W}_n[k]$ *son los vectores base de la transformación.*
- *Los vectores base se definen **ortonormales**, por lo que forman un conjunto completo de vectores base del espacio N-dimensional,* $\mathbb{C}^N$. *El núcleo o matriz que define la transformación es así una matriz unitaria:*

$$\mathbf{W}\cdot\mathbf{W}^{*T}=\mathbf{W}^{*T}\cdot\mathbf{W}=\mathbf{I}\Rightarrow \mathbf{W}^{-1}=\mathbf{W}^{*T}$$

- *Su determinante es unitario:* $\left|\det(\mathbf{W})\right|=1$

UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID
Transformadas discretas lineales:
Transformadas unidimensionales
VPU

- *La trasformación es así una isometría o automorfismo isométrico: mantiene la longitud euclidiana de los vectores (es una rotación en* $\mathbb{C}^N$ *que mantiene la energía o información de las señales que representan los vectores):*

$$\left|\mathbf{f}\right|^2=\mathbf{f}^{*T}\cdot\mathbf{f}=\left(\mathbf{W}\cdot\mathbf{F}\right)^{*T}\cdot\left(\mathbf{W}\cdot\mathbf{F}\right)=\mathbf{F}^{*T}\cdot\mathbf{W}^{*T}\cdot\mathbf{W}\cdot\mathbf{F}=\mathbf{F}^{*T}\cdot\mathbf{I}\cdot\mathbf{F}=\mathbf{F}^{*T}\cdot\mathbf{F}=\left|\mathbf{F}\right|^2$$

Separabilidad:

- *Si el núcleo de la transformación es una matriz separable, el número de operaciones necesario para llevarla a cabo se puede reducir.*

Ejemplo: la Transformada Discreta de Fourier (DFT)

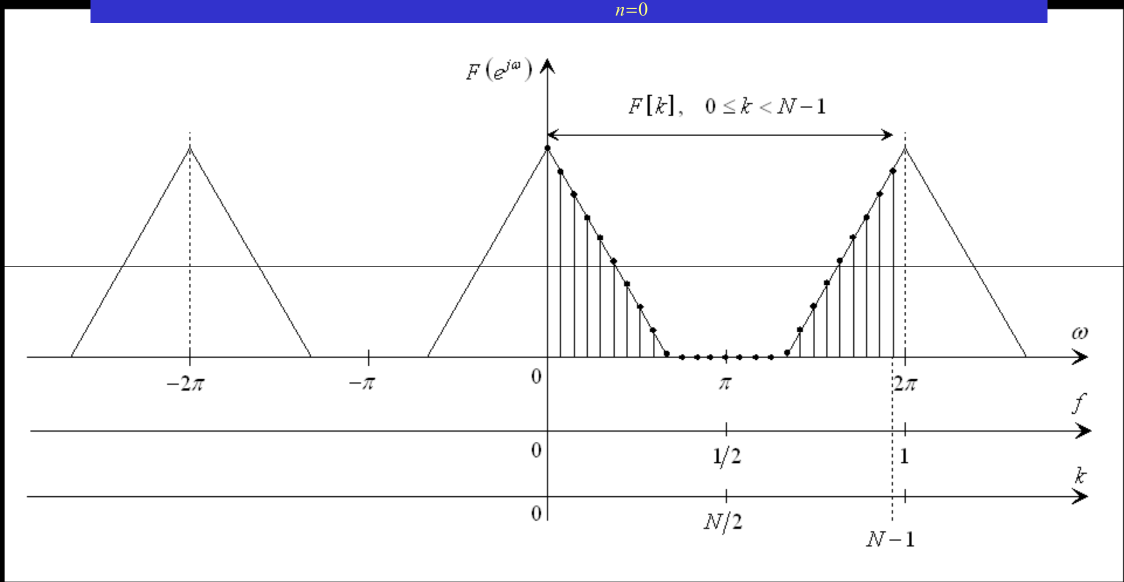
- *Dada una señal discreta de duración finita:* $f[n] / f[n] = 0, \quad n < 0, n > N-1$
- *Transformada de Fourier de Tiempo Discreto (DTFT): representación espectral exacta,* ***continua*** *y periódica de la señal discreta:*

$$f[n] \xrightarrow{DTFT} F\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f[n] \cdot e^{-j\omega n}$$

- *La Transformada Discreta de Fourier (DFT) es una aproximación discreta de la DTFT. Por ser transformada discreta tiene el mismo número de valores que la señal original. Puede interpretarse como N muestras equiespaciadas de la DTFT de* $f[n]$*:*

$$f[n] \xrightarrow{DFT} F[k] = F\left(e^{j\omega}\right)\Big|_{\omega = 2k\pi/N} = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n}, \quad 0 \le k \le N-1$$

$$f[n] \xrightarrow{DFT} F[k] = F\left(e^{j\omega}\right)\Big|_{\omega = 2k\pi/N} = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n}, \quad 0 \le k \le N-1$$



Transformadas discretas lineales: Transformadas unidimensionales

- *Coincide, salvo por un factor de escala, con el Desarrollo en Serie de Fourier (DTFS) de una señal periódica cuyo periodo coincida con $f[n]$:*

$$\tilde{f}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[n-kN] \xrightarrow{FS} F[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \tilde{f}[n]\cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f[n]\cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n}$$

- *Para que la matriz de transformación sea unitaria y de determinante unidad, la DFT suele definirse como:*

$$\left.\begin{aligned} F[k] &= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=0}^{N-1} f[n]\cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n} \\ f[n] &= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1} F[k]\cdot e^{j\frac{2k\pi}{N}n} \end{aligned}\right\} \Rightarrow w[n,k] = \mathbf{W}(n,k) = \frac{1}{\sqrt{N}}\cdot e^{j\frac{2k\pi}{N}n}$$

Transformadas discretas lineales: Transformadas unidimensionales

Núcleo de la transformación inversa

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\sqrt{N}}\cdot\begin{bmatrix} e^{j\frac{2\cdot 0\pi}{N}0} & \dots & e^{j\frac{2\cdot 0\pi}{N}n} & \dots & e^{j\frac{2\cdot 0\pi}{N}(N-1)} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ e^{j\frac{2k\pi}{N}0} & \dots & e^{j\frac{2k\pi}{N}n} & \dots & e^{j\frac{2k\pi}{N}(N-1)} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ e^{j\frac{2(N-1)\pi}{N}0} & \dots & e^{j\frac{2(N-1)\pi}{N}n} & \dots & e^{j\frac{2(N-1)\pi}{N}(N-1)} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{W}_0[k]$ ... $\mathbf{W}_n[k]$ ... $\mathbf{W}_{N-1}[k]$

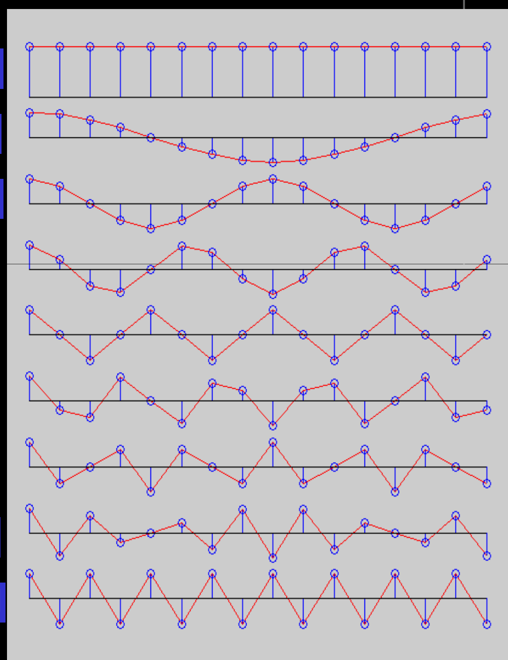
Bajas frecuencias — Altas frecuencias — Bajas frecuencias

Vectores de la nueva base (*N=16*) – parte real

$\mathbf{W}_0[k]$

$\mathbf{W}_1[k]$

$\mathbf{W}_2[k]$



$\mathbf{W}_7[k]$

$\mathbf{W}_8[k] = \mathbf{W}_{N/2}[k]$

Transformadas discretas lineales: Transformadas bidimensionales

$$\Psi[u,v]=\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1}\psi[m,n]\cdot w'[u,v,m,n]$$
$$\psi[m,n]=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}\Psi[u,v]\cdot w[m,n,u,v]$$

- Separabilidad: $\begin{array}{l} w'[u,v,m,n]=w_1'[u,m]\otimes w_2'[v,n]=\mathbf{W}_1'\otimes\mathbf{W}_2' \\ w[m,n,u,v]=w_1[m,u]\otimes w_2[n,v]=\mathbf{W}_1\otimes\mathbf{W}_2 \end{array}$
  - *Los núcleos de la transformación se pueden separar en un producto externo de matrices:* DFT de las filas de $\boldsymbol{\psi}=\psi[m,n]$

$$\left.\begin{array}{l} \psi_{aux}[u,n]=\sum_{m=0}^{M-1}\psi[m,n]\cdot w_1'[u,m],\quad \forall u\Rightarrow \boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{aux}}=\mathbf{W}_1'\cdot\boldsymbol{\psi} \\ \Psi[u,v]=\sum_{n=0}^{N-1}\psi_{aux}[u,n]\cdot w_2'[v,n],\quad \forall v\Rightarrow \boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{aux}}\cdot\mathbf{W}_2'^{\mathbf{T}} \end{array}\right\}\Rightarrow \boldsymbol{\Psi}=\mathbf{W}_1'\cdot\boldsymbol{\psi}\cdot\mathbf{W}_2'^{\mathbf{T}}$$

DFT de las columnas de $\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{aux}}=\psi_{aux}[u,n]$

Transformadas discretas lineales: Transformadas bidimensionales

- Separabilidad:
  - *Permite calcular la transformada en dos pasos, reduciendo operaciones de* N^4 *a* $2N^3$.
  - *Normalmente se escogen transformadas en las que se verifica* $\mathbf{W}_1'=\mathbf{W}_2'=\mathbf{W}'$, *por lo que la expresión matricial de las transformadas directa e inversa resulta (para imágenes cuadradas de N x N):*

$$\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{\Psi}=\mathbf{W}'\cdot\boldsymbol{\psi}\cdot\mathbf{W}'^{T} \\ \boldsymbol{\psi}=\mathbf{W}\cdot\boldsymbol{\Psi}\cdot\mathbf{W}^{T} \end{array}\right\}\Rightarrow \mathbf{W}'=\mathbf{W}^{-1}$$

Transformadas discretas lineales: Transformadas bidimensionales

Imágenes base:

- *Si el núcleo de la transformación es un conjunto completo de imágenes base ortonormales, las matrices en que se separa son unitarias:*

$$\mathbf{W}' = \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{*T} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{\Psi} = \mathbf{W}^{*T} \cdot \boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{W}^{*} \\ \boldsymbol{\psi} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{W}^{T} \end{cases}$$

- *Al ser* $\mathbf{W}$ *matriz unitaria, sus columnas son vectores ortonormales entre sí. Sea el conjunto de NxN matrices generado por el producto externo (tensorial) de los vectores columna de la matriz unitaria:* $\mathbf{B}_{\mathbf{u,v}} = \mathbf{W}_u[k] \otimes \mathbf{W}_v^T[k]$
- *Definiendo el producto interno de dos matrices como:* $\langle \mathbf{F}, \mathbf{G} \rangle = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f[m,n] \cdot g^{*}[m,n]$
- *Las transformadas inversa y directa se redefinen como:*

$$\psi[m,n] = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \Psi[u,v] \cdot w[m,n,u,v] \Rightarrow \boldsymbol{\psi} = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \Psi[u,v] \cdot \mathbf{B}_{\mathbf{u,v}}$$

$$\Psi[u,v] = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \psi[m,n] \cdot w'[u,v,m,n] \Rightarrow \Psi[u,v] = \langle \boldsymbol{\psi}, \mathbf{B}_{\mathbf{u,v}} \rangle$$

- *Cada coeficiente de la transformada resulta del producto interno (escalar) o proyección de la imagen original con cada una de las imágenes base.*

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Fourier (DFT)

Definición:

- *El núcleo viene definido por la matriz unitaria compleja y simétrica:*

$$\mathbf{W}(n,u) = \mathbf{W}(m,v) = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot e^{j\frac{2u\pi}{N}n}, \quad \mathbf{W} = \mathbf{W}^{T}, \quad \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{*T} = \mathbf{W}^{*}$$

- *Las expresiones de la transformada resultan:*

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{W}^{*} \cdot \boldsymbol{\psi} \cdot \mathbf{W}^{*}$$
$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{W}$$

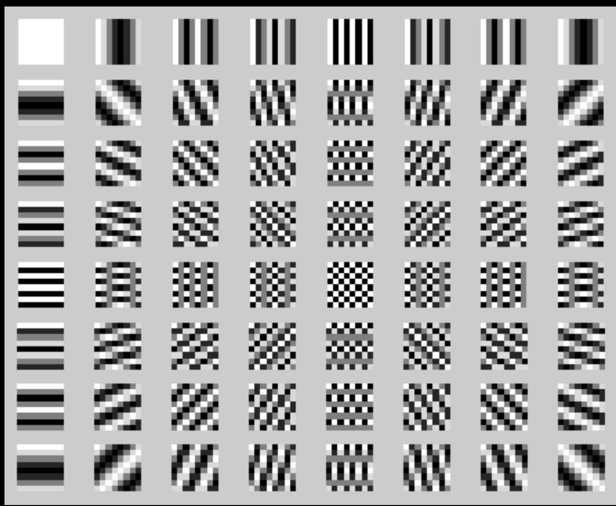
Interpretación y cálculo

- *Vectores base e imágenes base de la transformación*
- *Relación con la DSFT: N x N muestras equiespaciadas*
- *Ejemplos de cálculo*

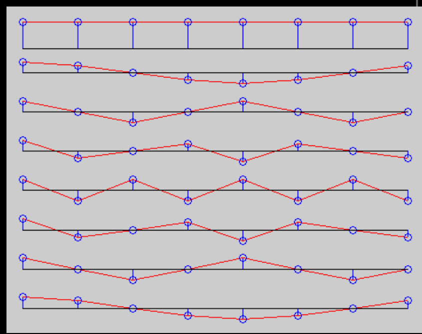
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Fourier (DFT)

- Vectores base e imágenes base de la transformación

Imágenes base (N=8) : parte real

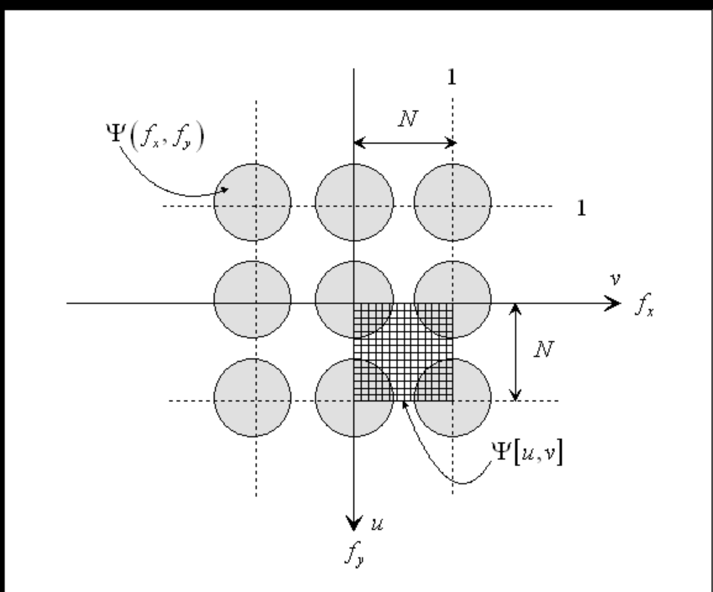


Vectores base (N=8) – parte real



Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Fourier (DFT)

- Relación con la DSFT: N x N muestras equiespaciadas



Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Fourier (DFT)

- Ejemplos de cálculo

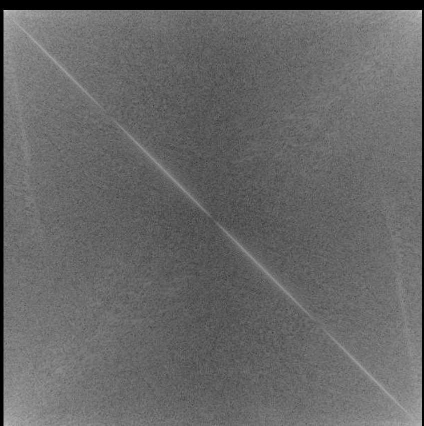
DFT - módulo

DFT centrada – módulo

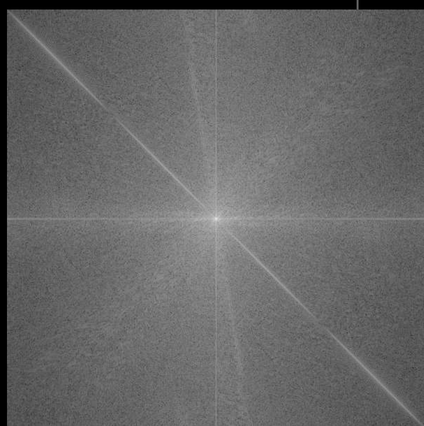
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Fourier (DFT)

- Ejemplos de cálculo

DFT - módulo



DFT centrada - módulo



Propiedades y aplicaciones

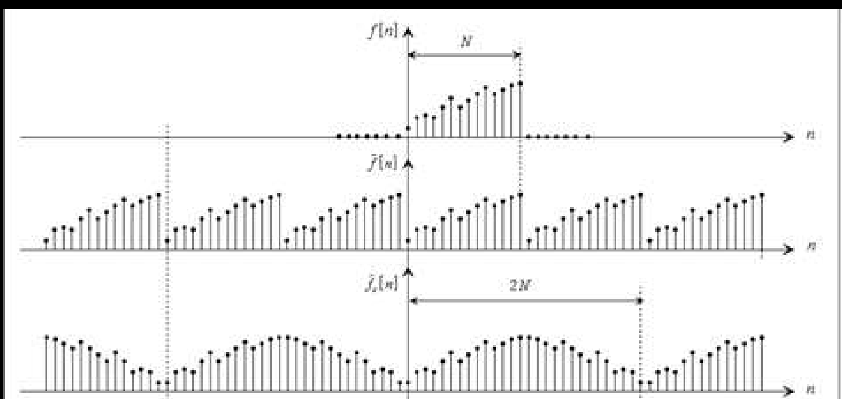
- *Es una transformada rápida (FFT).*
- *Aprovechamiento de la propiedad de convolución circular para realizar filtrados en frecuencia.*
- *Análisis de características de imágenes y secuencias de vídeo.*

Definición:

- *Es el desarrollo en serie de Fourier de la extensión par y periódica de una señal de duración finita, lo que resulta en una serie de términos reales de frecuencia creciente en forma de coseno:*

$$f_c[n] = f[n] + f[-n-1], \quad \tilde{f}_c[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_c[n-2kN]$$

$$\tilde{f}_c[n] \xrightarrow{FS} F_c[k] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{2N-1} \tilde{f}_c[n]\cdot e^{-j\frac{2k\pi}{N}n}, \quad 0 \le k \le 2N-1$$



Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

- *Operando sobre esta expresión se llega a:*

$$f[n] \xrightarrow{DCT} F[k] = c[k] \cdot \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot \cos\frac{(2n+1)k\cdot\pi}{2N}, \quad 0 \le k \le N-1$$

- *donde* $c[0] = \sqrt{\frac{1}{N}},\ c[k] = \sqrt{\frac{2}{N}}$

- *El núcleo de la transformación viene dado por la matriz unitaria real (no simétrica):*

$$\mathbf{W}(n,u) = \mathbf{W}(m,v) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & u = 0,\ 0 \le n \le N-1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\frac{(2n+1)u\cdot\pi}{2N} & 1 \le u \le N-1,\ 0 \le n \le N-1 \end{cases}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^*, \quad \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{*T} = \mathbf{W}^T$$

- *Las expresiones de las transformadas resultan:*

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{\psi} \cdot \mathbf{W}$$
$$\mathbf{\psi} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{W}^T$$

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

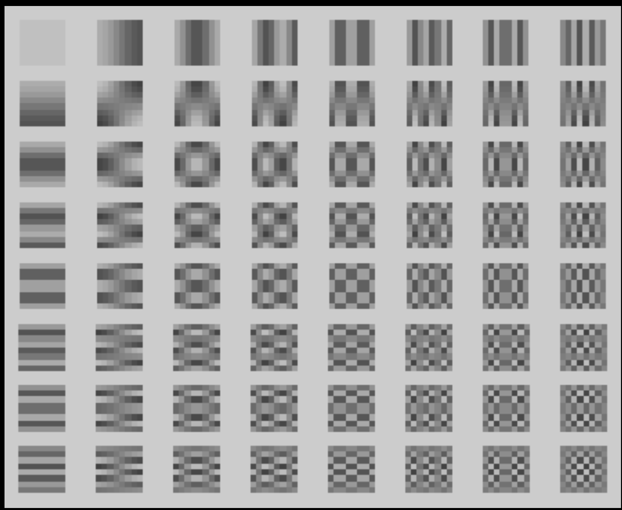
Interpretación y cálculo

- *Vectores base e imágenes base de la transformación*
- *Relación con la DSFT: NxN muestras equiespaciadas de las frecuencias positivas de la DTFT*
- *Ejemplos de cálculo*

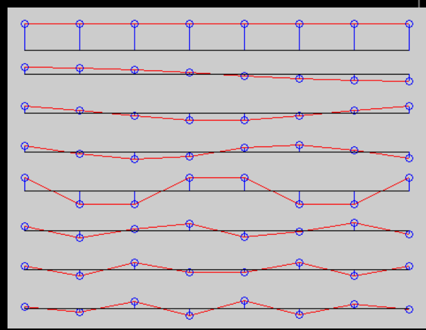
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

- Vectores base e imágenes base de la transformación

Imágenes base (N=8)



Vectores base (N=8)

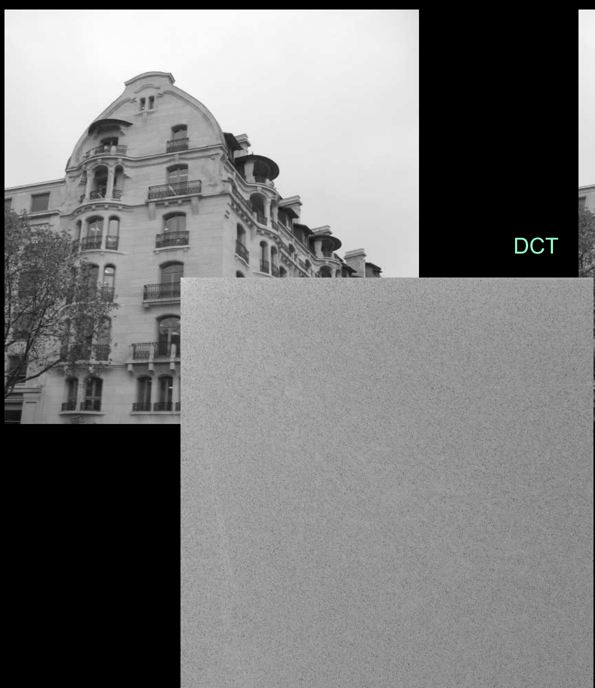


UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

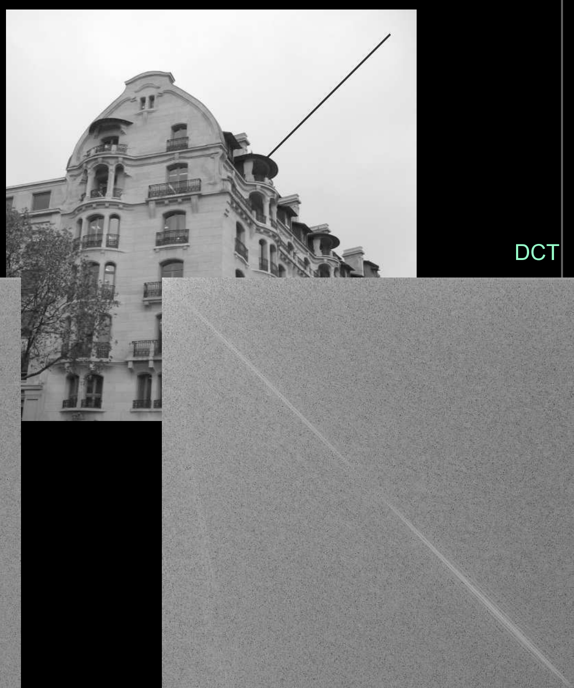
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

VPU

- Ejemplos de cálculo



DCT

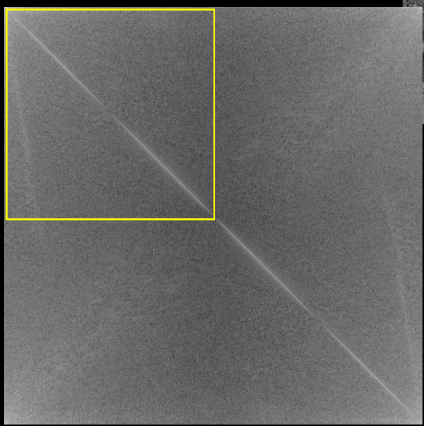


DCT

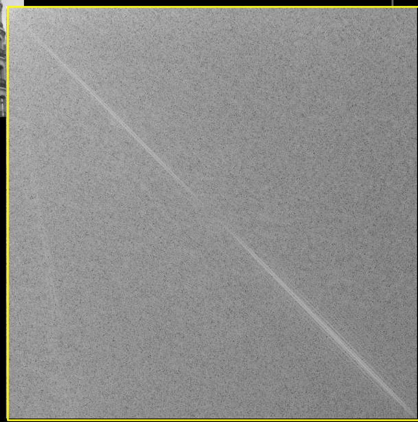
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

- DFT vs. DCT

DFT - módulo



DCT



UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del coseno (DCT)

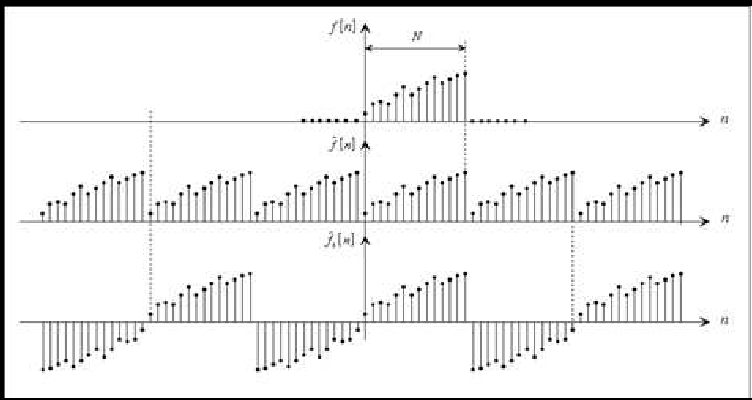
Propiedades y aplicaciones

- *Eliminación de las altas frecuencias ficticias generadas por la DFT*
- *Doble resolución de coeficientes que la DFT en cada dimensión.*
- *Transformada rápida: calculable con una FFT*
- *Alta compactación: Los coeficientes significativos suelen estar concentrados en las frecuencias bajas (primeros coeficientes)*
- *Codificación por bloques en JPEG y MPEG.*

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del seno (DST)

Definición:

- *Es el desarrollo en serie de Fourier de la extensión impar y periódica de una señal de duración finita, lo que resulta en una serie de términos reales de frecuencia creciente en forma seno.*
- *Su desarrollo es idéntico al de la DCT pero partiendo de:* $f_s[n] = f[n] - f[-n-1]$



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del seno (DST)

Definición:

- *El resultado es un núcleo que queda definido por la matriz real, unitaria y simétrica:*

$$\mathbf{W}(n,u) = \mathbf{W}(m,v) = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin \frac{(n+1)(u+1)\cdot\pi}{N+1}, \quad 0 \le n,u \le N-1$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^* = \mathbf{W}^T, \quad \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{*T} = \mathbf{W}$$

- *Las expresiones de las transformadas resultan:*

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{W}\cdot\boldsymbol{\psi}\cdot\mathbf{W}$$
$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{W}\cdot\boldsymbol{\Psi}\cdot\mathbf{W}$$

Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del seno (DST)

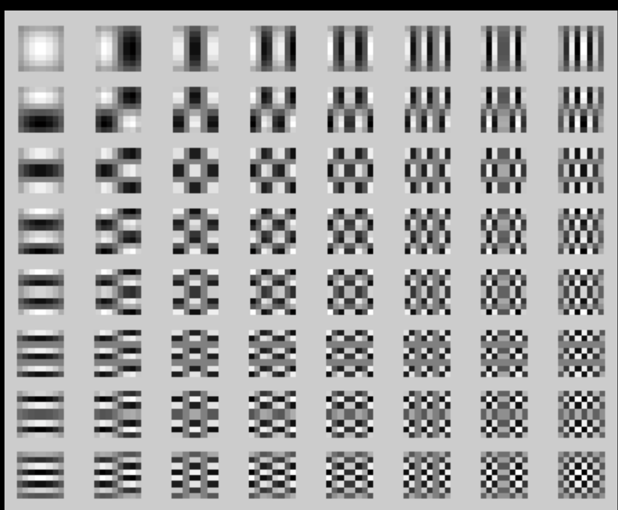
Interpretación y cálculo

- *Vectores base e imágenes base de la transformación*
- *Ejemplos de cálculo*

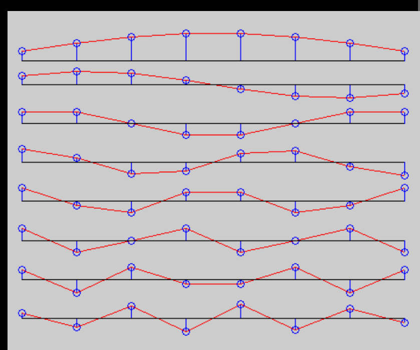
Transformadas discretas lineales: Transformada discreta del seno (DST)

- Vectores base e imágenes base de la transformación

Imágenes base (N=8)

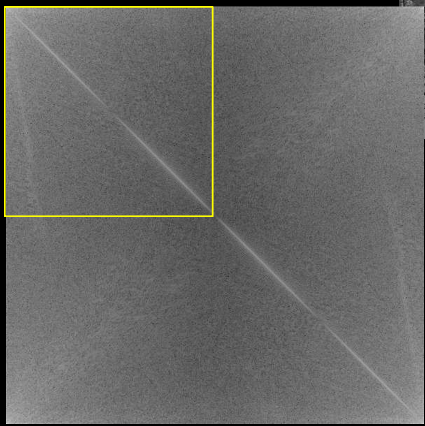


Vectores base (N=8) – parte imaginaria

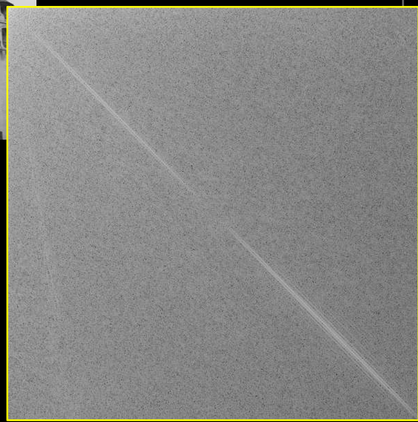


- Ejemplos de cálculo

DFT - módulo

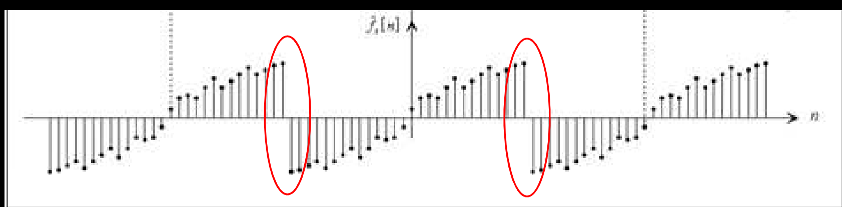


DST – parte imaginaria



Propiedades y aplicaciones

- *Genera altas frecuencias ficticias por las discontinuidades de la extensión impar:*



- *Doble resolución de coeficientes que la DFT en cada dimensión*
- *Transformada rápida: calculable con una FFT*

Definición:

- *Basadas en las funciones de Haar, familias de N funciones (orden N) continuas distintas:*

$$h_k(x), \quad k \in \{0,\ldots,N-1\}, \quad N = 2^n$$

- *La definición de la función k-ésima se basa en la definición intermedia de dos índices, p y q, asociados a cada k, que toman N valores según el criterio (en notación MatLab):*
  - p = [zeros(1,2) ones(1,2^1) 2*ones(1,2^2) … (N-1)*ones(1,2^(N-1)]
  - q = [0 1 1:2^1 1:2^2 … 1:2^(N-1)]
  - k = [0:N-1]

Para N = 4 :

- p = [0 0 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3]
- q = [0 1 1 2 1 2 3 4 1 2 3 4 5 6 7 8]
- k = [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15]

- *A partir de estos índices, las k funciones se definen según la expresión:*

$$h_k(x) = h_{pq}(x) = \begin{cases} \dfrac{2^{p/2}}{\sqrt{N}} & , \dfrac{q-1}{2^p} \le x < \dfrac{q-0.5}{2^p} \\ \dfrac{-2^{p/2}}{\sqrt{N}} & \dfrac{q-0.5}{2^p} \le x < \dfrac{q}{2^p} \\ 0 & resto \end{cases} , \quad x \in [0,1]$$

- *Los vectores de una transformada de Haar de NxN son N muestras equiespaciadas de las N funciones de una familia de funciones de Haar de orden N.*

- *La matriz resultante es real y ortogonal:*

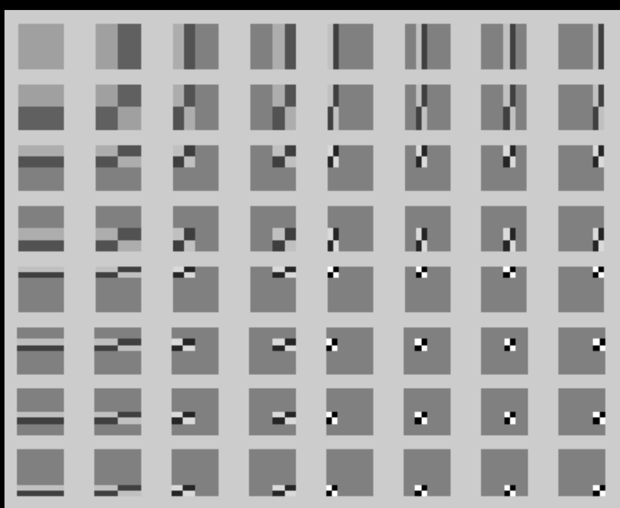
$$\mathbf{W} = \mathbf{W}^*, \quad \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^{*T} = \mathbf{W}^T \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{\Psi} = \mathbf{W}^T \cdot \psi \cdot \mathbf{W}^T \\ \psi = \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{W} \end{cases}$$

Interpretación y cálculo

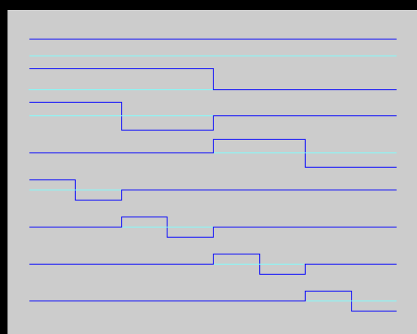
- *Vectores base e imágenes base de la transformación*
- *Ejemplos de cálculo*

- Vectores base e imágenes base de la transformación

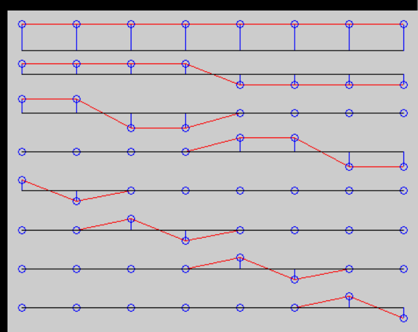
Imágenes base (N=8)



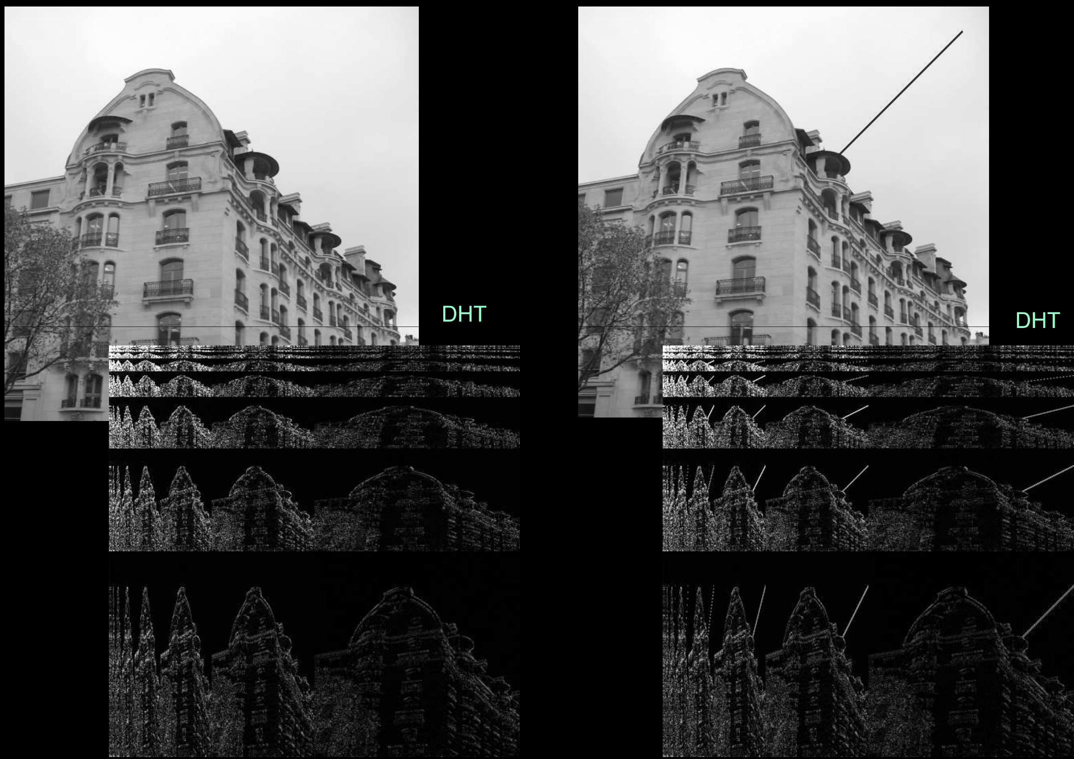
Funciones de Haar (N=8)



Vectores base (N=8)



Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Haar (DHT)



Transformadas discretas lineales: Transformada discreta de Haar (DHT)

- Propiedades y aplicaciones
  - *Transformada muy rápida: O(N)*
  - *No compacta energía tanto como las anteriores.*
  - *Codificación escalable: permite codificar la imagen a distintas resoluciones (escalas)*

Índice

- Introducción
- Transformadas discretas lineales
  - Introducción
  - Transformadas unidimensionales
  - Transformadas bidimensionales
  - Transformada discreta de Fourier (DFT)
  - Transformada discreta del coseno (DCT)
  - Transformada discreta del seno (DST)
  - Transformada discreta de Haar (DHT)
- Transformadas morfológicas
  - Transformada de Hough (Tema 6)

Créditos

Estas transparencias están editadas a partir de las generadas por el profesor Jesús Bescós Cano durante sus años de impartición de esta asignatura.