Temas Avanzados en Procesado de Señales
Tratamiento Digital de Señales Visuales

Tema 4: Operadores Locales

…operadores locales, ajustes geométricos, operadores morfológicos, filtrado por reconstrucción, conjuntos de nivel…

José María Martínez Sánchez

Escuela Politécnica Superior

Universidad Autónoma de Madrid
E28049 Madrid (SPAIN)

Video Processing and Understanding Lab
Grupo de Tratamiento e Interpretación de Vídeo

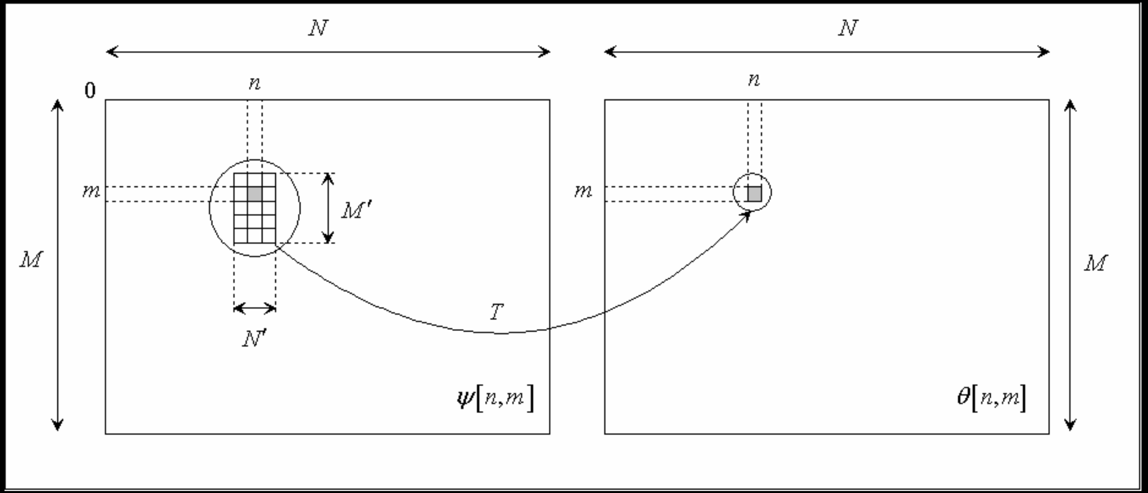
Índice

- Introducción
- Operadores LSI
- Ajustes geométricos
- Operadores morfológicos

Introducción

- Los operadores locales efectúan una transformación:

$$\psi[n,m] \xrightarrow{T} \theta[n,m] / \ \theta[n,m] = T\left(entorno\ de\ \psi[n,m]\right), n \in [0, N-1], m \in [0, M-1]$$



- Tipos de operadores:
  - *Operadores LSI*
  - *Operaciones geométricas*
  - *Operadores morfológicos*
    - *Filtrado por reconstrucción*
  - *Otras:*
    - *Técnicas basadas en conjuntos de nivel (level set)*
      - *procesos de difusión*
      - *contornos activos (snakes).*

Índice

- Introducción
- Operadores LSI
  - Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia
  - Aspectos operativos
  - Diseño frecuencial de máscaras
  - Suavizado
  - Realce de contornos
  - Detección y localización de bordes
- Ajustes geométricos
- Operadores morfológicos

Si la transformación es LSI, su respuesta al impulso unidad vendrá dada por:

$$\delta[n,m] \xrightarrow{T} h[n,m] = T\left(\delta[n,m]\right)$$

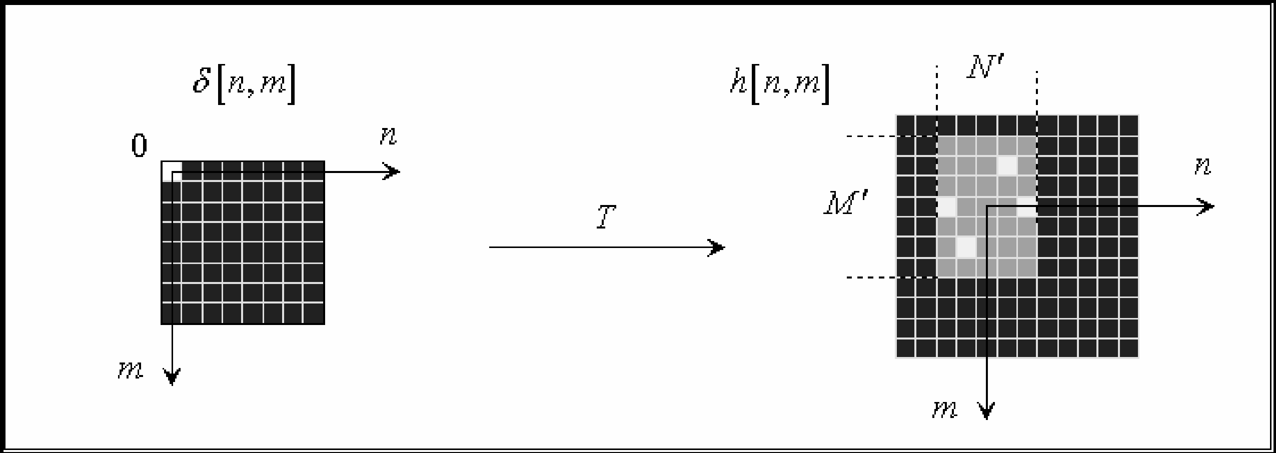
La respuesta a una imagen cualquiera resulta:

$$\psi[n,m] \xrightarrow{T} \theta[n,m] = \psi[n,m] * h[n,m]$$

Operadores LSI:
Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia

Suponiendo que $h[n,m]$ es real, rectangular ($M'xN'$) y simétrica respecto del origen:

$$h[n,m]=0 \;\; \forall n,m \,/\, |n|>b, |m|>a, \text{ de modo que } N'=2b+1, M'=2a+1$$

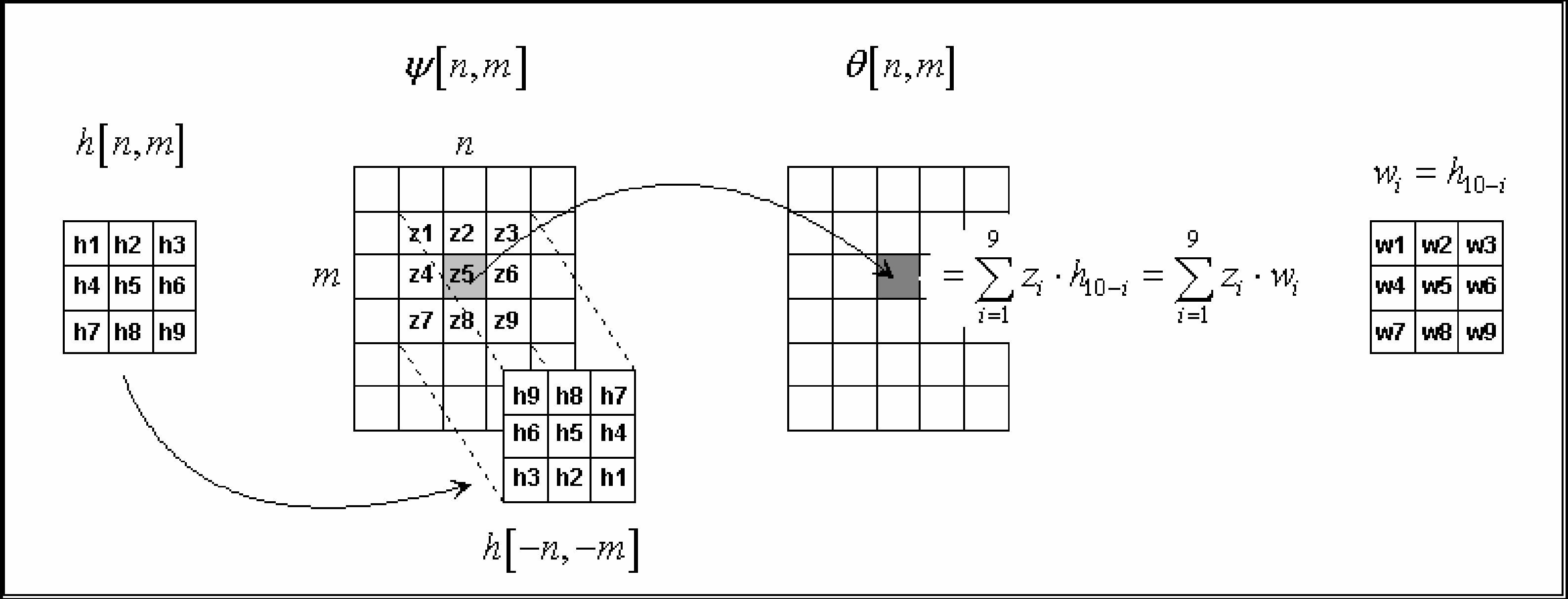


, la operación de convolución puede expresarse:

$$\theta[n,m]=\psi[n,m]*h[n,m]=\sum_{k=-a}^{a}\sum_{l=-b}^{b}\psi[k,l]\cdot h[n-k,m-l]$$

El valor de $\theta[n,m]$ se obtiene centrando $h[-n,-m]$ sobre cada píxel $\psi[n,m]$ y sumando los productos de cada coeficiente de h por cada píxel homólogo de la vecindad.

Operadores LSI:
Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia



Operadores LSI: Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia

A la "imagen" $h[-n,-m]=w[n,m]$ se le denomina por ello máscara, filtro o *kernel* de la transformación. Se puede convolucionar con w o correlacionar con h.

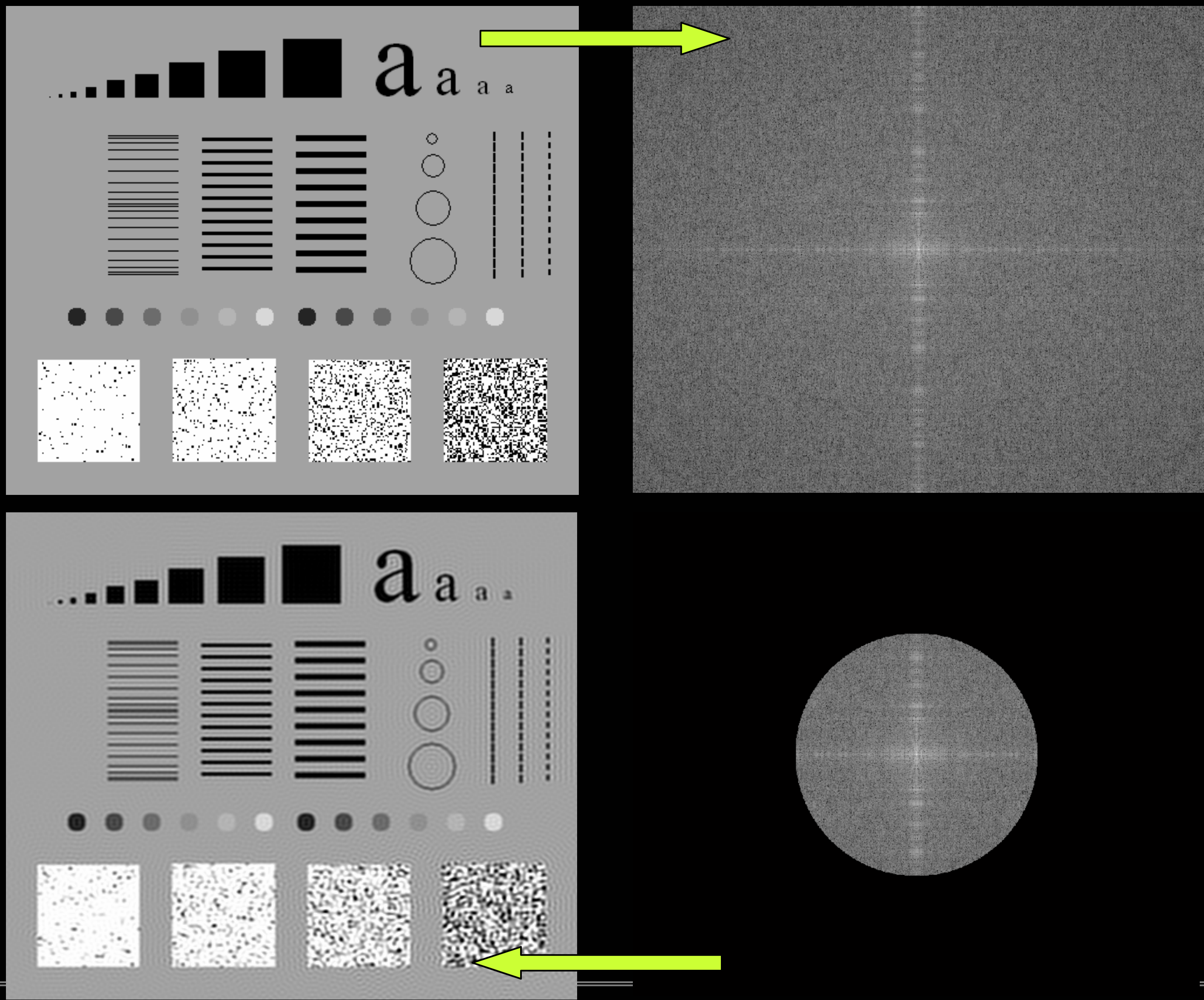
La operación de filtrado puede llevarse a cabo bien en el dominio "natural" o del píxel o bien en el dominio frecuencial, aplicando la propiedad de convolución:

$$\theta[n,m]=\psi[n,m]*h[n,m]\xrightarrow{DSFT}\mathrm{O}[u,v]=\Psi[u,v]\cdot H[u,v]$$

Las máscaras son versiones truncadas de las respuestas al impulso correspondientes a los filtros frecuenciales.

Operadores LSI: Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia

Dominio natural | Dominio frecuencial



Operadores LSI: Aspectos operativos

- Situación en los bordes: La aplicación de un filtro de $N'xN'$ da lugar a una imagen con $(N'-1)/2$ píxeles menos por cada lado. Si se desea que la imagen resultante tenga igual dimensión hay varias opciones: filtrado parcial, convolución circular o “padding”.

- Separabilidad: permite reducir notablemente el número de operaciones ($\otimes$ representa el producto externo, tensorial o de *Kronecker*).

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1N'} \\ w_{21} & w_{21} & \cdots & w_{1N'} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ w_{M'1} & w_{M'1} & \cdots & w_{M'N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_{M'} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \ldots & x_{N'} \end{bmatrix} = \mathbf{x} \otimes \mathbf{y} \Rightarrow w_{ij} = y_i \cdot x_j$$

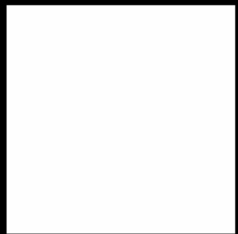
Operadores LSI: Diseño frecuencial de máscaras

- Filtrado frecuencial como campo de pruebas para el diseño de máscaras para filtrado espacial.

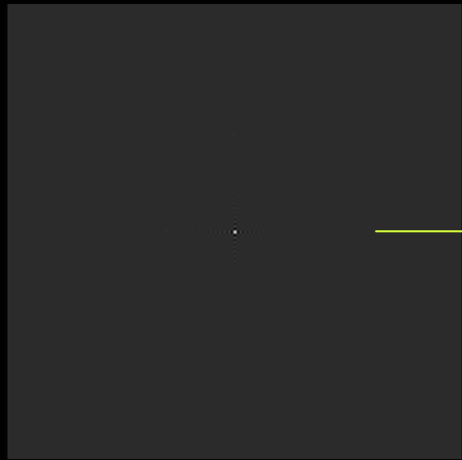
- Metodología:
  - *Generación del filtro frecuencial con los parámetros deseados.*
  - *Obtención de su respuesta impulsiva.*
  - *Obtención de valores enteros en el rango deseado y cuyo error de redondeo de lugar a mínimo error cuadrático medio.*
  - *Ajuste de la respuesta de la máscara a una señal constante.*

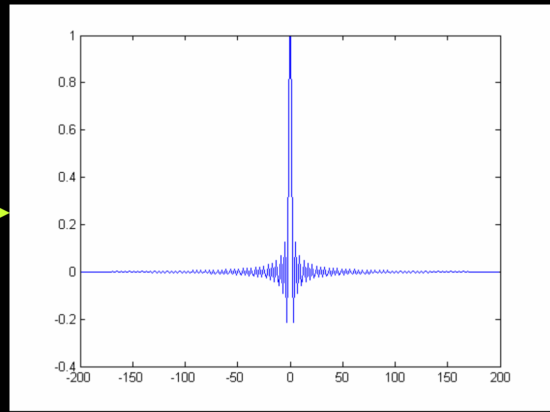
Operadores LSI: Diseño frecuencial de máscaras

$H[u,v]$



$h[n,m]$



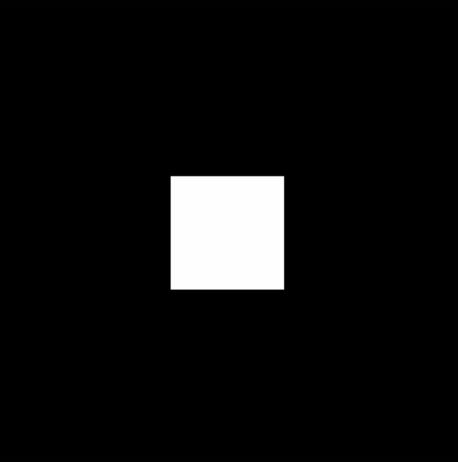


$$h_{3x3}[n,m]=\frac{1}{625}\begin{bmatrix}49 & 77 & 49\\ 77 & 121 & 77\\ 49 & 77 & 49\end{bmatrix}$$

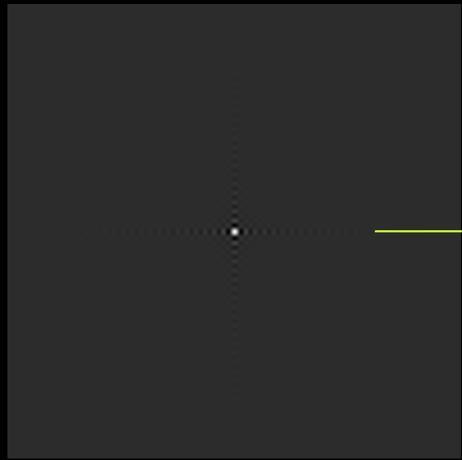
$$h_{7x7}[n,m]=\frac{1}{305}\begin{bmatrix}4 & 0 & -12 & -19 & -12 & 0 & 4\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ -12 & 0 & 36 & 57 & 36 & 0 & -12\\ -19 & 0 & 57 & 89 & 57 & 0 & -19\\ -12 & 0 & 36 & 57 & 36 & 0 & -12\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 4 & 0 & -12 & -19 & -12 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

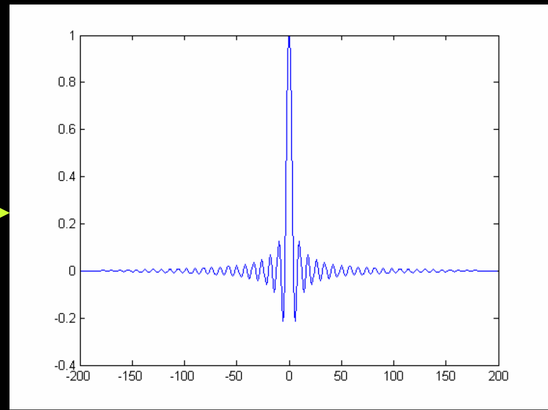
Operadores LSI: Diseño frecuencial de máscaras

$H[u,v]$



$h[n,m]$





$$h_{3x3}[n,m]=\frac{1}{871}\begin{bmatrix} 90 & 100 & 90 \\ 100 & 111 & 100 \\ 90 & 100 & 90 \end{bmatrix}$$

$$h_{7x7}[n,m]=\frac{1}{1945}\begin{bmatrix} 8 & 17 & 24 & 27 & 24 & 17 & 8 \\ 17 & 36 & 51 & 57 & 51 & 36 & 17 \\ 24 & 51 & 72 & 80 & 72 & 51 & 24 \\ 27 & 57 & 80 & 89 & 80 & 57 & 27 \\ 24 & 51 & 72 & 80 & 72 & 51 & 24 \\ 17 & 36 & 51 & 57 & 51 & 36 & 17 \\ 8 & 17 & 24 & 27 & 24 & 17 & 8 \end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Suavizado

- Filtros utilizados para suavizar, emborronar (*blurring*) o eliminar ruido.
- Diseño intuitivo de máscaras: promediado (*average*) y promediado ponderado (*weighted average*).

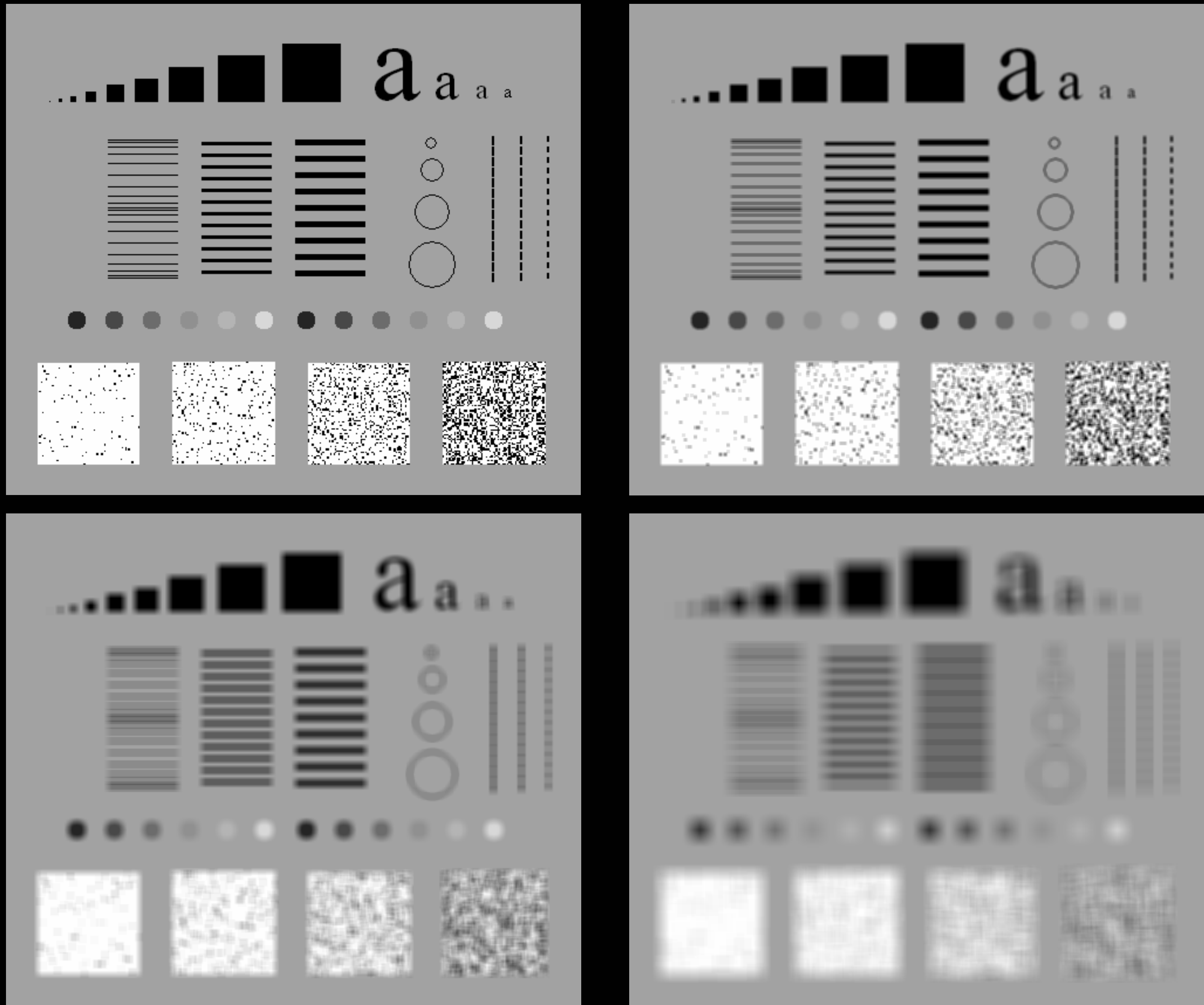
$$\frac{1}{9}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix} = \frac{1}{9}\cdot\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{16}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix} = \frac{1}{16}\cdot\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Suavizado

Original

Promediadas



3x3

7x7

15x15

Operadores LSI: Suavizado

- La máscara de filtrado promediado ponderada es un caso particular de filtro binomial, familia de filtros separables resultante de la aplicación sucesiva y en ambas dimensiones de la máscara:

$$B_x = B_y^T = \frac{1}{2}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$$

- Si se aplica 'n' veces, equivale a aplicar en cada dimensión lás máscaras:

$$B_x^2 = \frac{1}{2^2}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}, B_x^3 = \frac{1}{2^3}\cdot\begin{bmatrix}1 & 3 & 3 & 1\end{bmatrix}, B_x^4 = \frac{1}{2^4}\cdot\begin{bmatrix}1 & 4 & 6 & 4 & 1\end{bmatrix}, etc.$$

- El resultado en 2D son máscaras o filtros de la forma:

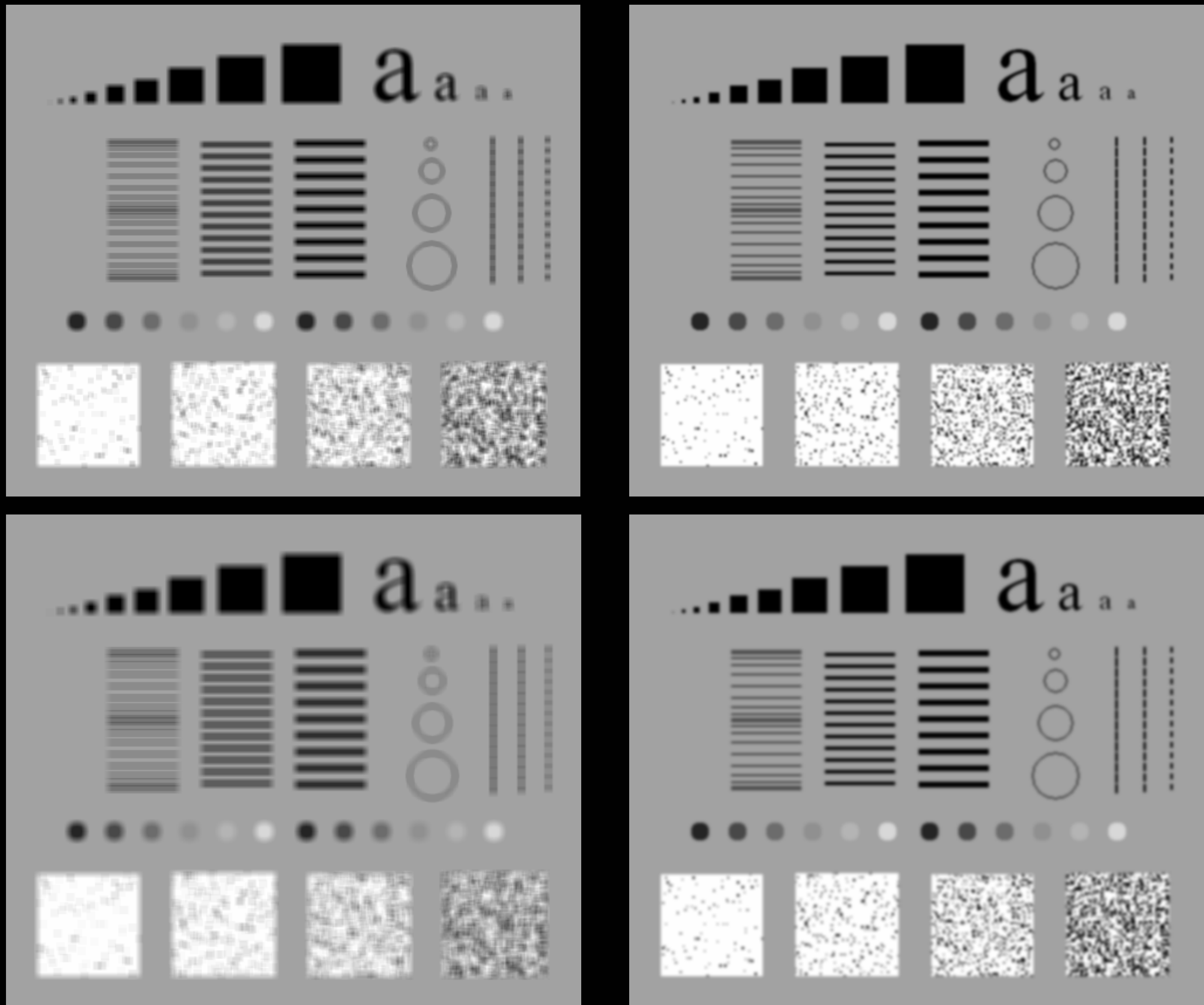
$$B^n = B_y^n \cdot B_x^n \quad , \quad B^2 = \frac{1}{2^2}\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{2^2}\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix} = \frac{1}{16}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\2 & 4 & 2\\1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Suavizado

Promediado | Binomial

5x5 | 5x5

7x7



Filtrado en el dominio frecuencial

- *Aplicación de filtros de tamaño* MxN
- *Filtro paso-bajo ideal de frecuencia de corte* D_0 *:*

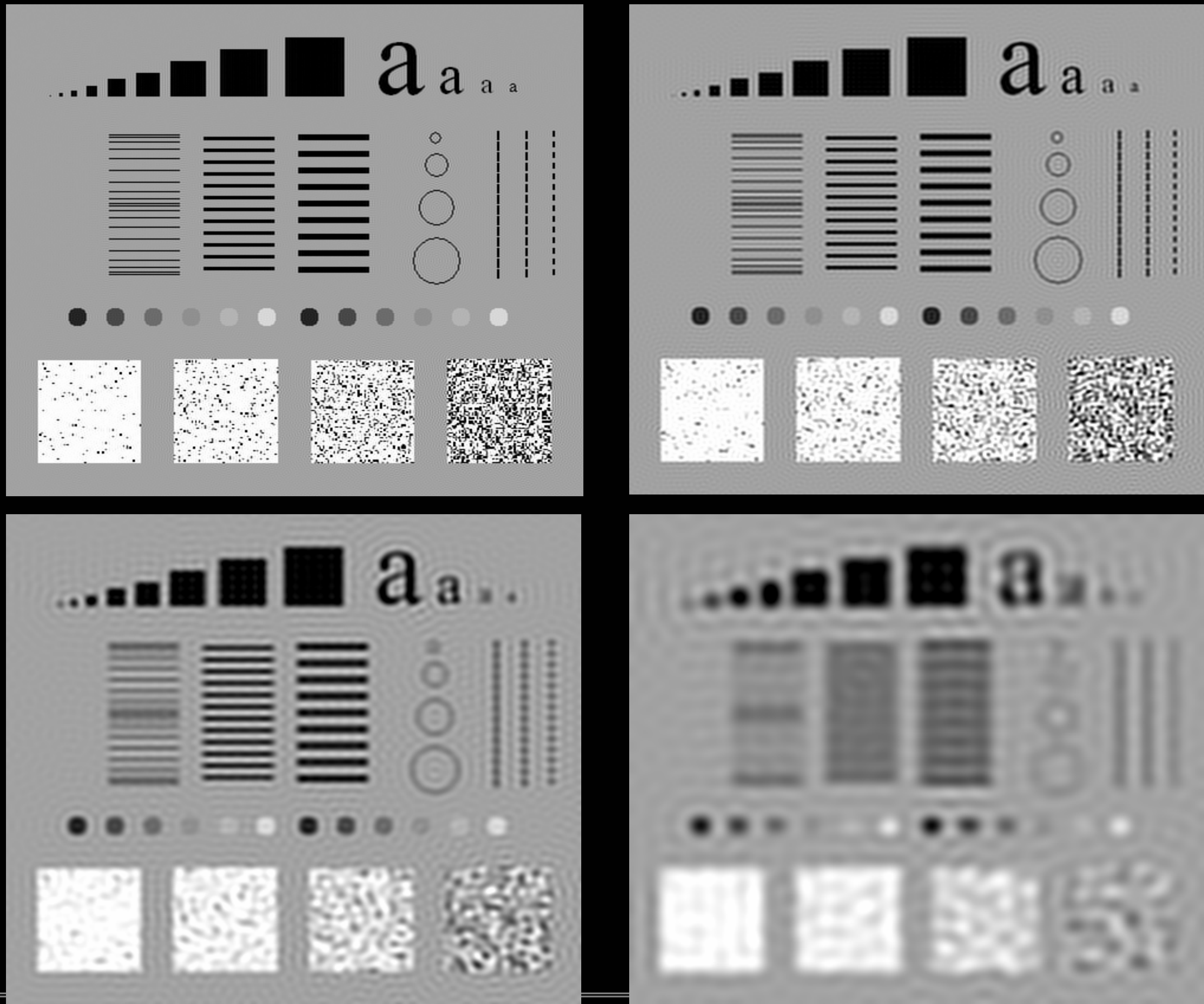
$$H[u,v] = \begin{cases} 1 & , D(u,v) \le D_0 \\ 0 & , D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

$$D(u,v) = \left[(u - M/2)^2 - (v - N/2)^2 \right]^{1/2}$$

Operadores LSI: Suavizado

Operadores LSI: Suavizado

Filtrado ideal con varios radios



1/2

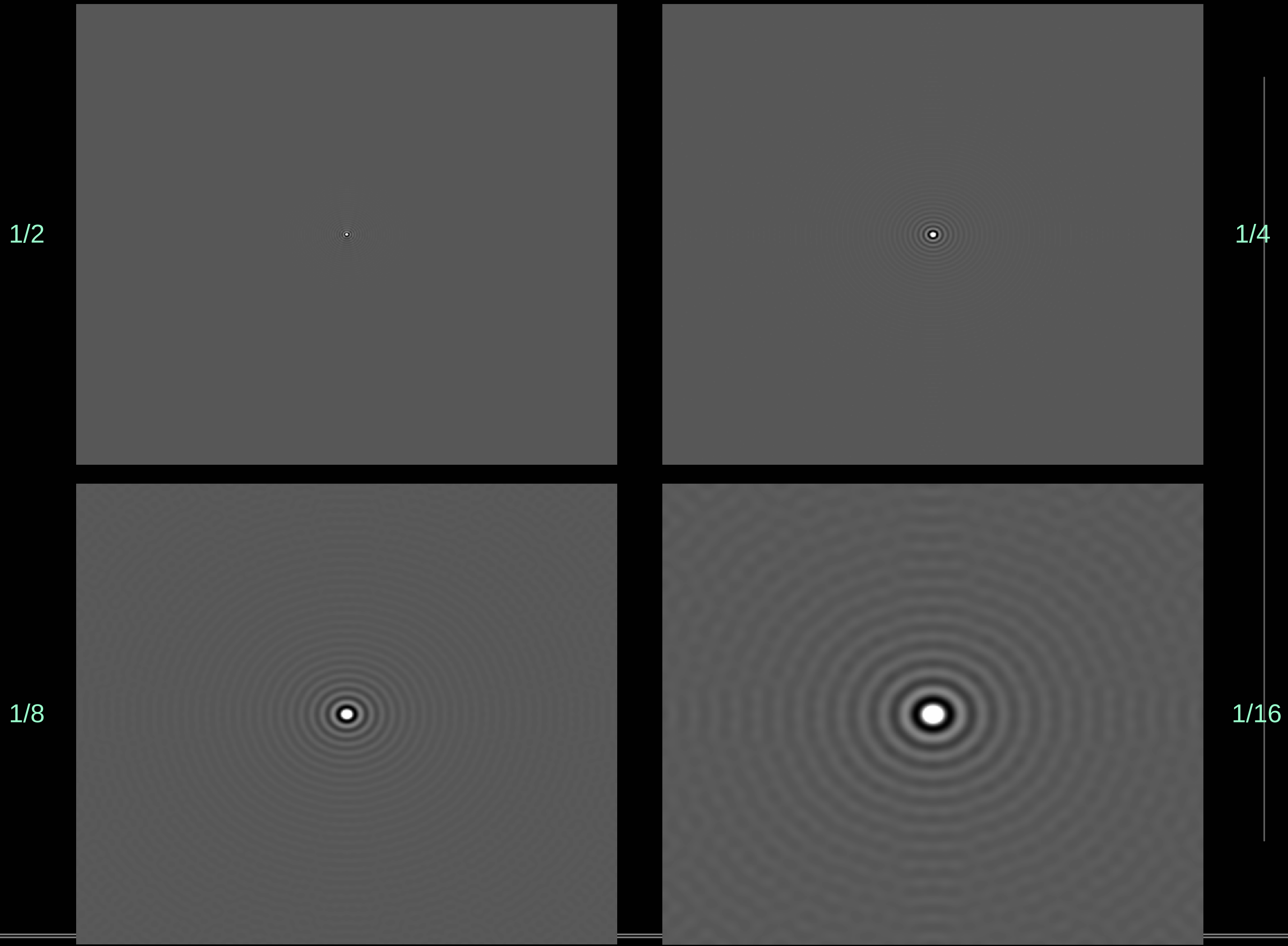
1/4

1/8

1/16

Operadores LSI: Suavizado

Respuestas al impulso de filtros ideales de varios radios

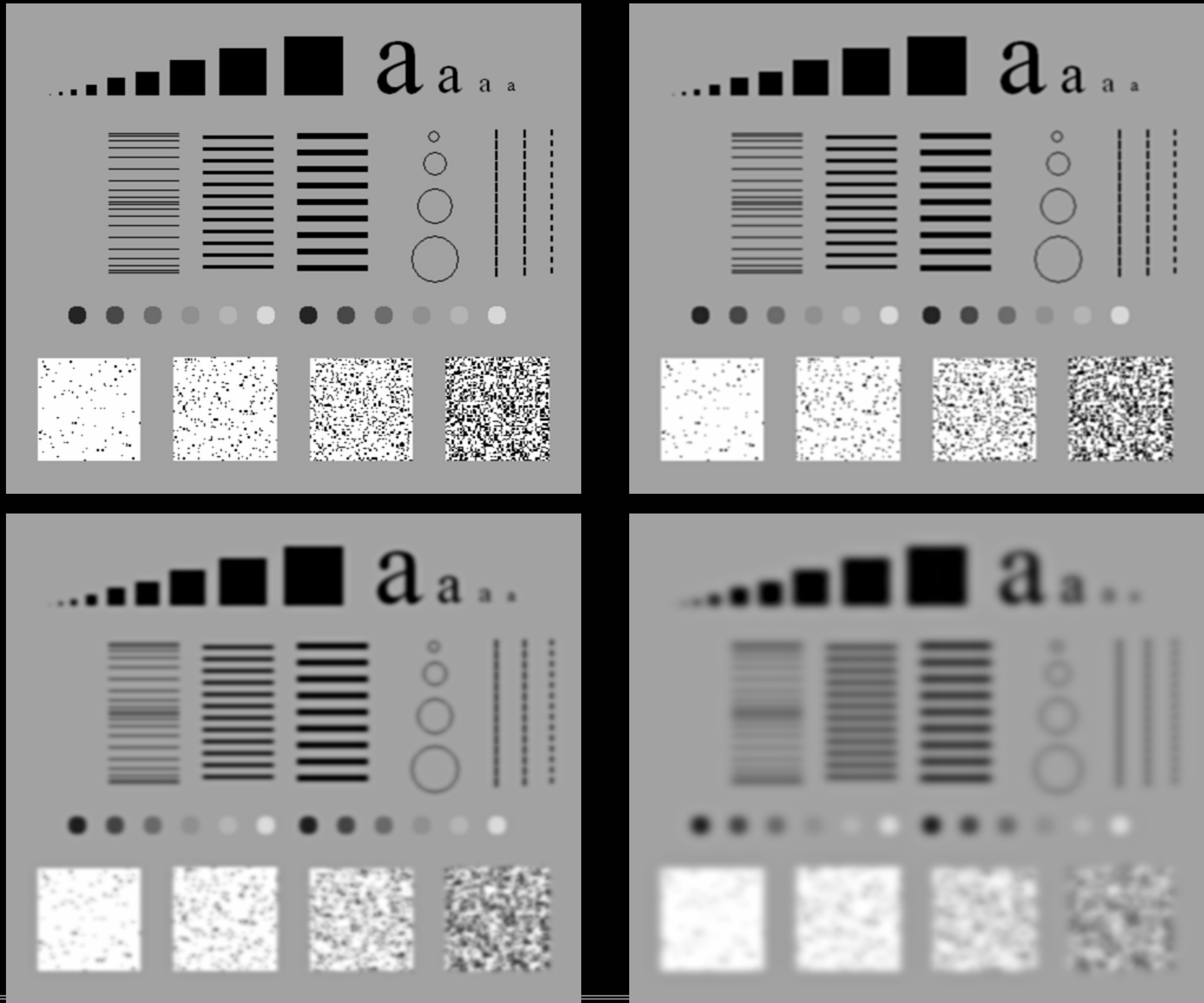


- *Filtro paso-bajo de Butterworth de orden* n *y frecuencia de corte* D_0 *:*

$$H[u,v]=\frac{1}{1+\left[D(u,v)/D_0\right]^{2n}}$$

Operadores LSI: Suavizado

Filtrado *Butterworth* de orden 2 con varias frecuencias de corte



1/2 1/4

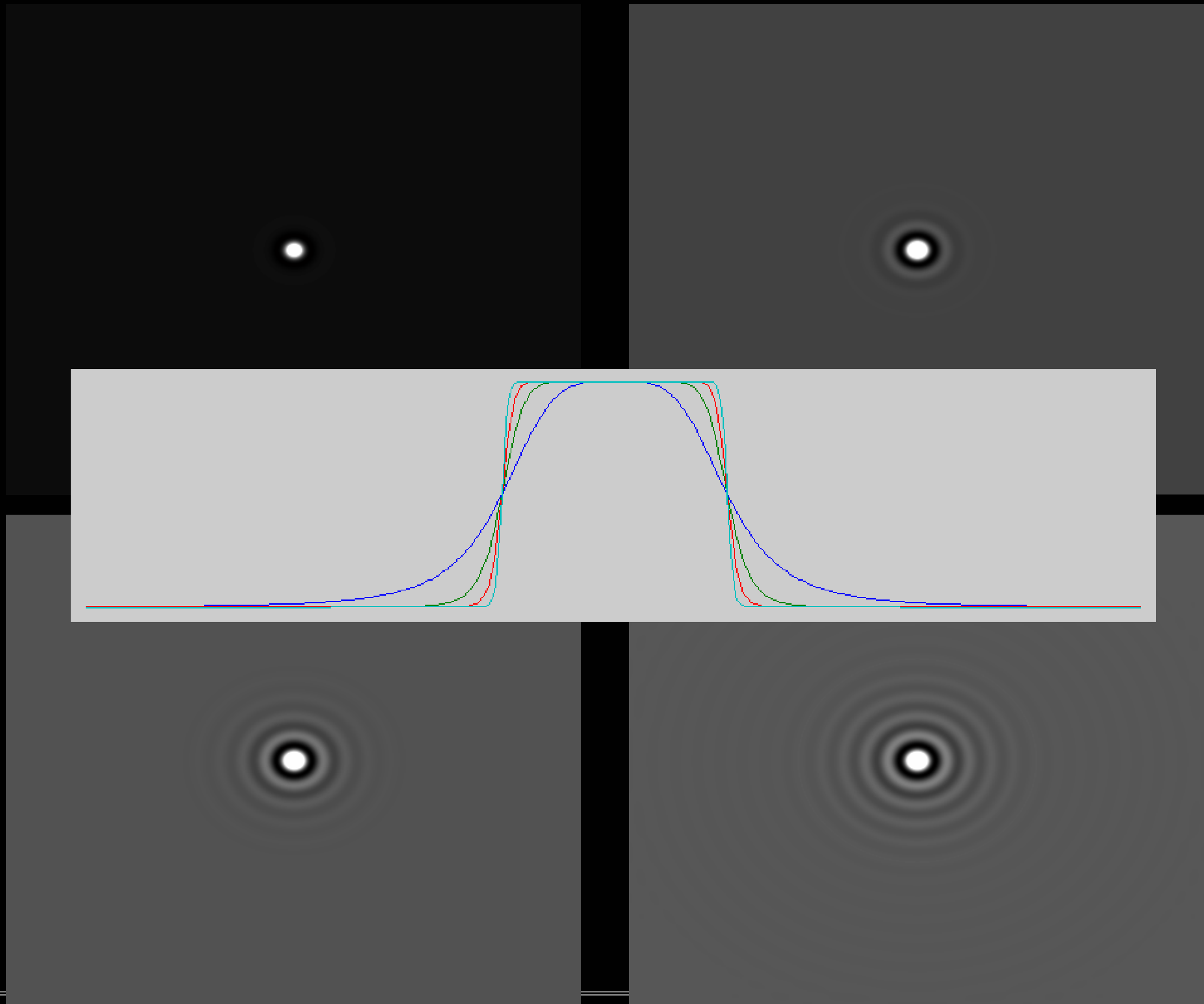
1/8 1/16

Operadores LSI: Suavizado

Respuestas al impulso de filtros de *Butterworth* de varios órdenes, para un corte de 1/16

2

5



10

20

- *Filtro paso-bajo de Butterworth de orden n y frecuencia de corte D_0 :*

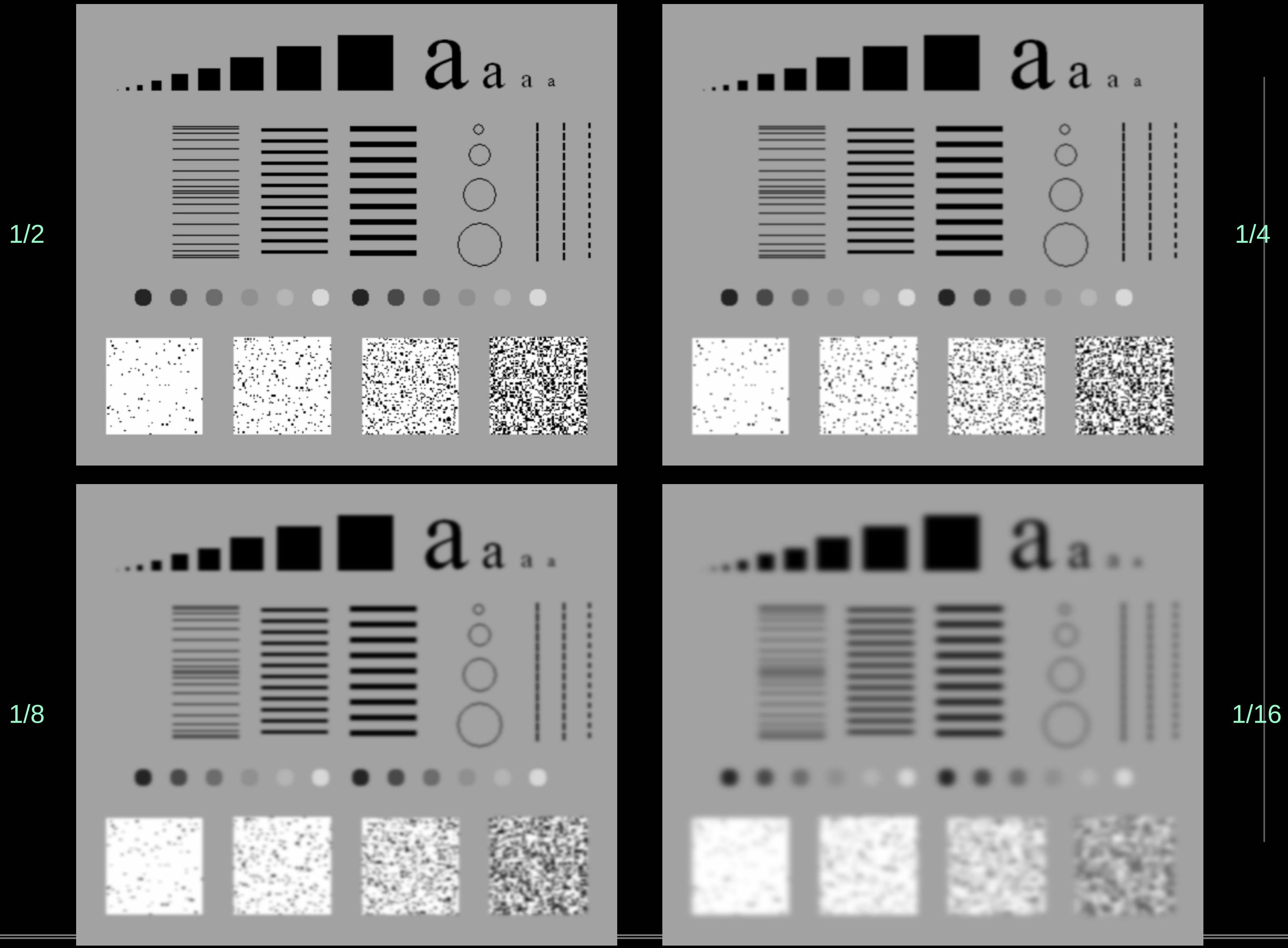
$$H[u,v] = \frac{1}{1 + \left[D(u,v) / D_0 \right]^{2n}}$$

- *Filtro paso-bajo Gaussiano de desviación (o frecuencia de corte) D_0 :*

$$H[u,v] = e^{-D^2(u,v) / 2D_0^2}$$

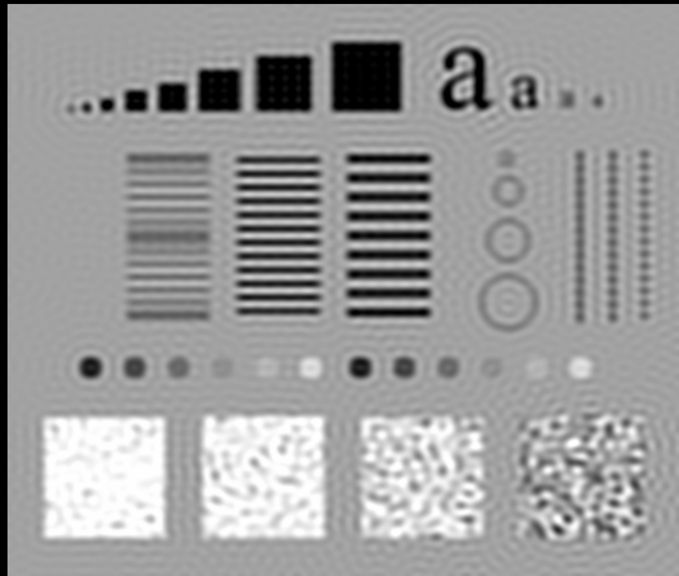
Operadores LSI: Suavizado

Filtrado *Gaussiano* con varias frecuencias de corte

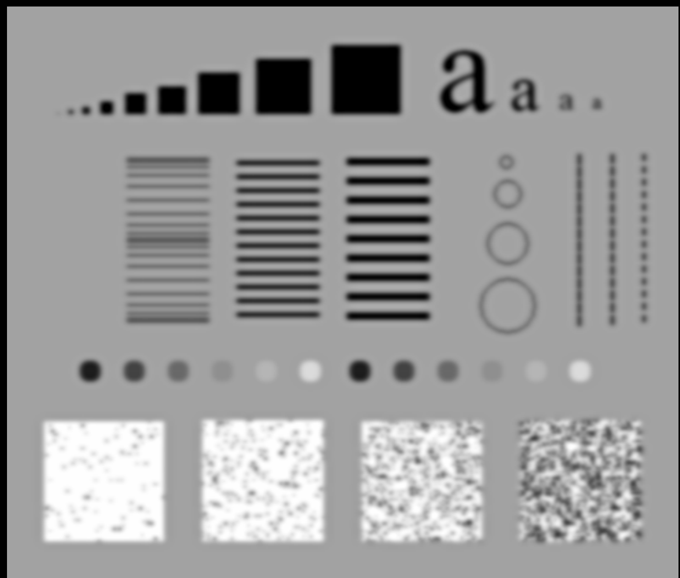


Operadores LSI: Suavizado

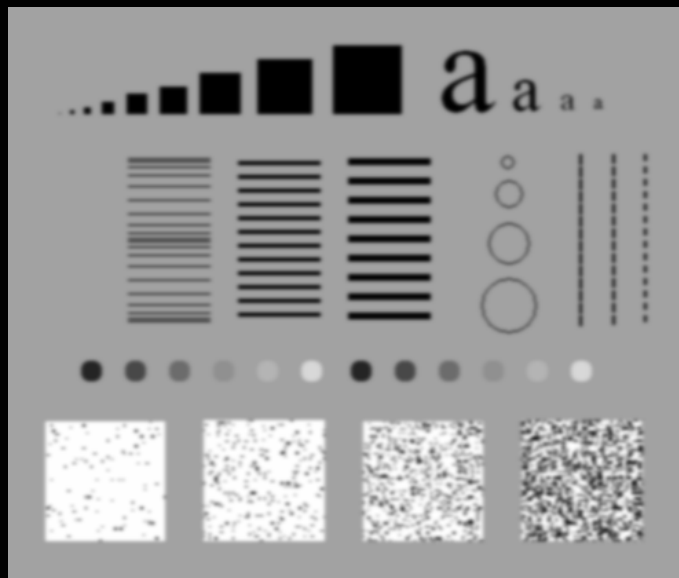
Ideal, Butterworth de orden 2 (corte 1/8) y Gaussiano (corte 1/8)



Butterworth



Gaussiano



- *Filtro paso-bajo de Butterworth de orden n y frecuencia de corte D_0 :*

$$H[u,v]=\frac{1}{1+\left[D(u,v)/D_0\right]^{2n}}$$

- *Filtro paso-bajo Gaussiano de desviación (o frecuencia de corte) D_0 :*

$$H[u,v]=e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

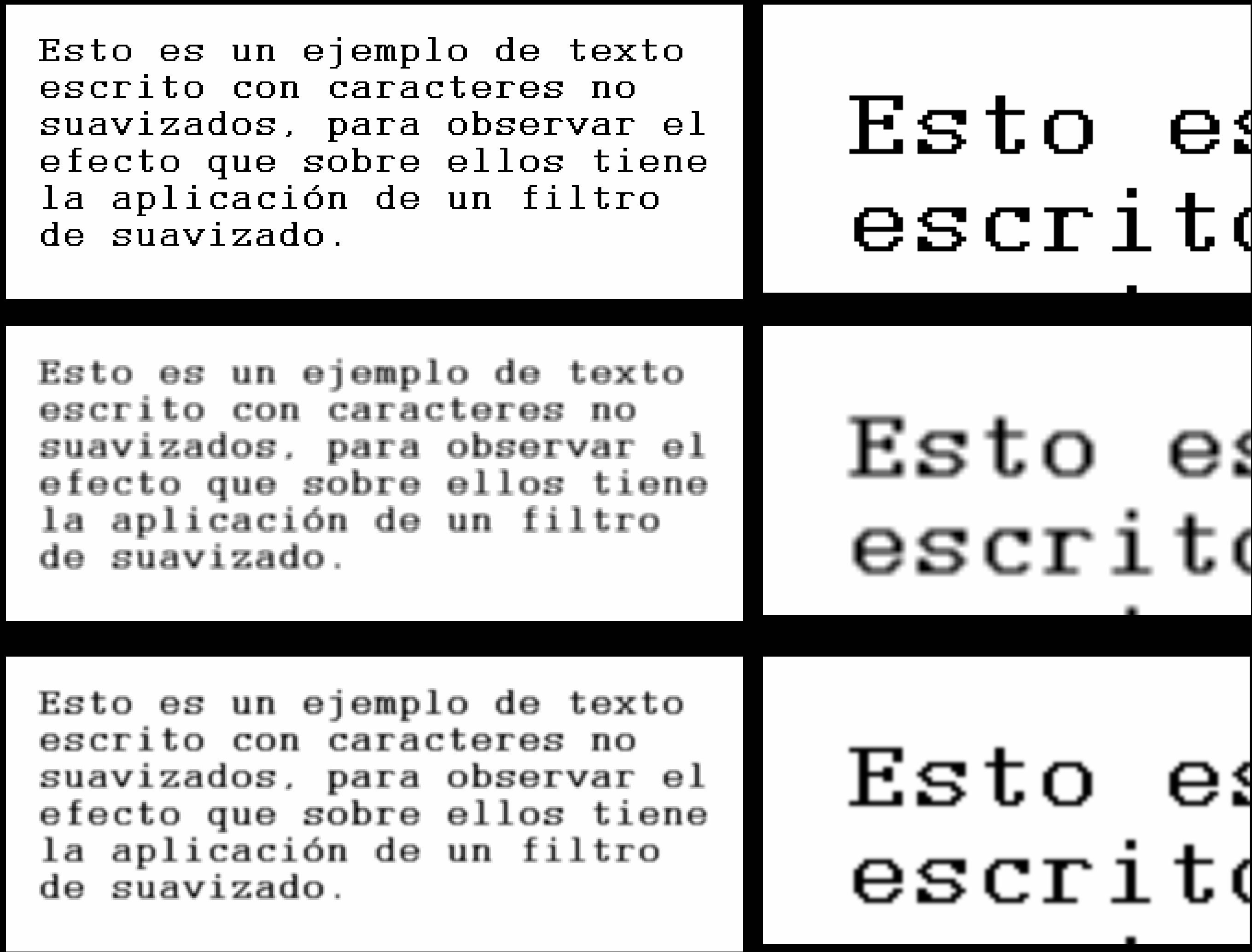
- *Aplicaciones.*

Operadores LSI: Suavizado

Original

Promediado 3x3

Binomial 3x3



7x7

7x7

Filtrado no lineal

- *El concepto de máscara y su aplicación es similar, pero las operaciones que se realizan para obtener el resultado no son lineales.*
- *Filtro de mediana: ideado para eliminar ruido impulsivo respetando los contornos (rampas y discontinuidades).*
- *Es un caso particular de los filtros de estadísticas de orden (order-statistics filters): filtros de máximo, filtros de mínimo, filtros de posición.*

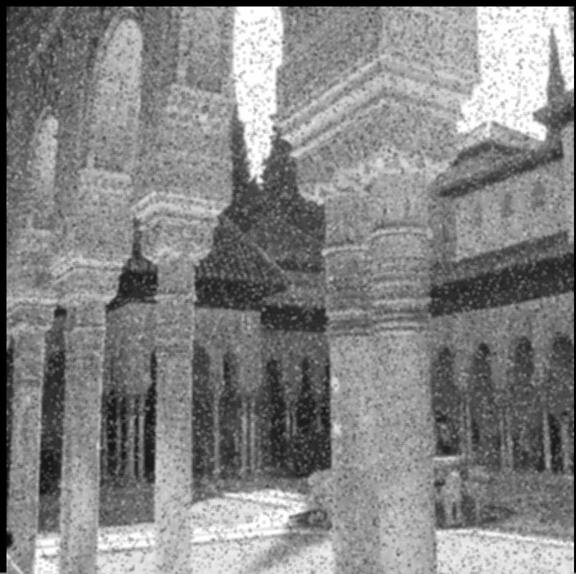
Operadores LSI: Suavizado

Eliminación de ruido impulsivo

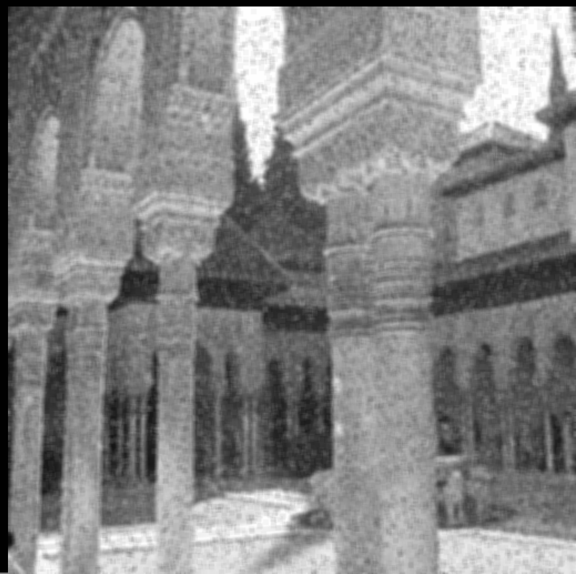
Original

Mediana
3x3

Promediado
3x3



Promediado
5x5



Operadores LSI: Realce de contornos

- Filtros utilizados para resaltar el detalle fino o realzar una imagen emborronada.
- Fundamento:
  - *Del mismo modo que el promediado es parejo a la integración, la operación opuesta guarda relación con la derivación, que toma valores máximos en discontinuidades (y ruido); por lo tanto, es útil para resaltarlas. Uso habitual de la primera y segunda derivada.*
  - *En imágenes discretas el concepto de derivada se asocia al de diferencia, y la definición de diferencias sucesivas debe cumplir propiedades similares.*

$$\frac{\partial f[n]}{\partial n} = f[n+1] - f[n] \qquad \frac{\partial^2 f[n]}{\partial n^2} = f[n+1] + f[n-1] - 2f[n]$$

  - *Comparación de los efectos de la primera (1ª) y segunda (2ª) diferencia: la 1ª genera líneas más gruesas en los **bordes de objetos**, la 2ª responde más a puntos aislados y **detalle fino**, en escalones abruptos la 1ª responde más y la 2ª genera dos líneas, la 2ª responde más a una línea que a un escalón y más a un punto aislado (**ruido**) que a una línea.*

Operadores LSI: Realce de contornos

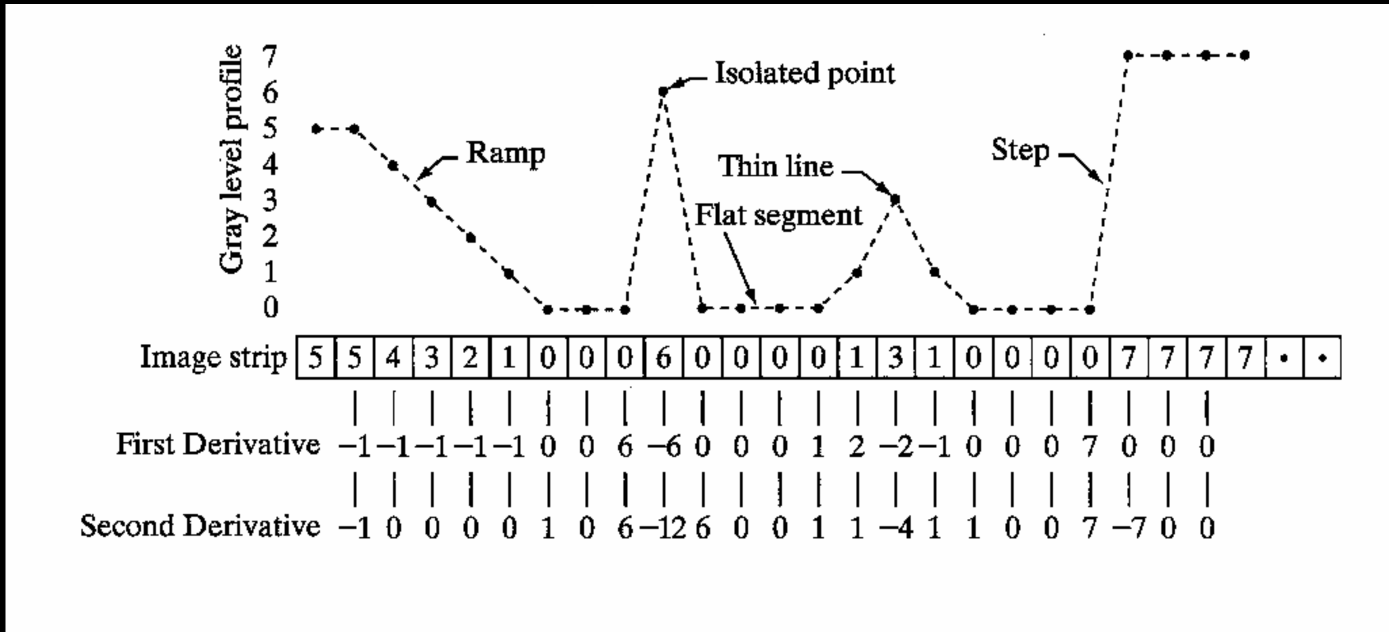


Imagen extraída de "Digital Image Processing", R.C. Gonzalez, Prentice Hall, 2002

La Laplaciana

- Desarrollo de una máscara isótropa equivalente a una segunda derivada. El camino es hallar una versión discreta de la Laplaciana:

$$\nabla^2\psi(x,y) = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}$$

- Teniendo en cuenta que para el caso discreto y para cada dimensión:

$$\frac{\partial^2\psi[n,m]}{\partial n^2} = \psi[n+1,m] + \psi[n-1,m] - 2\psi[n,m]$$

$$\frac{\partial^2\psi[n,m]}{\partial m^2} = \psi[n,m+1] + \psi[n,m-1] - 2\psi[n,m]$$

- , resultaría una máscara de 3x3 isótropa a incrementos de 90º, que combinada con una similar rotada 45º da lugar a la máscara definitiva:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Realce de contornos

- *La Laplaciana elimina las zonas uniformes. Para realzar el detalle fino de una imagen (y sus contornos) se combina la imagen con su Laplaciana o se combinan usando una máscara conjunta; luego, para representarla, se re-escala el resultado:*

$$\theta[n,m]=\psi[n,m]-\nabla^2\psi[n,m]$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

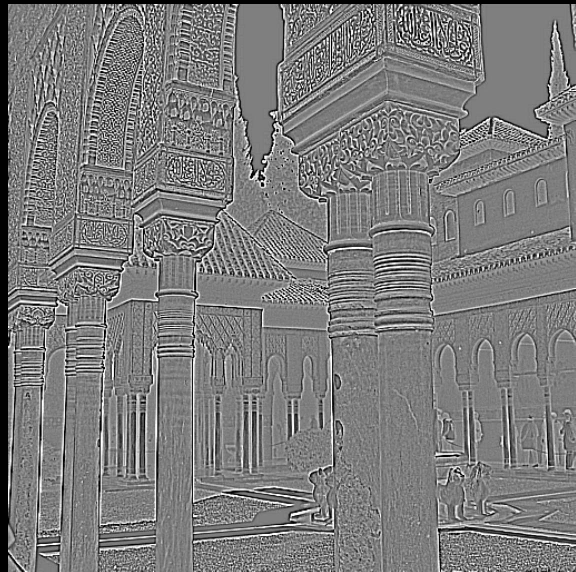
o la isótropa

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Realce de contornos

Realce del detalle fino

Original



Laplaciana escalada

Realce escalado

El gradiente

- *La primera derivada se implementa con la magnitud del gradiente:*

$$\nabla\psi = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ \frac{\partial\psi}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$\nabla\psi = \left[G_x^2 + G_y^2\right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2\right]^{1/2} \simeq |G_x| + |G_y|$$

- *Versión discreta del gradiente. Para una vecindad de 3x3, en torno a un píxel de valor* z_5 *:*

$$\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{bmatrix}$$

- *, podemos definir las derivadas direccionales:* $G_n = (z_6 - z_5),\ G_m = (z_8 - z_5)$
- *, o bien derivadas cruzadas (Roberts, 1965) :* $G_{n,m} = (z_9 - z_5),\ G_{-n,m} = (z_8 - z_6)$
- *Por lo tanto:* $\nabla\psi[n,m] = \left[(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2\right]^{1/2} \simeq |(z_9 - z_5)| + |(z_8 - z_6)|$

  , que se puede implementar con las máscaras (operador de Roberts):

$$R_{n,m} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R_{-n,m} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Operadores LSI: Realce de contornos

- *Aproximaciones con operadores de 3x3:*

Operador de Prewitt

$$P_m = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad P_n = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Operador de Sobel

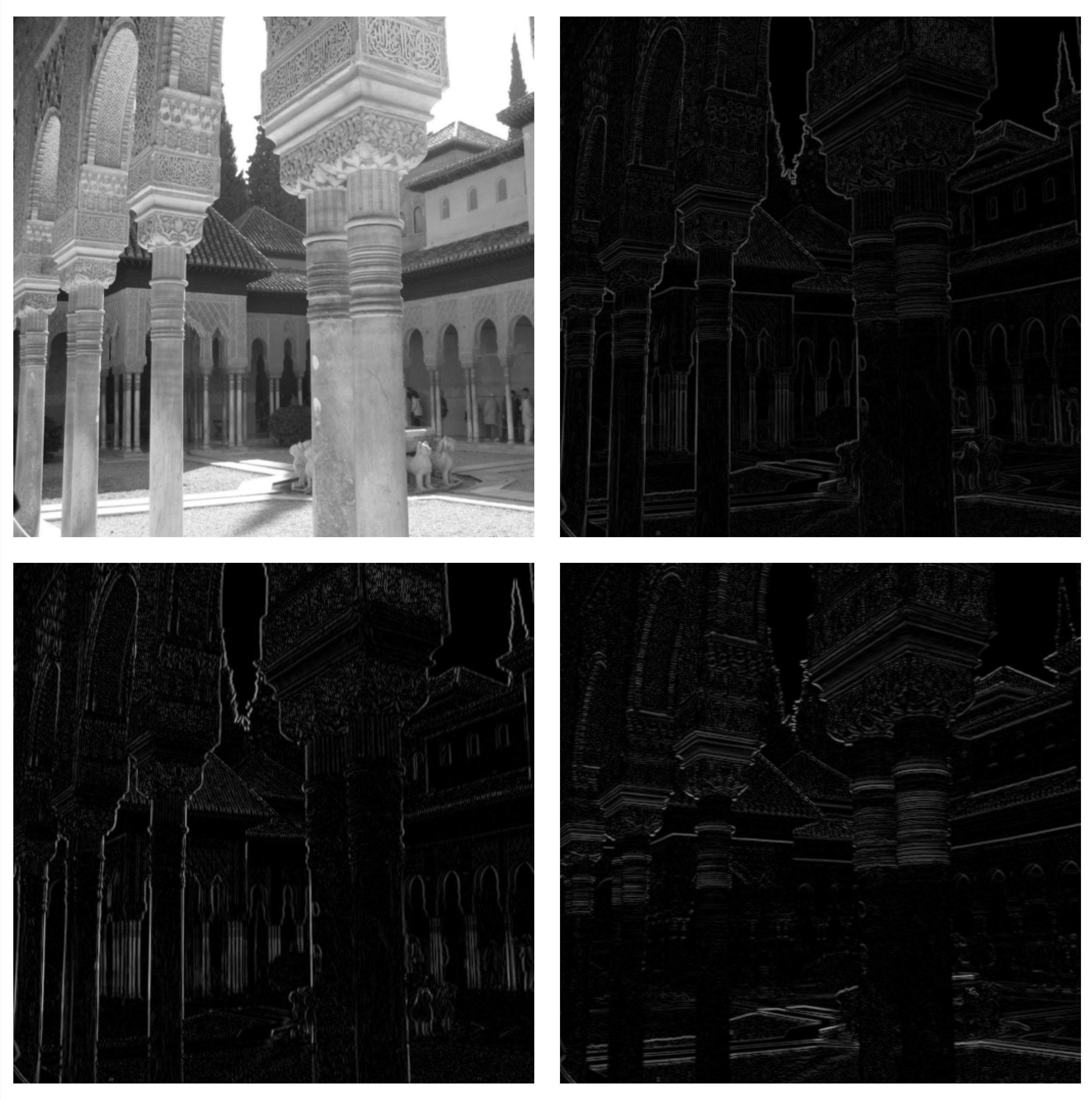
$$S_m = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad S_n = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Operadores diagonales

$$P_{n,-m} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad P_{n,m} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{n,-m} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad S_{n,m} = \frac{1}{8}\begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Detección de contornos

Original



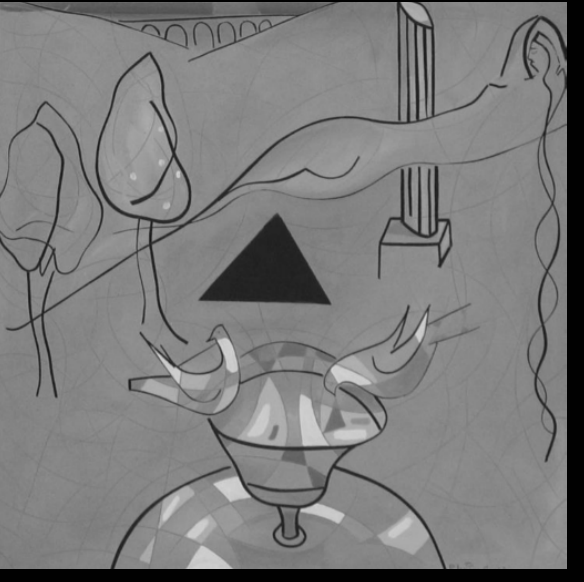
Prewitt

Prewitt - v

Operadores LSI: Realce de contornos

Marcado de contornos

Original



Gradiente Prewitt

Marcado de contornos

Filtrado en el dominio frecuencial

- *En general, para amplitudes normalizadas,* $H_{hp}[u,v]=1-H_{lp}[u,v]$
- *Filtro paso-alto ideal de frecuencia de corte* D_0 *:*

$$H[u,v]=\begin{cases}0 & ,D(u,v)\leq D_0\\ 1 & ,D(u,v)>D_0\end{cases}$$

$$D(u,v)=\left[(u-M/2)^2-(v-N/2)^2\right]^{1/2}$$

- *Filtro paso-alto de Butterworth de orden y frecuencia de corte* D_0 *:*

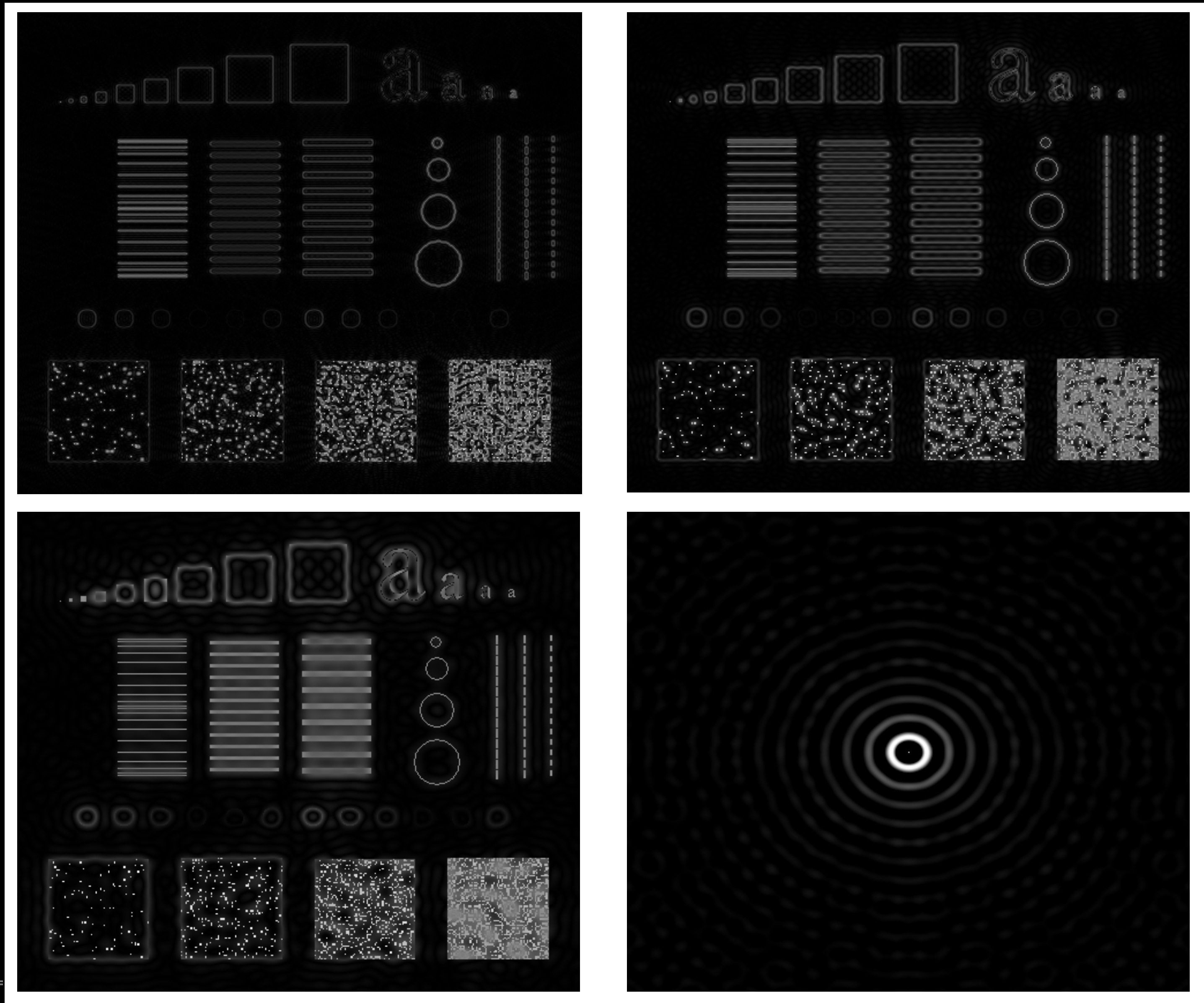
$$H[u,v]=\frac{1}{1+\left[D_0/D(u,v)\right]^{2n}}$$

- *Filtro paso-alto Gaussiano de desviación (o frecuencia de corte)* D_0 *:*

$$H[u,v]=1-e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

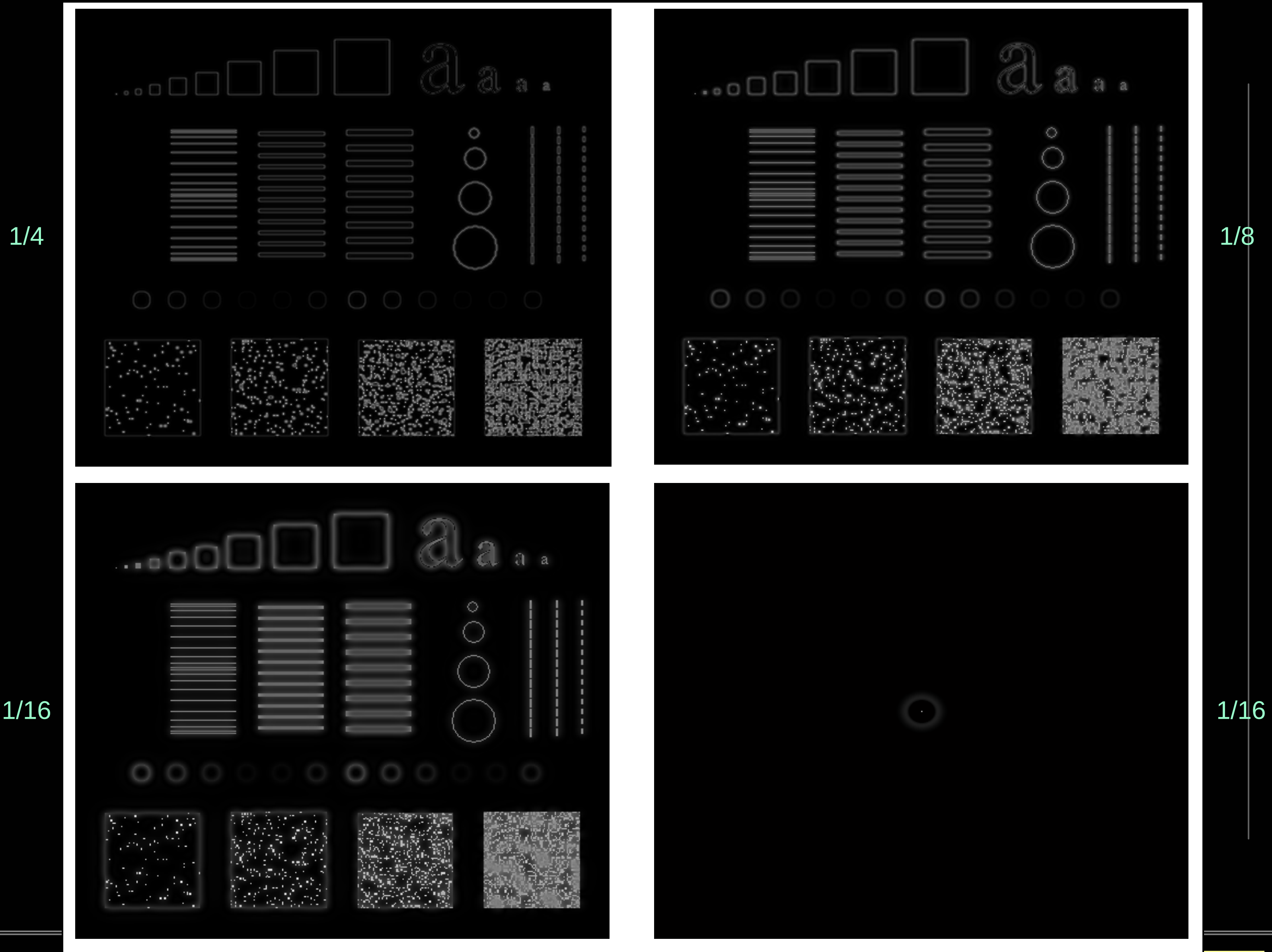
Operadores LSI: Realce de contornos

Filtrado ideal con varios radios o frecuencias de corte



Operadores LSI:
Realce de contornos

Filtrado Butterworth de orden 2 con varias frecuencias de corte

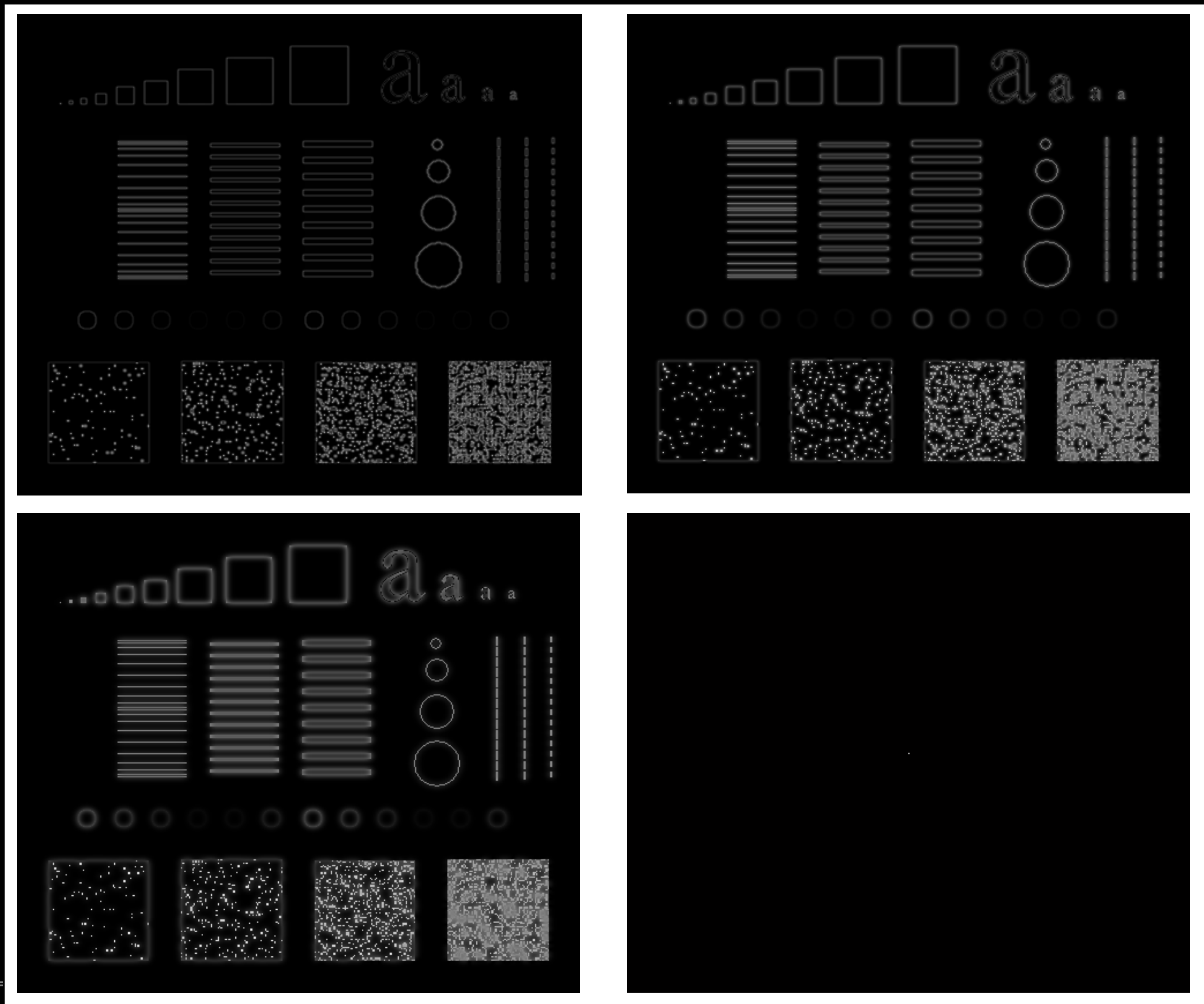


Operadores LSI:
Realce de contornos

Filtrado Gaussiano con varias frecuencias de corte

1/4

1/8



1/16

1/16

- *Laplaciana:*
  - *Por las propiedades de derivación y linealidad de la FT:*

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\xrightarrow{FT}(ju)^2\cdot\Psi(u,v)+(jv)^2\cdot\Psi(u,v)=-(u^2+v^2)\cdot\Psi(u,v)$$

  - *Por lo tanto, el filtro* $H(u,v)=-(u^2+v^2)$ *implementa la Laplaciana. Para el caso discreto, y tomando el origen del filtro en* $M/2,\ N/2$ *, resulta:*

$$H[u,v]=-\left((u-M/2)^2+(v-N/2)^2\right)$$

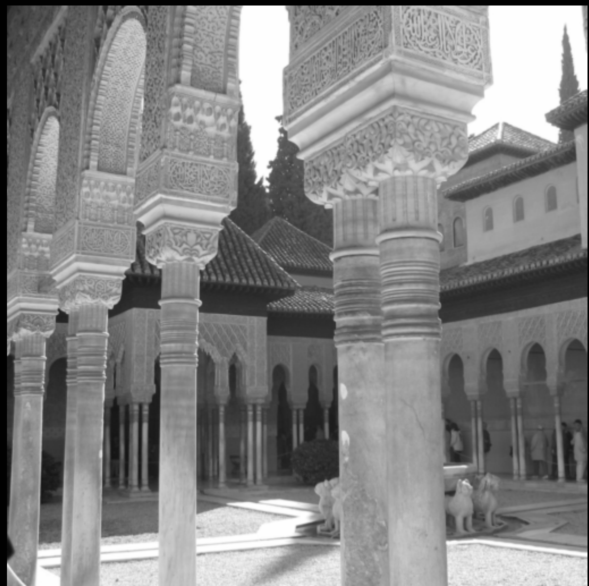
  - *Y el filtro para realzar contornos:*

$$\theta[n,m]=\psi[n,m]-\nabla^2\psi[n,m]\xrightarrow{DFT}\mathrm{O}[u,v]=\left(1-H[u,v]\right)\cdot\Psi[u,v]$$

Operadores LSI: Realce de contornos

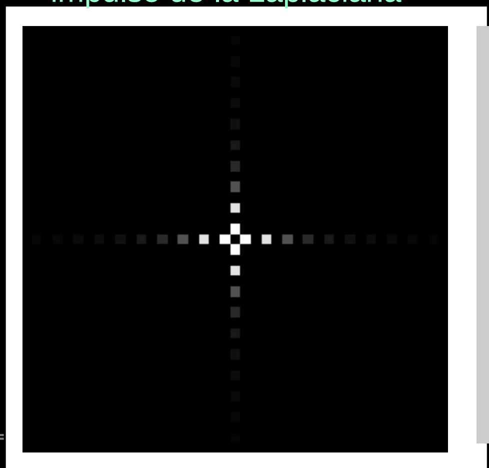
Realce en frecuencia con Laplaciana

Original

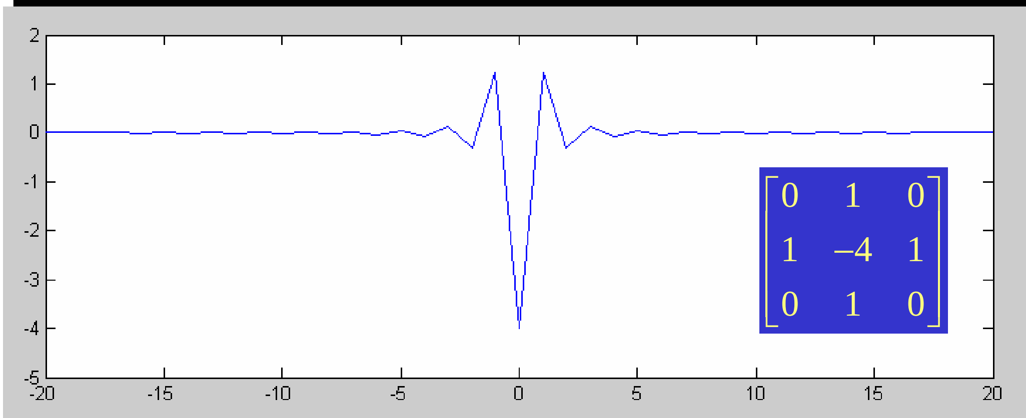


Filtrada

Detalle de la respuesta al impulso de la Laplaciana



Detalle 1D de la respuesta al impulso de la Laplaciana



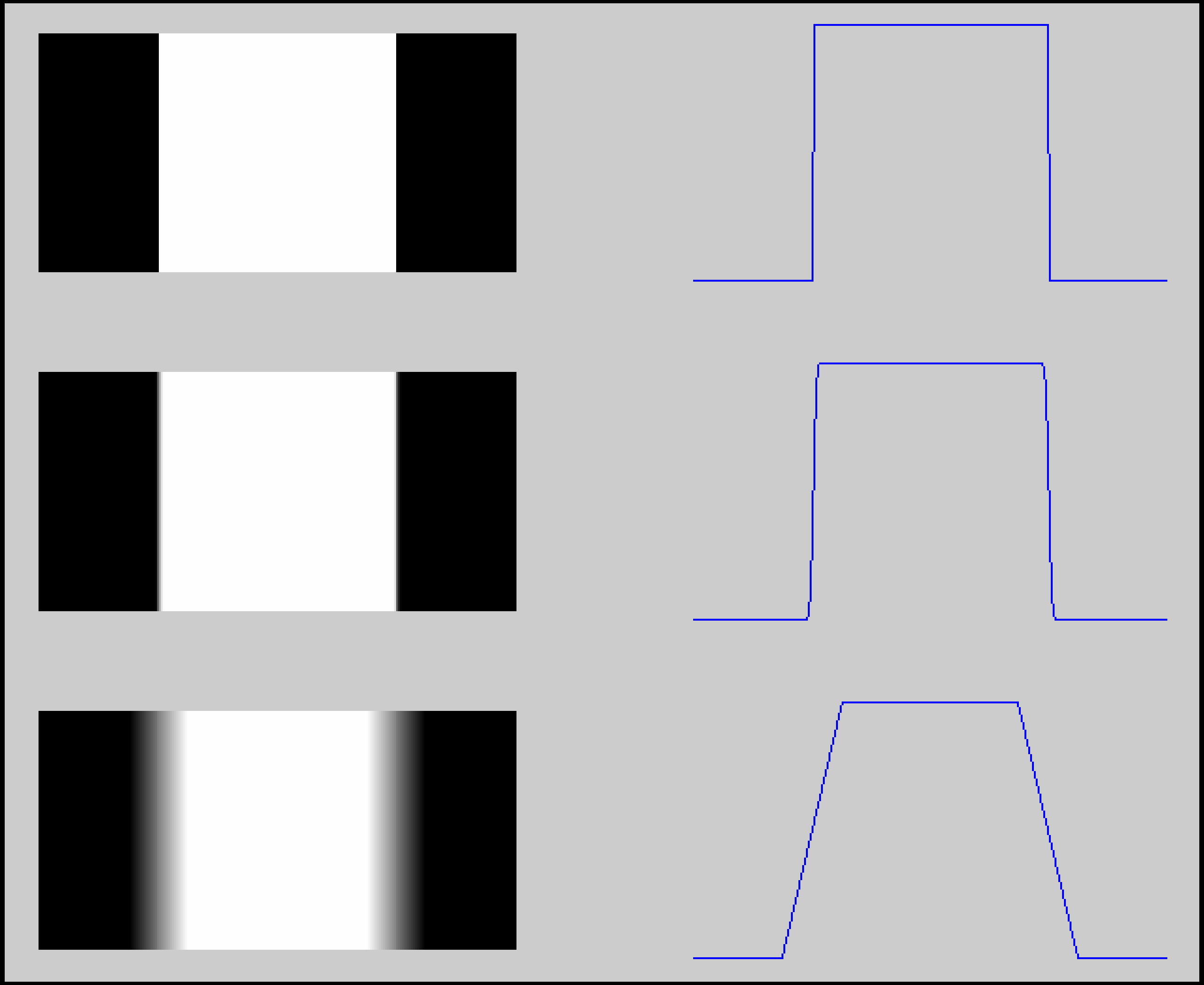
- Base de técnicas de más alto nivel.
- Bordes (*edges*) y contornos (*boundaries*):
  - *Borde: variación local significativa, es decir superior a un cierto umbral, del nivel de luminancia, en una dirección dada. Píxeles de borde, segmentos de borde.*
  - *Contorno: conjunto de píxeles conectados que limitan dos regiones contiguas.*
- Modelado de bordes:
  - *Bordes ideales.*
  - *Bordes no ideales y modelo en rampa.*

Operadores LSI:
Detección y localización de bordes

Ideal

Suavizado con filtro binomial de orden 5

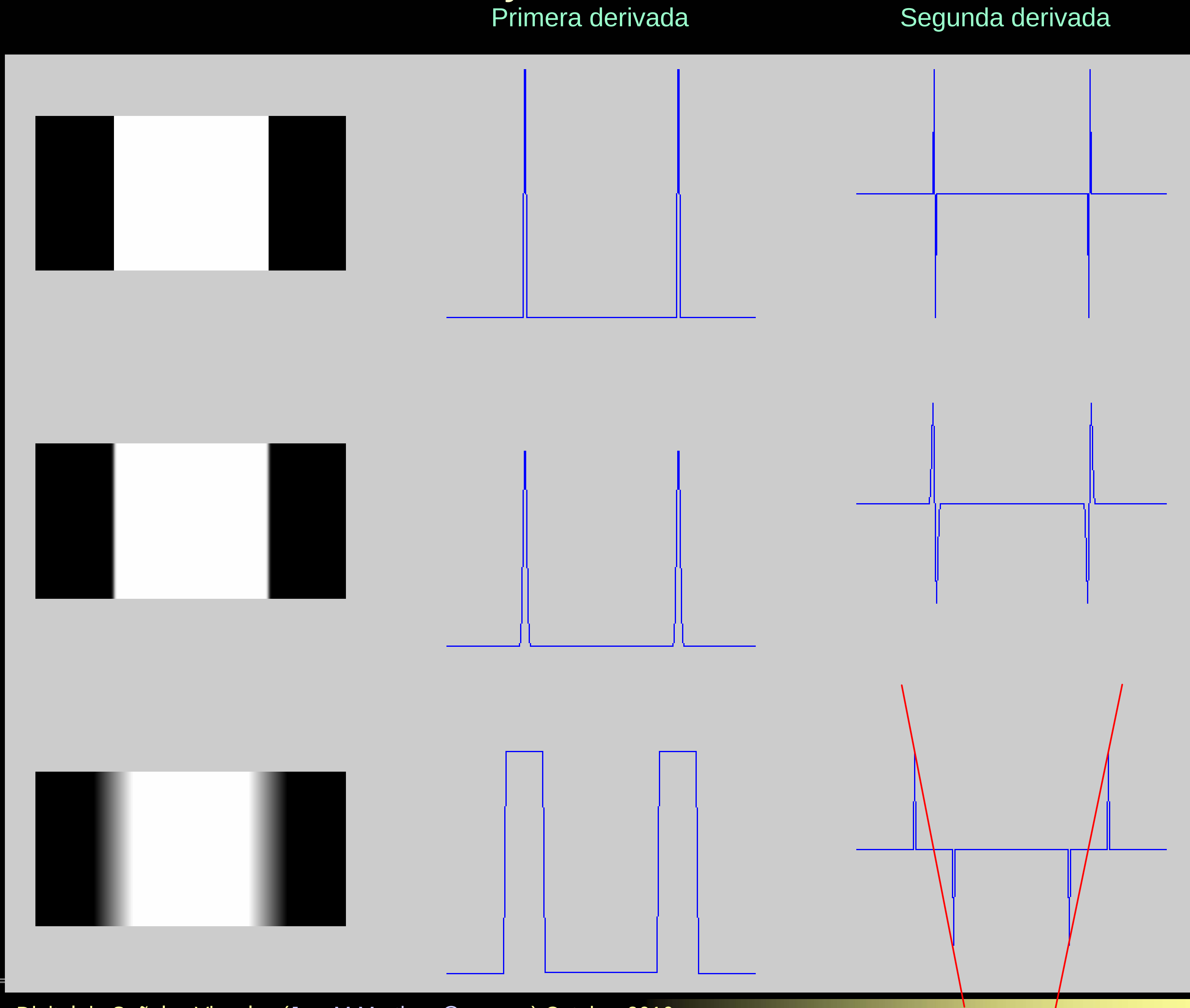
Modelo en rampa



Efecto de la primera y segunda derivada sobre un borde:

- *La primera derivada permite localizar variaciones de la luminancia*
- *La segunda derivada indica los puntos en que comienza y termina la variación, y el punto 'medio' de ésta ('zero-crossing').*
- *Posibilidad de utilizar estas herramientas como detectores.*

Operadores LSI:
Detección y localización de bordes



Efecto del ruido sobre estos operadores:

- *Aunque el ruido sea apenas perceptible en una imagen, su efecto sobre la primera y segunda derivada es notable.*

Operadores LSI: Detección y localización de bordes

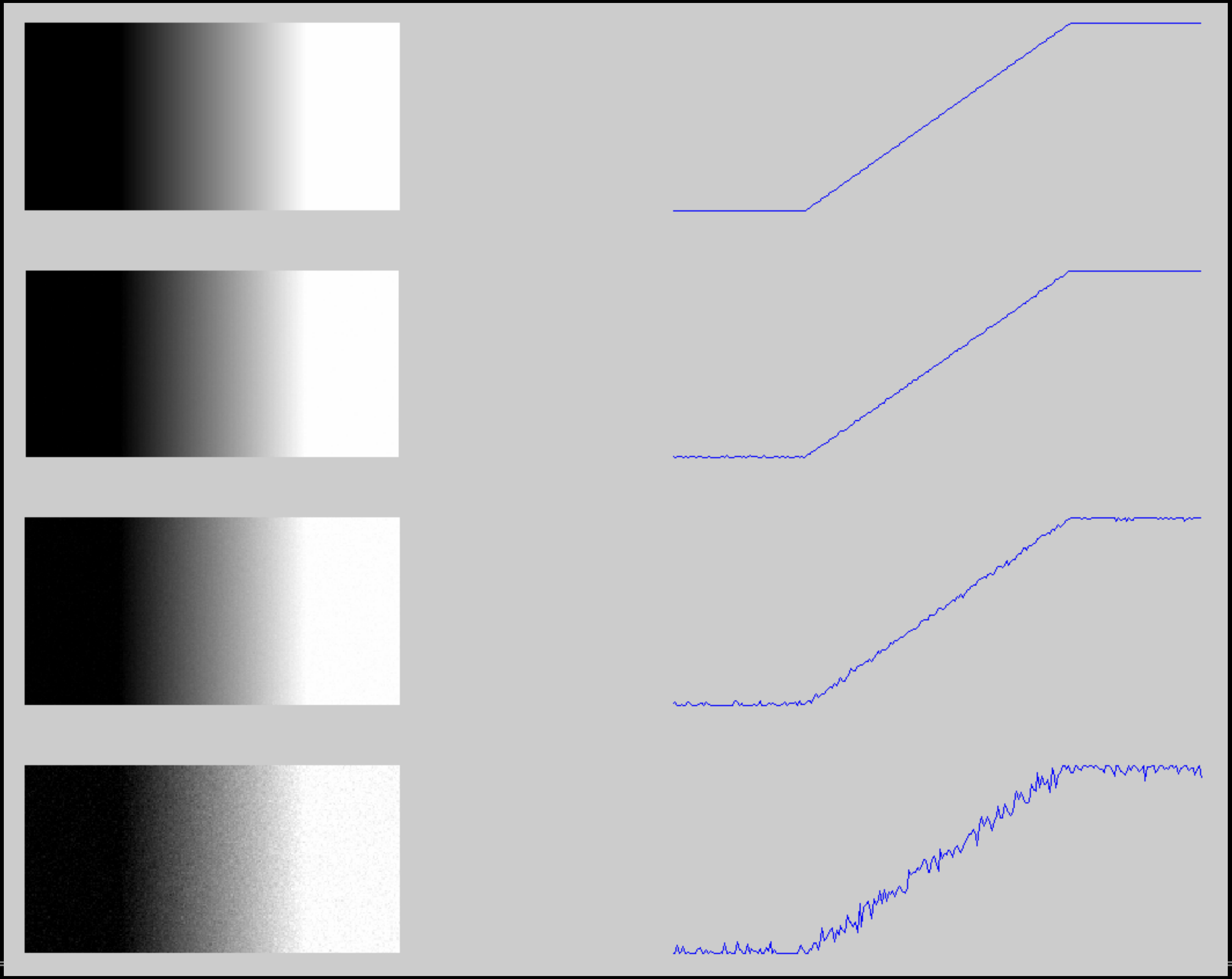
Borde con ruido gaussiano de distintas varianzas　　　　Perfil

$\sigma^2 = 0$

$\sigma^2 = 10^{-5}$

$\sigma^2 = 10^{-4}$

$\sigma^2 = 10^{-3}$



Operadores LSI: Detección y localización de bordes

Primera derivada (Prewitt):

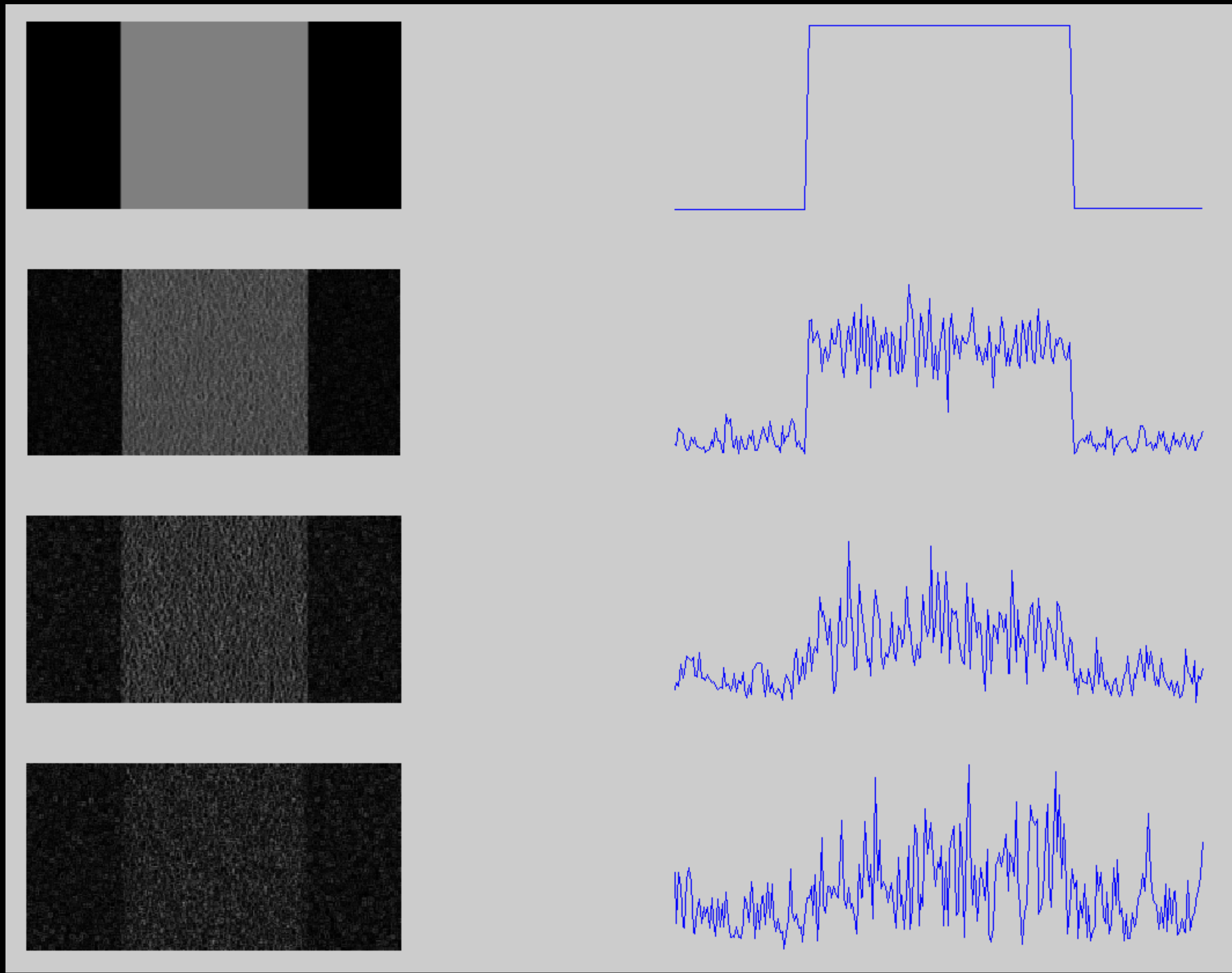
Perfil

$\sigma^2 = 0$

$\sigma^2 = 10^{-5}$

$\sigma^2 = 10^{-4}$

$\sigma^2 = 10^{-3}$



Detección y localización de bordes

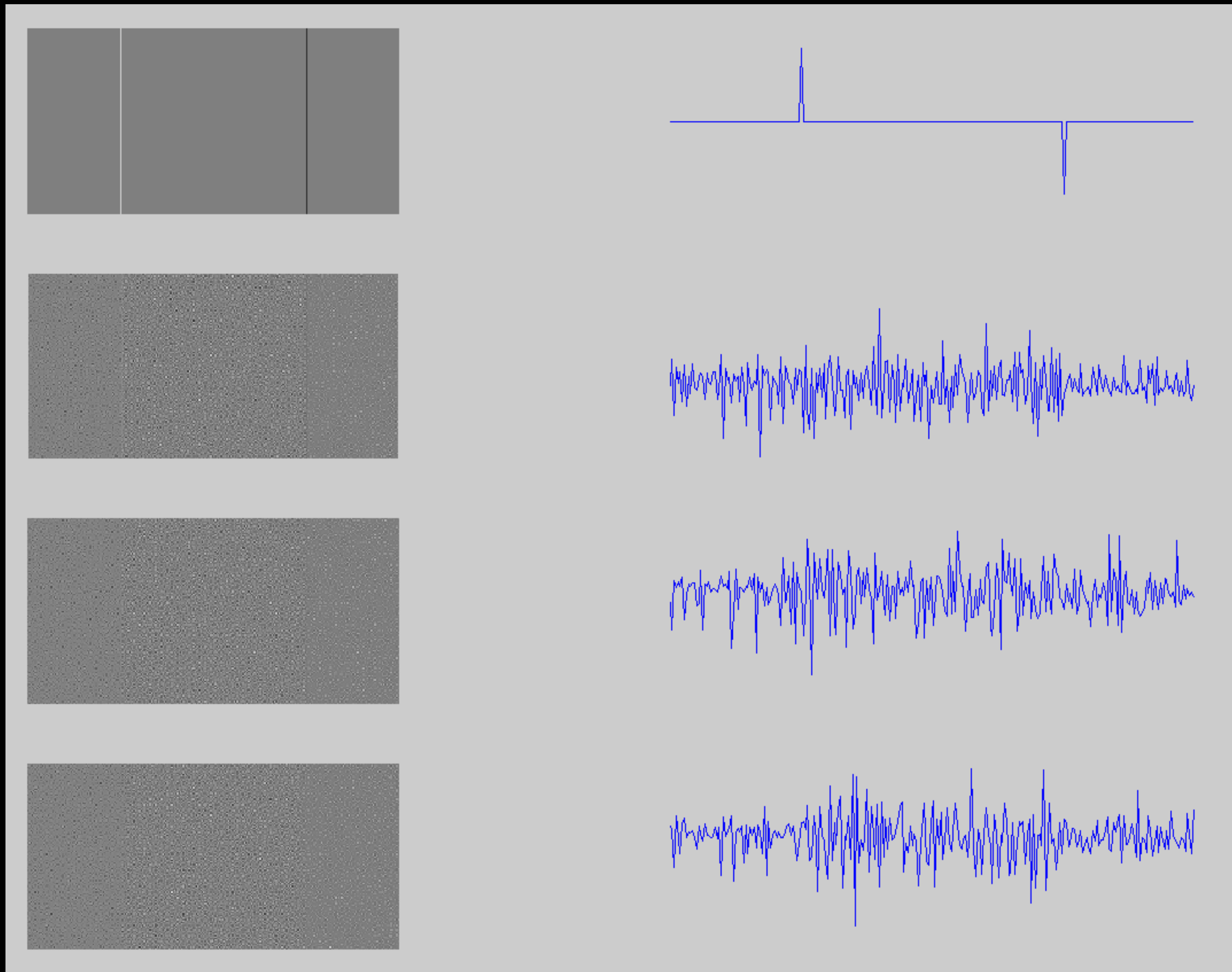
Segunda derivada (Laplaciana) Perfil

$\sigma^2 = 0$

$\sigma^2 = 10^{-5}$

$\sigma^2 = 10^{-4}$

$\sigma^2 = 10^{-3}$



Detección de bordes

- *Basada en el gradiente: suavizado ligero del operador de Sobel, suavizado previo para controlar el nivel de detalle, bordes gruesos, posibilidad de conocer la dirección del borde:*

$$\alpha_{\nabla} = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$ *, con* $$G_x = \frac{\partial \psi}{\partial x},\ G_y = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

- *Basada en la Laplaciana: localización precisa del borde a partir de los cruces por cero, imprescindible un suavizado previo que resulta en el operador LoG.*

Operadores LSI: Detección y localización de bordes

Gradiente Sobel

Umbralizada

Operadores LSI:
Detección y localización de bordes

LoG

Umbralización y cruces por cero

Índice

Ajustes geométricos

- Transformaciones que modifican la posición de los píxeles de la imagen pero, en el caso de imágenes continuas, no sus valores.

$$\psi(x,y) \xrightarrow{T} \theta(x',y') / (x',y') = T(x,y)$$

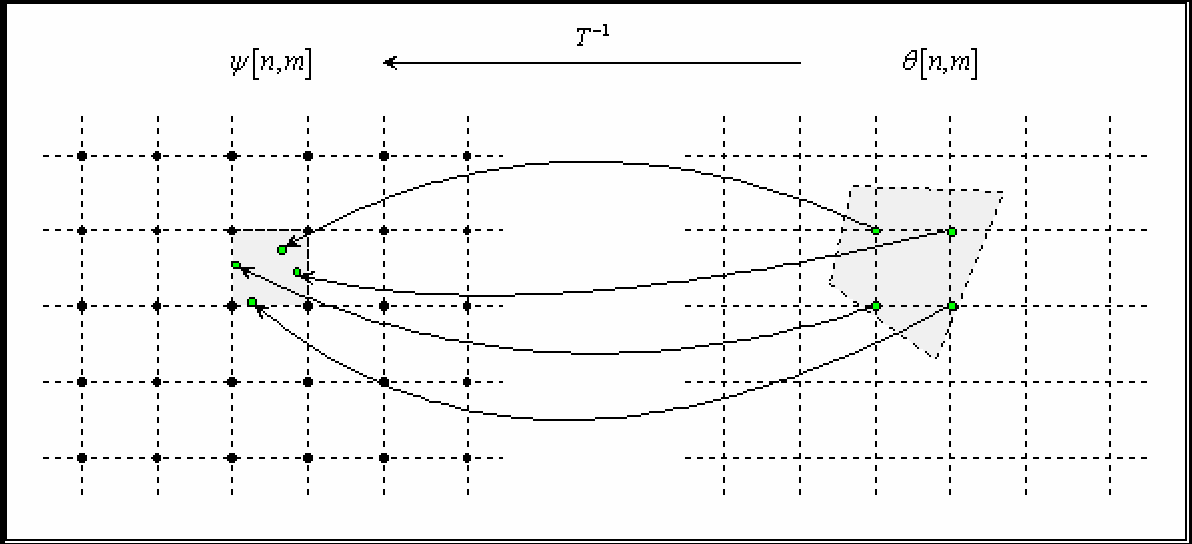
- La posición transformada en general no resulta en un par de coordenadas enteras, lo que en el caso de imágenes discretas exige interpolar.

$$\psi[n,m] \xrightarrow{T} \theta[n',m']$$

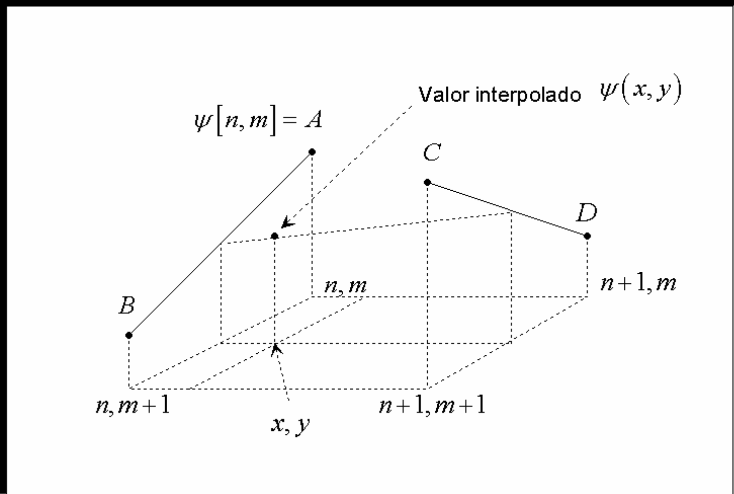
$$\begin{array}{ccc} (n',m') & \xrightarrow{T^{-1}} & (x,y) \\ n',m' \in \mathbb{Z} & & x,y \in \mathbb{R} \end{array} , \qquad \theta[n',m'] = \psi(x,y) = f(\psi[n,m])$$

Ajustes geométricos

Obtención de la posición origen de cada punto transformado



Interpolación bilineal del valor origen y transformado



- Transformaciones afines: desplazamientos, rotaciones y escalados.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

Rotación:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\varphi \simeq 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi \simeq 1 \\ \sin\varphi \simeq \theta \end{cases} \Rightarrow \qquad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi \\ \varphi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Desplazamiento:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$$

Escalado:

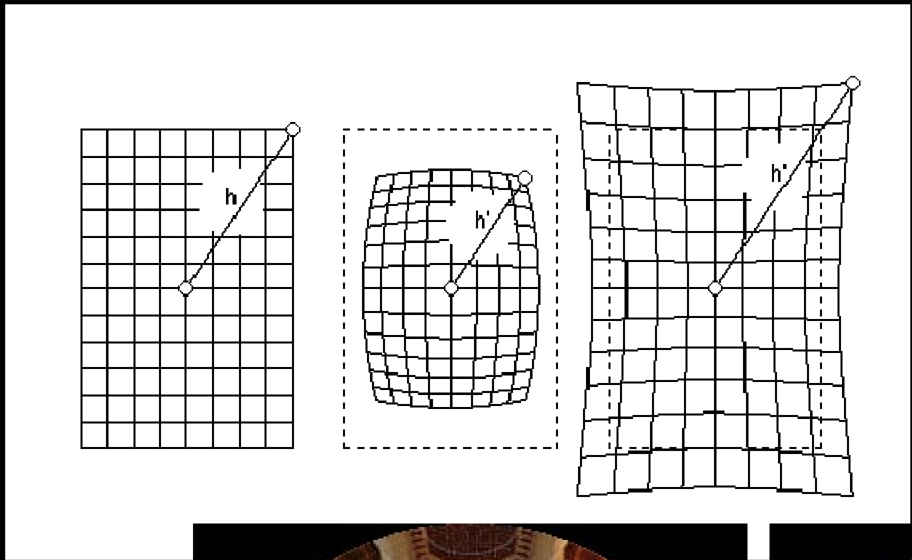
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Transformación afín:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \rho \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

Ajustes geométricos:
Ajustes 2D – Corrección radial

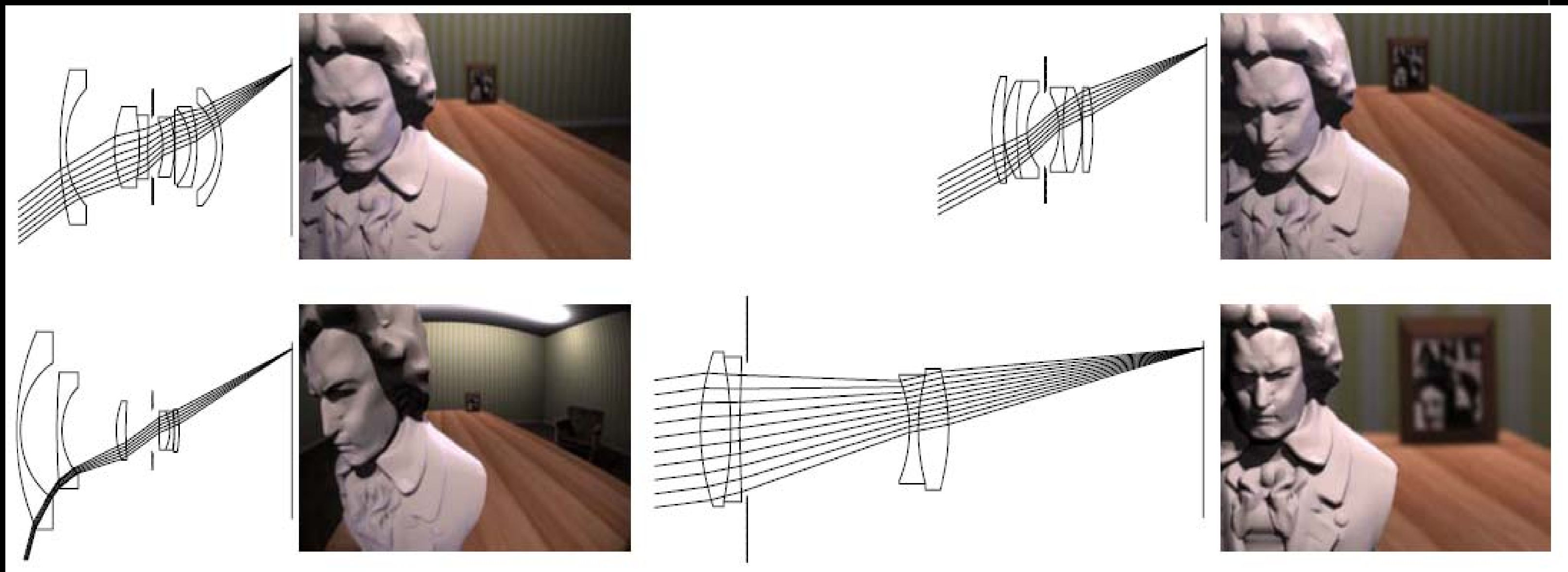
Ortographic Barrel Pincushion



Imágenes superiores extraídas de http://www.vanwalree.com
Imágenes inferiores extraídas de http://www.panotools.org

Ajustes geométricos:
Ajustes 2D – Corrección radial

Gran angular (35 mm) | Doble gausiana (50 mm)



Ojo de pez (16 mm) | Teleobjetivo (200 mm)

Imagen extraída de Paul E. Haeberli, Kurt Akeley, "The accumulation Buffer: Hardware support for high-quality rendering", Computer Graphics, SIIGRAPH '90

Corrección radial

- *Sistemas métricos (fotogrametría) versus sistemas no-métricos.*
- *Esquemas basados en funciones de proyección radial.*
- *Esquemas basados en aproximaciones polinómicas.*

Ajustes geométricos: Ajustes 2D – Corrección radial

Perspectiva	Estereográfica	Equidistancia	Angulo sólido	Ley del seno
$r(\alpha) = f.\tan(\alpha)$	$r(\alpha) = f.\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	$r(\alpha) = f.\alpha$	$r(\alpha) = f.\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	$r(\alpha) = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Ajustes geométricos: Ajustes 2D – Corrección radial

Patrón de ajuste capturado

Patrón de ajuste correjido

Modelo polinómico de deformación:

$$d\left(\mathbf{x},\mathbf{x}'\right)=k_1 r_{\mathbf{x}}^2+k_2 r_{\mathbf{x}}^4+\ldots+k_n r_{\mathbf{x}}^{2n}$$

$$,\quad r_{\mathbf{x}}=d\left(\mathbf{x},\mathbf{0}\right),\quad \mathbf{x}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix},\quad \mathbf{x}'=\begin{bmatrix}x'\\y'\end{bmatrix},\quad \mathbf{0}=\begin{bmatrix}x_0\\y_0\end{bmatrix}$$

Obtención de los parámetros del modelo mediante e ajuste a rectas de puntos capturados que se sabe ‘a priori’ que están alineados.

Ajustes geométricos:
Ajustes 2D – Corrección radial

Imagen captada con un 'tele'

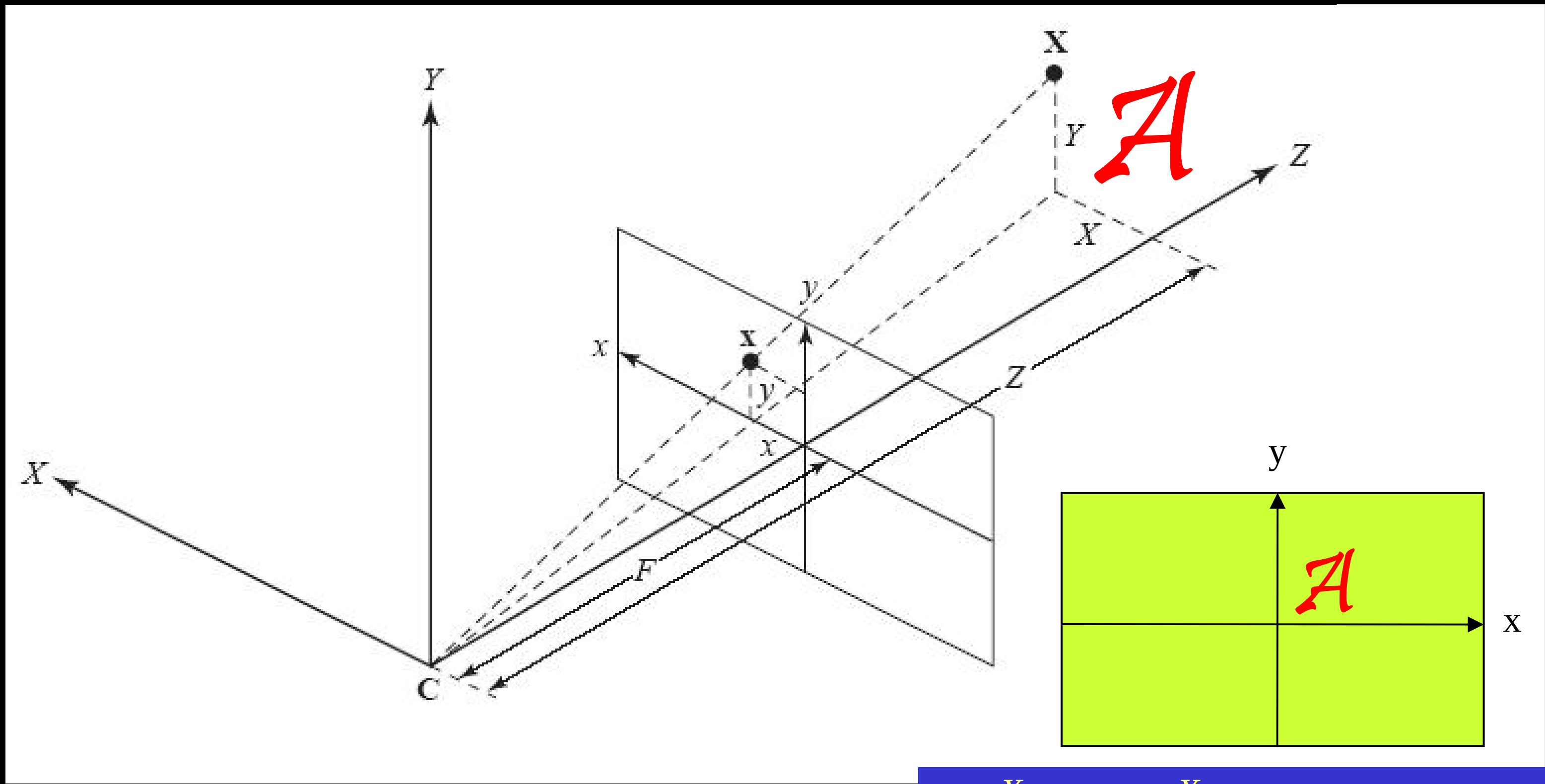
Corrección polinómica

$$k_1 = 0.5\cdot 10^{-6}, k_2 = 2.5\cdot 10^{-11}$$

$$d\left(\mathbf{x},\mathbf{x}'\right) = k_1 r_{\mathbf{x}}^2 + k_2 r_{\mathbf{x}}^4 + \ldots + k_n r_{\mathbf{x}}^{2n}$$

$$, \quad r_{\mathbf{x}} = d\left(\mathbf{x},\mathbf{0}\right), \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{0} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

- Imágenes resultantes de un proceso de proyección.

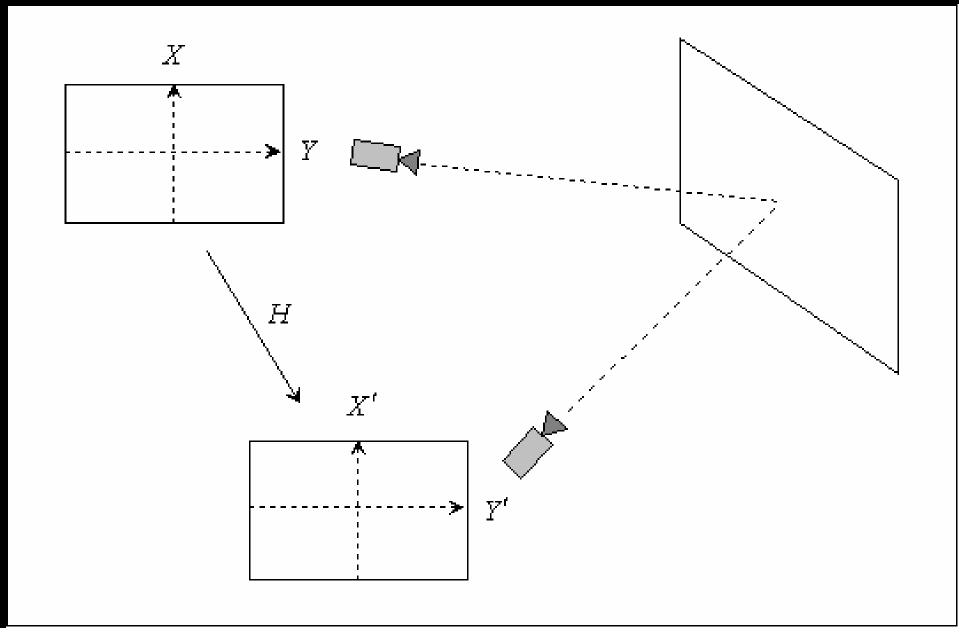


Ecuaciones que modelan el proceso de proyección en coordenadas afines:

$$\frac{x}{F}=\frac{X}{Z} \quad \frac{y}{F}=\frac{Y}{Z} \Rightarrow x=F\frac{X}{Z} \quad y=F\frac{Y}{Z} \Rightarrow \mathbf{p}=\mathbf{x}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{F}{Z}\begin{bmatrix}X\\Y\end{bmatrix}$$

- La geometría proyectiva ofrece un marco lineal para el tratamiento de estas situaciones.

- Homografías o transformaciones proyectivas: describen la transformación que experimenta un plano proyectado cuando la posición del observador (o de la cámara) varía.

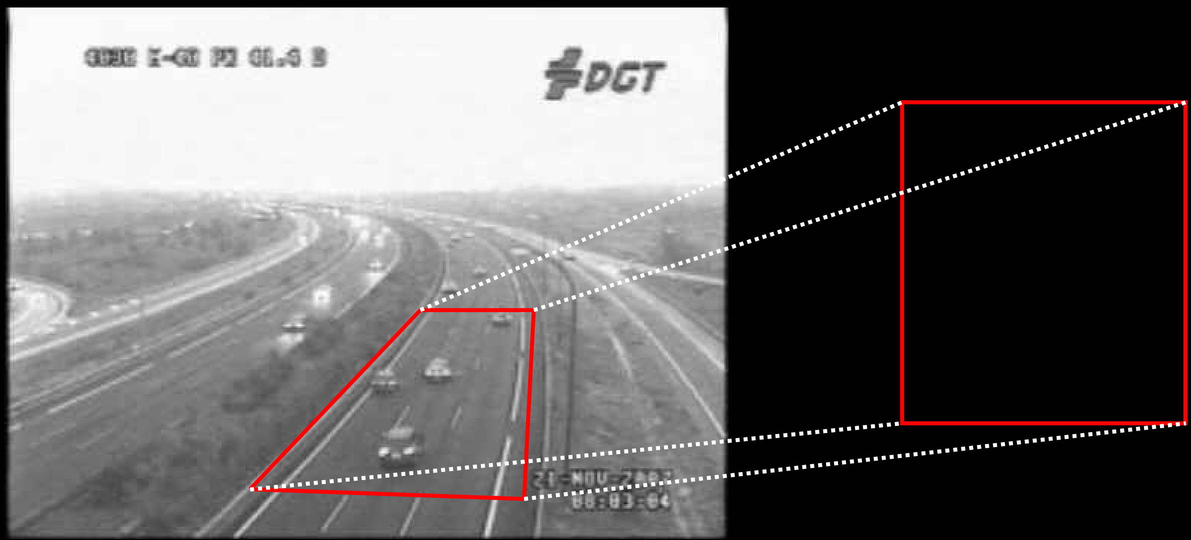


$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ T' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{x}' \approx \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} \;\Rightarrow\; \begin{cases} x' = \dfrac{h_{11}x + h_{12}y + h_{13}}{h_{31}x + h_{31}y + h_{33}} \\[2ex] y' = \dfrac{h_{21}x + h_{22}y + h_{23}}{h_{31}x + h_{31}y + h_{33}} \end{cases}$$

Ajustes básicos basados en la aplicación de homografías:

- *Cambios del punto de vista para facilitar tareas de análisis.*

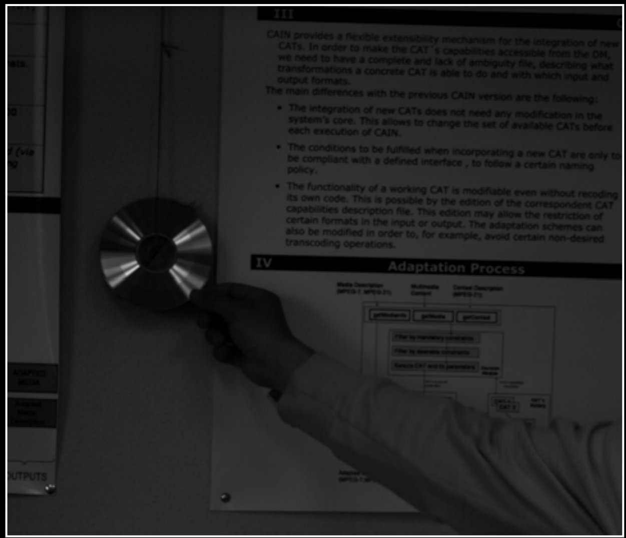
Corrección del punto de vista para
análisis cenital



- Ajustes básicos basados en la aplicación de homografías:
  - *Cambios del punto de vista para facilitar tareas de análisis.*
  - *Ajuste de imágenes captadas por distintas posiciones de la cámara.*

Ajustes geométricos: Ajustes 3D

Corrección de perspectiva en sistemas multicámara

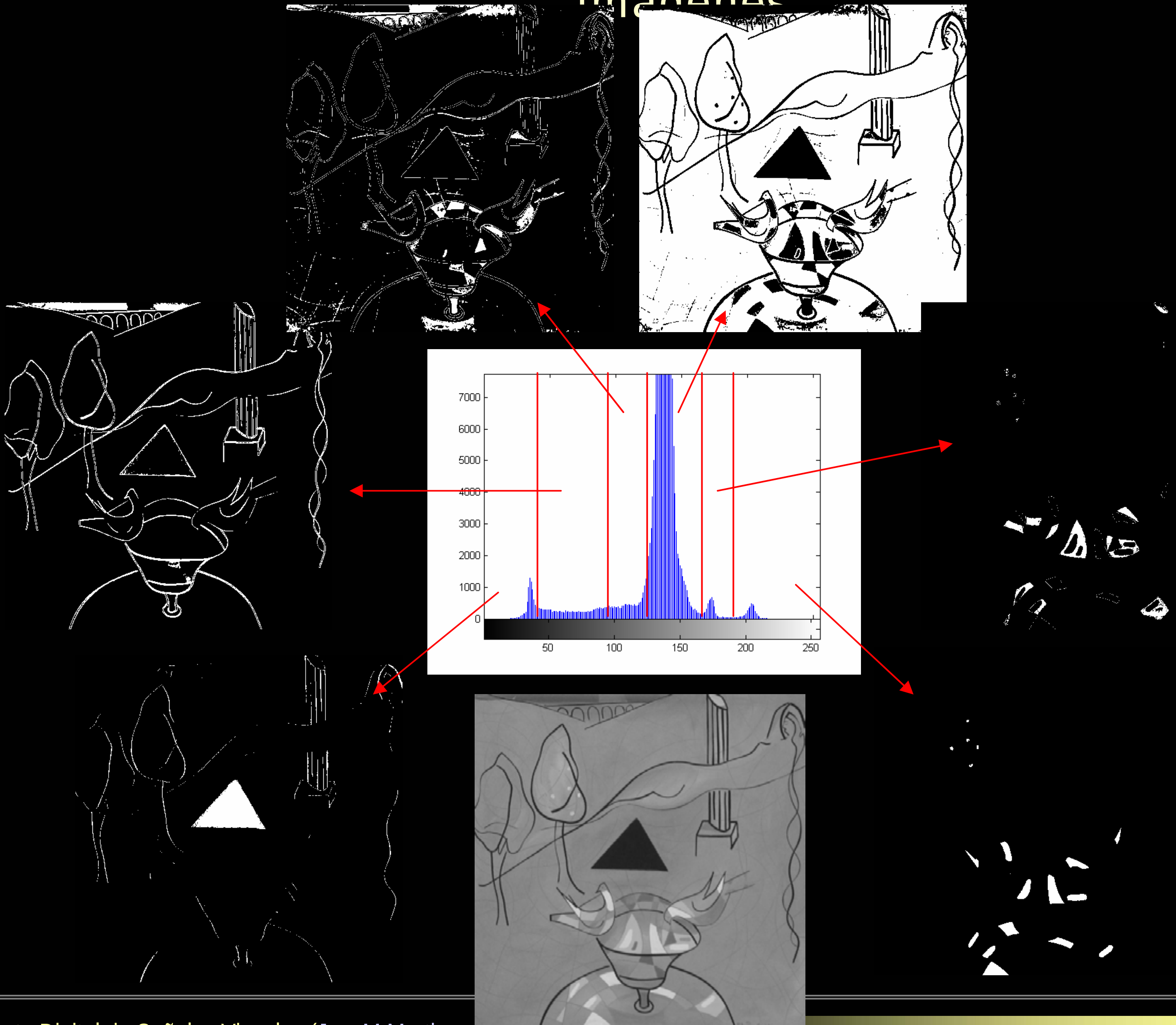


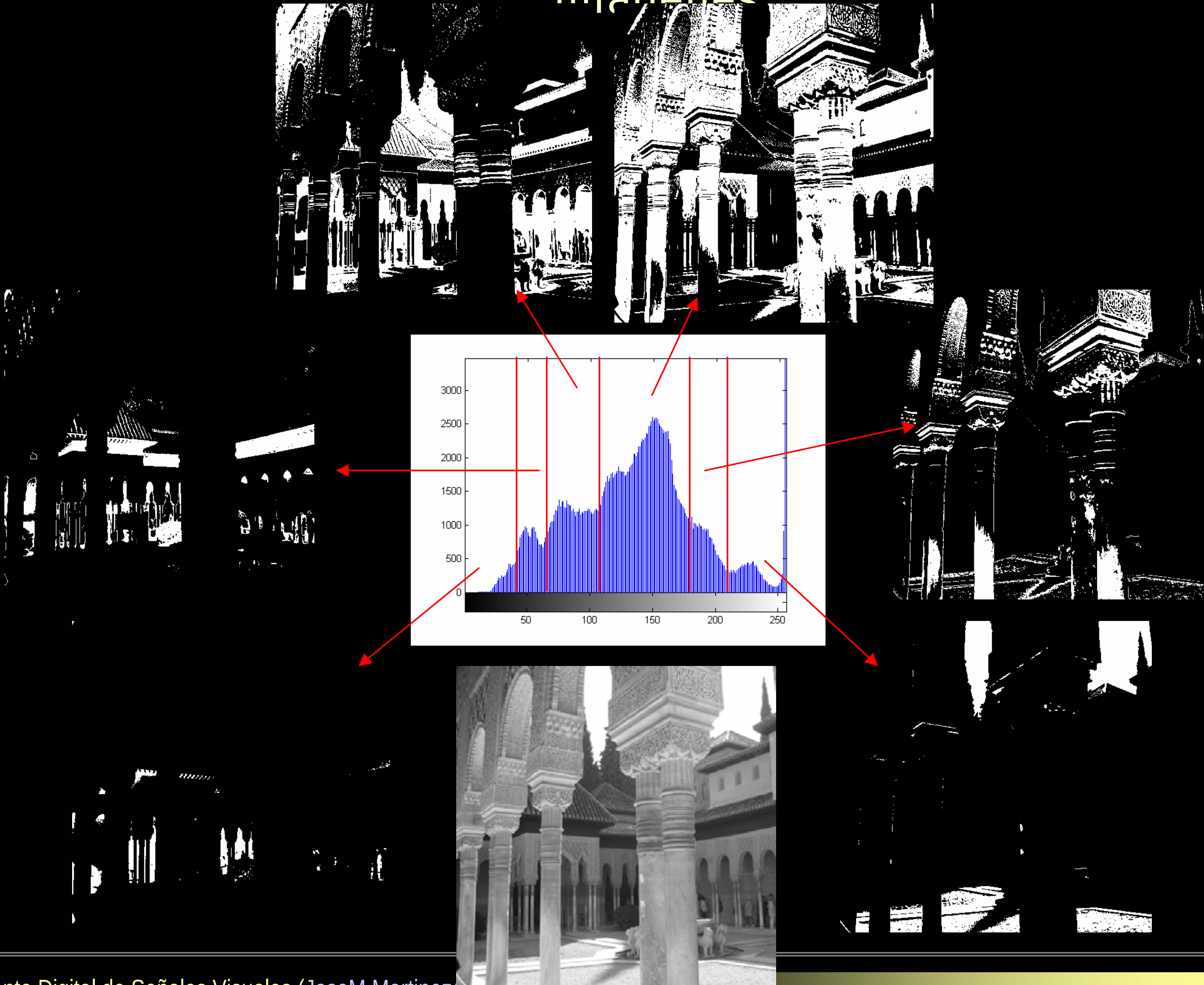
Índice

Aproximación geométrica al tratamiento de imágenes

- Aplicación – elementos de interés – modelos – técnicas asociadas.
- Modelos de imagen y sus limitaciones:
  - *Valor de los píxeles: operadores puntuales.*
  - *Señal 2D: interpretación frecuencial, filtrado, transformadas lineales.*
  - *Conjunto de objetos o formas 2D: técnicas morfológicas.*

Operadores morfológicos:
Aproximación geométrica al tratamiento de imágenes




3000
2500
2000
1500
1000
500
0
50
100
150
200
250

Operadores morfológicos: Aproximación geométrica al tratamiento de imágenes

Original

Promedio 5x5

Promedio 15x15

Gradiente > 30

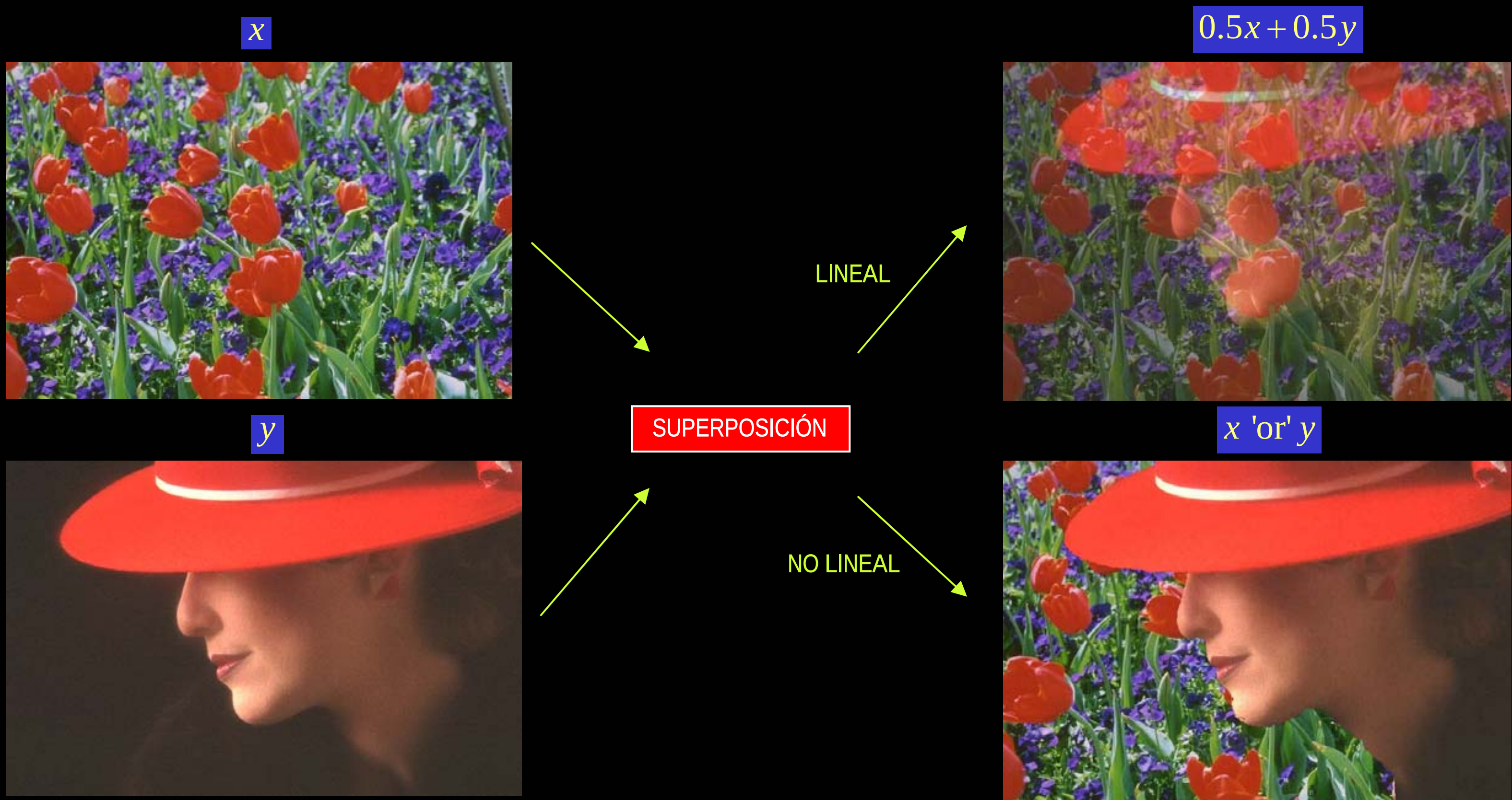
Gradiente > 10

- Caracterización del contenido de una imagen desde el punto de vista geométrico o morfológico:
  - *Transformadas basadas en formas: Transformada de Hough.*
  - *Enfoque teórico alternativo basado en agrupaciones o conjuntos de píxeles: Retículos (Lattices), Conjuntos de nivel (Level sets).*

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Superposición lineal e imágenes; alternativas.

Superposición de imágenes



Operadores morfológicos: Marco de análisis

- Esquema general: señales organizadas en una estructura matemática sobre la que se diseñan un cierto tipo de operadores.
- Esquema *tradicional* lineal:
  - *Señales como elementos de un espacio vectorial.*
  - *El impulso unidad como función básica.*
  - *Diseño de operadores: convolución, kernel (respuesta al impulso).*
  - *Variedad de operadores basada en el diseño de kernels o máscaras.*

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Estructura matemática: espacio vectorial de funciones

- Elementos: campo de las funciones reales de variable discreta.
- Operaciones: adición, producto por un escalar.

$$V = \left\langle \left\{ x[n] \right\}, +, \cdot \right\rangle \ , \ n \in \mathbb{Z} \ , \ x[n] \in \mathbb{R}$$

Función básica: el impulso unidad, $\delta_V[n]$.

- Señal como superposición (suma, producto por un escalar) de funciones básicas desplazadas:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta_V[n-k]$$

Diseño de operadores (operación + kernel) :

- Preservan la estructura: $x_1[n] = x_2[n] \Rightarrow T\{x_1[n]\} = T\{x_2[n]\}$
- Compatibles con las operaciones de la estructura.
- Invariantes a desplazamientos.

$$y[n] = T\{x[n]\} = T\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,\delta_V[n-k] \right\} =$$

$$= \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty}}_{\text{COMPATIBLE (LINEAL)}} x[k]\,T\{\delta_V[n-k]\} \underbrace{=}_{\text{INVARIANTE}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,h[n-k] = x[n] \overset{\text{OPERACIÓN}}{*} \underbrace{h[n]}_{\text{KERNEL}}$$

OPERACIÓN ← CONVOLUCIÓN

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Esquema basado en retículos:

- *Señales como elementos de un retículo.*
- *El 'punto' como función básica.*
- *Diseño de operadores: dilatación y erosión, kernel (elemento estructurante).*
- *Variedad de operadores basada en su combinación. Elementos estructurantes planos.*

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Estructura matemática: retículo de funciones

- Retículo: conjunto de elementos sobre los que se define una relación parcial de orden ($\leq$).
- Operaciones: *supremo* ($\vee$) e *ínfimo* ($\wedge$), que son duales.

$$L = \left\langle \{x\}, \vee, \wedge \right\rangle \ , \ x \in \mathbb{R}$$

Elementos: campo de las funciones reales de variable discreta.

- Sobre este nuevo campo hay elementos en los que no es posible establecer una relación $\leq$.

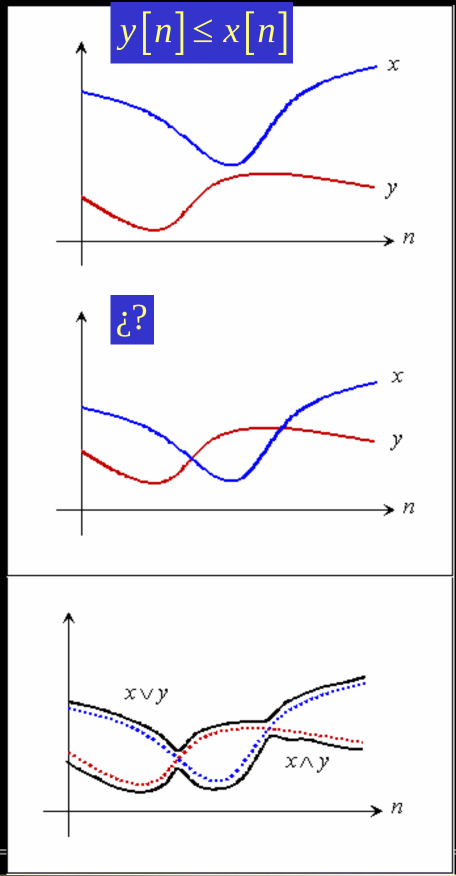
$$x \leq y \Leftrightarrow x[n] \leq y[n] \ , \ \forall n \in \mathbb{Z}$$

- Necesidad de definir el significado de las operaciones 'sup' e 'inf' sobre este nuevo campo:

$$z = x \vee y \Rightarrow z[n] = Max\{x[n], y[n]\} \ , \ \forall n \in \mathbb{Z}$$
$$z = x \wedge y \Rightarrow z[n] = Min\{x[n], y[n]\} \ , \ \forall n \in \mathbb{Z}$$

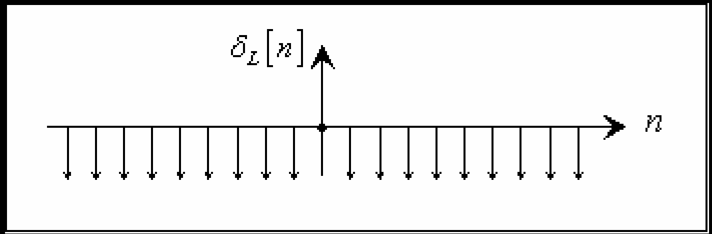
- Inclusión de la operación 'suma por un escalar' en la estructura:

$$L = \left\langle \{x[n]\}, \vee, \wedge, + \right\rangle \ , \ n \in \mathbb{Z} \ , \ x[n] \in \mathbb{R}$$

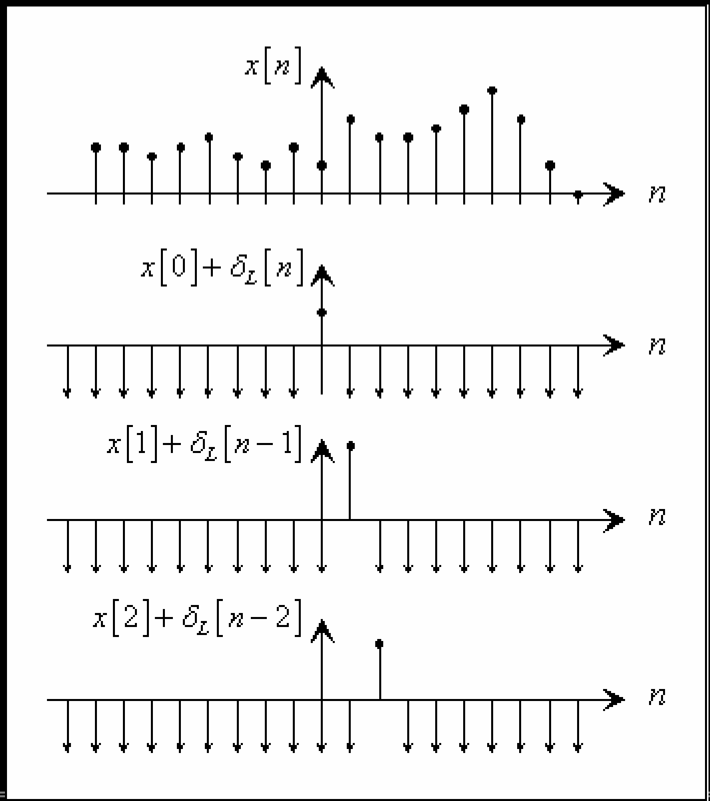


Operadores morfológicos: Marco de análisis

Función básica: el 'punto'



$$\delta_L[n] = \begin{cases} 0 & , n = 0 \\ -\infty & , resto \end{cases}$$



Señal como superposición (supremo+suma por un escalar) de funciones básicas desplazadas:

$$x[n] = \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] + \delta_L[n-k] \right)$$

Caso dual: señal como superposición (ínfimo+suma por un escalar) de funciones básicas desplazadas:

$$x[n] = \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] - \delta_L[n-k] \right)$$

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Diseño de operadores (operación + kernel) :

- Preservan la estructura: $x_1[n] \le x_2[n] \Rightarrow T\{x_1[n]\} \le T\{x_2[n]\}$
- Compatibles con las operaciones de la estructura.
- Invariantes a desplazamientos.

$$y[n] = T\{x[n]\} = T\left\{ \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] + \delta_L[n-k] \right) \right\} =$$

$$= \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] + T\{\delta_L[n-k]\} \right) = \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] + b[n-k] \right) = x[n] \oplus b[n]$$

OPERADOR ← DILATACIÓN

COMPATIBLE

INVARIANTE

KERNEL

Operación dual:

$$y[n] = T\{x[n]\} = T\left\{ \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] - \delta_L[n-k] \right) \right\} =$$

$$= \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] - T\{\delta_L[n-k]\} \right) = \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] - b[\mathbf{k-n}] \right) = x[n] \ominus b[n]$$

OPERADOR ← EROSIÓN

KERNEL

Operadores morfológicos: Marco de análisis

Elementos estructurantes planos: $b[n] \in \{0, -\infty\}$

- Dilatación:

$$y[n] = \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] + b[n-k] \right) = \bigvee_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[n-k] + b[k] \right) = \bigvee_{k/b[k]=0} x[n-k]$$

Máximo de los valores de la señal que coinciden con los ceros del elemento estructurante invertido

- Erosión:

$$y[n] = \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[k] - b[k-n] \right) = \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} \left(x[n+k] - b[k] \right) = \bigwedge_{k/b[k]=0} x[n+k]$$

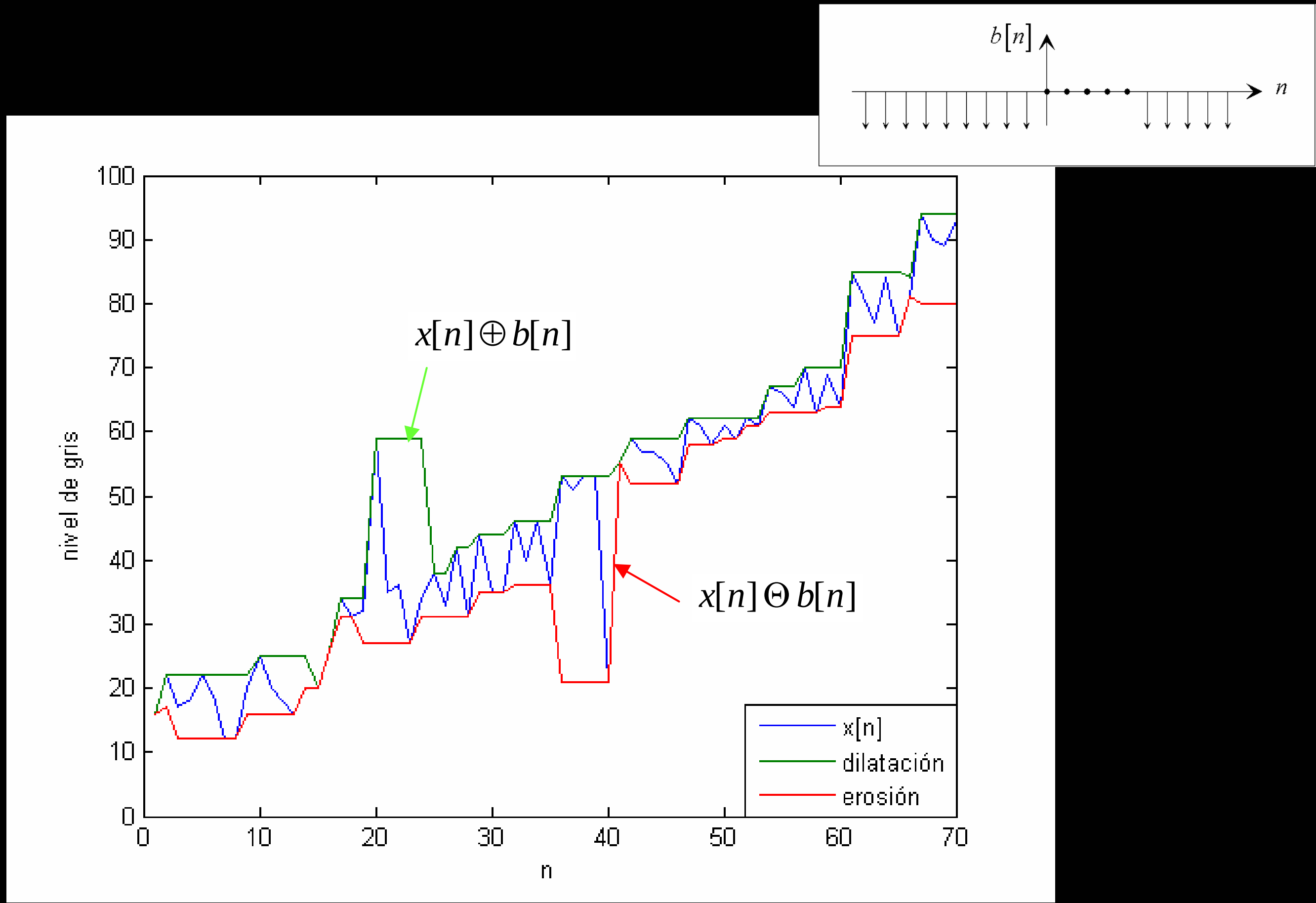
Mínimo de los valores de la señal que coinciden con los ceros del elemento estructurante

- Motivación:
  - Baja complejidad computacional: cálculo de mínimos y máximos de la señal de entrada
  - El resultado para cada 'n' es un valor de la señal de entrada: estabilidad y conservación del rango y de la precisión.
  - Preservan el contraste en los contornos *bien definidos*.

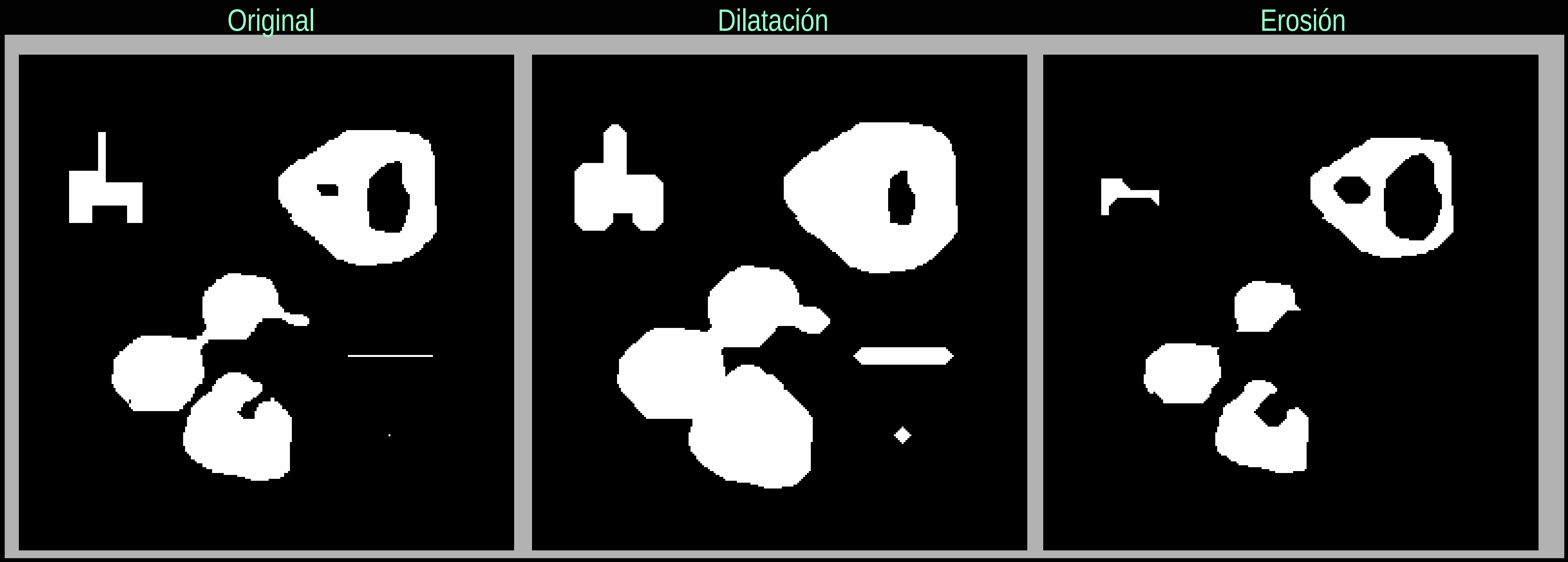
- Procedimiento de aplicación similar al de los operadores lineales:
  - Opción1: Inversión del *kernel* y aplicación sobre cada píxel.
  - Opción2: Elemento estructurante como composición de funciones básicas.

$$b[n] = \bigvee \left(\delta_L[n], \delta_L[n-1], \delta_L[n-2] \right) \Rightarrow \begin{cases} y[n] = x[n] \oplus b[n] = \bigvee \left(x[n+2], x[n+1], x[n] \right) \\ y[n] = x[n] \Theta\, b[n] = \bigwedge \left(x[n], x[n-1], x[n-2] \right) \end{cases}$$

Efecto sobre una señal 1D.



- *Efecto sobre una imagen binaria.*



x $\qquad$ $x \oplus b$ $\qquad$ $x \Theta b$

Operadores morfológicos: Dilatación y erosión

- *Efecto sobre una iamge en niveles de gris.*

Original

x

Dilatación

$x \oplus b$

Erosión

$x \Theta b$

Propiedades:

- *Distribución :*

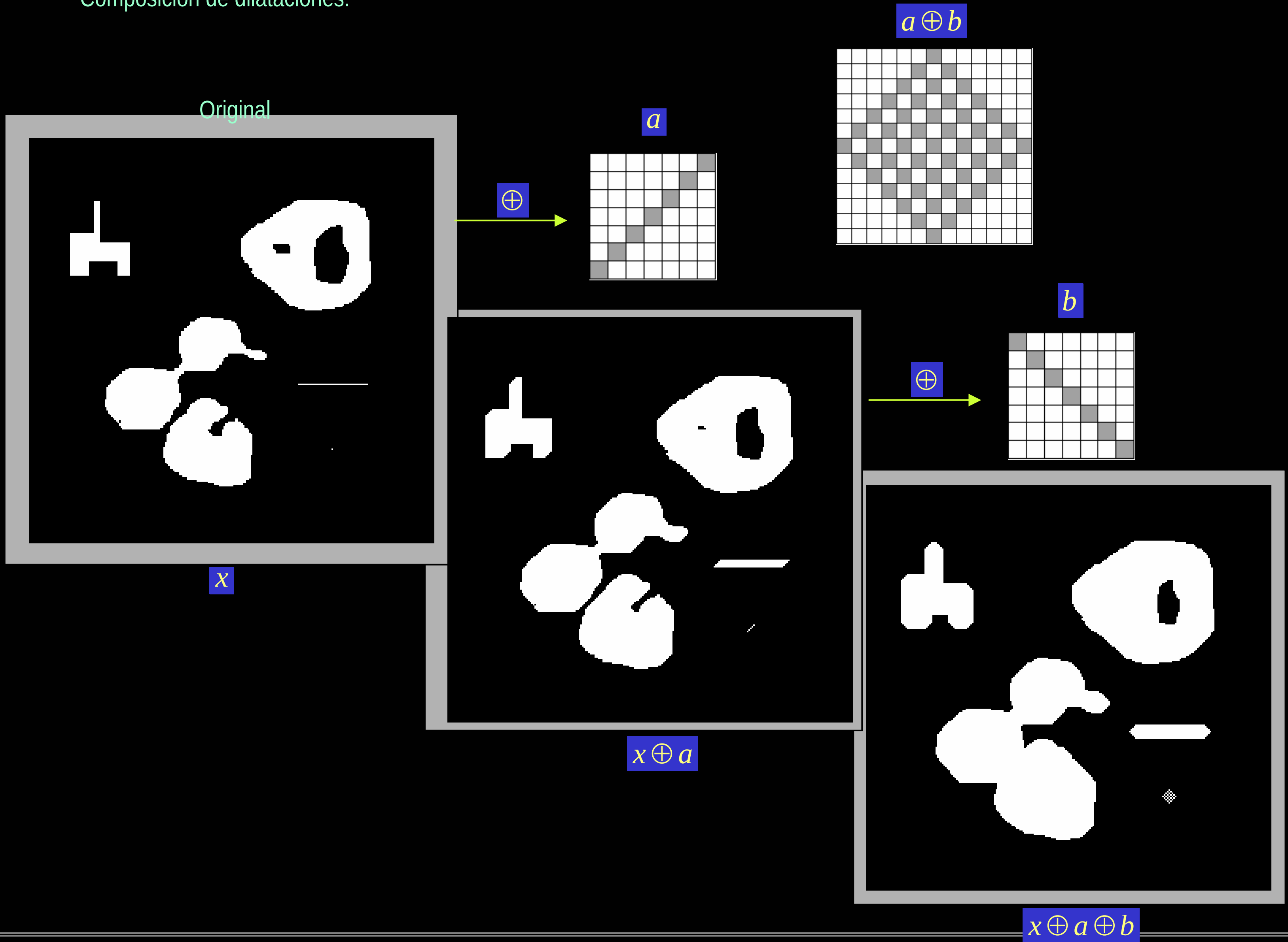
$$(x \vee y) \oplus b = (x \oplus b) \vee (y \oplus b)$$
$$(x \wedge y) \Theta b = (x \Theta b) \wedge (y \Theta b)$$

- *Composición:*

$$x \oplus a \oplus b = x \oplus c, \quad c = a \oplus b$$
$$x \Theta a \Theta b = x \Theta c, \quad c = a \oplus b$$

- *Extensividad: extensivo ($x \leq T\{x\}$) o anti-extensivo ($T\{x\} \leq x$). Si el elemento estructurante incluye el origen, la dilatación es extensiva y la erosión anti-extensiva.*

Composición de dilataciones:



Operadores morfológicos: Dilatación y erosión

- Ejemplos de aplicación
  - *Simplificación.*

x

$x \ominus b$

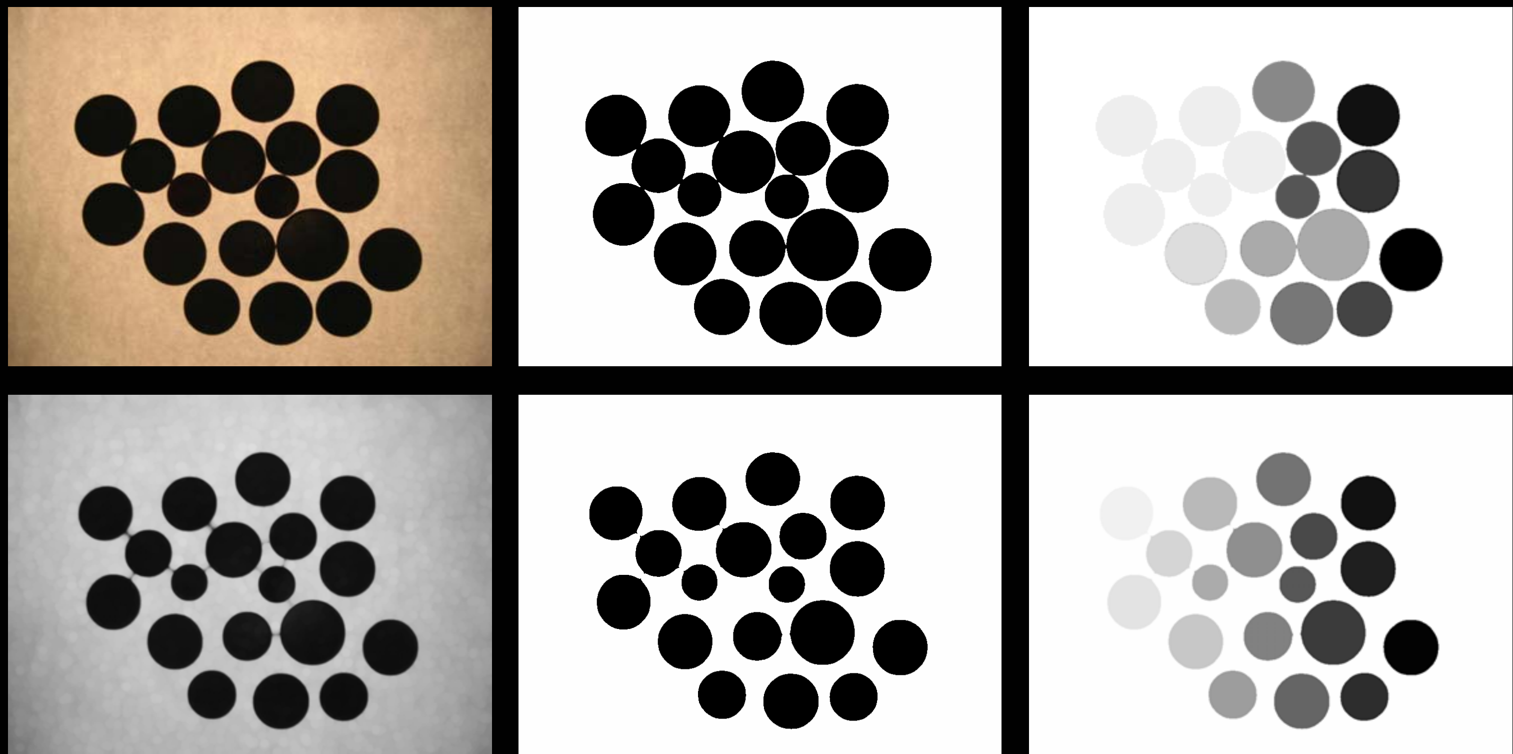
x

$x \oplus a$

Ejemplos de aplicación

- *Separación de objetos conectados por efecto de la umbralización.*

Original | Umbralizada | 11 objetos

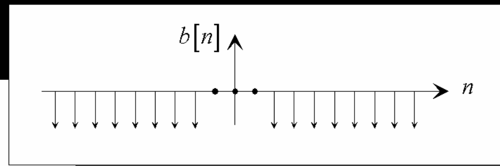


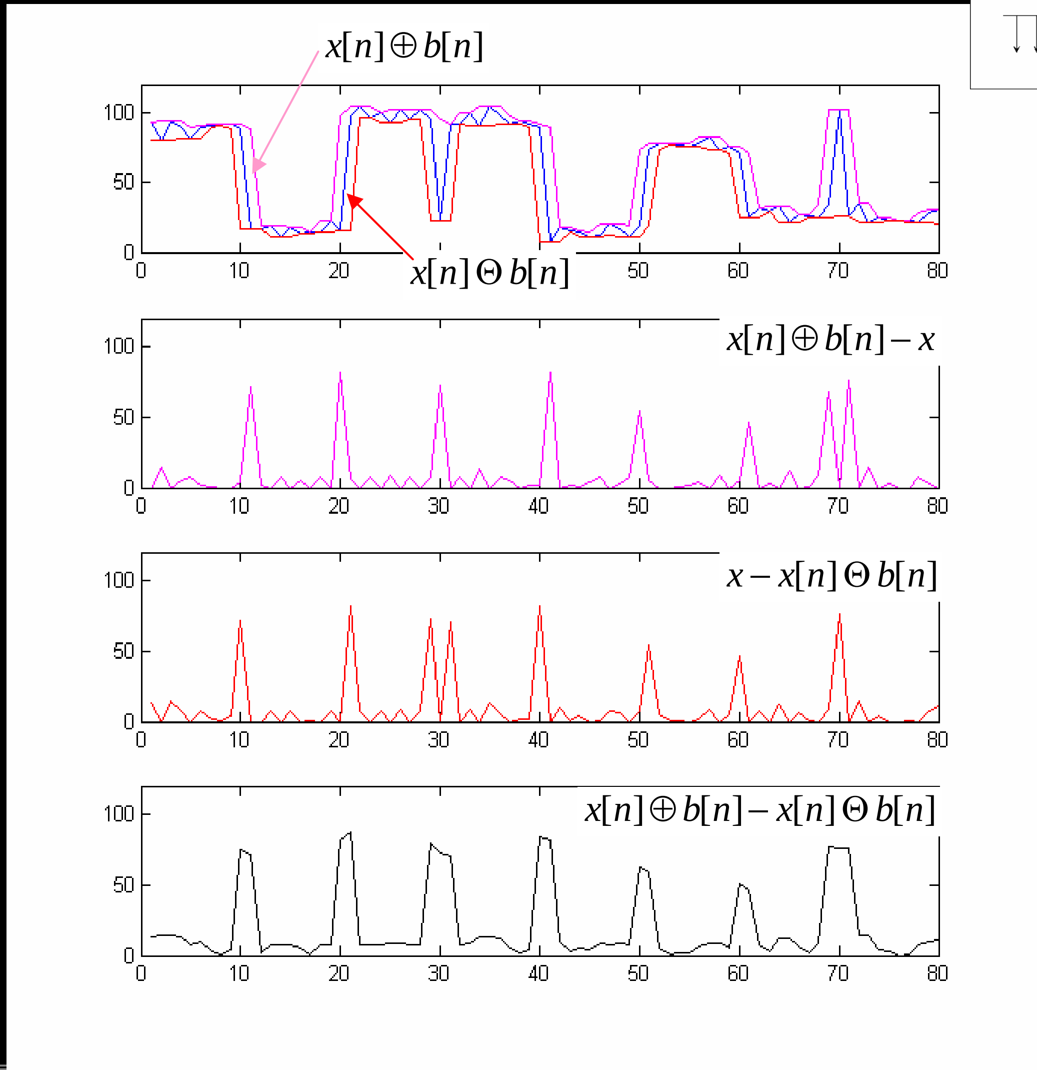
Dilatada | Umbralizada | 18 objetos

- El objetivo es resaltar los contornos.
- Posibilidades:
  - *Gradiente por dilatación:* $(x \oplus b) - x$
  - *Gradiente por erosión:* $x - (x \Theta b)$
  - *Gradiente morfológico:* $(x \oplus b) - (x \Theta b)$
- Efecto:
  - *Efecto sobre una señal 1D.*
  - *Efecto sobre una imagen binaria.*
  - *Efecto sobre una imagen en niveles de gris.*

Operadores morfológicos: Gradientes morfológicos

Gradientes morfológicos, 1D:





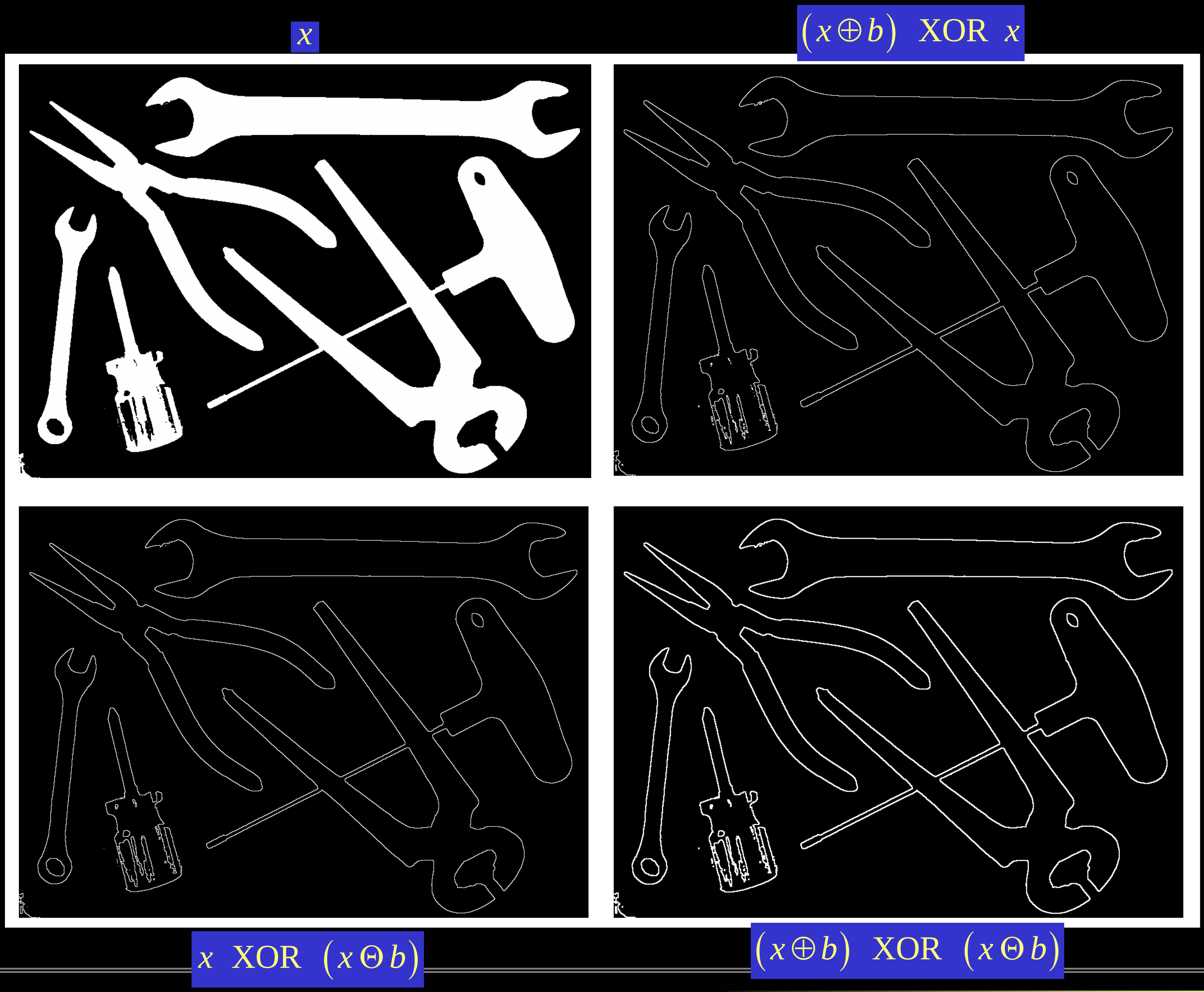
Mínimo elemento estructurante simétrico.

Marca el extremo inferior de las rampas y, en consecuencia, la posición de los mínimos.

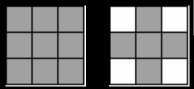
Marca el extremo superior de las rampas y, en consecuencia, la posición de los máximos.

Marca las rampas en sus dos extremos y, en consecuencia, los máximos y mínimos en tres puntos (rampa-valor-rampa)

Gradientes morfológicos, imágenes binarias:

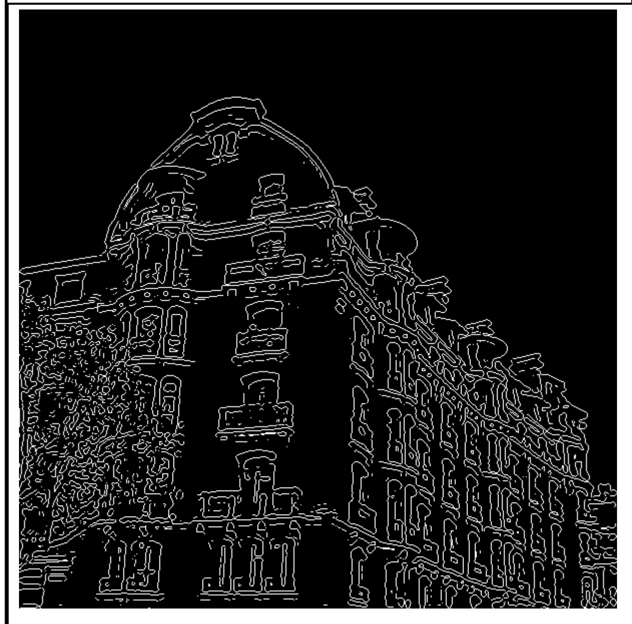


Mínimos elementos estructurantes:



Gradientes umbralizados, imágenes en niveles de gris:

$\left(x \oplus b\right) - x$



LoG.

Composición de los dos operadores básicos:

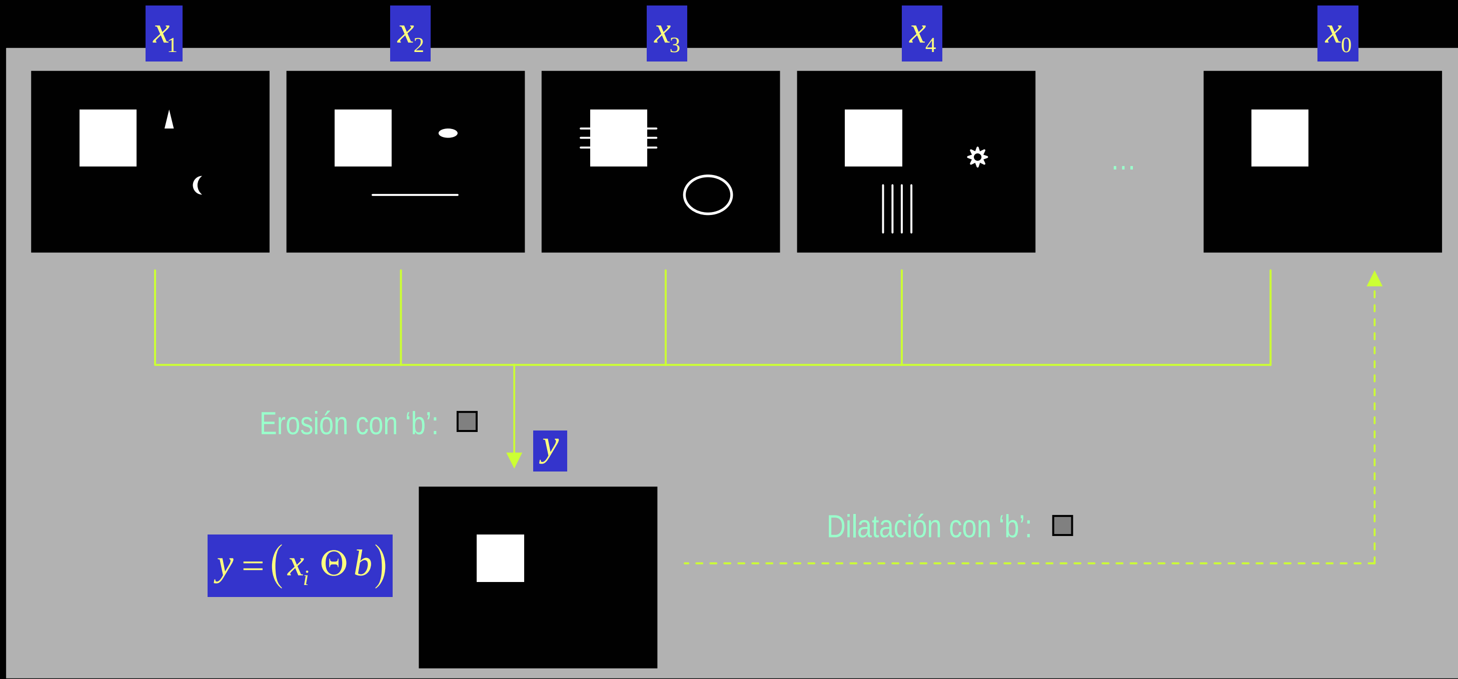
Interpretación en el retículo

- *Apertura:* $\gamma_b(x) = (x \ominus b) \oplus b$

- *Cierre:* $\varphi_b(x) = (x \oplus b) \ominus b$

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

x_i : familia (infinita) de imágenes cuya erosión con ‘b’ es y



Apertura:

$$x_0 = \bigwedge_{k=-\infty}^{\infty} (x / x_i \Theta b = y)$$

$$x_0 = (y \oplus b) = (x_i \Theta b) \oplus b$$

$$x_0 = \gamma_b(x_i)$$

Anti-extensiva: $x_0 = \gamma_b(x_i) \le x_i$

Idempotente: $\gamma_b(x_0) = x_0$

Propiedades:

- *Preservan la estructura:*

$$x \le y \Rightarrow x \Theta b \le y \Theta b \Rightarrow (x \Theta b) \oplus b \le (y \Theta b) \oplus b \Rightarrow \gamma_b(x) \le \gamma_b(y)$$

Análogamente $\varphi_b(x) \le \varphi_b(y)$

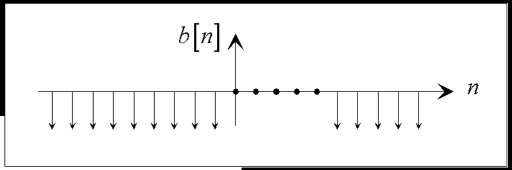
- *Extensividad:* $\gamma_b(x) \le x$ *, anti-extensiva;* $x \le \varphi_b(x)$ *, extensiva. No depende de* b

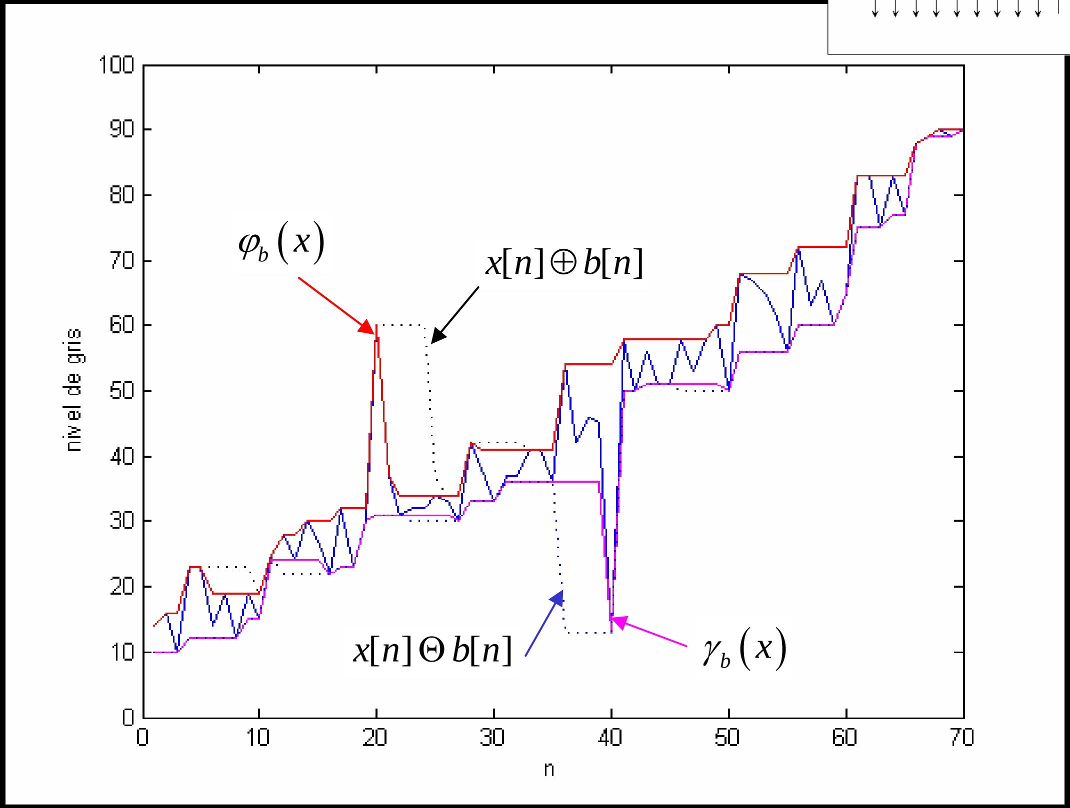
- *Son idempotentes:* $\gamma_b(\gamma_b(x)) = \gamma_b(x)$, $\varphi_b(\varphi_b(x)) = \varphi_b(x)$

- *Invariantes frente a desplazamientos del elemento estructurante.*

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Ejemplo sobre una señal 1D:



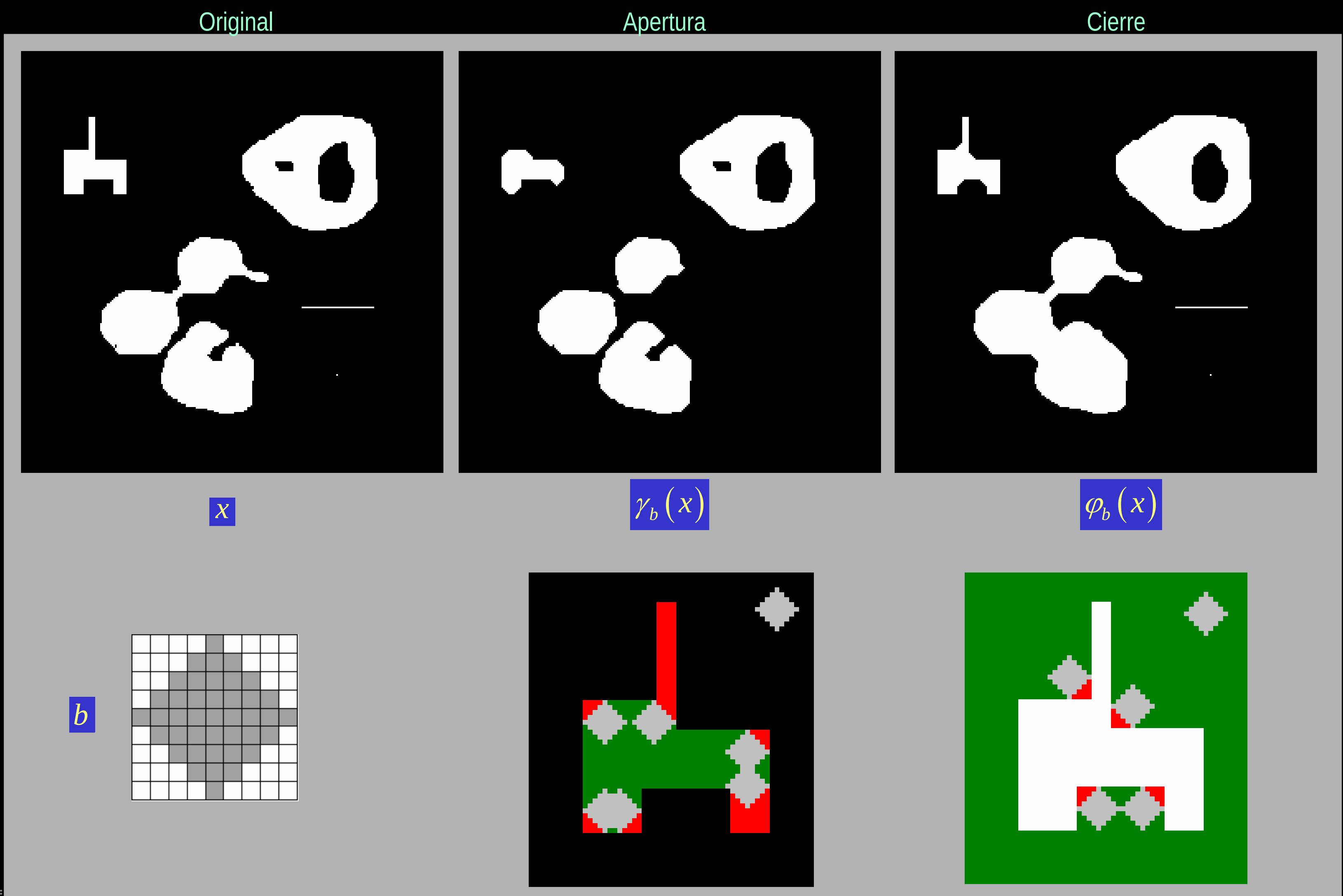


Envolventes superior (extensiva) e inferior (anti-extensiva) de la señal.

Eliminación de máximos o mínimos de duración menor o igual que ‘b’.

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Ejemplo sobre una imagen binaria:



Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Ejemplo sobre una imagen en niveles de gris:

Original

x

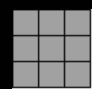
Apertura

$\gamma_b(x)$

Cierre

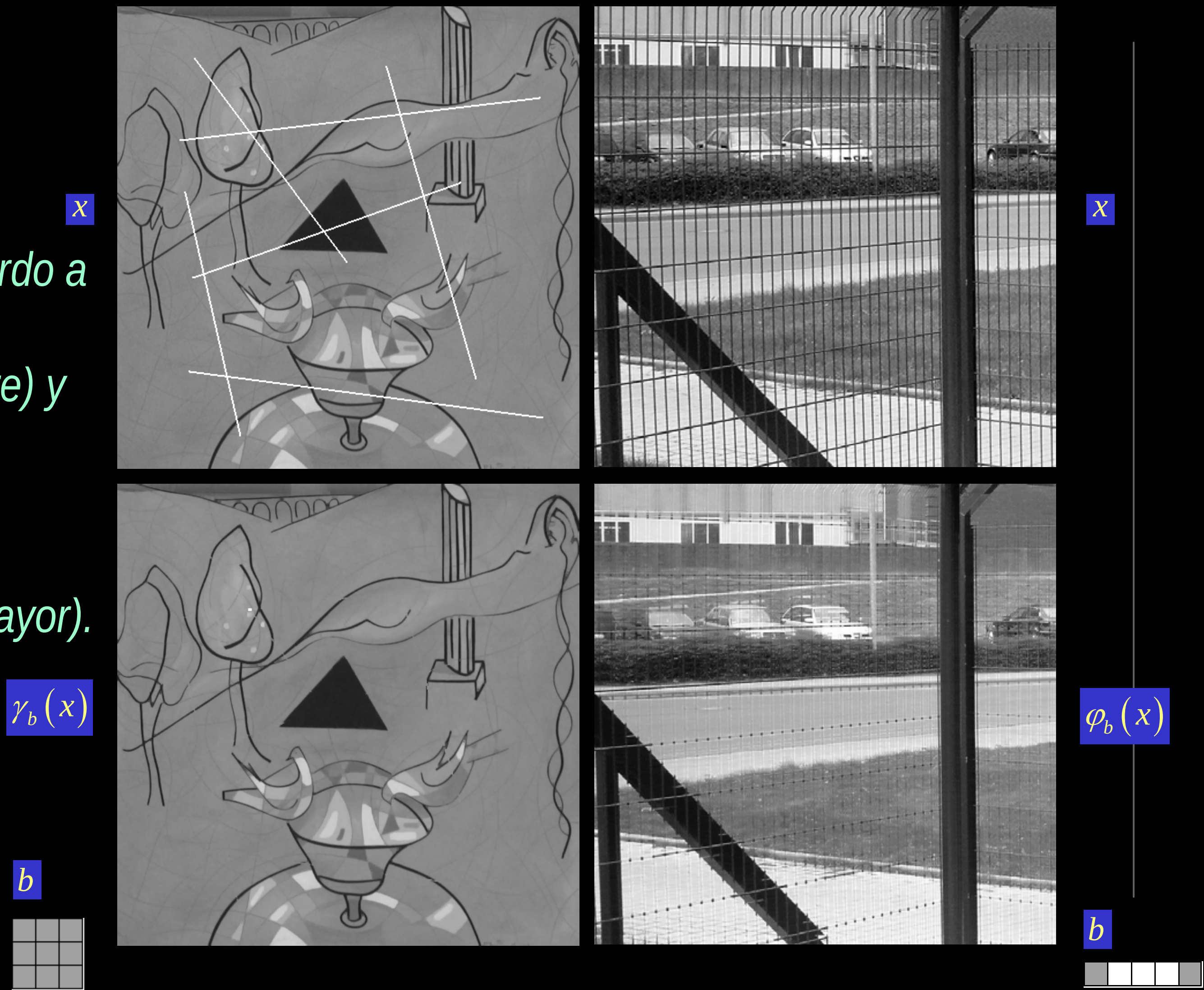
$\varphi_b(x)$

b



Ejemplos de aplicación:

- *Eliminación de objetos de acuerdo a su nivel de gris (apertura o cierre) y a su geometría (elección de un elemento estructurante mayor).*

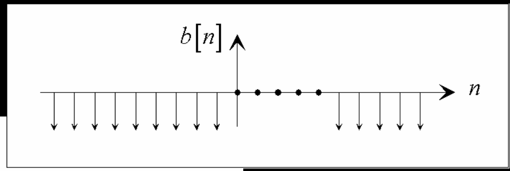


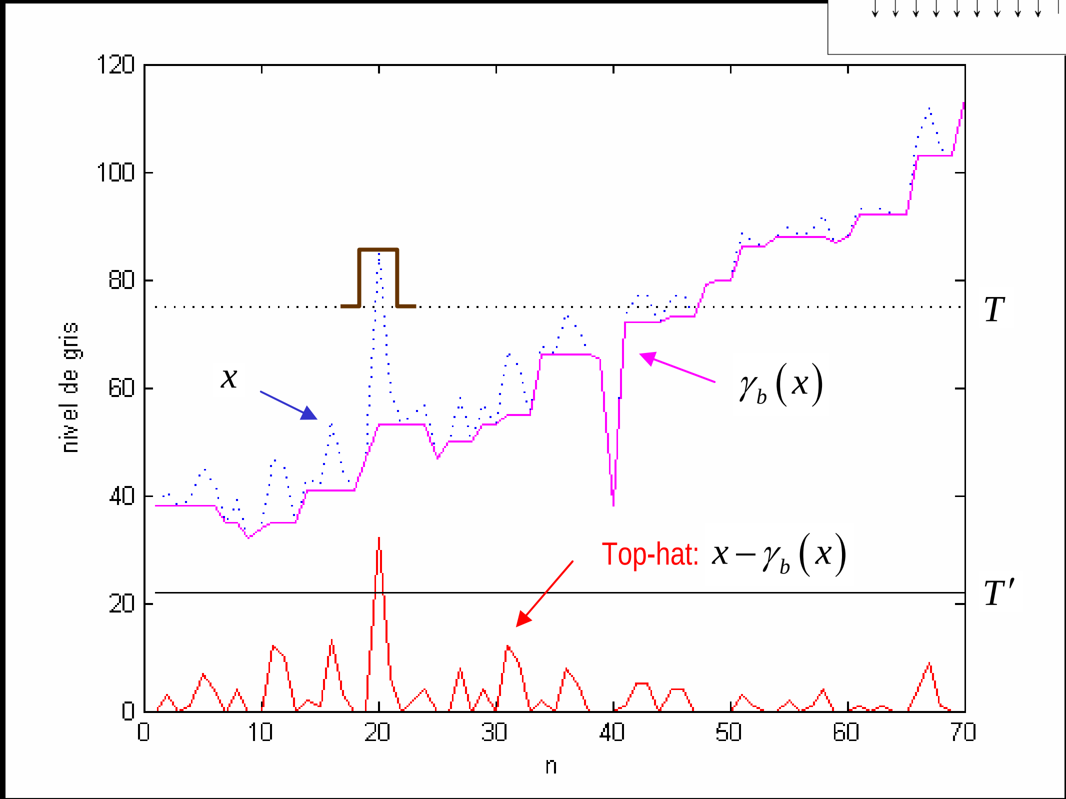
Ejemplos de aplicación:

- *Detección de objetos de un tamaño determinado:*
  - *Top-hat: objetos que aparecen como máximos relativos:* $x - \gamma_b\left(x\right)$
  - *Dual top-hat: objetos que aparecen como múnimos relativos:* $\varphi_b\left(x\right) - x$

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Top-hat sobre una señal 1D:





Umbral global (no útil)

Umbral en el 'top-hat'

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Top-hat sobre una señal 2D:

Imagen original

x

Imagen umbralizada

$x > T_1$

'Top-hat' umbralizado

$\left[x - \gamma_b(x)\right] > T_2$

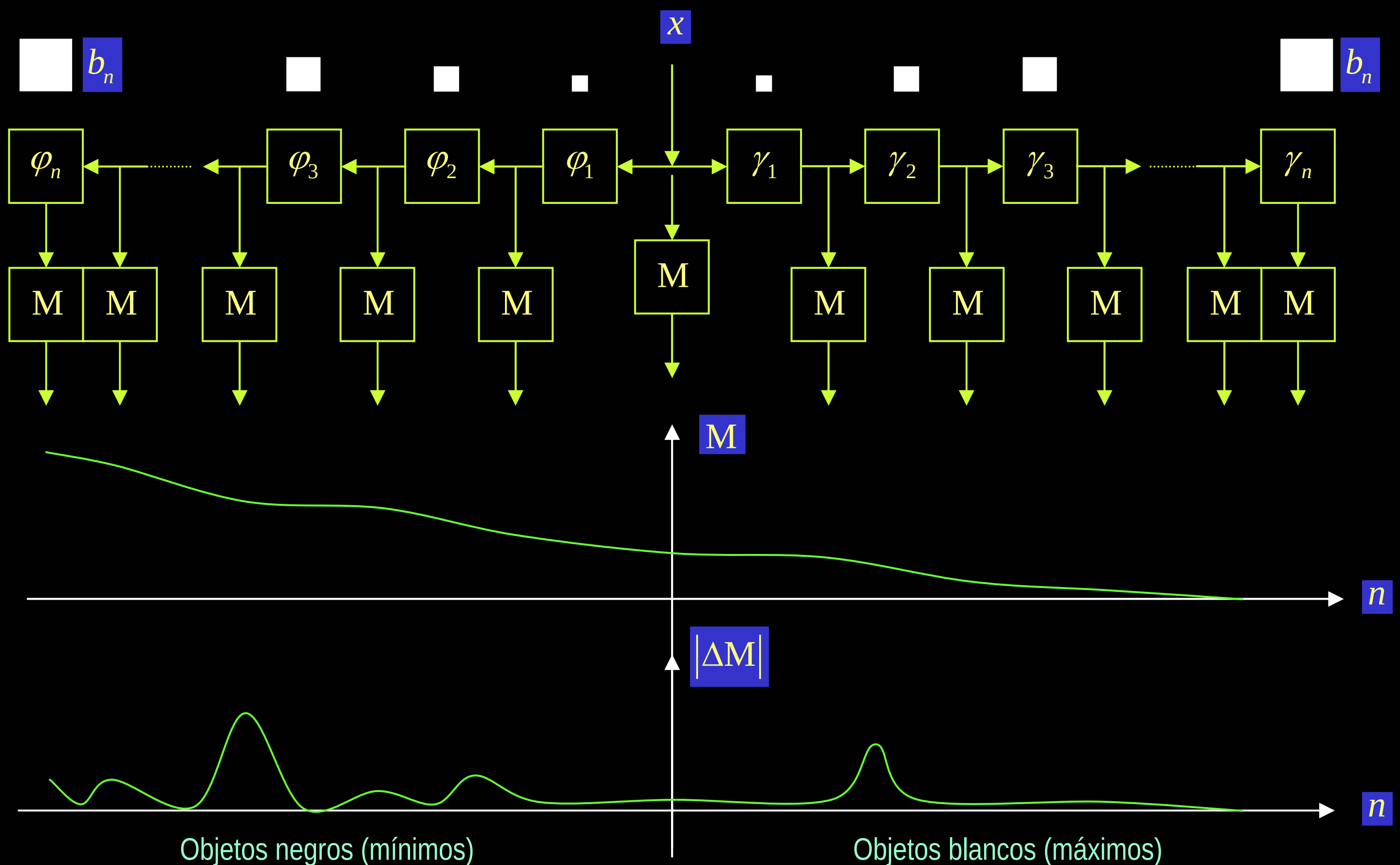
Ejemplos de aplicación:

- *Granulometría: caracterización de la distribución de tamaños de los objetos de una imagen a partir de bancos de filtros de aperturas y cierres.*

Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

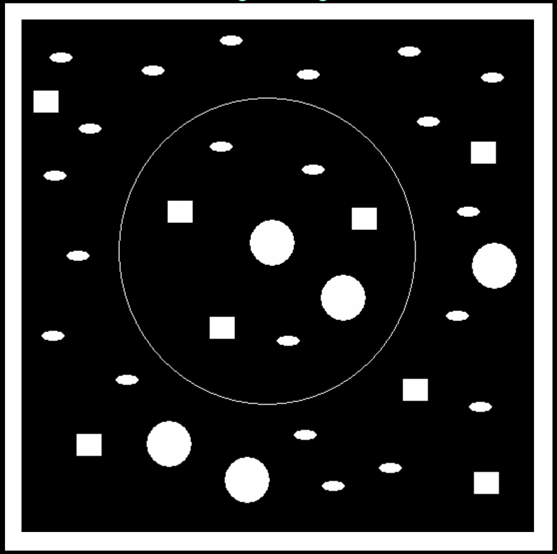
Granulometría:

- Caracterización de la distribución de tamaños de los objetos de la imagen.
- Sucesión de aperturas/cierres de elemento estructurante 'creciente' y medición (M) tras cada operación del área, por ejemplo, de los objetos presentes.

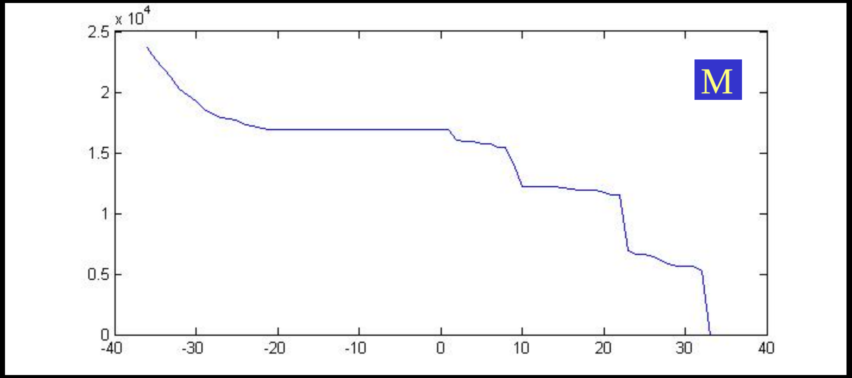


Granulometría sobre una imagen binaria:

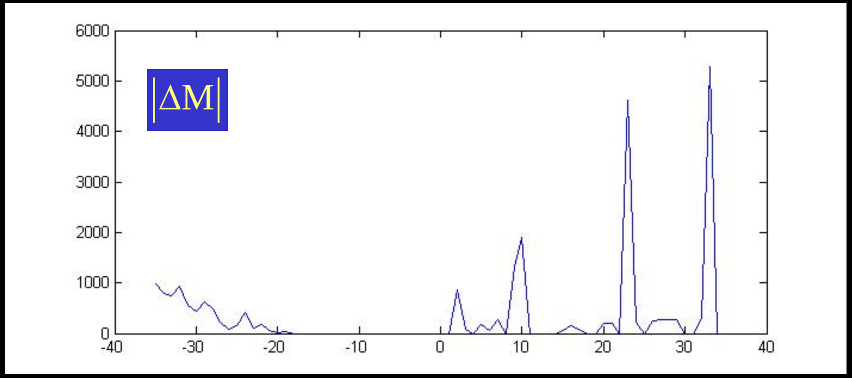
Imagen original



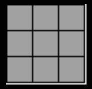
Área de la imagen resultante de cada etapa



Variación de área en cada etapa: espectro de formas

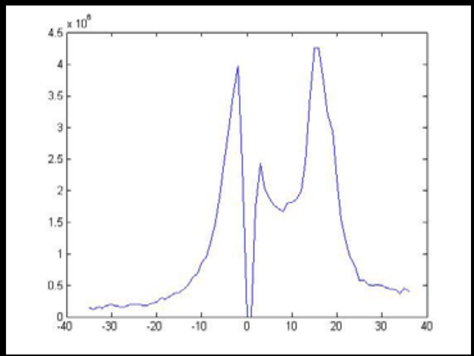


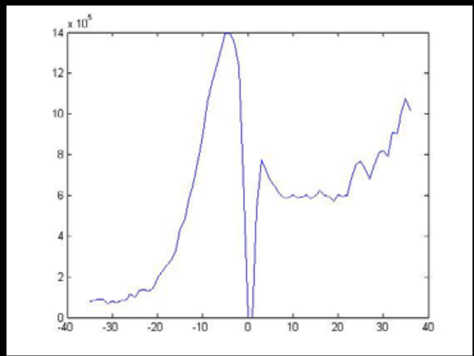
b_3

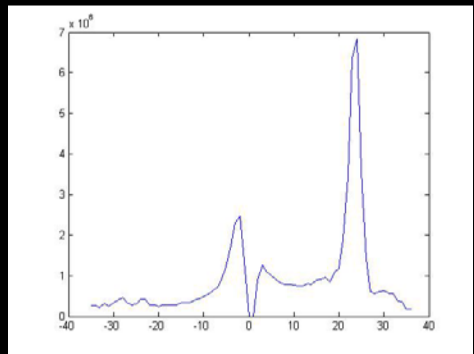


Operadores morfológicos: Aperturas y cierres morfológicos

Granulometría sobre texturas: b_3





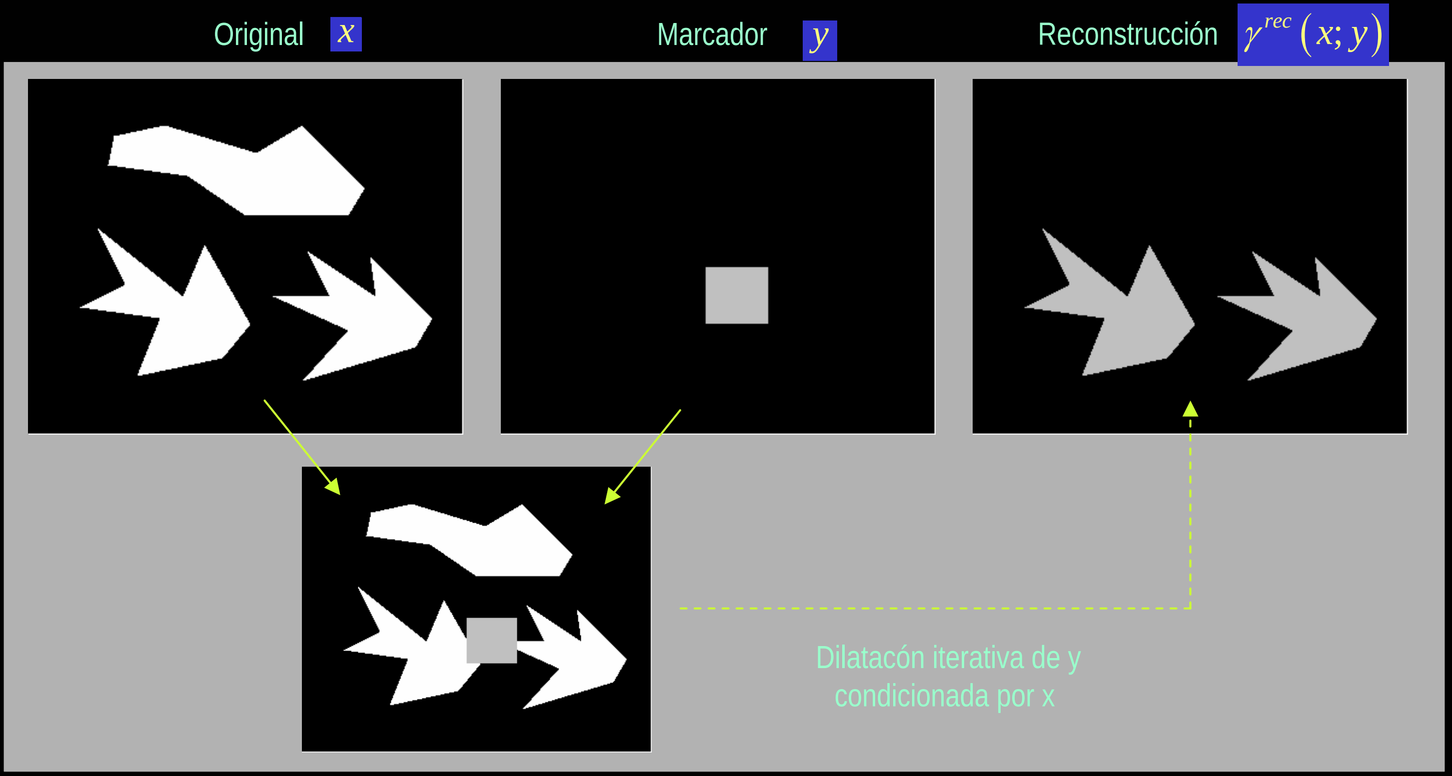


Operadores morfológicos: Filtrado por reconstrucción

- Preservación de los contornos en operaciones morfológicas de simplificación.
- Dadas una señal de entrada, x , y una señal marcador, y , un proceso de reconstrucción preserva las componentes conexas de x marcadas por y :
  - *Apertura por reconstrucción:* $\gamma^{rec}(x;y)$
  - *Cierre por reconstrucción:* $\varphi^{rec}(x;y)$

Operadores morfológicos: Filtrado por reconstrucción

Apertura de x por reconstrucción con y : $\gamma^{rec}(x;y)$



- Propiedades:
  - *Preservan la estructura:* $x_1 \le x_2 \Rightarrow \begin{cases} \gamma^{rec}(x_1; y) \le \gamma^{rec}(x_2; y) \\ \varphi^{rec}(x_1; y) \le \varphi^{rec}(x_2; y) \end{cases}$
  - *Extensividad:* $\gamma^{rec}(x; y) \le x$ *, anti-extensiva;* $x \le \varphi^{rec}(x; y)$ *, extensiva.*
  - *Ambas son idempotentes:*
  - *Conclusión:* γ^{rec} *es una apertura y* φ^{rec} *es un cierre.*
- Proceso iterativo de obtención de la reconstrucción.

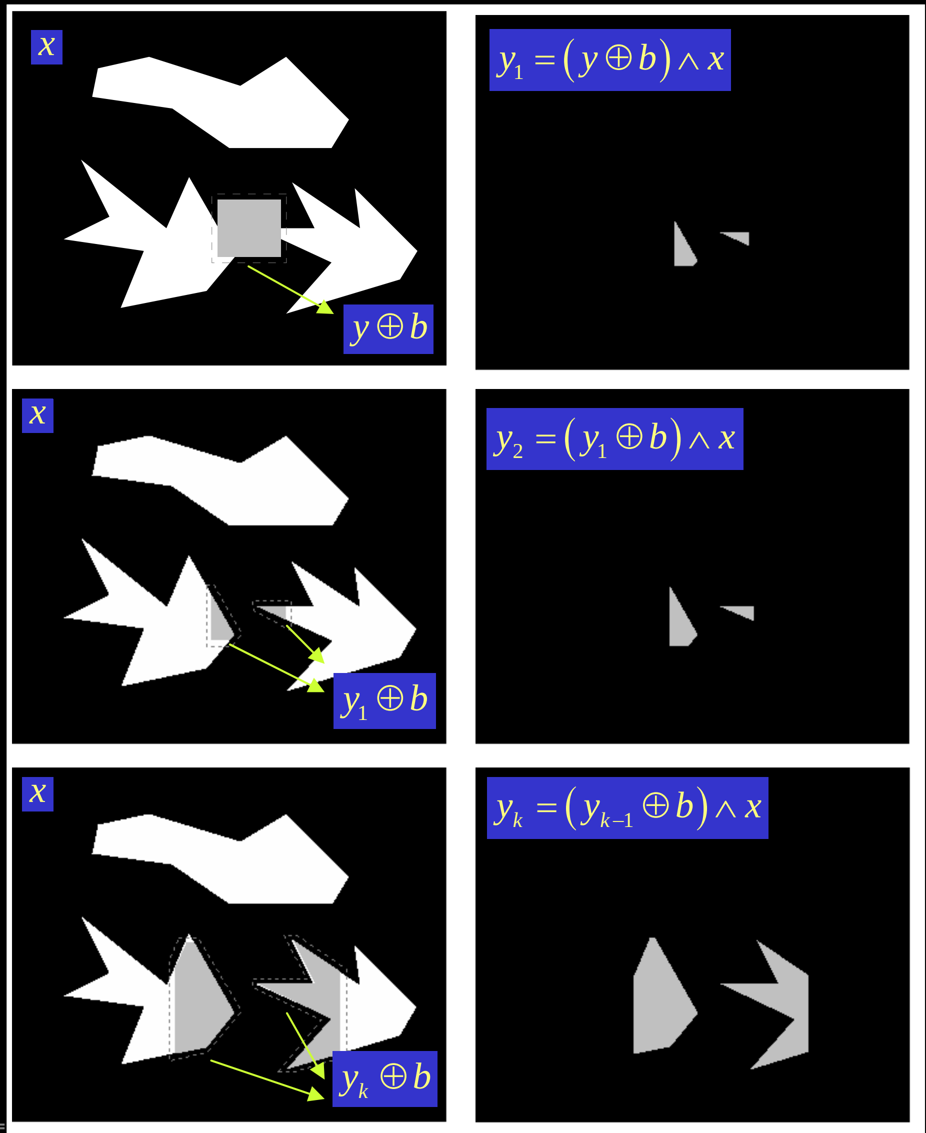
Operadores morfológicos: Filtrado por reconstrucción

Cálculo de la reconstrucción de x con y: $\gamma^{rec}(x;y)$

1ª Iteración

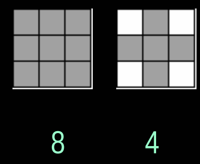
2ª Iteración

kª Iteración

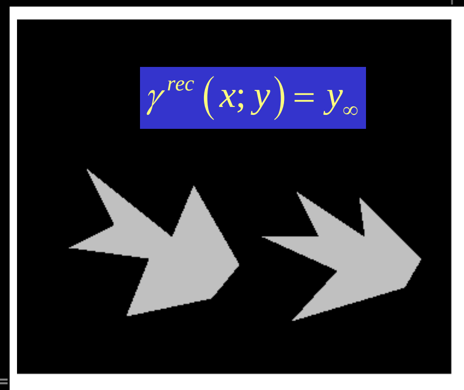


...

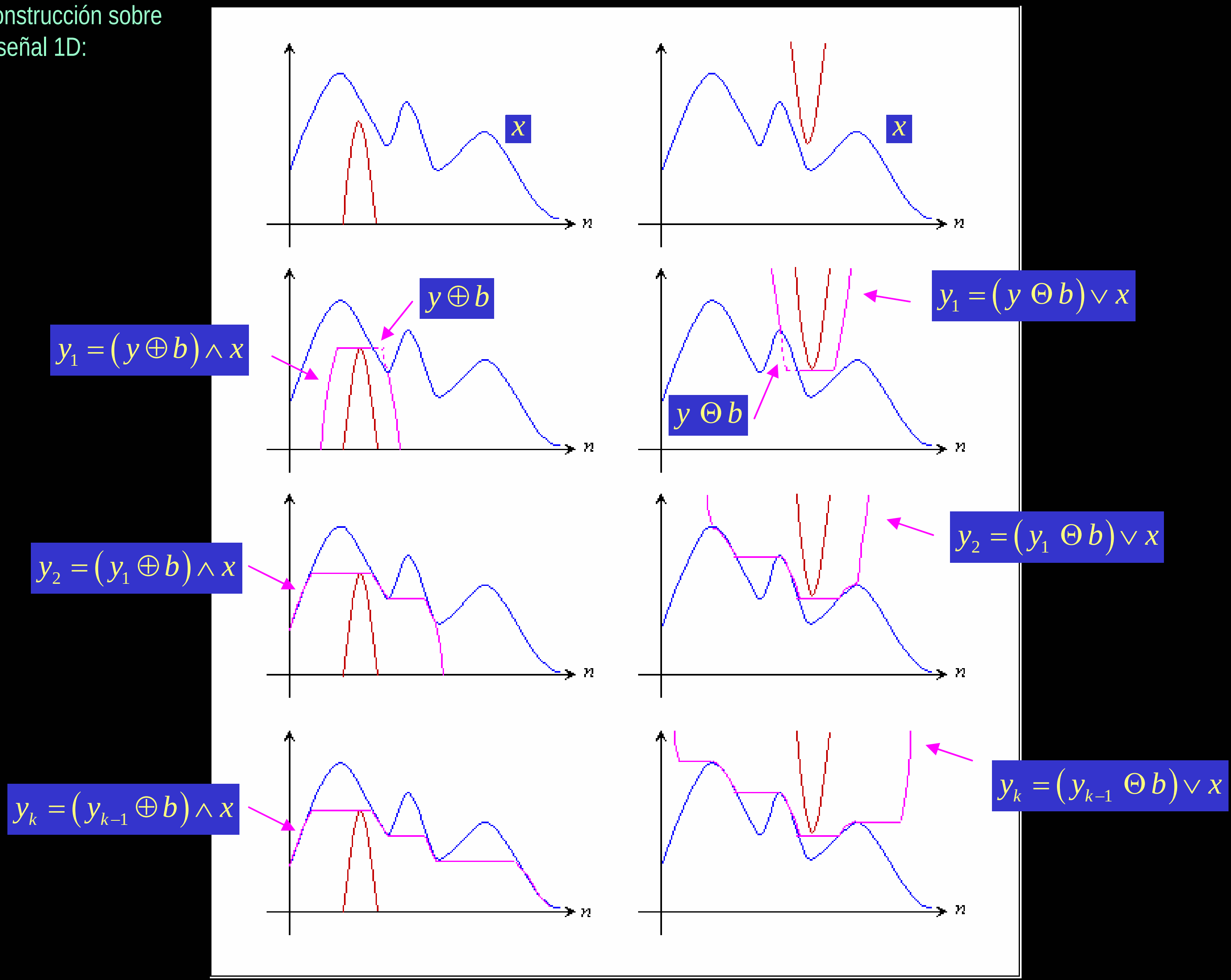
Elementos estructurantes adecuados según la conectividad:



Resultado



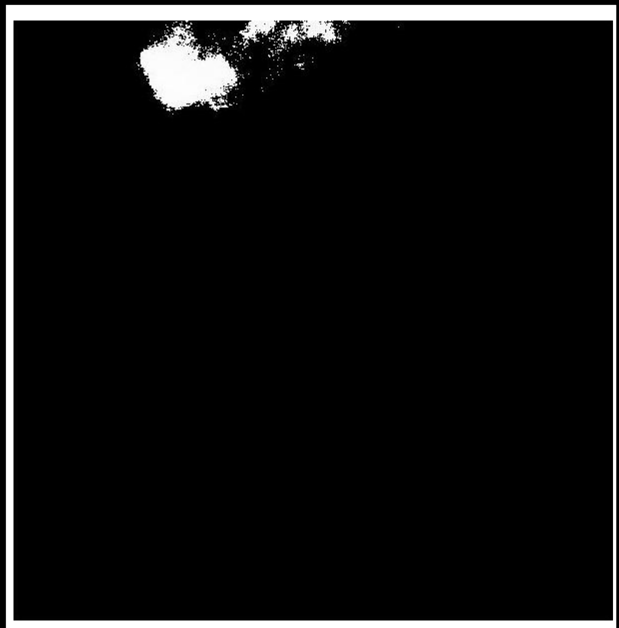
Reconstrucción sobre una señal 1D:



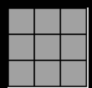
Operadores morfológicos: Filtrado por reconstrucción

Reconstrucción sobre
una señal 2D:

$y = (x > 250)\ \text{AND}\ x$



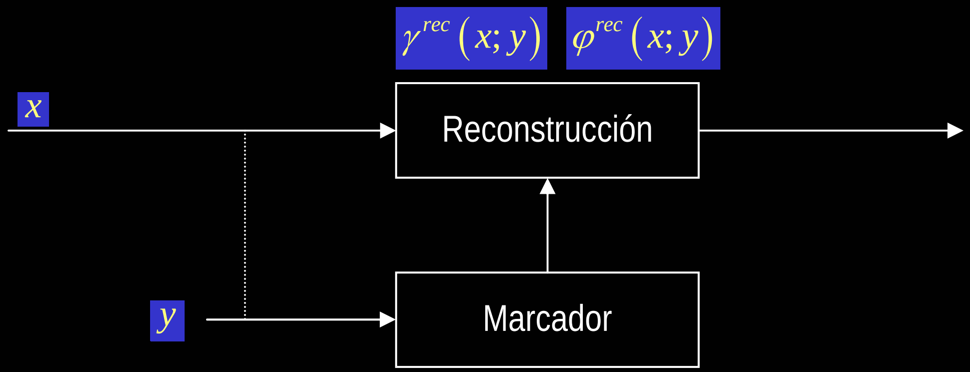
b



x

$\gamma^{rec}(x; y) = y_\infty$

Filtros por reconstrucción



- *Los criterios de selección del marcador dan lugar a distintos tipos de filtros.*

Índice

- Introducción
- Operadores LSI
  - Respuesta al impulso y respuesta en frecuencia
  - Aspectos operativos
  - Diseño frecuencial de máscaras
  - Suavizado
  - Realce de contornos
  - Detección y localización de bordes
- Ajustes geométricos
  - Ajustes 2D
  - Ajustes 3D
- Operadores morfológicos
  - Aproximación geométrica al tratamiento de imágenes
  - Marco de análisis
  - Dilatación y erosión
  - Gradientes morfológicos
  - Aperturas y cierres morfológicos
  - Filtrado por reconstrucción

Créditos

Estas transparencias están editadas a partir de las generadas por el profesor

Jesús Bescós Cano durante sus años de impartición de esta asignatura.