Transmisión de Datos 2011/12

- **Ejercicio 2 – Resolución Detallada:** ***Codificación Huffman binaria con extensión de fuente.***

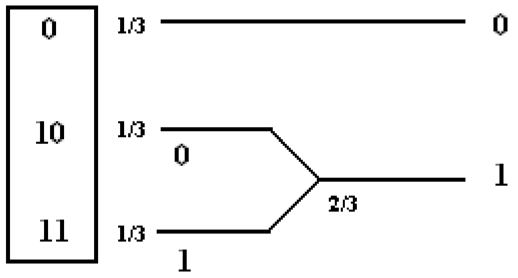
Sea una fuente con pi={1/3,1/3,1/3}

- Calcular su entropía.
- Calcular un código Huffman y su longitud media.
- Calcular un código Huffman de su extensión de fuente de orden 2 y su longitud media (efectiva).

Entropía de la fuente:

$$p(x) = \{p_0, p_1, p_2\} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\} \longrightarrow H(X) = -\sum_{i=0}^{2} p_i \log p_i = 3(\frac{1}{3}\log_2 \frac{1}{3}) \approx 1.585$$

Para calcular su código Huffman colocamos las probabilidades de menor a mayor y vamos uniendo las menores sucesivamente. Después se asignan ceros y unos a cada grupo siguiendo un criterio fijo. Un posible resultado es:

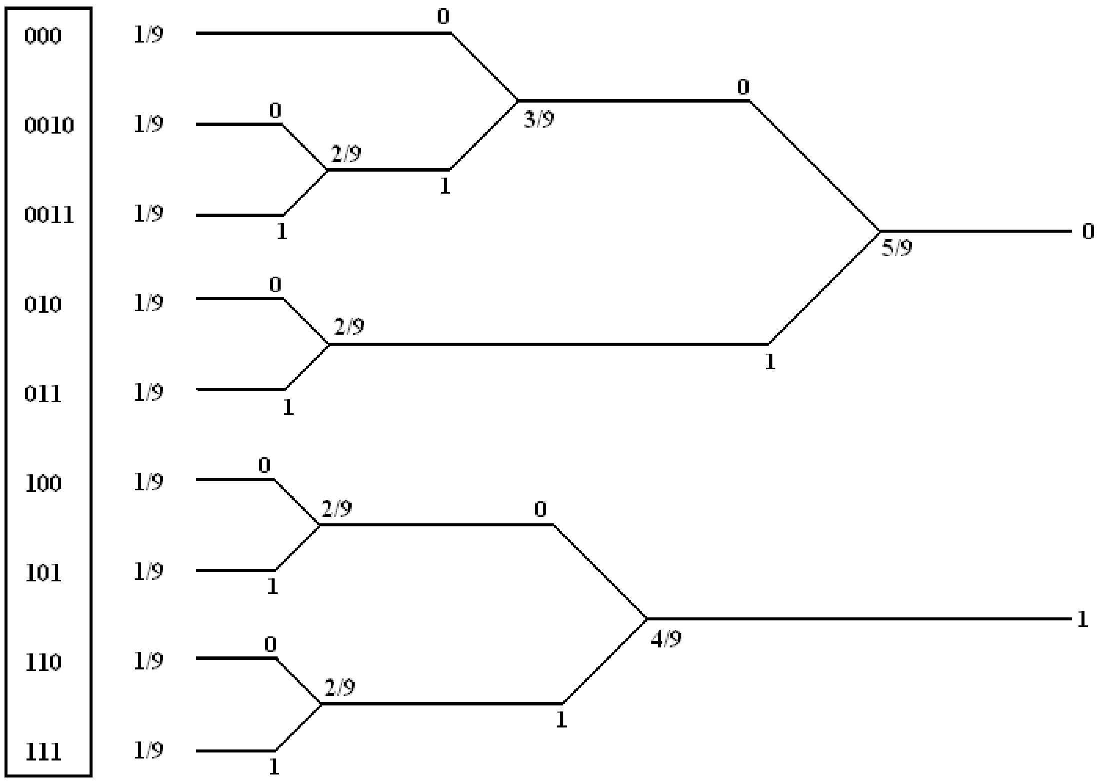


La longitud media de este código es: $\bar{l} = \sum_{i=0}^{2} p_i(x) l_i = \frac{1}{3}(1+2+2) = \frac{5}{3} \approx 1.6667$

La longitud media es mayor que la entropía y por tanto el código es mejorable mediante una extensión de fuente. Para ello, se modifica el vector de probabilidades y se procede como en el caso normal.

$$p(x) = \{p_{00}, p_{01}, p_{02}, p_{01}, p_{11}, p_{12}, p_{02}, p_{12}, p_{22}\} = \left\{\frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}, \frac{1}{9}\right\}$$

De nuevo uno de los posibles resultados, dependiendo del criterio seguido para asignar ceros y unos es:



La longitud media de este código es:

$$l_2 = \frac{\bar{l}}{2} = \frac{\sum_{i=0}^{8} p_i(x) l_i}{2} = \frac{\frac{1}{9}(3+4+4+3+3+3+3+3+3)}{2} = \frac{\frac{29}{9}}{2} \approx 1.611$$

Se observa como la longitud media a disminuido. Si continuáramos extendiendo la fuente conseguiríamos lograr el límite entrópico.

$$H(X^n) \le l_n \le H(x^n)+1 \quad \xrightarrow{fuente\sin memoria} \quad nH(X) \le n\bar{l} \le nH(X)+1$$

$$H(X) \le \bar{l} \le H(X) + 1/n$$

¿Cuál sería la extensión necesaria para asegurar una longitud media efectiva de 1,6 (a 2 décimas de la entropía)?

$$H(X) + \frac{1}{n} \le 1{,}6 \quad \Rightarrow \quad n \ge \quad = \frac{1}{1{,}6 - H(X)} = 66$$ => Computacionalmente excesivamente costoso.