

Transmisión de Datos 2011/12

- **Ejercicio 11 – Resolución Detallada:**

Calcular un código Hamming sistemático para $n=15$.

Características de un código Hamming, CH(n,k):

$$\left. \begin{array}{l} n = 2^m - 1 \\ k = 2^m - m - 1 \end{array} \right\} m \geq 2$$

$$d_{\min} = 3$$

$$\text{Con } n=15 \quad \left. \begin{array}{l} n = 2^m - 1 \longrightarrow 15 = 2^m - 1 \\ k = 2^m - m - 1 \longrightarrow k = 2^m - m - 1 = 11 \end{array} \right\} m = 4$$

Una vez deducimos que $m=4$, la matriz H se crea a partir de las 2^m combinaciones (quitando '0000') del siguiente modo:

$$H = \left[P^T \mid I_{(n-k) \times (n-k)} \right] = \left[P^T \mid \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \longleftrightarrow \begin{array}{l} 0000 \text{ (x)} \\ 0001 \text{ (a)} \\ 0010 \text{ (b)} \\ 0011 \text{ (c)} \\ 0100 \text{ (d)} \\ 0101 \text{ (e)} \\ 0110 \text{ (f)} \\ 0111 \text{ (g)} \\ 1000 \text{ (h)} \\ 1001 \text{ (i)} \\ 1010 \text{ (j)} \\ 1011 \text{ (k)} \\ 1100 \text{ (l)} \\ 1101 \text{ (m)} \\ 1110 \text{ (n)} \\ 1111 \text{ (ñ)} \end{array}$$

$m = 4$

P^T se forma mediante las 11 palabras restantes. El orden es indiferente, ya que todos los códigos resultantes tendrán las mismas propiedades. Un posible código sería colocándolas por el siguiente orden:

$$H = \left[c \ e \ f \ g \ i \ j \ k \ l \ m \ n \ \tilde{n} \mid I_{(n-k) \times (n-k)} \right] =$$

$$= \left[\begin{array}{cccc|cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \mid \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{h \ d \ b \ a}$

