

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



PROYECTO FIN DE CARRERA

**Análisis, modelado y generación de series
financieras**

Jorge Cubero Hernández

Julio 2014

Análisis, modelado y generación de series financieras

AUTOR: Jorge Cubero Hernández
TUTOR: Joaquín González Rodríguez

ATVS
Dpto. de Tecnología Electrónica y de las Comunicaciones
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid
Julio de 2014

Agradecimientos

Gracias Joaquín por todo el tiempo que me has dedicado, por todo lo que me has enseñado y por hacer realidad este año y medio tras la universidad. ¡Es posible levantarse un lunes con ganas de ir a trabajar!

Gracias a todos vosotros, que lograsteis que no tenga ni un solo mal recuerdo de estos "5" años de universidad. Podemos vernos mil y una veces y siempre habrá una nueva historia divertida que recordar.

Gracias a todos los "pesados" que no parasteis de decir que lo terminara de una vez, que incluso lo leísteis y conseguisteis no dormiros en la primera hoja. Paz.

Gracias familia. De vuestro esfuerzo durante 25 años ha salido esto.

Y sobre todo gracias Tania, porque esta sección la pensaron para ti. Gracias por tu ayuda, por tu amabilidad, por tu tiempo, por tu paciencia y dedicación. Porque tus consejos me enseñan y siempre me convencen (que no es fácil). Gracias por sólo sonreír y por ser tan genial. Muchas muchas gracias.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Índice de contenidos	5
Índice de Figuras	7
1. Introducción	10
1.1. Motivación del proyecto	10
1.2. Objetivo y enfoque	11
2. Finanzas, Conceptos.....	12
2.1. ¿Qué son las finanzas?	12
2.2. Historia de las finanzas.....	12
2.3. El Sistema Financiero.....	13
Las Instituciones.....	13
Activos Financieros.....	14
Los Mercados	14
3. Análisis y modelado	15
3.1. Los Orígenes	15
3.2. Louis Bachelier.....	15
3.3. Markowitz	17
3.4. Sharpe.....	17
3.5. Black - Scholes.....	19
3.6. Una visión diferente.....	20
3.6.1. Hipótesis de Normalidad.....	21
3.6.2. Hipótesis de Independencia.....	24
3.6.3. Hipótesis de Estacionariedad	27
3.7. Modelo browniano frente a la realidad	28
4. Análisis del conjunto de Series	30
4.1.1. Fondos de Inversión, ¿Qué son?	30
4.2. Pre-procesado	35
5. Caracterización de Series.....	40
5.1.1. Rentabilidad de un activo	40
5.1.2. Volatilidad o riesgo de un activo.....	41
5.1.3. Correlación.....	43
5.1.4. VaR (Value at Risk)	45
5.1.5. DrawDown	46
5.2. Sharpe Ratio	47
5.3. Skewness.....	50
5.4. Curtosis.....	52

5.5.	Hurst.....	54
5.6.	Agrupación de la volatilidad.....	56
5.7.	Magnitud de los Rendimientos.....	58
5.8.	Conclusiones y objetivos de modelado.....	60
6.	Desarrollo del generador de series sintéticas.....	62
6.1.	Generador tipo I.....	62
6.1.1.	Tamaño del segmento.....	63
6.1.2.	Función de empalmado de segmentos.....	64
6.1.3.	Evaluación.....	67
6.2.	Generador tipo II.....	69
6.2.1.	Evaluación.....	71
6.3.	Generador tipo III.....	73
6.3.1.	Evaluación.....	75
6.4.	Generador tipo IV.....	76
6.4.1.	Evaluación.....	78
6.5.	Resumen de la evolución de los generadores.....	80
7.	Conclusiones.....	83
8.	Referencias.....	84

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Campana de Gauss.	16
Figura 2. Definición de Beta. Relación entre el mercado y un portfollio.	18
Figura 3. El CAPM: Capital Asset Pricing Model.	19
Figura 4. Distribución de la serie de rendimientos del Ibex 35.	21
Figura 5. Rendimientos de precio medidos en desviaciones estándar.	22
Figura 6. Curtosis de distribuciones de probabilidad.	23
Figura 7. Series de precios de los principales índices mundiales.	23
Figura 8. Índice, país y Curtosis asociada a la serie.	24
Figura 9. Presa de Asuan.	25
Figura 10. Cálculo del exponente de Hurst por el método R/S.	27
Figura 11. Serie de precios I.	28
Figura 12. Serie de precios II.	28
Figura 13. Serie de precios III.	28
Figura 14. Serie de rendimientos I.	29
Figura 15. Serie de rendimientos II.	29
Figura 16. Serie de rendimientos III.	29
Figura 17. Clasificación de los fondos del conjunto de series.	31
Figura 18. Fondos monetarios. Serie de precios.	32
Figura 19. Fondos monetarios. Serie de rendimientos.	32
Figura 20. Fondos de renta fija. Serie de precios.	33
Figura 21. Fondos de renta fija. Serie de rendimientos.	33
Figura 22. Fondos de renta variable. Serie de precios.	34
Figura 23. Fondos de renta variable. Serie de rendimientos.	34
Figura 24. Fondos de renta mixta. Serie de precios.	35
Figura 25. Fondos de renta mixta. Serie de rendimientos.	35
Figura 26. Relación entre rendimientos logarítmicos y porcentuales.	36
Figura 27. Ejemplo de una serie con rendimientos cero.	37
Figura 28. Ejemplo de precios constantes.	37
Figura 29. Ejemplo de precios interpolados linealmente.	38
Figura 30. Ejemplo de precios eliminados.	38
Figura 31. Ejemplo de precios completados.	39
Figura 32. Activo de bajo riesgo.	42
Figura 33. Activo de alto riesgo.	42
Figura 34. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.	43
Figura 35. Matriz de correlaciones de las series financieras.	44
Figura 36. Función de autocorrelación de una serie financiera.	45
Figura 37. VaR95 de una serie financiera con rendimientos semanales observados un año hacía atrás.	46
Figura 38. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.	46
Figura 39. Serie de Drawdown de una serie financiera.	47
Figura 40. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.	47
Figura 41. Distribución del ratio de Sharpe por perfil de riesgo.	48
Figura 42. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta fija.	49
Figura 43. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta mixta.	49
Figura 44. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta variable.	49
Figura 45. Distribución del Skewness por perfil de riesgo.	50
Figura 46. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta fija.	51
Figura 47. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta mixta.	51

Figura 48. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta variable.	52
Figura 49. Distribución de la Curtosis por perfil de riesgo.	53
Figura 50. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta fija.	53
Figura 51. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta mixta.	54
Figura 52. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta variable.	54
Figura 53. Distribución del exponente de Hurst por perfil de riesgo.	55
Figura 54. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta fija.	55
Figura 55. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta mixta.	56
Figura 56. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta variable.	56
Figura 57. Agrupación de la volatilidad en series financieras.	56
Figura 58. Distribución de la agrupación de la volatilidad por perfil de riesgo.	57
Figura 59. Serie de rendimientos de un modelo browniano. Agrupación de la volatilidad.	58
Figura 60. Boxplot de rendimientos diarios.	59
Figura 61. Boxplot de rendimientos semanales.	59
Figura 62. Boxplot de rendimientos mensuales.	60
Figura 63. Distribución de rendimientos de un fondo de inversión.	60
Figura 64. Subidas y bajadas características en fondos de inversión.	61
Figura 65. Agrupación de la volatilidad en fondos de inversión.	61
Figura 66. Diagrama de creación del banco de rendimientos.	62
Figura 67. Diagrama del proceso de generación de series.	63
Figura 68. Series de retornos generadas en función del tamaño del segmento (K).	63
Figura 69. Empalmado de segmentos "Sin conexión".	64
Figura 70. Empalmado de segmentos "Media en último día".	65
Figura 71. Empalmado de segmentos "Cosenoidal".	65
Figura 72. Realización del generador de series sintéticas tipo I.	66
Figura 73. Distribución de rendimientos de la serie sintética generada.	67
Figura 74. Generador tipo I. Curtosis.	67
Figura 75. Generador tipo I. Skewness.	68
Figura 76. Generador tipo I. Sharpe Ratio.	68
Figura 77. Generador tipo I. Hurst.	68
Figura 78. Generador tipo I. Volatility Clustering.	68
Figura 79. Diagrama del módulo del Generador tipo II.	69
Figura 80. Realizaciones del generador de series sintéticas tipo II.	70
Figura 81. Ejemplo de extremos del Generador tipo II.	70
Figura 82. Generador tipo II. Curtosis.	71
Figura 83. Generador tipo II. Skewness.	71
Figura 84. Generador tipo II. Sharpe Ratio.	72
Figura 85. Generador tipo II. Hurst.	72
Figura 86. Generador tipo II. Volatility Clustering.	72
Figura 87. Diagrama del módulo del Generador tipo III.	73
Figura 88. Tendencia artificial creada.	74
Figura 89. Realización del generador de series sintéticas tipo III.	74
Figura 90. Generador tipo III. Curtosis.	75
Figura 91. Generador tipo III. Skewness.	75
Figura 92. Generador tipo III. Sharpe Ratio.	76
Figura 93. Generador tipo III. Hurst.	76
Figura 94. Generador tipo III. Volatility Clustering.	76
Figura 95. Diagrama del módulo del Generador tipo IV.	77

Figura 96. Realización del generador de series sintéticas tipo IV.....	77
Figura 97. Generador tipo IV. Curtosis.	78
Figura 98. Generador tipo IV. Skewness.	78
Figura 99. Generador tipo IV. Sharpe Ratio.	79
Figura 100. Generador tipo IV. Hurst.....	79
Figura 101. Generador tipo IV. Volatility Clustering.....	79
Figura 102. Curtosis por tipo de generador.	80
Figura 103. Skewness por tipo de generador.	80
Figura 104. Hurst por tipo de generador.....	81
Figura 105. Sharpe Ratio por tipo de generador.	81
Figura 106. Volatility Clustering por tipo de generador.....	82

1. INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN DEL PROYECTO

Los avances computacionales en la disciplina de análisis y procesado de datos han derivado en una creciente corriente en el desarrollo de algoritmos de inversión. Las gestoras llevan a cabo estrategias matemáticas basadas en modelos probabilísticos que esperan altas rentabilidades. La forma de validar los algoritmos, es la realización de simulaciones históricas o también llamado backtesting.

Sin embargo, la historia financiera es corta y el número de datos limitado. Esto hace que los modelos se cuestionen debido al sobreajuste (overfitting). El gestor que diseña la estrategia, necesita de un mayor número de datos para testear los modelos de forma meticulosa. Y el inversor final, el que deposita su dinero bajo la gestión del algoritmo, desconfía de las simulaciones históricas, porque el presente demuestra que nada es lo que fue.

Además, los datos de precios de las series necesarias para realizar las simulaciones son costosos, las agencias que proporcionan estos servicios tienen tarifas elevadas y requiere de un constante mantenimiento y revisión, lo que supone un negocio con un coste muy elevado.

Con el propósito de reducir estos problemas se busca la creación de un generador de series financieras que replique las propiedades de las series reales. De esta forma, los modelos podrán ser testeados con una amplísima diversidad de series y en cualquier escenario, evitando el overfitting. De la misma manera, el generador proporcionará series sin defectos ni outliers que no distorsionarán las medidas estadísticas de los modelos, reduciendo el mantenimiento de series.

Para que todo esto suceda es necesario que el generador sea capaz de crear series financieras con las mismas propiedades que las series reales durante intervalos temporales largos.

1.2. OBJETIVO Y ENFOQUE

Este proyecto trata de aplicar los conocimientos de la ingeniería, sobre el tratamiento y procesado de señal, a un tema diferente como son las finanzas. El objetivo es, mediante el apoyo de los mecanismos aplicados en otras materias de estudio como la voz o la imagen, ser capaces de generar series temporales sintéticas con características financieras.

Para ello el proyecto se divide en tres secciones. Una primera introductoria, donde se pretende entender qué papel juegan las finanzas como materia de estudio, qué son, para qué sirven. Se presentan algunos conceptos poco usuales en ingeniería tecnológica y se hará un recorrido por los principales personajes en el análisis y modelado de series financieras, desde Bachelier hasta Black – Scholes. Por último se tratará de entender los argumentos de una corriente alternativa que desmiente algunas asunciones heredadas del pasado, donde las rarezas eran consideradas atípicas sin comprender que esas "rarezas" ocurren mucho más de lo esperado.

En la segunda parte del proyecto se estudia un conjunto amplio de series financieras entendiendo qué representan y su contexto dentro del mercado global. Se harán mediciones sobre las series con el objetivo de obtener rasgos comunes y diferenciadores que nos permitan caracterizar al conjunto.

Con las características aprendidas, terminaremos el proyecto diseñando el generador de series sintéticas equivalentes. Se presentarán los pasos dados por las diferentes versiones hasta llegar a la definitiva y se testeará cada una de ellas, verificando que se conservan las propiedades observadas en las series reales.

2. FINANZAS, CONCEPTOS

2.1. ¿QUÉ SON LAS FINANZAS?

“Se denomina finanzas a la disciplina que mediante el auxilio de otras, tales como la contabilidad, el derecho y la economía, trata de optimizar el manejo de los recursos humanos y materiales de la empresa, de tal suerte que, sin comprometer su libre administración y desarrollo futuros, obtenga un beneficio máximo y equilibrado para los dueños o socios, los trabajadores y la sociedad.” [1]

En algunas ocasiones, economía y finanzas están muy ligadas y la frontera es estrecha. La economía se centra en el manejo de bienes y servicios, incluyendo su producción y consumo. Trata de cosas corrientes y generales como la inflación, el empleo, el producto interior bruto, el crecimiento, la oferta y la demanda, la competitividad, el gasto público, etc. Sin embargo, las finanzas hablan de retornos esperados por inversiones en activos que generan flujos de caja presentes o futuros, en un contexto de riesgo causado por el tiempo y los eventos desconocidos.

La economía trata temas amplios y es una disciplina más teórica mientras que las finanzas son más específicas y responden a temas prácticos. Las finanzas sobre todo, se preocupan por el valor del dinero en el tiempo. El punto de unión podría ser la deuda pública, cuando un gobierno se endeuda recurre a los mercados para financiarse.

2.2. HISTORIA DE LAS FINANZAS

Las finanzas son una materia relativamente nueva, con apenas poco más de 100 años. Su evolución se puede resumir en 5 etapas [2]:

- *Etapas I (1900 - 1929):* el creador de las finanzas, el alemán nacionalizado norteamericano, Irving Fischer, publica un artículo en 1897 en el cual habla de una nueva disciplina “Las Finanzas”, que resulta ser un desprendimiento de la economía. En 1930 publicaría el libro titulado “Teoría del Interés”, el cual serviría de base a John M. Keynes en su libro: “Teoría de la ocupación, el interés y el dinero”. Así surge esta disciplina que debe su nombre a los romanos, que denominaban “finus” al dinero.
- *Etapas II (1929 - 1945):* después de la crisis financiera de 1929 se produce una gran depresión económica. El contexto estaba repleto de quiebras empresariales, un alto nivel de desempleo y la pobreza era general. En esta etapa, las finanzas se van a dedicar a preservar el interés de los acreedores, es decir intentarán recuperar los fondos. La segunda guerra mundial juega un papel fundamental en lo que a economía se refiere.
- *Etapas III (1945 - 1975):* en esta etapa se producen treinta años de prosperidad económica mundial con una tasa de crecimiento de alrededor del 5%. El surgimiento de la informática y la electrónica favorece al desarrollo de las comunicaciones, el transporte y el comercio. En este período aparecen grandes entidades financieras y bancarias como CitiBank o Morgan. El objetivo de las finanzas comienza a ser el de optimizar las inversiones, por medio de estadísticas y

cálculos matemáticos. Este período es considerado la “Etapa de Oro” de las finanzas.

- *Etapa IV (1975 – 1990)*: El crecimiento de la economía mundial, visto en la etapa anterior, terminó a causa de la crisis del petróleo de 1973 que elevó los costes de producción de forma drástica. La función principal de las finanzas será optimizar la relación Riesgo – Rentabilidad.
- *Etapa V (1990 - en adelante)*: quizás la última crisis financiera sea el punto de ruptura entre la etapa V y una nueva etapa, pero eso se sabrá con mayor certeza dentro de unos años. Sin embargo desde 1990 se producen diversas crisis a lo largo del planeta, producto de la globalización económica existente. Las crisis están relacionadas unas con otras, no son aisladas. Las finanzas durante esta última etapa buscaron la creación de valor, poniendo en funcionamiento nuevos esquemas de inversión como el apalancamiento financiero, que consiste usar el endeudamiento para financiar operaciones, e incluso la creación de activos de baja calidad, también llamados tóxicos.

2.3. EL SISTEMA FINANCIERO

El sistema financiero es el mecanismo que pone en contacto a los agentes o instituciones que tienen dinero excedente y quieren depositarlo, permitiendo a otros obtenerlo para realizar nuevas inversiones. Todo esto sucede a través del mercado financiero y éste es el encargado de cerrar acuerdos entre los distintos interesados.

Pero este proceso no es tan sencillo como a primera vista parece. Los intereses de los ahorradores y los inversores son distintos, buscan resultados diferentes de la gestión financiera y no coinciden al valorar los distintos activos financieros que el mercado ofrece.

La principal función del mercado es permitir que se traslade el dinero desde los ahorradores a los inversores para que fluya, de manera que se cierre el círculo y se vuelva a repetir el proceso de inversión. El sistema financiero está formado por:

- **Las instituciones** (autoridades monetarias y financieras, entre otras).
- **Activos financieros** que se generan.
- **Los mercados** en que operan.

De este modo, los **activos** que se generan son comprados y vendidos por este conjunto de **instituciones** e intermediarios en los **mercados** financieros.

LAS INSTITUCIONES

Los intermediarios financieros son un conjunto de instituciones especializadas en la mediación entre ahorradores e inversores, mediante la compraventa de activos en los mercados financieros. Se pueden diferenciar dos tipos distintos de intermediarios financieros: los bancarios y los no bancarios.

- **Los intermediarios bancarios** pueden, además de realizar su función de mediación, generar recursos financieros que son aceptados como medio de pago. Entre éstos podemos encontrar el Banco de España, la Banca Privada y las Cajas de Ahorro.

- **Los intermediarios no bancarios** no pueden emitir recursos financieros, por lo que sus pasivos no pueden ser dinero. Entre éstos podemos incluir a las entidades gestoras de la Seguridad Social, Instituciones aseguradoras, Leasing, Factoring, etc.

ACTIVOS FINANCIEROS

Cuando hablamos de activos financieros nos referimos a títulos emitidos por las unidades económicas de gasto. Éstos sirven para mantener la riqueza de los ahorradores, que los compran, y al mismo tiempo supone un pasivo para el que los genera. Los activos financieros no contribuyen a incrementar la riqueza del país, pues para unos es un activo y para otros un pasivo, pero sí favorece una enorme movilidad de los recursos económicos.

Las características principales de los activos financieros son la liquidez, el riesgo y la rentabilidad.

- **La liquidez** se mide por la facilidad y certeza de transformar en dinero de forma inmediata sin sufrir pérdidas de un activo.
- **El riesgo** depende de la probabilidad de que, a su vencimiento, el emisor cumpla sin dificultades las cláusulas.
- **La rentabilidad** se refiere a su capacidad de producir intereses u otros rendimientos al adquirente, como compensación por reducir sus posibilidades de compra.

LOS MERCADOS

Un mercado financiero es un espacio físico o virtual, en el que se realizan los intercambios de instrumentos financieros y se definen sus precios. En general, cualquier mercado de materias primas podría ser considerado como un mercado financiero si el propósito del comprador no es el consumo inmediato del producto, sino el retraso del consumo en el tiempo.

Los mercados son los que facilitan el intercambio entre compradores y vendedores.

3. ANÁLISIS Y MODELADO

En este apartado se realiza un repaso por las personalidades más influyentes en el análisis y modelado de series financieras. Desde Bachelier, al que se le atribuye haber sido el primero en modelar el movimiento browniano, hasta Black – Scholes famosos por diseñar un modelo empleado para estimar el valor actual de una opción europea.

3.1. LOS ORÍGENES

En marzo de 1900, en la Universidad de París, se convocaron unas oposiciones para conseguir plaza de doctor docente. Allí estaba Louis Bachelier en la última prueba, la presentación de su tesis: "*Théorie de la Spéculation*". No trataba de números complejos, ni de teorías de funciones, ni ecuaciones diferenciales. Tampoco tenía que ver con ninguna forma de pensamiento especulativo. Trataba de la especulación como negocio, del comercio de bonos en la Bolsa de París. [18]

El tema elegido por Bachelier se apartaba un poco de los que solían tratar los candidatos, por lo que no se le concedieron los máximos honores.

Su tesis se publicó en una prestigiosa revista. Discutía el uso del movimiento browniano para modelar los mercados financieros. En ella se formulan algunas cuestiones básicas sobre la variación de los precios y soluciones preliminares en algunos casos. Sobre sus ideas los economistas construyeron teorías elaboradas de los mercados, la inversión y las finanzas: cómo varían los precios, cómo piensan los inversores, cómo administrar el dinero y cómo definir el riesgo.

Y sobre esos cimientos construyeron otros de los principales y más influyentes personajes del siglo XX, como fueron Harry Markowitz, William Sharpe o el dúo formado por Fischer Black y Myron Scholes. Y así, hasta los modelos financieros actuales.

3.2. LOUIS BACHELIER

A principios del siglo XX, La Bourse de París era capital mundial del comercio de bonos. El gobierno francés indemnizó a parte de la antigua nobleza emitiendo 1.000 millones de francos en bonos perpetuos. Esto fue un éxito financiero por su amplia difusión y por la forma en que activó el comercio. Fue tal el alcance del mercado francés de bonos que, como ocurre hoy con los Bonos del Tesoro estadounidenses y británicos, se desarrolló un mercado paralelo de futuros, opciones y derivados.

Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier, que nació en Le Havre el 11 de marzo 1870, se dedicó a desarrollar formulas para poder valorar estas derivaciones. Para ello tenía que empezar por determinar el movimiento de los precios de los bonos mismos. Escribió en las líneas iniciales de ***Théorie de la Spéculation*** [3]:

- “Los factores que determinan la actividad de la bolsa son innumerables, con acontecimientos, actuales o esperados, que a menudo no guardan relación con la variación de los precios”.
- “Las bolsas reaccionan a sí mismas y el comercio presente es una consecuencia no sólo del comercio previo, sino también de su relación con el resto del mercado. Es imposible esperar una predicción matemática”.

- “El cálculo de probabilidades no puede aplicarse sin dudas a la actividad mercantil y la dinámica de la bolsa nunca será una ciencia exacta”.
- “Es posible estudiar matemáticamente el estado del mercado en un instante dado. Si el mercado no predice sus fluctuaciones, sí que las pondera como más o menos probables y esa probabilidad puede evaluarse matemáticamente”.

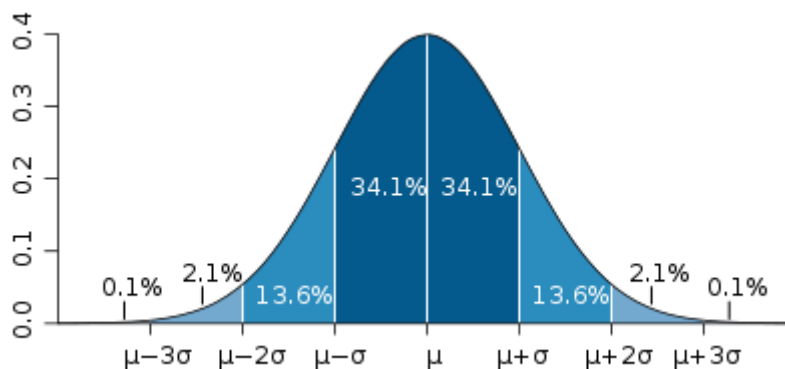
Bachelier estudió el mercado de bonos y lo llamó “un juego parcial”. Lo comparaba con una moneda no trucada, donde es igual de probable que salga cara o cruz.

Tras examinar un movimiento del precio podemos deducir un relato de causa y efecto sobre por qué ocurrió. Por ejemplo, la bolsa subirá si aparece un rumor sobre que los tipos de interés bajan. O la cotización de alguna empresa se verá recortada por alguna mala noticia relacionada con sus directivos. Pero antes del movimiento habría sido difícil prever esa información y más todavía predecir cómo reaccionaría el mercado, así que, simplemente habríamos asumido que eran justos, que el mercado ya había tenido en cuenta toda la información relevante y que los precios estaban en equilibrio con la oferta y la demanda.

Si no hay ninguna información que pueda cambiar el precio hacia arriba o abajo, éste se mantendrá oscilando en el punto de partida y la mejor predicción será el precio de ahora.

Bachelier razonó que los cambios de precio, en el lenguaje de la estadística, formarían una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas y que si presentáramos gráficamente los cambios de precio de un bono a lo largo de un mes o un año, se distribuirán según la campana de Gauss: numerosos cambios pequeños agrupados en el centro de la campana y pocos cambios grandes en las colas.

Figura 1. Campana de Gauss.



Las ideas económicas de Bachelier estuvieron mucho tiempo en el olvido. No fue hasta 1956, donde la idea de Bachelier de un “juego imparcial” prendió y los economistas reconocieron el valor práctico de la descripción de los mercados mediante las leyes del azar y el movimiento browniano. Todas estas teorías se convirtieron en los años 70 y 80 en el principio de buena parte de la metodología estándar de la economía moderna.

3.3. MARKOWITZ

En 1920, en Chicago, nació Harry Markowitz quien fue el primero en aplicar las ideas de Bachelier. Era hijo de un comerciante y vivió en una familia acomodada, aun así fue la incertidumbre económica el tema que más le interesó. [15] [16]

Un día de 1950 Markowitz estaba estudiando en la biblioteca universitaria leyendo un libro llamado "*Theory of investment value*" de John Burt Williams. El autor argumentaba que, para estimar el valor de una acción, hay que empezar por prever cuántos dividendos reportará, y luego ajustar la predicción a la inflación, los intereses y otros factores que introducen incertidumbre. Markowitz pensó que los inversores reales no actuaban de ese modo. Si fuese así, comprarían acciones de una única compañía, la mejor elección, y esperarían las ganancias. En vez de eso, se tiende a diversificar las inversiones. Se piensa en el riesgo y no sólo en el beneficio.

Markowitz se planteó cómo unir ambos conceptos, riesgo y recompensa. El beneficio esperado depende del precio más probable de la acción cuando llegue el momento de vender. En la campana de Gauss significaría el promedio o la media de todos los precios posibles antes de vender. Y el riesgo, la amplitud de las oscilaciones del precio alrededor de la media, en otras palabras, de las posibilidades de que nos equivoquemos en el precio final. La medida más habitual sobre la campana de Gauss es la volatilidad, con la varianza y la desviación estándar. Markowitz añadió las correlaciones.

Si se apuesta sobre 100 monedas no trucadas y sus lanzamientos no están correlacionados, probablemente al final ni se gana ni se pierde. Las caras de unas contrarrestarán las cruces de las otras. Pero si las monedas estuvieran correlacionadas, eso sería una mala noticia. En un instante, según cómo decidan caer las monedas, nos haremos ricos o nos arruinaremos.

Ésta y otras teorías hicieron que la inversión dejara de ser un juego de presentimientos y sugerencias para convertirse en una ingeniería de medias, varianzas e índices de aversión al riesgo.

Surgieron algunos problemas. En primer lugar, no estaba claro que la campana de Gauss fuera la mejor medida del riesgo bursátil. En segundo lugar para confeccionar carteras eficientes tenemos que prever las ganancias, los precios de las participaciones y la volatilidad de las miles de acciones. Y finalmente para cada acción hay que calcular la covarianza con el resto de acciones.

En aquella época, para la bolsa de Nueva York entera se requerirían 4 millones de cálculos y puesto que los precios cambian, el ejercicio debía repetirse constantemente. En aquellos tiempos eso suponía un problema computacional.

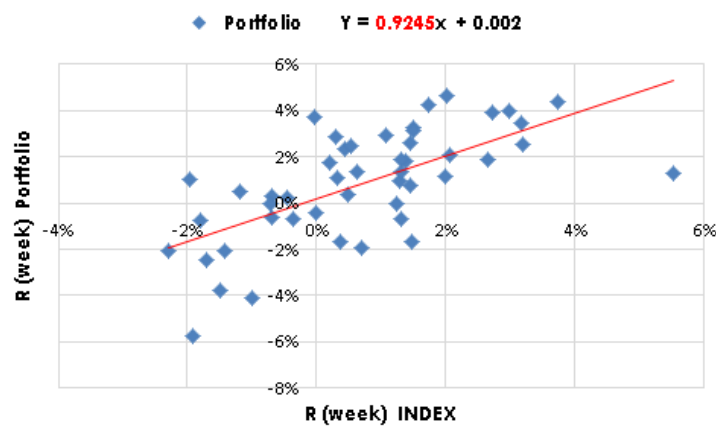
3.4. SHARPE

La solución la ofreció en primera instancia un joven economista, por el año 1960, de nombre William F. Sharpe que se preguntó qué ocurriría si todo el mundo aplicara las reglas de Markowitz en el mercado. Pensó que no habría tantas carteras como inversores, sino una sola para todos. Si las fluctuaciones de los precios sugerían una segunda cartera de inversiones mejor que la primera, obviamente, todo el mundo empezaría a pasarse a esta nueva cartera, con lo que pronto volvería a haber una

sola, "la cartera del mercado". Así que el mercado mismo hacía los cálculos de Markovitz. [14]

De esta forma, unas acciones individuales que sigan los movimientos del mercado (que estén exactamente correlacionadas con él) pagarán exactamente lo mismo que el mercado. Asimismo, una acción que caiga un 4% cuando el mercado lo hace un 2% carece de atractivo. Es dos veces más volátil que el mercado, así que no la compraremos a menos que supongamos que, a pesar del riesgo en los malos tiempos, todavía podrá doblar nuestro dinero en los buenos tiempos. De manera similar, una acción que cae un 1% cuando el mercado lo hace un 2%, puede ser atractiva. Es la mitad de volátil que el mercado, así que pagaremos más por ella y nos contentaremos con obtener un beneficio menor pero más seguro. Esta magnitud de la relación entre la rentabilidad de un título frente a la del mercado, se llama Beta.

Figura 2. Definición de Beta. Relación entre el mercado y un portfolio.

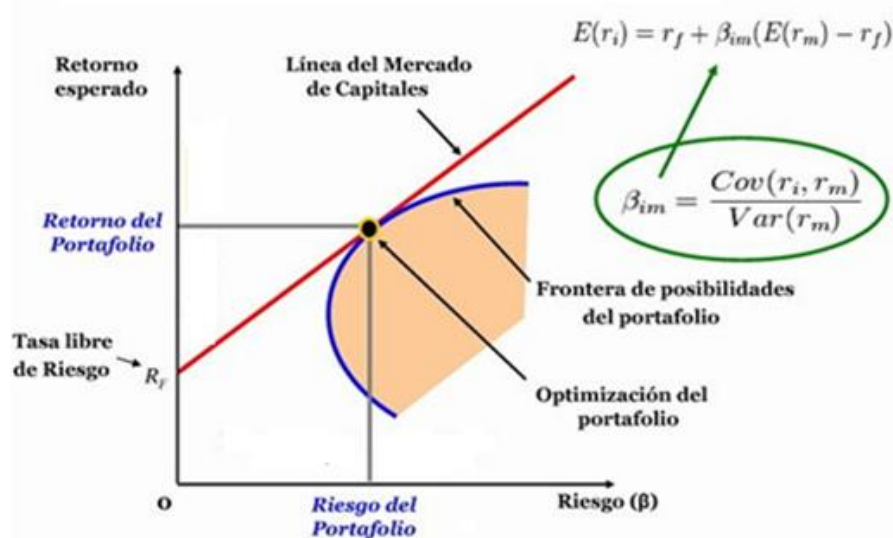


En la figura anterior se aprecia cómo se obtiene la Beta de un portfolio respecto a un índice de referencia o mercado. Se pinta para cada rentabilidad semanal del índice, la rentabilidad semanal del portfolio. La pendiente de la recta de regresión que atraviesa los puntos es Beta. Para este ejemplo 0.9245. Una Beta igual a 1 quiere decir que nuestra cartera es el mercado, tienen una relación total.

$$\beta = \frac{Cov(r_a, r_b)}{Var(r_b)}$$

Con la Beta surgió el modelo de valoración de activos financieros (CAPM) que busca obtener la combinación de activos más rentable, maximizando cada uno de los activos de forma separada y obteniendo los pesos de cada inversión.

Figura 3. El CAPM: Capital Asset Pricing Model.



Donde:

- $E(r_i)$ es la tasa de rendimiento esperada de capital sobre el activo i .
- β_{im} es Beta e indica la cantidad de riesgo con respecto al mercado.
- r_m es el rendimiento del mercado.
- r_f es el rendimiento del activo libre de riesgo.

De esta forma los cálculos respecto al método de Markovitz se redujeron enormemente. Éste es uno de los motivos que explican la popularidad de la fórmula en el mundo financiero.

3.5. BLACK - SCHOLES

El 23 de abril de 1973, en Chicago, se inauguró un nuevo tipo de mercado que consistía en una novedosa y más barata forma de apostar por acciones. Consistía en comprar una "opción de compra" de una acción, de una determinada compañía, por un valor, a ejecutar dentro de un periodo de tiempo. Por esta opción pagas una comisión y cuando expire el plazo eliges ejercer o no la opción de compra, dependiendo de la cotización de la compañía en ese instante. [17]

Pero el precio no lo establecía nadie, era el que convenían compradores y vendedores. Muchos economistas se dedicaron a encontrar alguna manera de estimar un precio "razonable".

Fisher Black y Myron Scholes se centraron en el planteamiento de que no es necesario saber cómo acabará el precio, todo lo que hay que conocer es lo que los propios negociantes ya saben: precio de lanzamiento, plazo de expiración del contrato y la volatilidad de las acciones.

Después de todos estos pasos, empezó a aumentar el interés de la gente por las finanzas, por todo el mundo las compañías financieras comenzaron a confeccionar carteras eficientes para sus clientes. La industria se transformó y descubrió la economía de escala. Los matemáticos se convirtieron en asesores y empleados de grandes agencias financieras.

3.6. UNA VISIÓN DIFERENTE

Todo el desarrollo desde Bachelier tenía sentido, pero los modelos basados en esas teorías que tenían el propósito de ganar dinero, se enfrentaban con la realidad y en ocasiones no conseguían los resultados esperados. De forma que empezó a aparecer una corriente escéptica, que puso en entredicho algunas de las asunciones que se habían asumido. [9]

- I. *“La gente es racional y su única meta es enriquecerse. Y los inversores racionales constituyen un modelo racional del mercado”.*

Esta frase pertenece a una corriente de estudio que trata de entender el comportamiento humano para poder modelar los cambios de precios. Y es que en algunas ocasiones podemos tener comportamientos no tan normales, tal y como estudió Hersh Shefrin en 2002. [4]

Supongamos que nos proponen lanzar una moneda para ganar 200€ si sale cara y nada si sale cruz, o aceptar 100€ sin riesgo. Los investigadores han comprobado que la mayoría de gente opta por la ganancia segura. Ahora bien, si modificamos el juego para que si sale cara paguemos 200 € y si sale cruz no perdamos nada, o pagamos 100 € sin lanzar la moneda. Esta vez la mayoría de gente preferirá jugársela.

- II. *“Todos los inversores son iguales. Los inversores tienen los mismos objetivos y un idéntico horizonte temporal. Dada la misma información se tomarán las mismas decisiones. Una ecuación que describa a uno de los inversores puede reciclarse para describirlos a todos”.*

Sin embargo, no todos los inversores tienen el mismo patrimonio, lo que para algunos es suficiente, para otros no. La apreciación del dinero es diferente. También hay quienes compran acciones a 20 años vista, para tener una pensión, otros compran y venden a diario especulando en internet. Algunos invierten en valor y buscan acciones de buenas compañías temporalmente fuera de moda; otros invierten en crecimiento e intentan subirse al carro de empresas ascendentes. Por tanto es complicado poder constituir una ecuación que describa por igual a todos los inversores.

- III. *“El cambio de los precios es prácticamente continuo. Las cotizaciones de las acciones o monedas no saltan nunca en varios puntos de golpe, sino que lo hacen de manera paulatina”.*

En un día normal como fue el 8 de enero de 2004 la agencia Reuters reportó ocho episodios de desequilibrio. Noticias de gran trascendencia como la aprobación de una medicina por el ministerio de sanidad o una inesperada oferta de absorción hacen que el mercado sufra. Las órdenes de compra y de venta se descompensan, lo que obliga a los bolsistas a subir o bajar las cotizaciones de las acciones.

- IV. *“Los cambios de precio siguen un movimiento browniano. Un concepto derivado de la física, que explica el movimiento de una molécula en un medio a temperatura uniforme”.*

Esto consiste en lo siguiente:

- *Independencia estadística: cualquier información que pueda servir para predecir el precio de mañana está contenida en el precio de ayer, así que no hace falta considerar los registros históricos. Los anteriores no influyen en el precio actual.*
- *Estacionariedad: el proceso que genera los cambios de precio es invariante en el tiempo.*
- *Normalidad: los cambios de precio se ajustan a una distribución normal, los cambios pequeños son mayoritarios y los grandes raros con una frecuencia predecible y rápidamente descendente.*

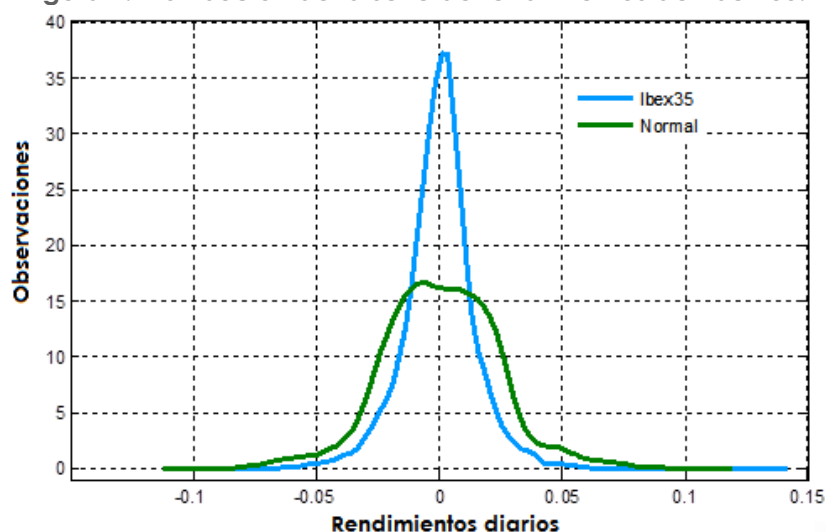
Sobre este trío de supuestos del punto IV se profundizará a continuación.

3.6.1. HIPÓTESIS DE NORMALIDAD

Los investigadores estudiaron los datos históricos y observaron algunas realizaciones fuera de la normalidad, pero prefirieron contemplar las distorsiones como errores que podían ignorarse. Esto llevó a asumir que en el mundo real siempre habría unos pocos datos anómalos que estropeaban los modelos de los científicos.

Cuando nos paramos a estudiar una serie de precios o un índice cualquiera, se puede apreciar que los datos raramente se ajustan a la pauta normal. Los cambios de gran magnitud son mucho más frecuentes de lo que se aprecia en los modelos estándar. A continuación un ejemplo comparativo:

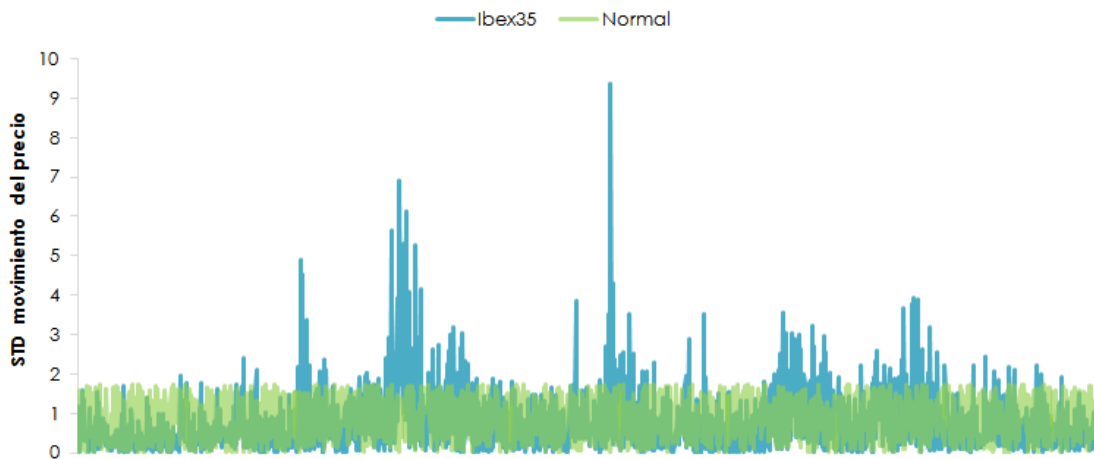
Figura 4. Distribución de la serie de rendimientos del Ibex 35.



En esta figura se observan las diferencias entre las funciones de distribución de los rendimientos de cada una de las series. La distribución normal ha sido creada a partir de la media y varianza de los rendimientos del Ibex 35 (Obtenidos de Yahoo Finance) y para el mismo número de observaciones.

En la siguiente figura se hace la misma comparativa, pero esta vez, cada precio, es función de la desviación estándar:

Figura 5. Rendimientos de precio medidos en desviaciones estándar.



Se aprecian más claramente las diferencias entre las observaciones del movimiento browniano y las del ibex35. Cada cambio se mide por el número de desviaciones estándar que se aparta del cambio medio, es decir, cuán inusual es. Un cambio muy grande y poco frecuente corresponde a una barra alta mientras que los pequeños están representados por barras cortas. En la simulación browniana la mayoría de cambios se sitúan en 1σ , donde sigma es la desviación típica del cambio medio. Cerca del 95% de los cambios estarían dentro de 2σ , el 98% dentro de 3σ y muy pocos valores superarían esta magnitud. Sin embargo, las barras del Ibex 35 son enormes, alguna llega a 9σ . Las posibilidades teóricas de que estos cambios se produzcan son muy pequeñas, pero sin embargo en la figura anterior se puede ver cómo aparecen más frecuentemente de lo esperado.

Para medir estas diferencias respecto a la distribución normal se puede utilizar el estadístico Curtosis.

3.6.1.1. CURTOSIS

Trata de estudiar la proporción de la varianza que se explica por la combinación de datos extremos respecto a la media en contraposición con datos poco alejados de la misma. Una mayor Curtosis implica una mayor concentración de datos muy cerca de la media de la distribución, coexistiendo al mismo tiempo con una relativamente elevada frecuencia de datos muy alejados de la misma. Esto explica la forma de la distribución de frecuencias con colas más pesadas y con un centro muy apuntado.

El coeficiente de Curtosis viene definido por:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

donde μ_4 es el cuarto momento centrado o con respecto a la media y σ es la desviación estándar.

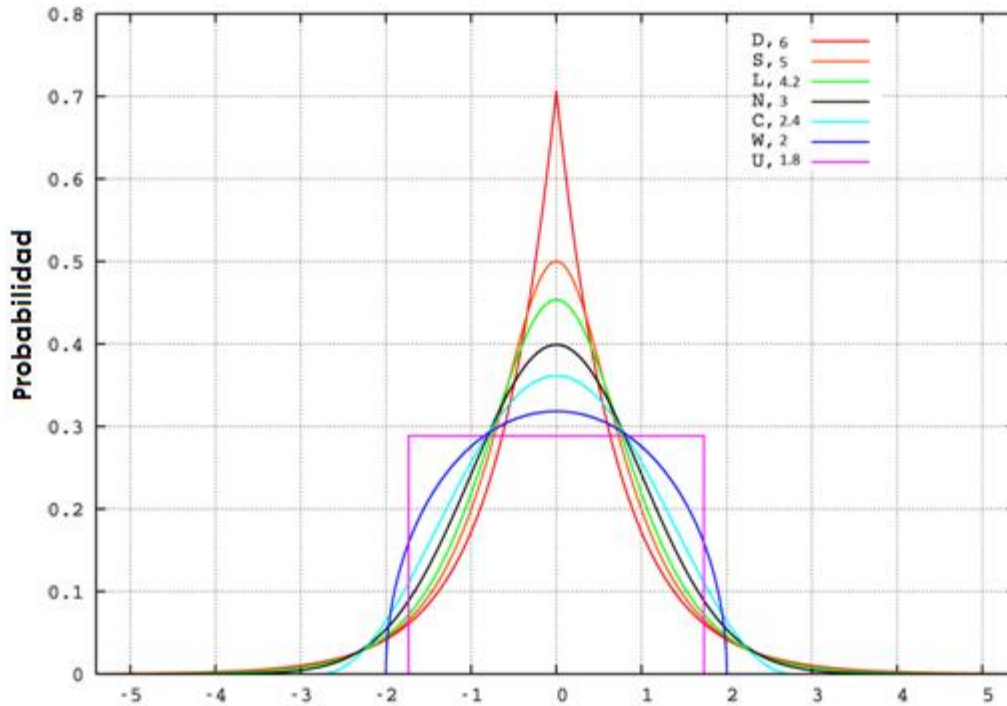
Una distribución normal tiene una Curtosis de valor 3. Tomando ésta como referencia una distribución puede ser:

- Leptocúrtica: Más apuntada y con colas más anchas que la normal.
- Platicúrtica: Menos apuntada y con colas menos anchas que la normal.

- Mesocúrtica: La distribución normal.

Figura 6. Curtosis de distribuciones de probabilidad.

D: Distribución de Laplace, S: Distribución secante hiperbólica, L: Distribución logística, N: Distribución normal, C: Distribución del coseno al alza, W: Distribución de Wigner, U: Distribución uniforme.



Veamos ahora las series de precios y los valores de Curtosis asociados de algunos de los más conocidos índices mundiales.

Figura 7. Series de precios de los principales índices mundiales.

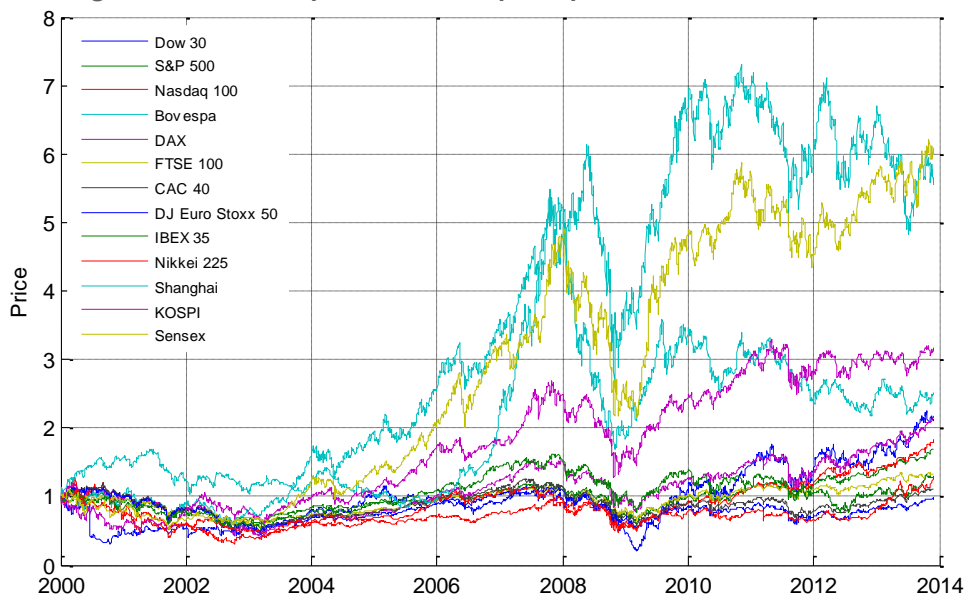


Figura 8. Índice, país y Curtosis asociada a la serie.

Índice	País	Curtosis
Dow 30	EEUU	7.77
S&P 500	EEUU	8.53
Nasdaq 100	EEUU	6.01
Bovespa	Brasil	5.25
DAX	Alemania	5.93
FTSE 100	Reino Unido	7.07
CAC 40	Francia	5.40
DJ Euro Stoxx 50	Zona Euro	5.31
IBEX 35	España	5.12
Nikkei 225	Japón	7.61
Shanghai	China	5.49
KOSPI	Corea del Sur	7.18
Sensex	India	6.30

Como se puede ver en la tabla todos los índices superan la Curtosis de 3 presente en la distribución normal. Se podría decir, que hablando de Curtosis, la distribución de los cambios de precio se parece más a una distribución secante hiperbólica (Curtosis = 5).

3.6.2. HIPÓTESIS DE INDEPENDENCIA

La teoría de los mercados eficientes, asume que el precio de un activo financiero incluye toda la información disponible hasta la fecha sobre ese activo financiero. Por tanto, las fluctuaciones futuras en dicho precio dependerán de la nueva información que aparezca en el mercado y por tanto, dichas fluctuaciones serán independientes entre sí. En otras palabras, el mercado no tiene memoria.

Sin embargo, muchos economistas estudian las tendencias a corto plazo y pretenden aprovecharse de ellas.

John Murphy en 1999 escribía: "El concepto de tendencia es absolutamente esencial en el análisis técnico de los mercados. Medir las tendencias nos ayuda a participar en ellas. La tendencia es simplemente la dirección del mercado, hacia donde se mueve y hay tres tipos de tendencias: alcista, bajista y lateral, que corresponde con comprar, vender y no hacer nada". [5]

Las tendencias tienen que ver con la influencia de los precios o sus cambios en un momento dado sobre su comportamiento siguiente. Algunos economistas afirman que existe un efecto de momento en juego: cuando el precio de una acción comienza a subir, aumentan las posibilidades de que continúe su ascenso por un tiempo.

Campbell Harvey, de la Universidad de Duke, examinó en 1991 las bolsas de 16 de las mayores economías del mundo y encontró que, si un índice bajaba o subía, las posibilidades de que volviera a hacerlo al mes siguiente aumentaban ligeramente. Otros estudios han encontrado tendencias similares a corto plazo en los precios de las acciones. Cuando hay noticias sensacionales sobre una compañía y llegan a oídos de los inversores, las bolsas reaccionan con prontitud, el movimiento puede prolongarse unos días a medida que las buenas noticias se difunden, los analistas las estudian y más inversores obran en consecuencia, el efecto moda. [6]

Los economistas Narasimham Jegadeesh y Sheridan Titman concibieron y elaboraron un test de evaluación de estrategias mercantiles basado en estas tendencias. A partir de los registros de 1965 hasta 1989, simularon qué habría pasado si hubiesen seguido una estrategia simple: comprar acciones que hubiesen subido en los seis meses previos y vender las que hubieran bajado. Descubrieron que, como promedio, en el siguiente período de seis meses podrían haber obtenido un beneficio neto de 12% anual mayor del que habrían obtenido siguiendo un índice bursátil. [7]

Por lo tanto, es posible que las acciones que se lleven a cabo hoy tengan algo que decir en el desarrollo de los días siguientes. A este efecto se le conoce como tendencia y se intentará medir a continuación.

3.6.2.1. TENDENCIALIDAD, EL EXPONENTE DE HURST

Harold Edwin Hurst es posiblemente uno de los hidrólogos más conocidos de todos los tiempos. A la edad de 26 años salió de Inglaterra hacia Egipto para intentar resolver uno de los grandes misterios de los faraones y de paso proporcionó el exponente que lleva su nombre. [9][10]

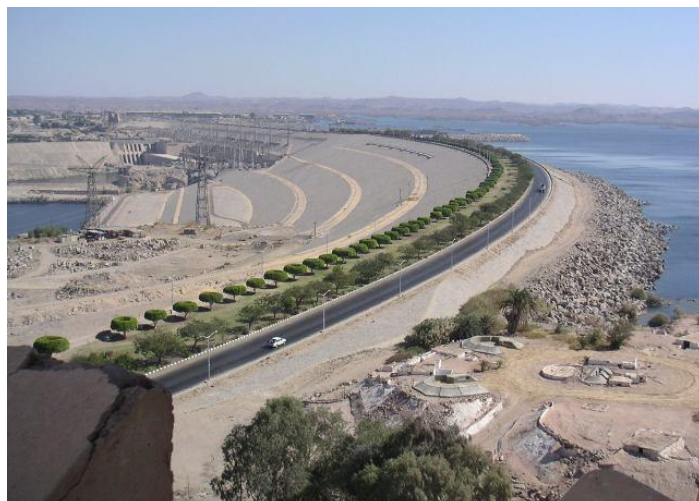
Heródoto, hacia el 450 antes de Cristo escribió: *"las aguas comienzan a subir en el solsticio de verano, en la inundación subsiguiente a lo largo de los cien días posteriores transporta sedimentos tan ricos río abajo que la gente obtiene sus cosechas con menos trabajo que en ningún otro lugar del mundo."*

Desde siempre ha existido mucho interés por conocer los ciclos hidrológicos del Nilo. Algunas veces la crecida lo inundaba todo y otras apenas se notaba, y de ello dependía la prosperidad o la pobreza del pueblo. Los siete años de vacas gordas y los siete de vacas flacas.

Hacia 1906, en Egipto, que estaba bajo la jurisdicción británica, la población empezó a aumentar y los embalses no daban abasto para la gestión del agua, así que Hurst fue el encargado de diseñar un depósito para acumularla en previsión de las peores sequías. Hurst empezó por preguntarse cuál era la causa que provocaba las inundaciones periódicas y por qué otras veces había largos ciclos de sequías.Cuál era la relación entre un año y el siguiente, no sólo importaba la magnitud de las crecidas, sino su secuencia precisa.

Para ello estudió 800 años de registros de las inundaciones del Nilo y de otros muchos ríos de diferentes geografías. Notó que había una tendencia: años en los que se producían crecidas del río seguidos de años de inundaciones y periodos con bajos niveles de agua seguidos por años de sequía. En casi todos los casos, cuando representó el rango de cada registro en función del número de años, vio que

Figura 9. Presa de Asuan.



se ampliaba más deprisa de lo esperado. De hecho encontró que en todas partes los diferentes fenómenos obedecían a la misma fórmula: el rango se ampliaba según la potencia $3/4$ (0.73 para ser precisos). Un número extraño pero, afirmó Hurst, "un hecho fundamental de la naturaleza".

Si tomamos las n observaciones del caudal sobre el río y las denotamos como:

$$h(1), h(2), \dots, h(n)$$

Sea M es la media de todos los niveles:

$$M = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n h(i)$$

Calculamos las desviaciones de la media:

$$\begin{aligned} x(1) &= h(1) - M \\ x(2) &= h(2) - M \\ &\dots \\ x(n) &= h(n) - M \end{aligned}$$

Calculamos la suma acumulada en cada n :

$$\begin{aligned} Y(1) &= x(1) \\ Y(2) &= x(1) + x(2) \\ &\dots \\ Y(n) &= x(1) + x(2) + \dots + x(n) \end{aligned}$$

Llamamos rango a la diferencia entre el máximo y el mínimo:

$$R(n) = \text{MAX}[Y(n)] - \text{MIN}[Y(n)]$$

Y $S(n)$ a la desviación estándar sobre todos los h -valores de n .

La teoría de la probabilidad demostró que si una serie de variables aleatorias tiene finitas desviaciones estándar y son independientes, entonces el rango estadístico R/S se incrementará en una proporción de $n^{1/2}$.

Por lo que tenemos que $\frac{R(n)}{S(n)} \sim kn^{1/2}$, aplicando logaritmos nos queda que $\log\left(\frac{R}{S}\right) \sim \log(k) + (1/2)\log(n)$. Si pintamos el $\log(R/S)$ frente a $\log(n)$ esperaremos tener una recta con pendiente $1/2 = 0.5$.

Pero Hurst observó que su recta tenía una pendiente cercana a 0.73. Lo que mostraba que los niveles de caudal observados en el Nilo, no eran independientes. El nivel de agua de hoy condicionaba el de mañana.

$$\frac{R}{S} \sim kn^H, \text{ H es el exponente de Hurst.}$$

Esto se traduce en:

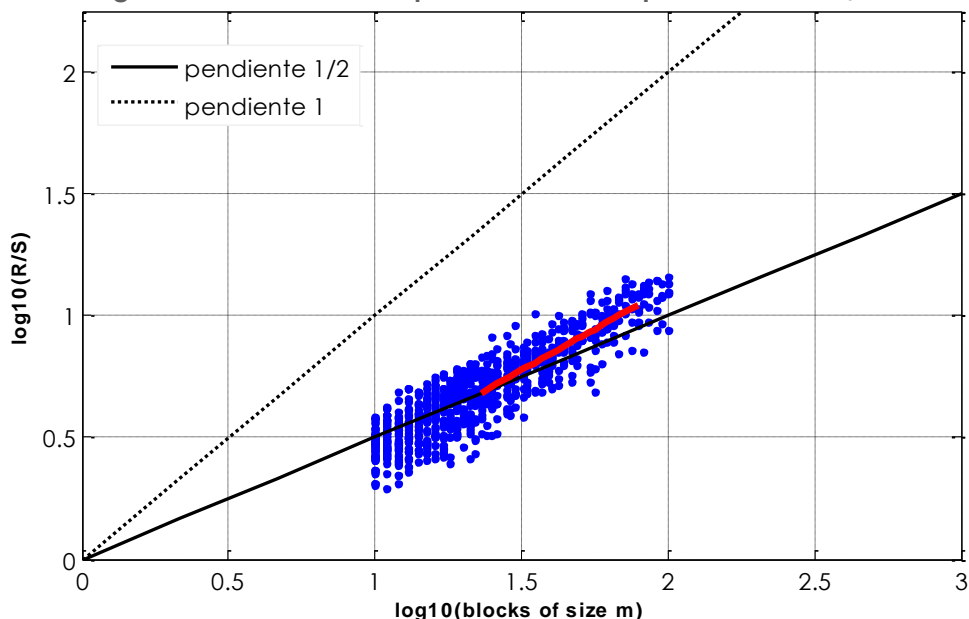
Si $H = 0.5$, puede afirmarse que las series son independientes.

Si $0 < H < 0.5$, la serie analizada es antipersistente, es decir, después de una subida hay más probabilidades de una bajada y por tanto el proceso tiende a revertir a su media.

Si $0.5 < H < 1$ la serie analizada es persistente. Ello significa que después de una subida hay más posibilidades de experimentar una subida y viceversa.

Y esto tiene aplicación en las finanzas actuales, el exponente de Hurst se utiliza para cuantificar la persistencia de las series financieras, su tendencialidad, su dependencia. Véase un ejemplo sobre las acciones del banco Santander los últimos 2 años:

Figura 10. Cálculo del exponente de Hurst por el método R/S.



El exponente de Hurst para las acciones del Santander es de $H = 0.6712$. Lo que muestra la persistencia entre observaciones de los rendimientos de la serie. Sin saberlo Hurst había descubierto que las series financieras, de alguna forma, tienen en cuenta el pasado para crear el futuro.

3.6.3. HIPÓTESIS DE ESTACIONARIEDAD

Un proceso estocástico y_n es estacionario cuando la distribución de k -tuplas $(y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_k})$ es la misma con independencia del valor de k y de los períodos de tiempo t_1, t_2, \dots, t_k considerados.

Una propiedad de cualquier proceso estocástico estacionario es que el pronóstico de un valor futuro converge a su media según el horizonte temporal tiende a infinito. Esto es útil en el caso de un proceso de ruido blanco.

Otra característica es que cualquier realización cruza a menudo la media muestral, mientras que un proceso no estacionario pasa arbitrariamente grandes períodos de tiempo fuera de su media muestral.

La función de autocorrelación simple de un proceso estacionario, compuesto por la secuencia de correlaciones entre dos valores del proceso, tomará el valor cero relativamente rápido, muriendo muy lentamente para procesos cerca de la no estacionariedad, tal y como se observará en la figura 36.

3.7. MODELO BROWNIANO FRENTE A LA REALIDAD

Véanse tres figuras que muestran la variación de precios a lo largo del tiempo (figuras 11, 12, 13). A simple vista las tres imágenes podrían pasar perfectamente por series de precios de algún mercado financiero. Pero no lo son, de hecho sólo hay una que sí lo es. Otra pertenece a la visión de Bachelier y su legado sobre el movimiento browniano de los precios y la otra al modelo de generación de series financieras diseñado por la ATVS. ¿Cuál es cuál?

Figura 11. Serie de precios I.

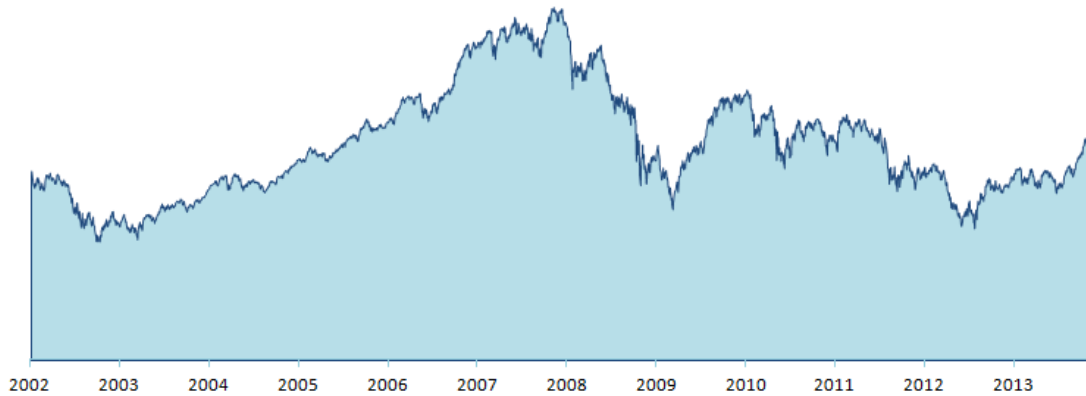


Figura 12. Serie de precios II.

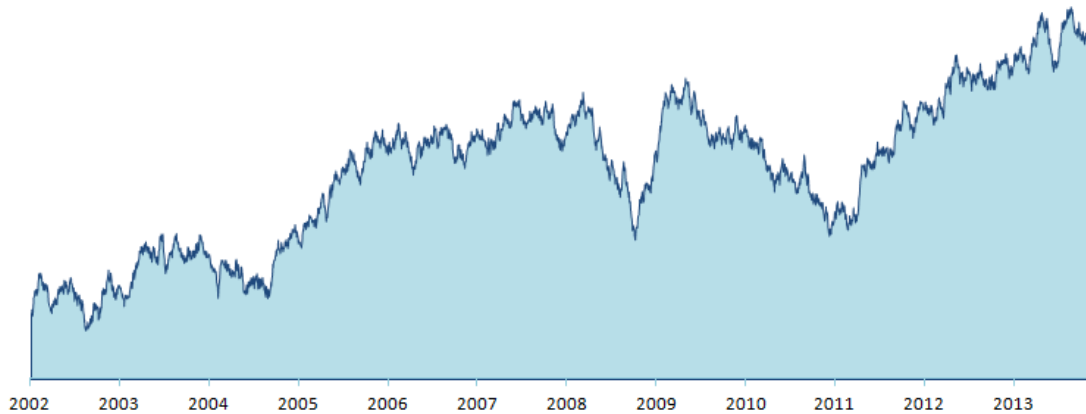
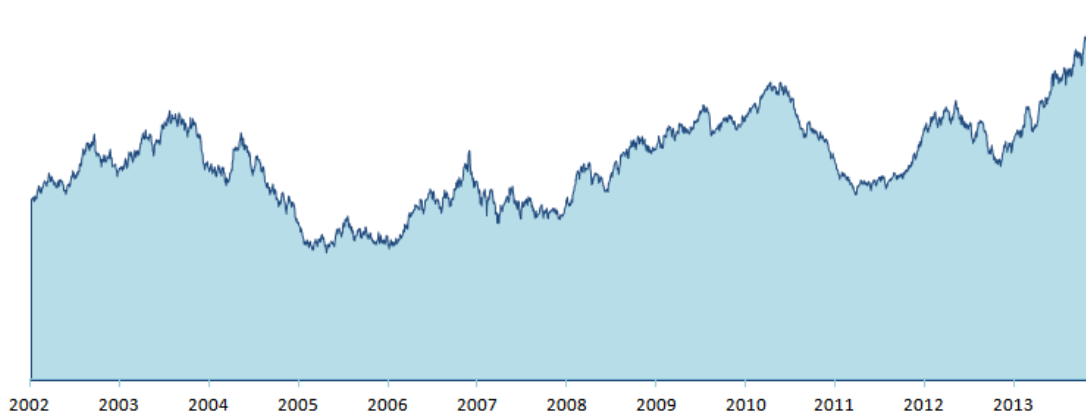


Figura 13. Serie de precios III.



Ilústrense ahora, las mismas series de precios de las imágenes anteriores, pero esta vez visualizando cambios de precios diarios (figuras 14, 15, 16). Con este cambio en la representación es más sencillo identificar al intruso.

Figura 14. Serie de rendimientos I.

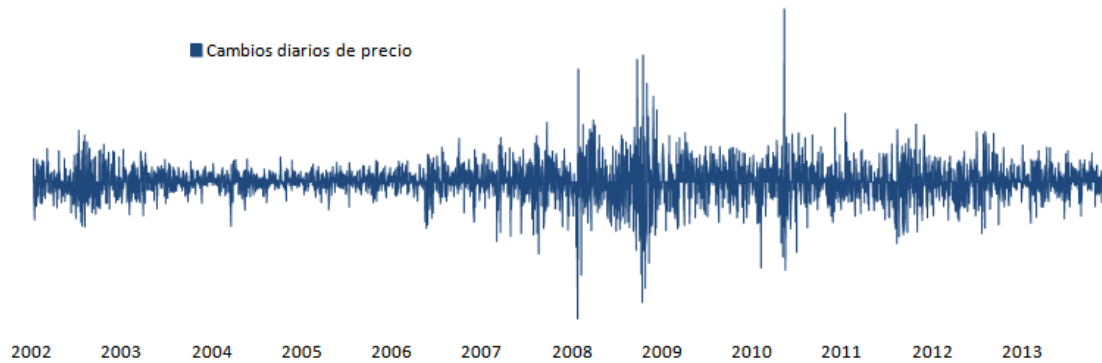


Figura 15. Serie de rendimientos II.

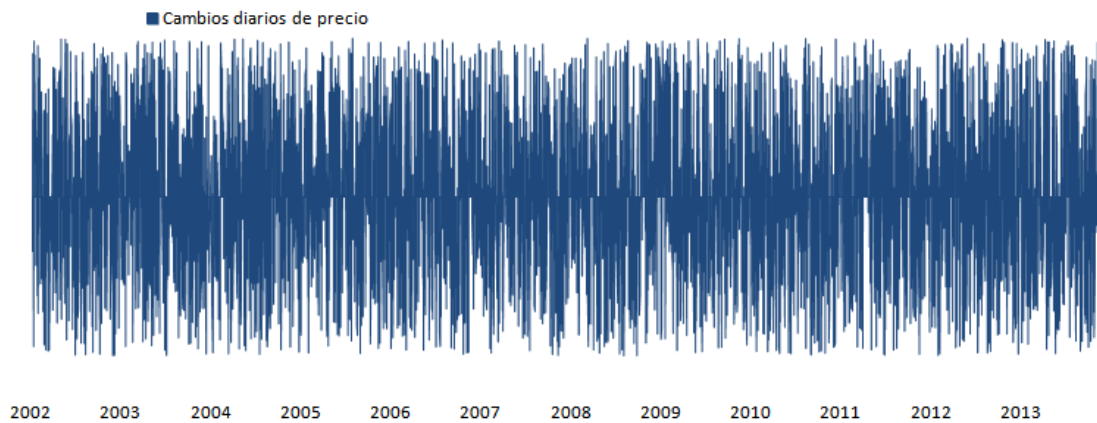
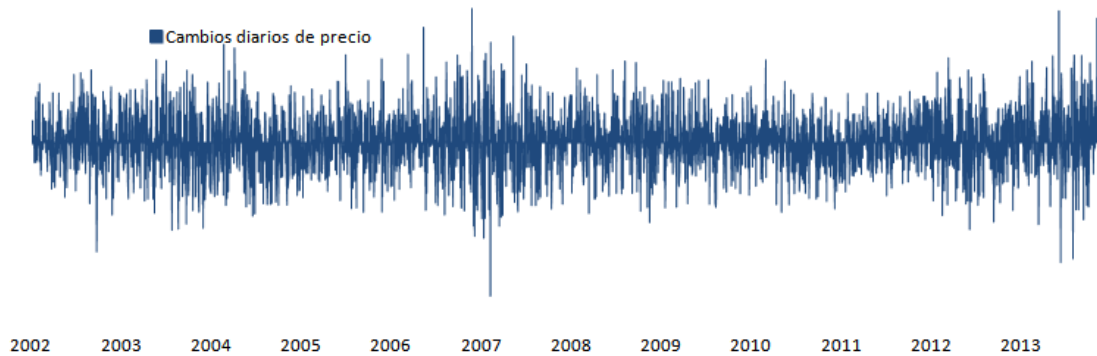


Figura 16. Serie de rendimientos III.



La primera serie corresponde con los datos diarios de precios del Ibex35 desde principios del 2002 hasta 2014 (obtenidos de Yahoo Finance). La segunda serie explica la forma de entender los cambios de precio según Bachelier y el movimiento browniano. Y la tercera ha sido creada con el generador de series propuesto para este proyecto, el cual se conocerá a continuación.

4. ANÁLISIS DEL CONJUNTO DE SERIES

Para este proyecto se recibió a principios de febrero del año 2012, un conjunto de series financieras con las que se pudo empezar con el aprendizaje de características y posteriormente con el diseño y desarrollo del generador.

El conjunto total consta de 278 series en formato fecha, precio y una etiqueta de clasificación por riesgo. Este conjunto es un tipo especial dentro de los activos financieros, son series de precios de fondos de inversión.

4.1.1. FONDOS DE INVERSIÓN, ¿QUÉ SON?

Un fondo de inversión es una institución colectiva constituida por las aportaciones de diversos inversores llamados partícipes, cuyo derecho de propiedad se representa por un certificado de participación.

Los fondos de inversión son administrados por una sociedad gestora que sin ser propietaria de los mismos, es responsable de la administración y gestión de éstos.

Los títulos son depositados en una entidad depositaria independiente que ejerce las funciones de vigilancia y garantía ante los inversores.

Los principales tipos de fondos de inversión son:

- *Monetarios*: invierten en activos monetarios, esto es, letras del tesoro, pactos de recompra de deuda pública, pagarés de empresa, inferiores a 18 meses. La rentabilidad de estos fondos está muy ligada a la de los tipos de interés a corto plazo. Tienen muy poca volatilidad y son indicados para inversores conservadores.
- *Renta fija*: invierten en bonos y obligaciones del estado, renta fija privada y letras del tesoro. El vencimiento suele ser largo, entre 1 y 30 años. La volatilidad es mayor cuanto más falte para el vencimiento. Este tipo de fondos son interesantes para inversores que quieran obtener un poco más de rentabilidad que con los monetarios.
- *Renta variable*: invierten fundamentalmente en acciones de las principales plazas financieras del mundo. El inversor debe ser capaz de soportar pérdidas importantes en el corto plazo, atraído por las mayores rentabilidades.
- *Mixtos*: éstos posibilitan, en un mismo fondo, la inversión en renta variable como en renta fija. Este tipo de fondos tienen por objetivo diversificar el riesgo.
- *De gestión activa*: son fondos que invierten de manera rígida dependiendo del objetivo del fondo y otorgan al gestor una mayor discreción a la hora de elegir los activos que componen la cartera del fondo.
- *Garantizados*: este tipo de fondos aseguran una rentabilidad al partícipe que mantiene la inversión durante un plazo de tiempo determinado. Para ello el inversor debe comprar participaciones del fondo en el periodo de suscripción y mantener la inversión hasta el vencimiento del fondo. Si se abandona antes se pierde la garantía. Dentro de este tipo de fondos hay muchas formas de pagar las rentas.

- *Inmobiliarios*: se consideran instituciones de carácter no financiero. Son instituciones de inversión colectiva cuyo objetivo es la captación pública de fondos que se destinan a la compra de inmuebles para su explotación en régimen de alquiler. Son por tanto inversiones a largo plazo. El liquidativo suele ser mensual, no diario.
- *Fondos de fondos*: Este tipo de fondos tiene la particularidad de no tomar posición sobre activos sino que toman participación en otros fondos de inversión. Estos fondos se benefician de la gestión de otras gestoras y permiten diversificar el riesgo.
- *Sectoriales*: este tipo de fondos invierten concentrándose en sectores específicos de la economía, como internet, sector financiero, ocio, farmacéuticas, tecnología, etc. En estos fondos el inversor puede aislar su inversión del comportamiento general de los mercados de renta variable. Requiere de inversores especialistas y que conozcan altamente el sector al que se dedican.
- *De países emergentes*: este tipo de fondos invierten en países cuyo nivel de desarrollo es inferior a la media de los considerados industrializados. Este tipo de inversiones se consideran muy agresivas porque son muy sensibles a la coyuntura de cada país.

Es importante conocer las características de los activos financieros que disponemos, esto nos ayuda a entender la fisonomía de las series. En nuestro conjunto, ésta es la clasificación para cada uno de los 278 activos.

Figura 17. Clasificación de los fondos del conjunto de series.

Tipo de fondo	Perfil de riesgo	Número de fondos
Fondos monetarios	Muy bajo	6
Fondos de renta fija	Bajo	64
Fondos de renta mixta	Medio	16
Fondos de renta variable	Alto	198

Véase ahora, la forma de las series de todo el conjunto, divididas por clasificación. Todas las series han sido referenciadas a 1, es decir, a pesar de que los precios son distintos, con el objetivo de que se puedan visualizar en una misma figura, se obliga a que todas ellas empiecen el 2 de enero de 2000 y con un capital inicial de 1€.

Figura 18. Fondos monetarios. Serie de precios.

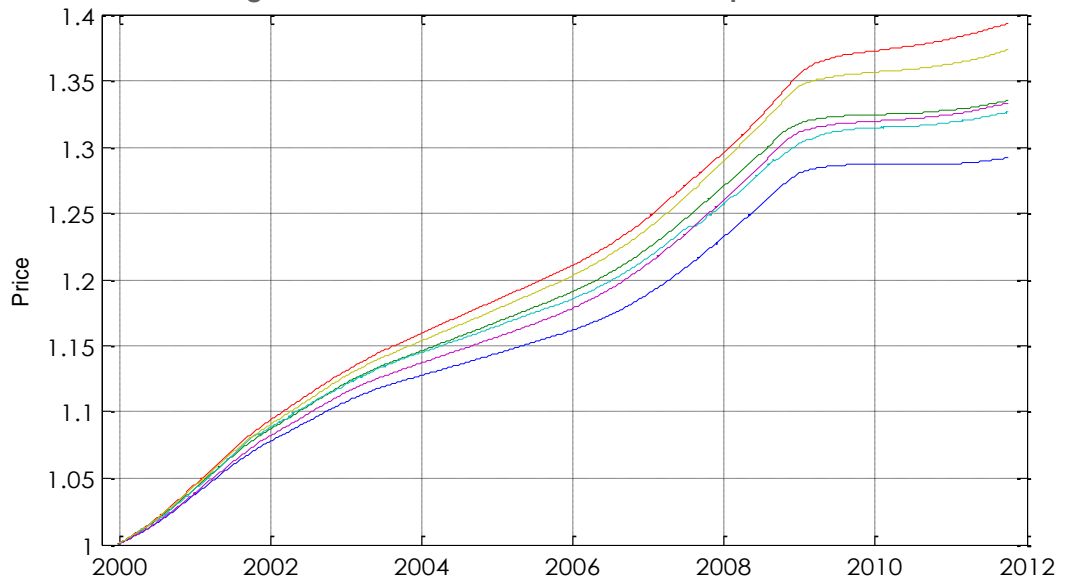


Figura 19. Fondos monetarios. Serie de rendimientos.

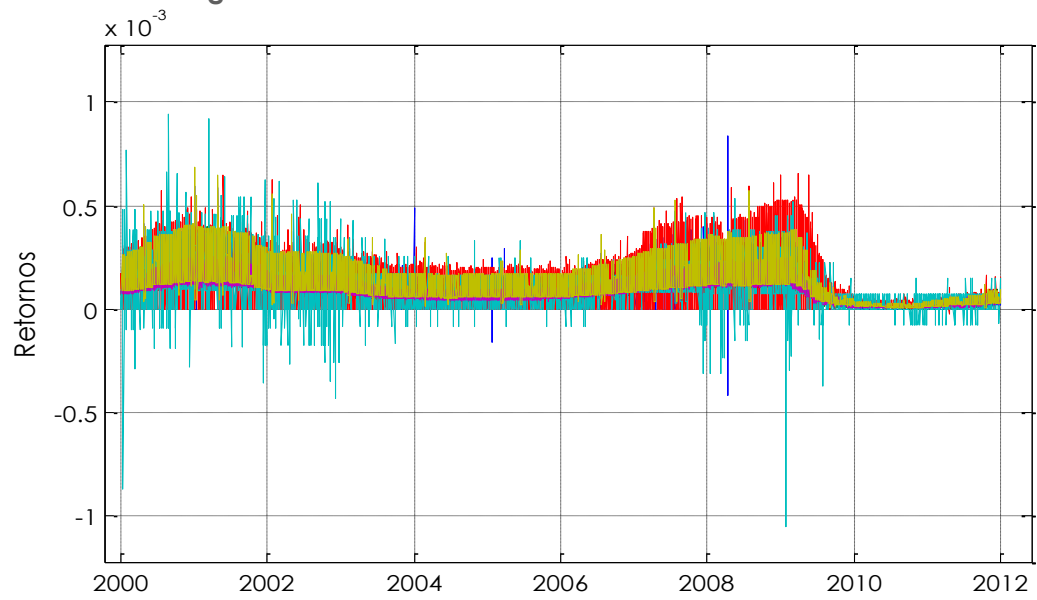


Figura 20. Fondos de renta fija. Serie de precios.

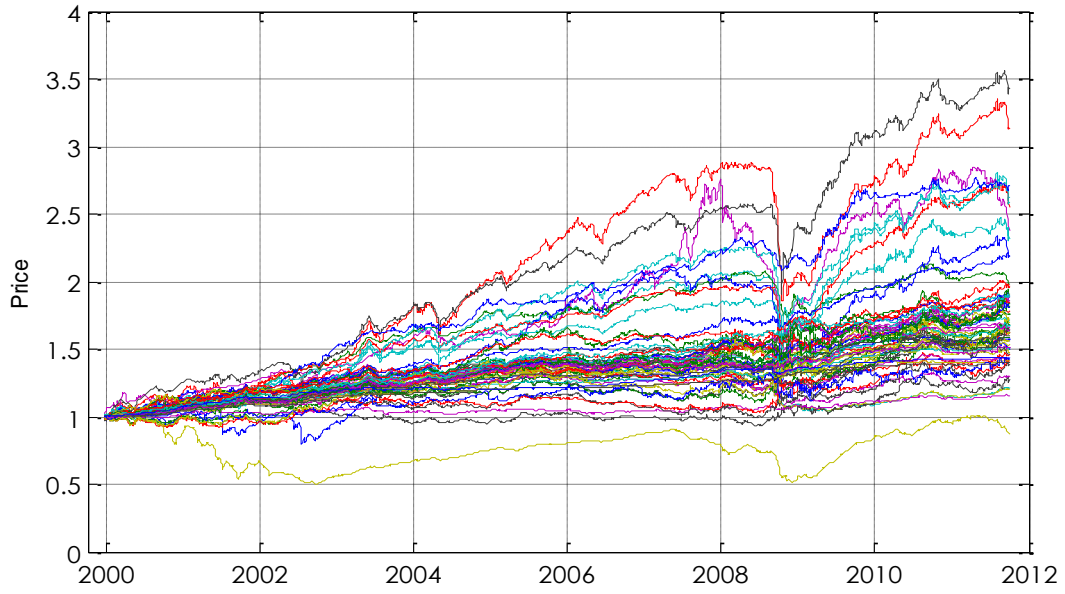


Figura 21. Fondos de renta fija. Serie de rendimientos.

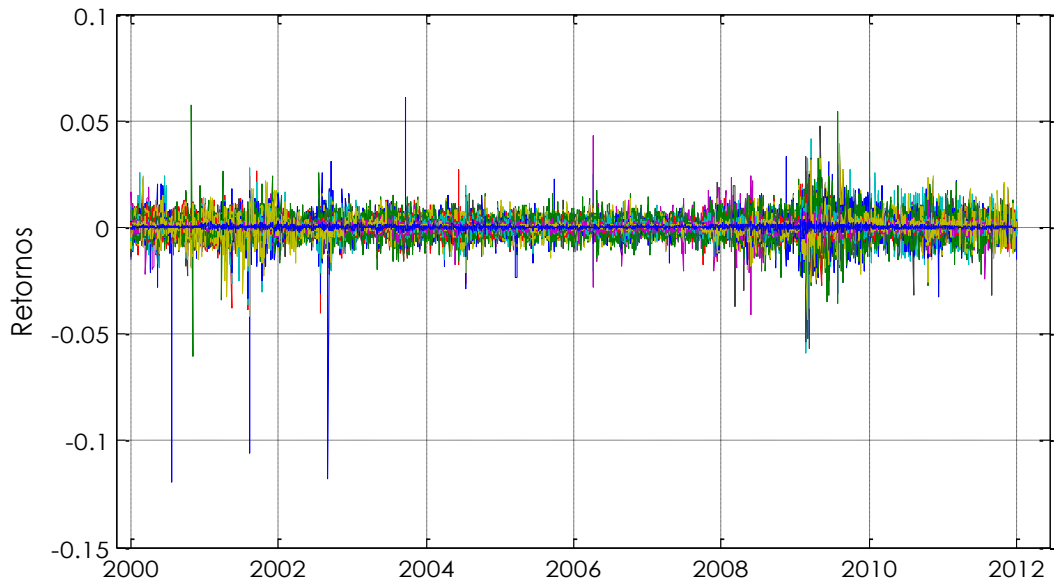


Figura 22. Fondos de renta variable. Serie de precios.

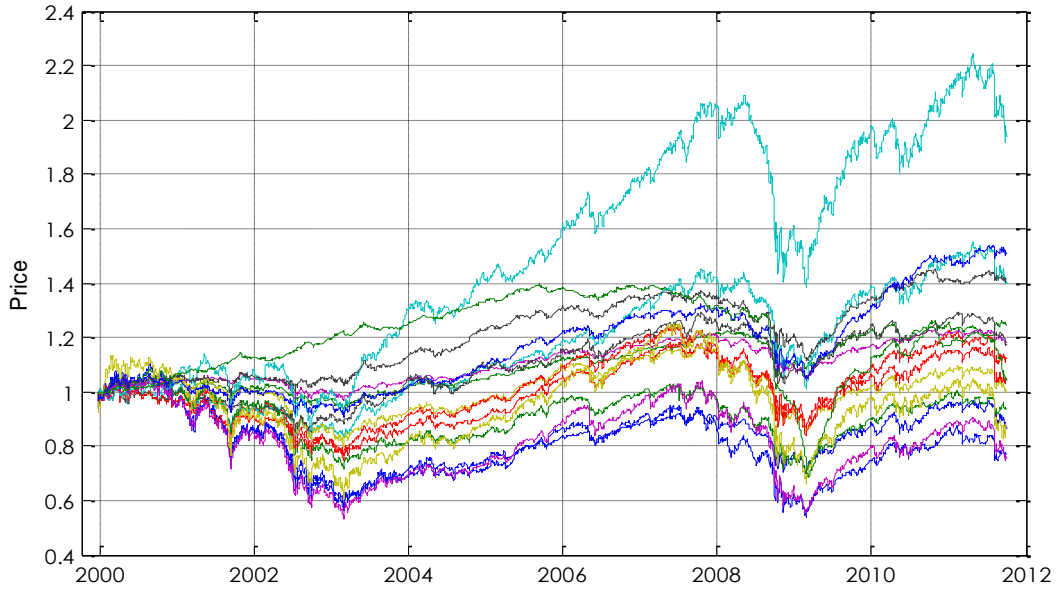


Figura 23. Fondos de renta variable. Serie de rendimientos.

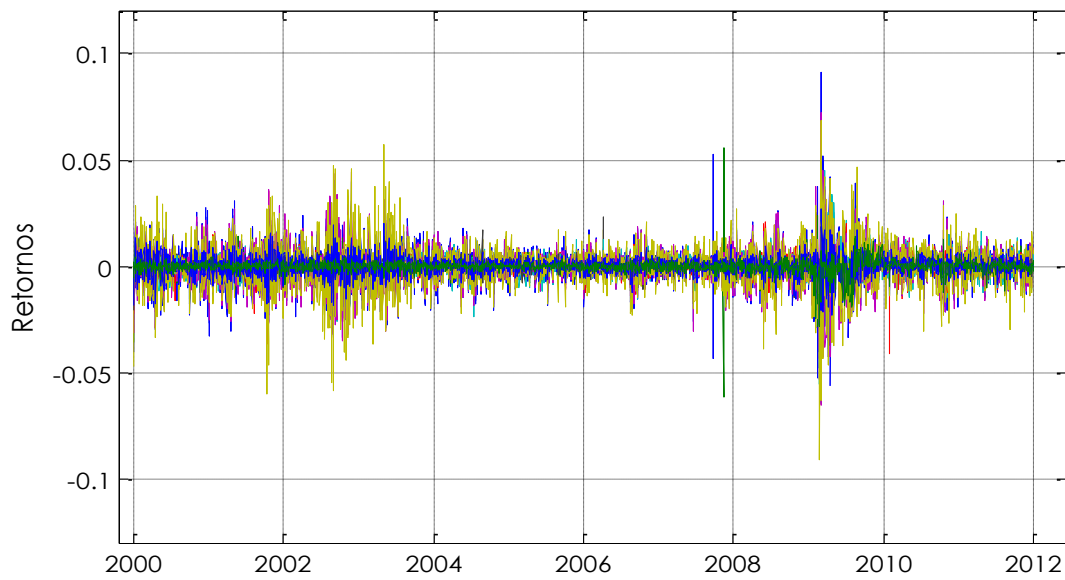


Figura 24. Fondos de renta mixta. Serie de precios.

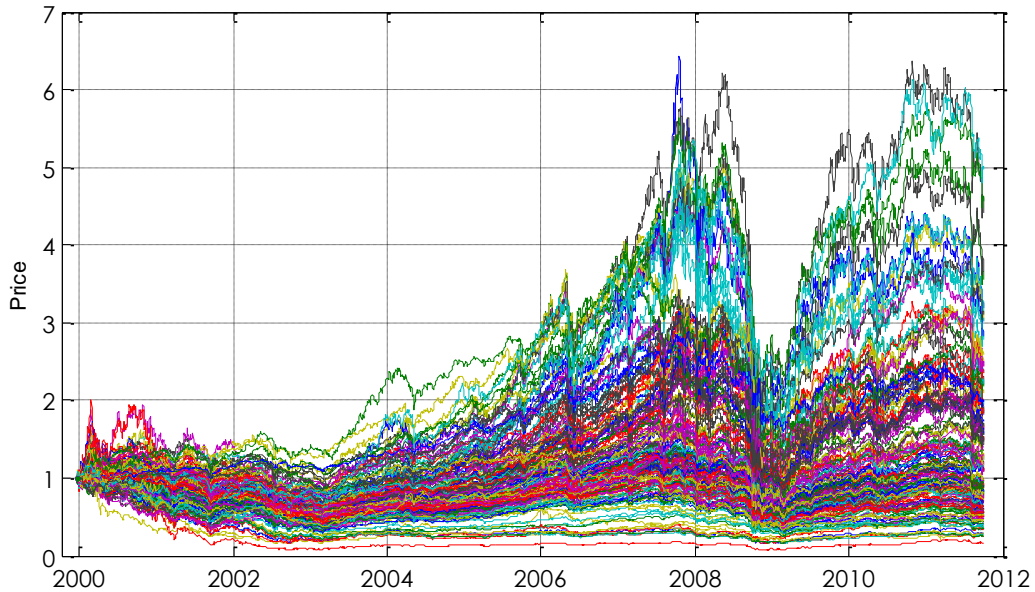
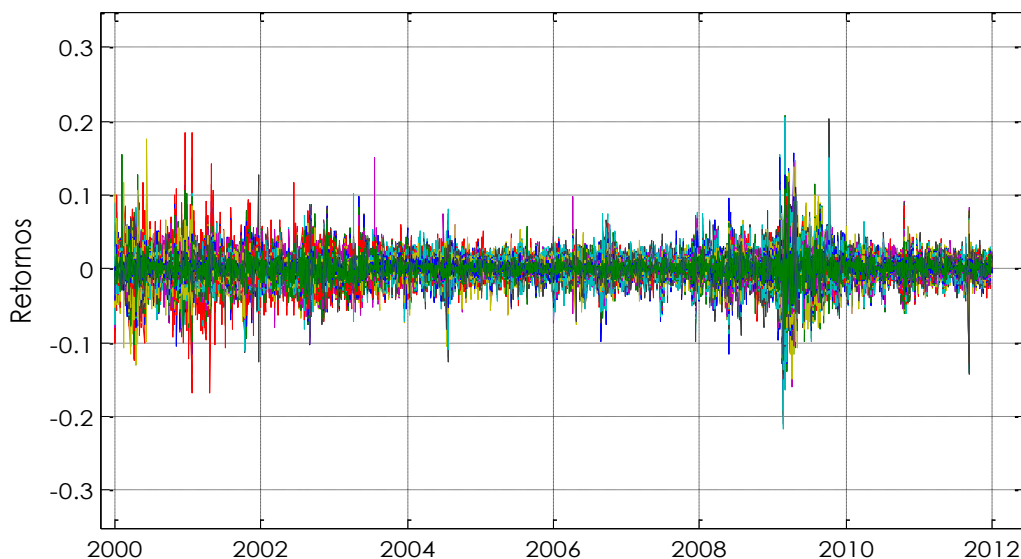


Figura 25. Fondos de renta mixta. Serie de rendimientos.



Como se observa, todos los fondos de inversión tienen un comportamiento aparentemente común dentro de cada división o clasificación de riesgo. Los precios de cada una de ellas son distintos, pero se observa que hay un movimiento principal que las conduce a todas.

Todos los perfiles de riesgo, excepto el más bajo que corresponde a fondos monetarios, tienen una progresión ascendente desde 2003. A finales de 2008 todas las series sufren una fuerte caída, que coincide con la quiebra de Lehman Brothers el 15 de septiembre, la mayor compañía de activos financieros e inversiones.

4.2. PRE-PROCESADO

Uno de los inconvenientes encontrados en las series de precios financieras es que en muchas ocasiones no se dispone de datos de precios para todos los días. A veces porque no los hay, como cuando se cierran los mercados por acontecimientos

excepcionales (atentados, catástrofes naturales, etc.), y otras veces porque no se han capturado adecuadamente o se han perdido.

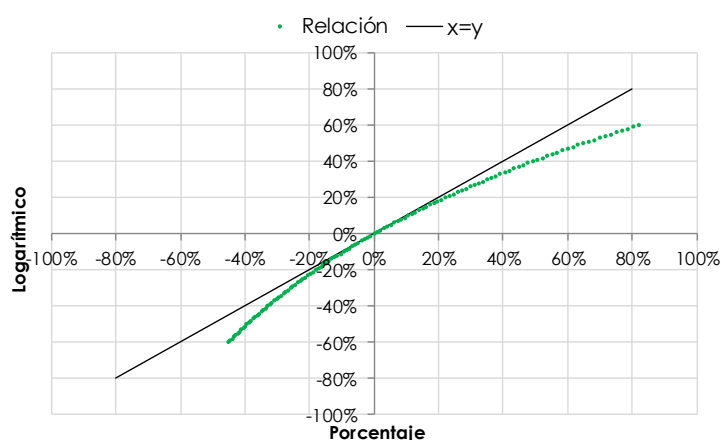
Las series de precios se pueden transformar en series de rendimientos, que muestran los cambios de precios diarios, mediante las siguientes opciones:

$$R_{\text{porcentual}}_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad \text{o} \quad R_{\text{logarítmica}}_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

donde P son los precios de una serie y R los rendimientos.

Como se observa en la figura 26 ambas transformaciones son casi idénticas. Sobre todo para rendimientos pequeños (donde se mueven los rendimientos diarios de las series de precios) y menos similar para rendimientos por encima del 20%.

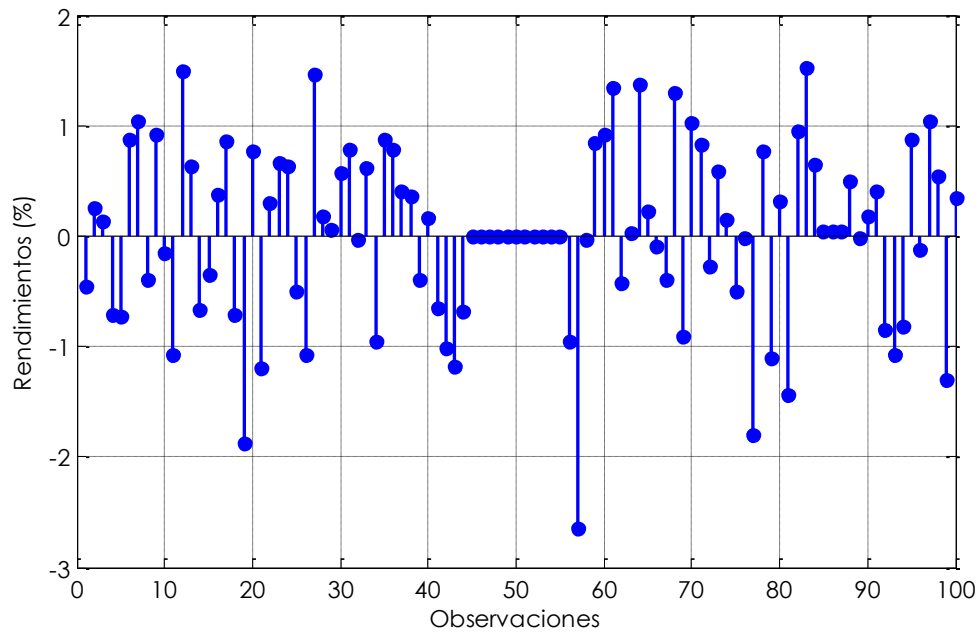
Figura 26. Relación entre rendimientos logarítmicos y porcentuales.



Cuando en las series de rendimientos hay ceros, es un motivo para sospechar que ese dato no es correcto. Un cero en la serie de rendimientos quiere decir que el precio no se ha movido de un día para otro, esto sólo ocurre en series con perfiles de muy bajo riesgo, donde la variación es tan pequeña que de un día a otro el precio se mantiene constante. En el resto de casos, si el mercado está operativo, lo habitual es que el precio cambie.

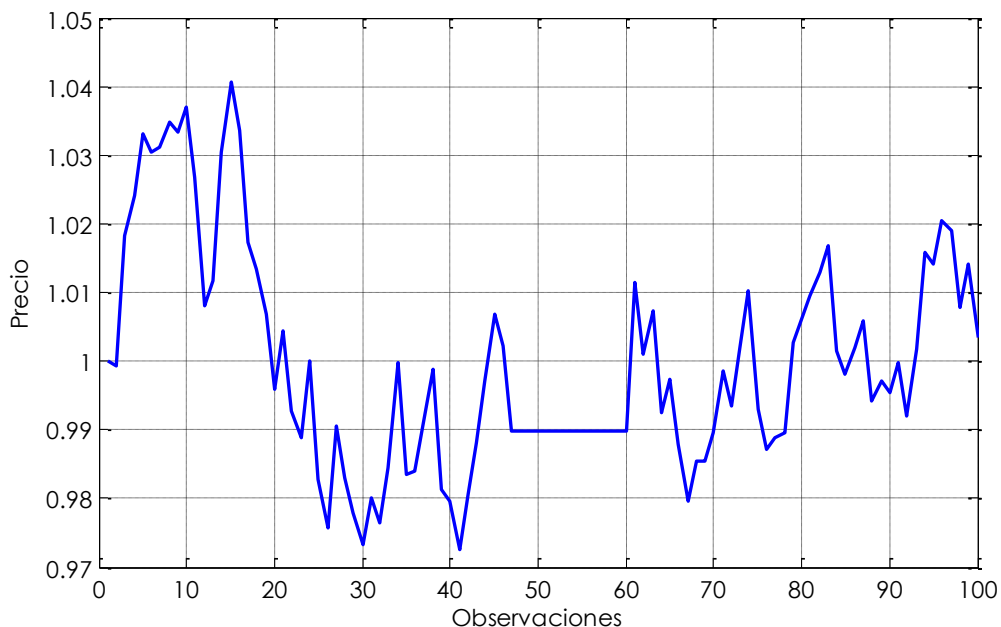
En muchas de las series recibidas hay más ceros de los esperados, tal y como se aprecia en la figura 27 que muestra los rendimientos de una serie de renta variable.

Figura 27. Ejemplo de una serie con rendimientos cero.



En la parte central de la imagen tenemos una sucesión de ceros, que no corresponde con la tipología del resto de la serie, esto puede distorsionar las mediciones sobre las series y ser una fuente no controlada de ruido. Por ello el primer paso antes del análisis de características de las series, es hacer una limpieza para que estas singularidades no puedan afectarnos posteriormente. La serie de retornos se transforma en precios quedando de la siguiente manera:

Figura 28. Ejemplo de precios constantes.

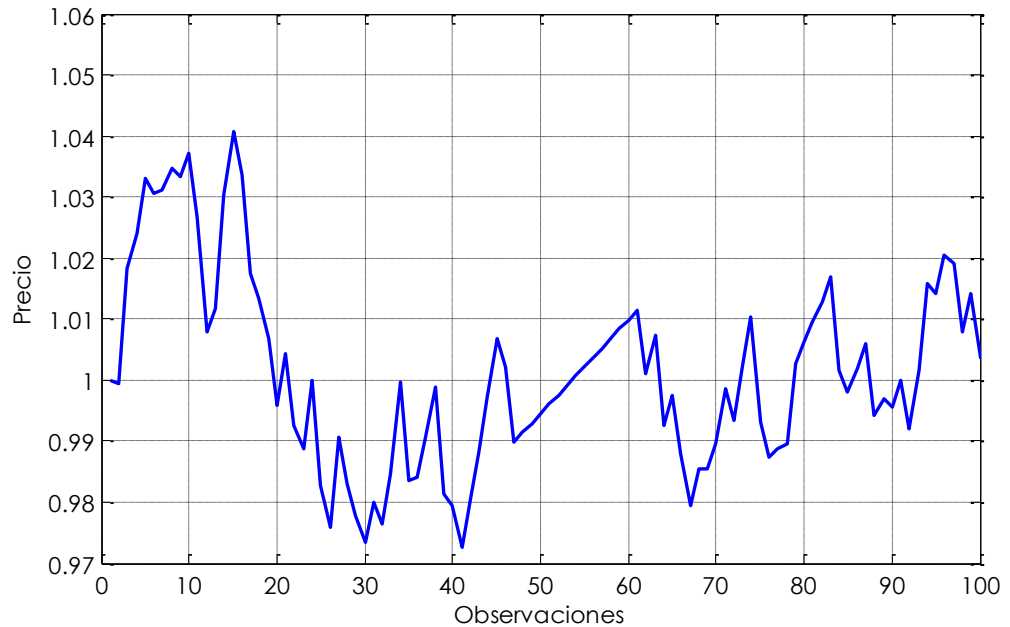


Para cubrir estos huecos hay distintos mecanismos:

1. **Interpolación lineal:** se refiere a reemplazar los precios repetidos por una progresión lineal. Esto suaviza la intersección entre el último precio repetido y el primero, lo cual reduce los saltos. Sin embargo, no acaba de solucionar

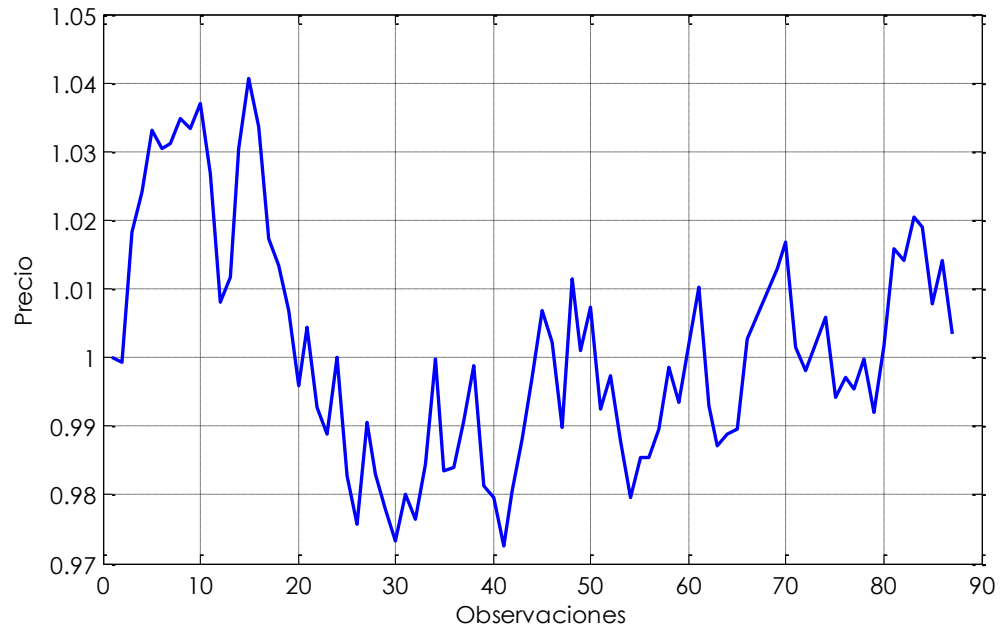
la problemática de introducir en la serie de rendimientos valores anómalos que no mantienen las propiedades del resto.

Figura 29. Ejemplo de precios interpolados linealmente.



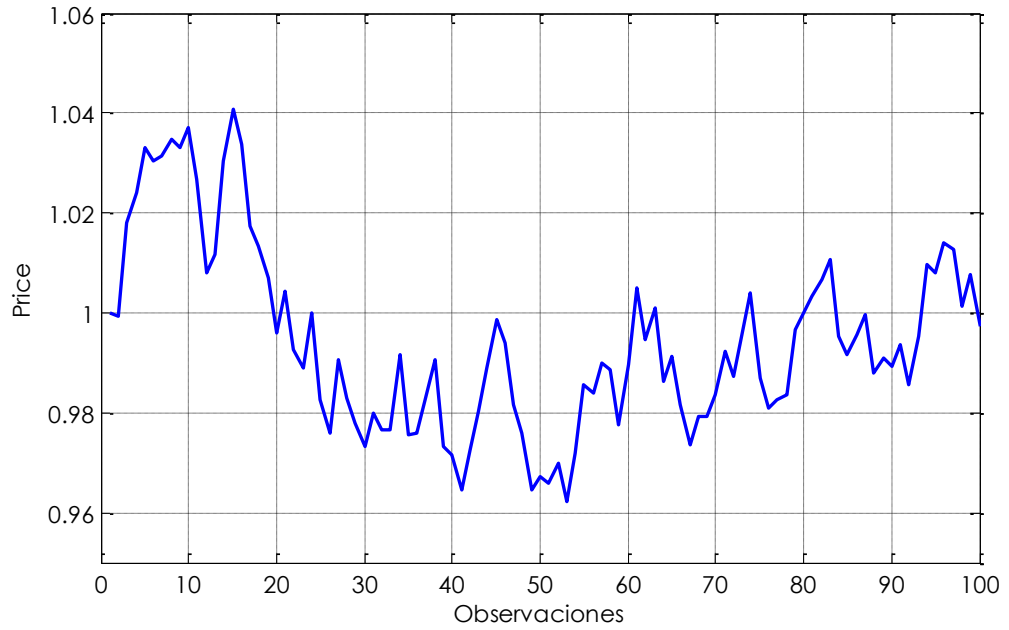
2. **Eliminación:** consiste en eliminar de las series de rendimientos todos aquellos valores iguales a cero. De esta forma únicamente quedarían los datos reales y no se alterarían las medidas. Sin embargo, permanecen los saltos producidos por la unión y además se modifican las dimensiones de las series.

Figura 30. Ejemplo de precios eliminados.



3. **Completar con rendimientos:** consiste en rellenar la parte de rendimientos que son iguales a cero con tramos de la misma serie pero de otros momentos temporales. De esta forma mantenemos la dimensión de las series y las propiedades de los rendimientos.

Figura 31. Ejemplo de precios completados.



Cualquier mecanismo para corregir las series de rendimientos y evitar que se distorsionen las medidas posteriores es inadecuado, lo ideal siempre es tener los datos reales. En nuestro caso hemos elegido la tercera opción, completar con rendimientos, debido a que no introduce datos anómalos y nos permite mantener las dimensiones de las series, lo cual es primordial para poder aprovechar la potencia de cálculo matricial de Matlab que es la herramienta empleada para la generación de series.

5. CARACTERIZACIÓN DE SERIES

En este apartado se estudian las propiedades de las 278 series de precios (fondos de inversión). Se utilizan distintas medidas cuantitativas, con el objetivo de poder aprender las características que describen a este tipo de series temporales y poder replicarlas posteriormente en el generador de series sintéticas.

De ahora en adelante, en algunas ocasiones, únicamente se analizarán las series de renta fija, de renta variable y de renta mixta. Los fondos monetarios se dejan aparte puesto que deben tratarse de manera individual, por ser series con poca variabilidad, comparativamente con las otras.

5.1.1. RENTABILIDAD DE UN ACTIVO

La rentabilidad de un activo puede venir definida desde distintas perspectivas, pero su tratamiento estadístico se basa en la idea de que dicha rentabilidad es una variable que puede adoptar valores distintos a través del tiempo y éstos no pueden ser determinados antes de su observación. Esto genera una variable aleatoria que estará gobernada por una distribución de probabilidad.

RENTABILIDAD SIMPLE

Es la definición de rentabilidad comúnmente usada y se define como:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \text{ donde } P_t \text{ es el precio en el tiempo } t.$$

RENTABILIDAD TOTAL O ABSOLUTA

Es la variación absoluta de precio entre dos periodos de tiempo.

$$Ra_t = P_t - P_{t-1}$$

RENTABILIDAD ACUMULADA

La rentabilidad acumulada, compuesta o "equity" de un activo es la rentabilidad calculada teniendo en cuenta la reinversión de los beneficios. La fórmula utilizada para calcularla es:

$$Rc_t = (1 + Rc_{t-1}) * (1 + Rs_t) - 1$$

donde Rc_t es la rentabilidad compuesta en el tiempo t , Rs_t es la rentabilidad simple en el tiempo t , y Rc_{t-1} es la rentabilidad compuesta en el tiempo $t-1$.

Cuando se pretende comparar los valores de rentabilidad de dos o más activos, y las series de datos de dichos activos no están disponibles para el mismo periodo de tiempo, entonces sus rentabilidades tampoco están disponibles para el mismo periodo, por lo que no se pueden comparar antes de ser anualizadas. Para ello hay que multiplicar el valor de la rentabilidad por n , donde n es:

$$n = \frac{n^{\circ} \text{ de periodos}}{n^{\circ} \text{ de periodos que tiene un año}}$$

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA RENTABILIDAD

El conjunto de todas las rentabilidades posibles de un activo se llama población o conjunto de todos los eventos posibles. La aleatoriedad de la variable provoca que no podamos conocer el valor que tomará en el futuro. Sin embargo podemos llegar a saber cómo se distribuye tal variable aleatoria, es decir, qué probabilidad existe de que tengamos una rentabilidad dada, suponiendo valores discretos de rentabilidad.

La distribución de probabilidad generalmente aceptada es la distribución Normal, claramente definida mediante dos parámetros: media y desviación estándar.

Así, tenemos que la rentabilidad esperada es la media de la distribución de rentabilidades y la desviación estándar nos da una medida de la probabilidad de que la rentabilidad finalice a una distancia específica de la media.

5.1.2. VOLATILIDAD O RIESGO DE UN ACTIVO

La volatilidad de un activo mide la fluctuación de su valor. Es, por tanto, una medida del riesgo de tener dicho activo.

Hemos visto que podemos caracterizar la distribución de rentabilidades utilizando dos parámetros: la media o valor esperado y la desviación estándar. Una medida de riesgo es, precisamente, la desviación estándar de la distribución de rentabilidades.

La desviación estándar es una medida de la dispersión de la distribución, mide cuánto se separan los datos de la media de la población. Si el comportamiento de una acción es estable, las desviaciones de rentabilidad esperada serán pequeñas en cada escenario. Por el contrario, si la acción es volátil, sus desviaciones, tanto hacia un lado como hacia otro, serán grandes: a mayor variación mayor volatilidad.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum [r_t - E(r)]^2}{n}}$$

donde,

r_t : rentabilidad en el tiempo t.

$E(r)$: esperanza de la rentabilidad.

N : número de observaciones.

Las figuras que siguen muestran rendimientos diarios de un activo de bajo riesgo y otro de alto riesgo durante un periodo de cien días. En la figura de la izquierda, se observa que hay días en que el activo se revaloriza un 0.5% y otros en los que pierde un 0.5%. En este caso la rentabilidad media es 0% y la desviación estándar 0.5%. El activo de alto riesgo, a la derecha, tiene una mayor velocidad de cambio, su volatilidad es mayor, en torno a 2.5%, por tanto indica que es más arriesgado.

Obsérvese que es indiferente que las rentabilidades sean positivas o negativas. Se trata de determinar una distancia media y para ello no influye el signo de la rentabilidad obtenida.

Figura 32. Activo de bajo riesgo.

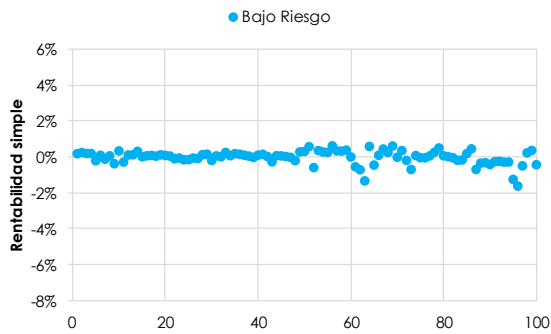
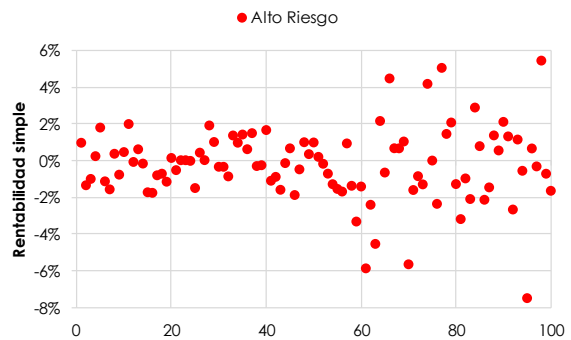


Figura 33. Activo de alto riesgo.



VOLATILIDAD HISTÓRICA

La volatilidad es calculada a partir de los datos históricos. Este tipo de volatilidad se calcula mediante la desviación típica de la serie de rentabilidades de un activo. Sin embargo volatilidades pasadas no implican la misma volatilidad en el futuro. Es un dato que nos da una medida del riesgo que en el pasado tuvo el activo.

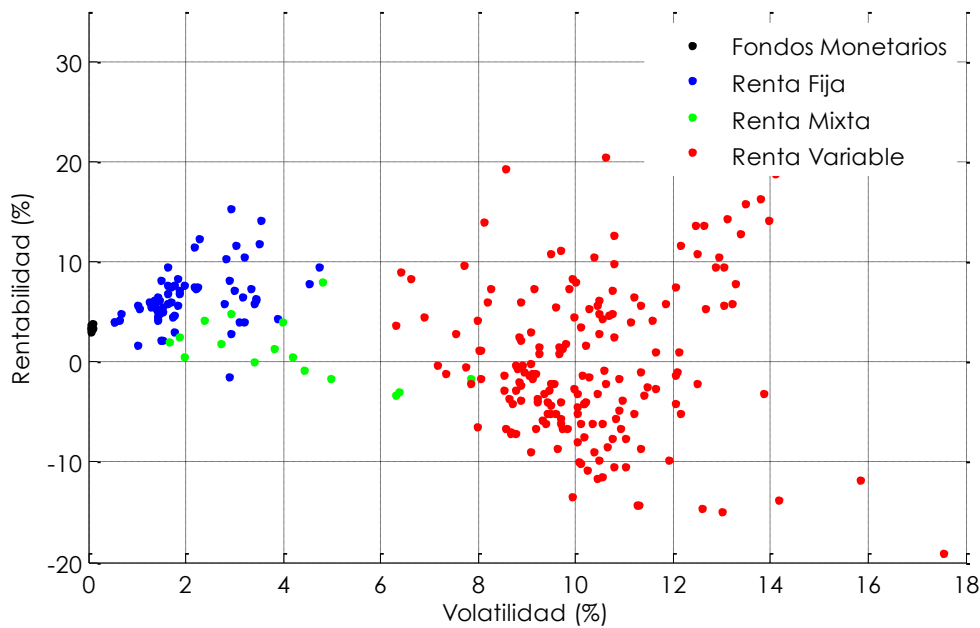
Una característica importante de la volatilidad es que es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo. De esta manera, podremos aproximar la volatilidad a un periodo de tiempo inferior a un año dividiendo la volatilidad anual entre la raíz cuadrada del número de periodos estimados.

$$\text{Volatilidad anualizada} = \text{Volatilidad de un periodo} * \text{Raiz}(N^{\circ} \text{ periodos en 1 año})$$

El anualizar nos permite comparar la volatilidad con la de otros activos distintos. Las volatilidades que leemos en la prensa financiera, en los folletos de inversión, no son más que una desviación estándar anualizada de una rentabilidad media, con equiprobabilidad de ganar o perder esa magnitud.

A continuación se representa la relación entre la **rentabilidad** anualizada y la **volatilidad** de los distintos tipos de fondos de inversión. Se puede apreciar cómo las etiquetas cualitativas corresponden con las cuantitativas. La renta variable son los fondos que más volatilidad tienen y los monetarios los que menos.

Figura 34. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.



5.1.3. CORRELACIÓN

Se llama correlación al estudio de la dependencia que existe entre dos variables que intervienen en una distribución bidimensional.

Se dice que la correlación es positiva o directa cuando a medida que una de las variables crece la otra también crece. Por el contrario, se dice que la correlación es negativa o inversa cuando a medida que crece una de las variables la otra decrece.

COVARIANZA

Se llama covarianza o varianza conjunta y se representa por σ_{xy} :

$$\sigma(x, y) = E[(x - E[X])(y - E[Y])]$$

No es más que la medida del comportamiento de un activo en relación a otro.

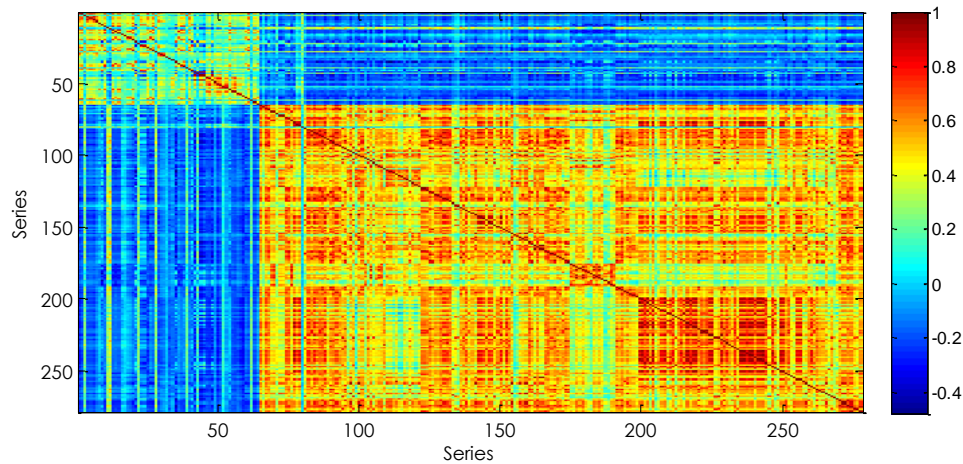
COEFICIENTE DE CORRELACIÓN LINEAL

Se denomina coeficiente de correlación lineal y se designa por ρ , a la media geométrica de los coeficientes de regresión lineal.

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

- $\rho=-1$. Todos los puntos de la variable bidimensional están sobre la recta de regresión. Se dice entonces que entre las variables existe una dependencia funcional y que la correlación es perfecta e inversa o negativa.
- $\rho=0$. No existe ninguna relación entre variables y se dice que las variables están incorreladas.
- $\rho=1$. Todos los puntos de la variable bidimensional están sobre la recta de regresión. Se dice entonces que entre las variables existe una dependencia funcional y que la correlación es perfecta, directa o positiva.

Figura 35. Matriz de correlaciones de las series financieras.



Como se aprecia en la imagen anterior del mapa de correlaciones, en los fondos de inversión existe una fuerte correlación entre series de un mismo perfil. Las primeras 64 series son las de renta fija y luego 16 de renta mixta que tienen una correlación más similar a las de renta variable, que son las restantes.

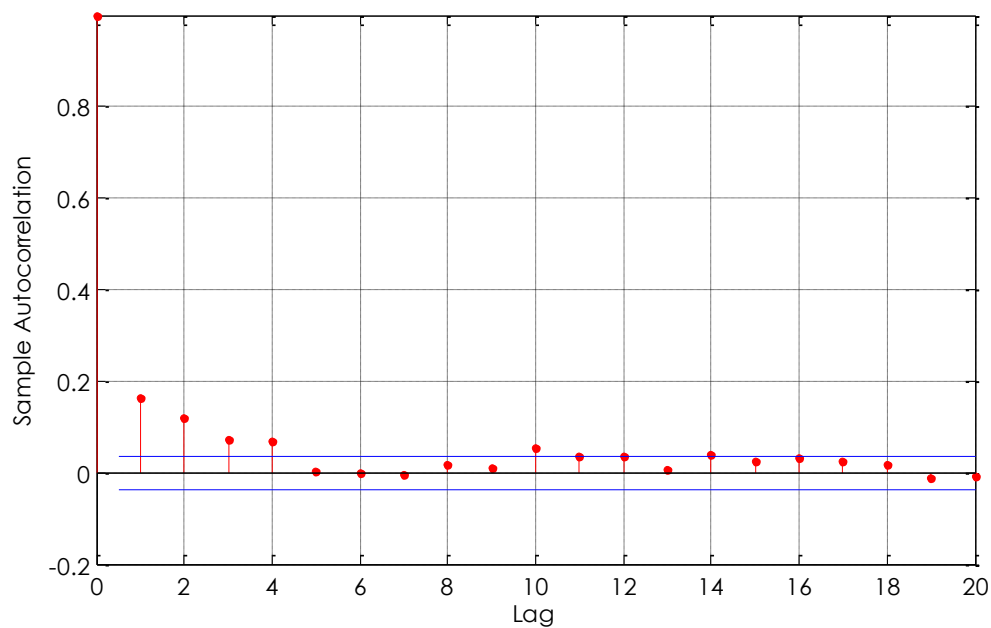
AUTOCORRELACIÓN

El valor de la correlación para sucesivos valores de la serie a estudiar (por ejemplo la serie de precios de un activo) proporciona la función de autocorrelación. La función de autocorrelación expresa las características dinámicas del proceso, porque recoge la influencia del pasado en el presente. Así un proceso en el cual cada variable dependa sólo de la anterior tendrá nulos todos los coeficientes excepto el primero. La función de autocorrelación refleja la memoria del proceso.

$$\rho_s = \frac{cov(x_t, x_{t+s})}{\sqrt{var(x_t) \cdot var(x_{t+s})}}$$

En la figura siguiente se muestra la autocorrelación para una serie financiera. Se observa la poca dependencia de los valores anteriores a t, decreciendo rápidamente a cero.

Figura 36. Función de autocorrelación de una serie financiera.



5.1.4. VAR (VALUE AT RISK)

El VaR representa la máxima pérdida, bajo un nivel de confianza determinado (95%, 99%), para un plazo determinado (un día, una semana, etc.) y bajo condiciones normales de mercado.

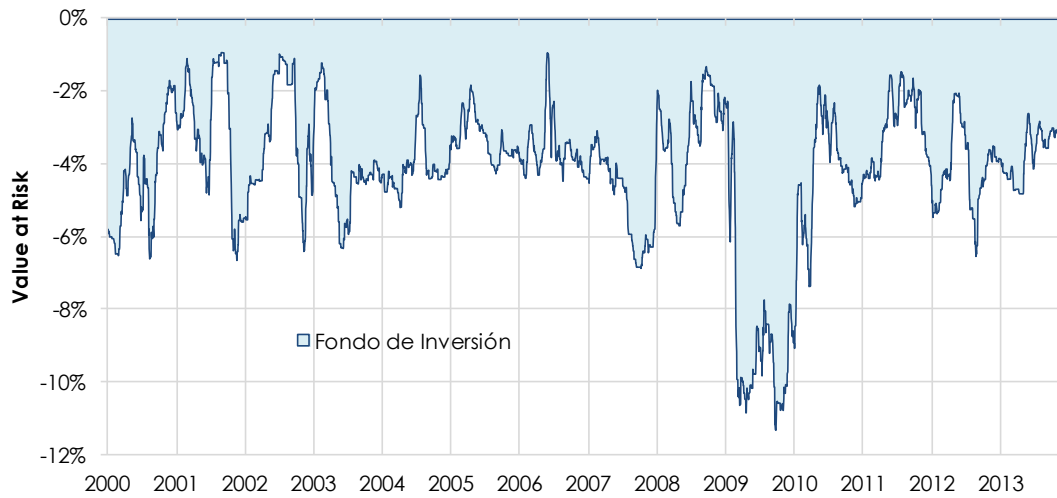
El VaR es otra medida de riesgo que resume claramente en una sola cifra el riesgo de un activo o cartera en términos porcentuales o monetarios. Es una medida del riesgo de mercado de corto plazo.

El VaR queda definido por:

- El **horizonte temporal** o periodo de tiempo para el que se estiman las pérdidas. Normalmente diario o semanal.
- El **nivel de confianza**, que no es más que el percentil de la función de distribución de rendimientos. Los reguladores financieros vienen exigiendo calcularlo con un 99% de confianza (Percentil 1).
- La **ventana temporal**, de datos o precios observados hacia atrás para realizar el cálculo. Suele ser 1 o 2 años.

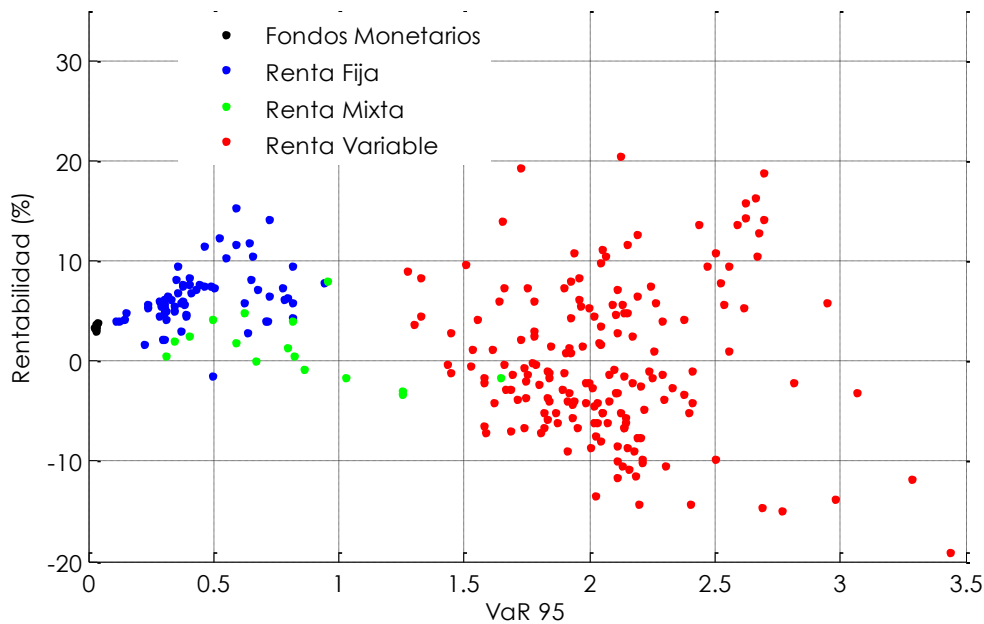
Por ejemplo, si una cartera tiene un VaR a una semana del 5% sobre 1 millón, existe una probabilidad del 0.05 de que la cartera caiga en valor, por más de 1 millón en un periodo de una semana.

Figura 37. VaR95 de una serie financiera con rendimientos semanales observados un año hacía atrás.



A continuación otra representación de la relación rentabilidad – riesgo de las series financieras. En esta ocasión la forma de cuantificar el riesgo de una serie se realiza mediante el VaR. De nuevo la renta variable se sitúa a la derecha del plano (mayor VaR).

Figura 38. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.

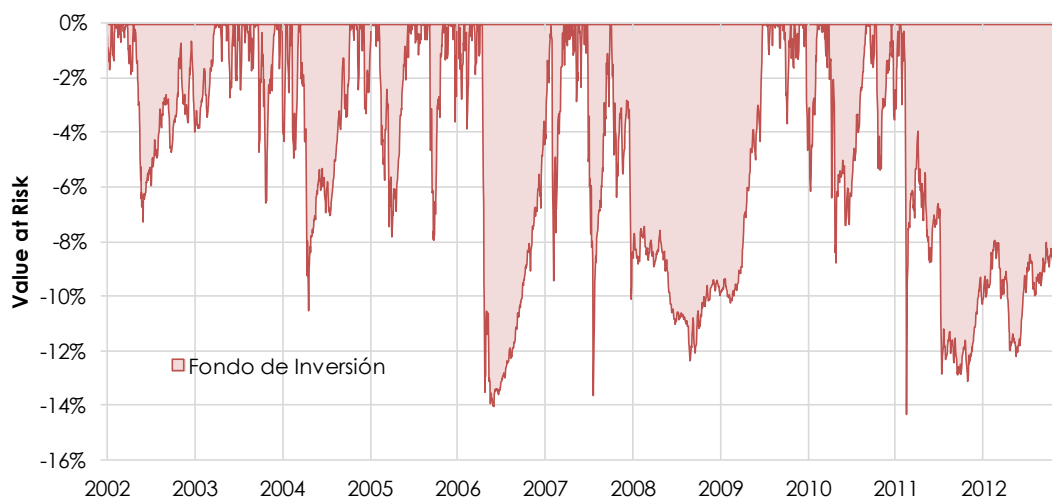


5.1.5. DRAWDOWN

El drawdown contabiliza la pérdida que acumula una cartera a partir de su valoración máxima anterior. Esto permite detectar cuál es la máxima pérdida en la que podría incurrir un inversor, independientemente de su momento de entrada en dicho activo.

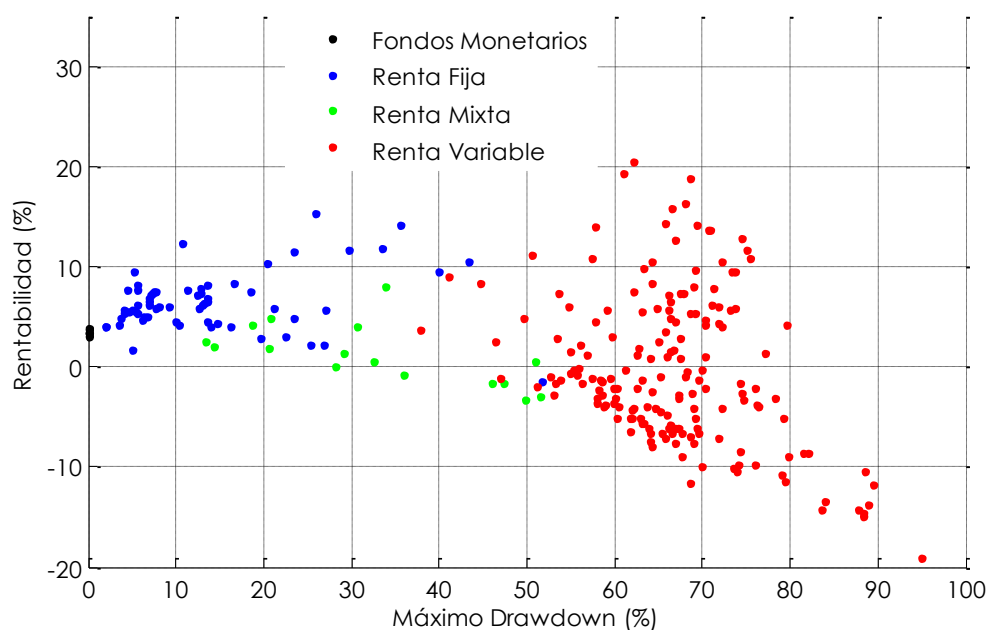
$$D(t) = \max\left\{0, \max_{t \in (0, T)} X(t) - X(T)\right\}$$

Figura 39. Serie de Drawdown de una serie financiera.



La máxima pérdida acumulada histórica para esta serie es 14.28%. El inversor más desafortunado, que compró 100€ y los vendió en el peor momento obtuvo una pérdida de 14.28€. Ningún otro inversor podría haber perdido una cantidad mayor de dinero con el mismo capital inicial.

Figura 40. Relación rentabilidad – riesgo por tipo de serie.



Con el drawdown también se puede mostrar el riesgo de un fondo de inversión. Las series de renta variable son las que mayores pérdidas acumulan.

5.2. SHARPE RATIO

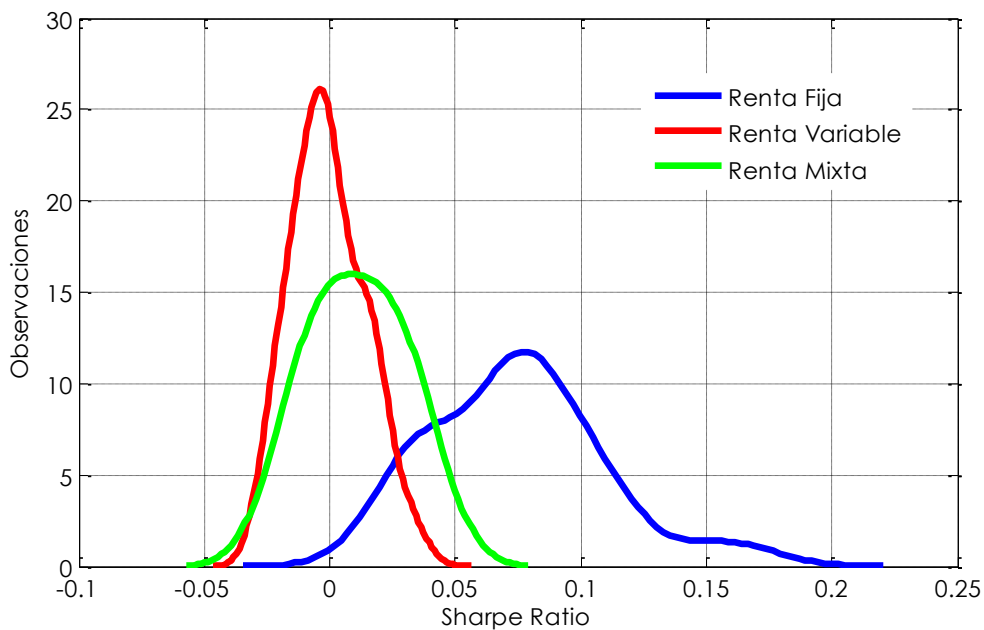
Fue desarrollado por el premio Nobel William Sharpe de la Universidad de Stanford. Mide numéricamente la relación media / desviación de un fondo de inversión. Se calcula dividiendo la rentabilidad de un fondo menos la tasa de interés sin riesgo, entre la volatilidad o desviación estándar de esa rentabilidad en el mismo periodo.

$$RS = \frac{(\mu_m - \mu_f)}{\sigma_i}$$

Cuanto mayor es el ratio de Sharpe, mejor es la rentabilidad del fondo en relación a la cantidad de riesgo que se ha tomado en la inversión. A mayor volatilidad, mayor riesgo, ya que las probabilidades de que ese fondo tenga retornos negativos es mayor cuanto mayor sea la volatilidad de sus rendimientos. Igualmente, a mayor volatilidad son mayores las probabilidades de elevados retornos positivos. Por eso, cuando la volatilidad del fondo es grande, mayor es el denominador de la ecuación y menor el ratio de Sharpe.

Puede interpretarse como la cantidad de rentabilidad obtenida por cada unidad de riesgo tomado. El objetivo de una inversión es, por tanto, maximizar el ratio de Sharpe.

Figura 41. Distribución del ratio de Sharpe por perfil de riesgo.



Se observa cómo la relación Riesgo - Rentabilidad es mayor a medida que disminuye el perfil de riesgo. En las series de Renta Fija obtenemos mayor beneficio por unidad de riesgo asumida.

Si posteriormente se van a requerir estos valores de ratio de Sharpe para cada uno de los tipos de series, es crucial que los valores caractericen de verdad a cada serie de una forma más o menos estable, para ello deben mantenerse a través del tiempo con valores próximos. La forma de verificarlo es utilizando una ventana móvil de tamaño 1000 días que se va desplazando a lo largo de la series en pasos de 1.

Figura 42. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta fija.

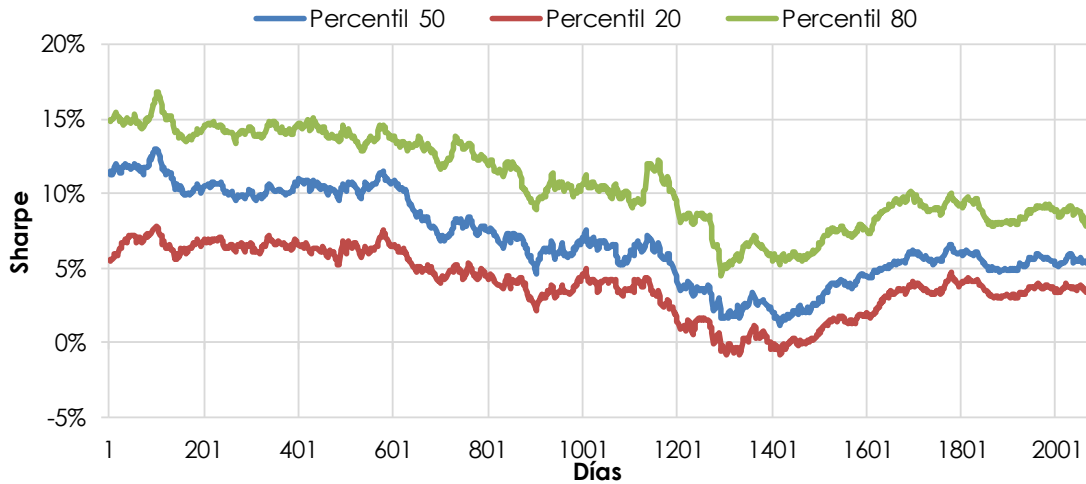


Figura 43. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta mixta.

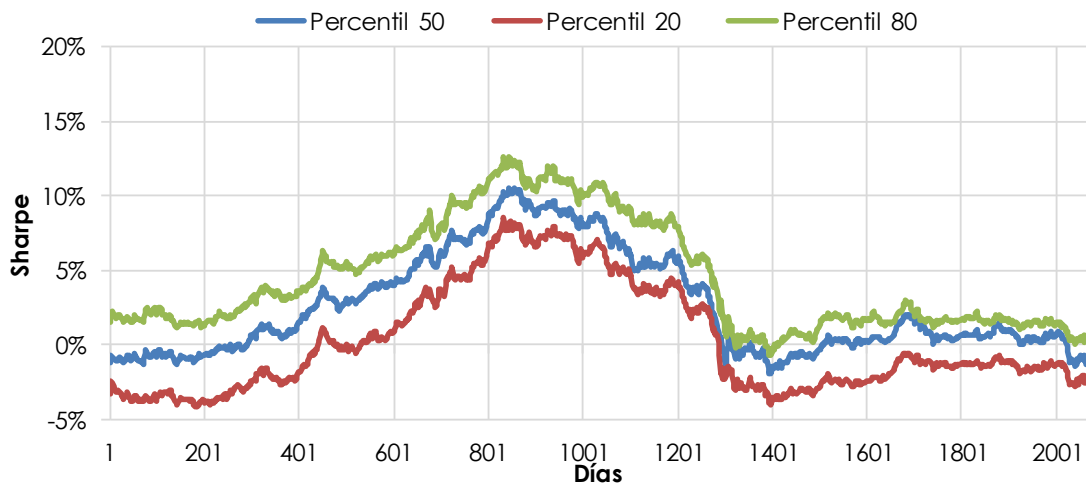
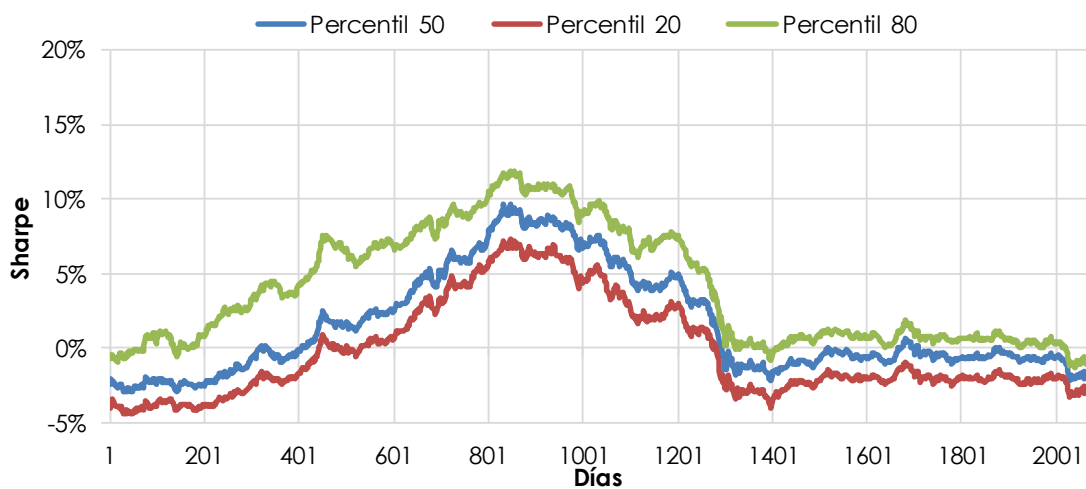


Figura 44. Percentiles del ratio de Sharpe. Ventana móvil. Renta variable.



Tal y como se aprecia en las figuras anteriores, los valores del ratio de Sharpe son estables a lo largo del tiempo. En los diferentes perfiles de riesgo también son similares, aunque las series de renta fija aportan mayor rentabilidad por unidad de volatilidad, en media.

Alrededor del día 1200, el ratio de Sharpe decrece rápidamente. Esto corresponde con el año 2009, uno de los más difíciles para los fondos de inversión, donde la volatilidad aumentó de manera desmesurada sin recompensa en la rentabilidad. El ratio de Sharpe es estable a lo largo del tiempo, pero cambia en función del momento temporal. Depende de la rentabilidad y de la volatilidad que son dos estadísticos que caracterizan a las series financieras.

5.3. SKEWNESS

Es una medida de la asimetría de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria. Es el momento de tercer orden de la distribución de los retornos:

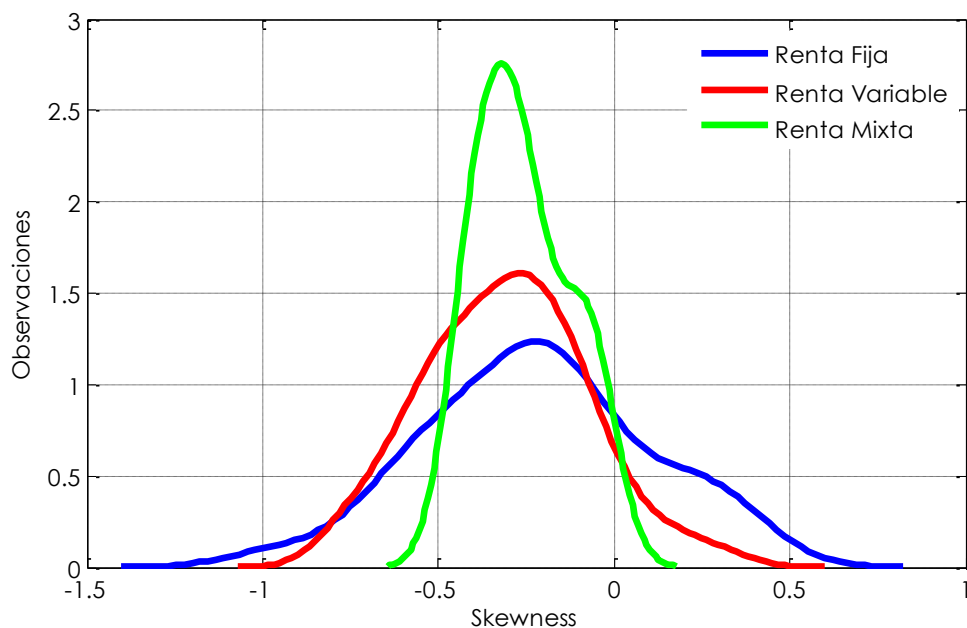
$$\begin{aligned} \gamma_1 &= E \left[\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^3 \right] \\ &= \frac{E[X^3] - 3\mu E[X^2] + 3\mu^2 E[X] - \mu^3}{\sigma^3} \\ &= \frac{E[X^3] - 3\mu E[X^2] + \mu E[X] - \mu^3}{\sigma^3} \\ &= \frac{E[X^3] - 3\mu\sigma^2 + 2\mu^2}{\sigma^3} \end{aligned}$$

Esto es, el momento normalizado de orden 3 en torno a la media.

En función de los valores que toma:

- a) $\gamma_1 = 0$. Corresponde con el de la distribución Gaussiana, que es simétrica.
- b) $\gamma_1 > 0$. Asimetría positiva.
- c) $\gamma_1 < 0$. Asimetría negativa.

Figura 45. Distribución del Skewness por perfil de riesgo.



Se aprecia cómo los rendimientos de las series financieras no tienen Skewness igual a cero como ocurre en la distribución normal. En este tipo de series temporales hay una ligera asimetría negativa. Esto denota distribuciones de rendimientos con la cola izquierda más larga y donde la mayoría de rendimientos se sitúan en la parte derecha de la figura.

Para ser una característica de las series financieras esta propiedad debe conservarse a través del tiempo, es decir debe ser un estadístico que no varíe con independencia de la ventana de muestras tomada.

Figura 46. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta fija.

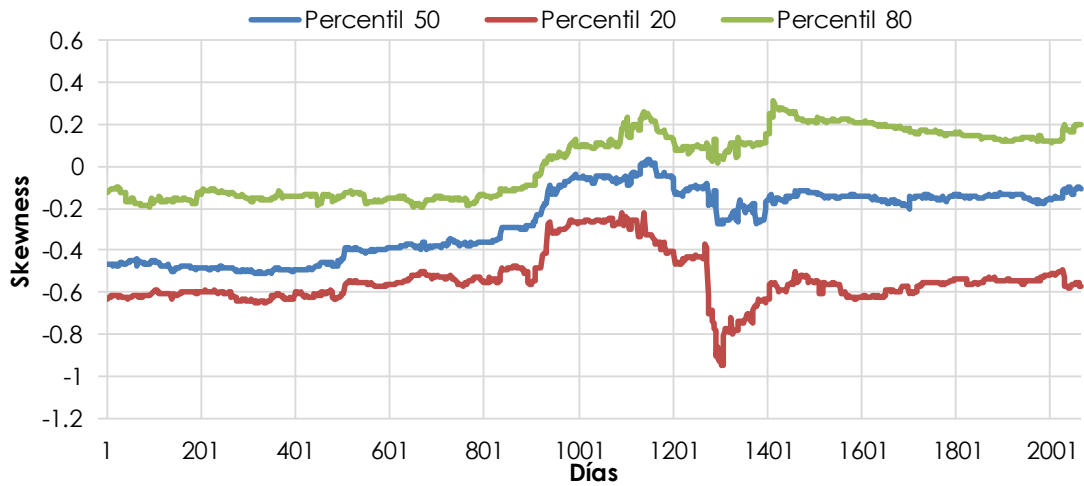


Figura 47. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta mixta.

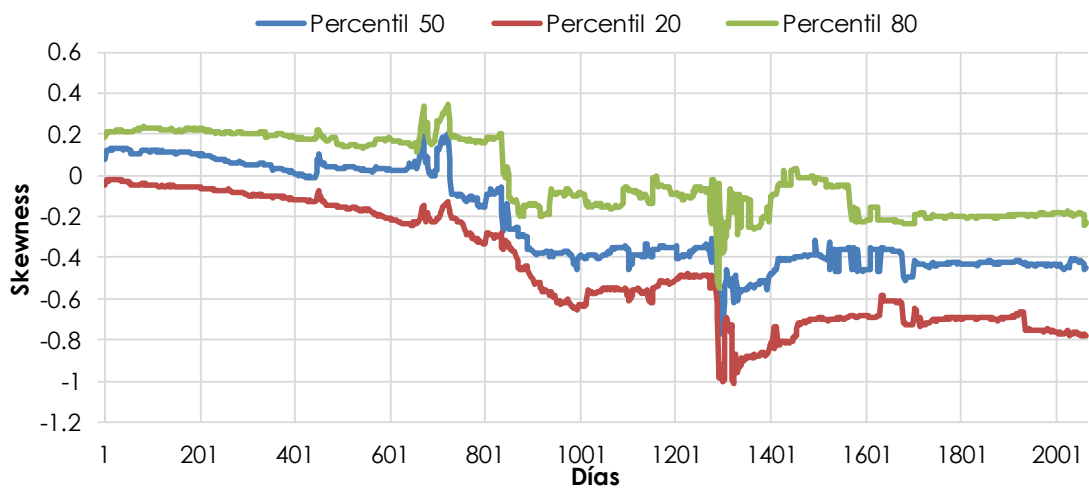
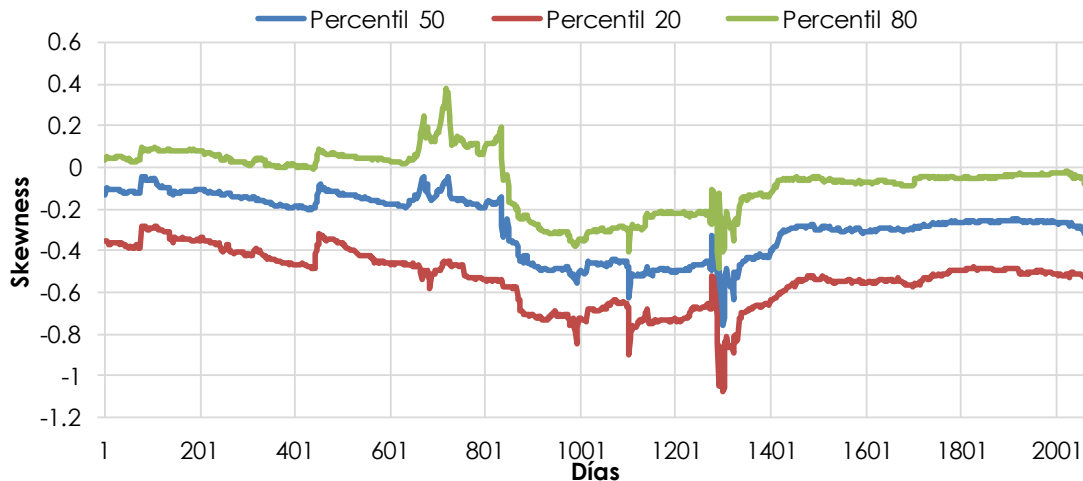


Figura 48. Percentiles del Skewness. Ventana móvil. Renta variable.



Por tanto, las series de rendimientos financieras tienen distribuciones con asimetría negativa. Como se ve en las figuras, este estadístico es bastante estable a través del tiempo. También en esta ocasión, a partir del día 1200, aparece un periodo de inestabilidad.

5.4. CURTOSIS

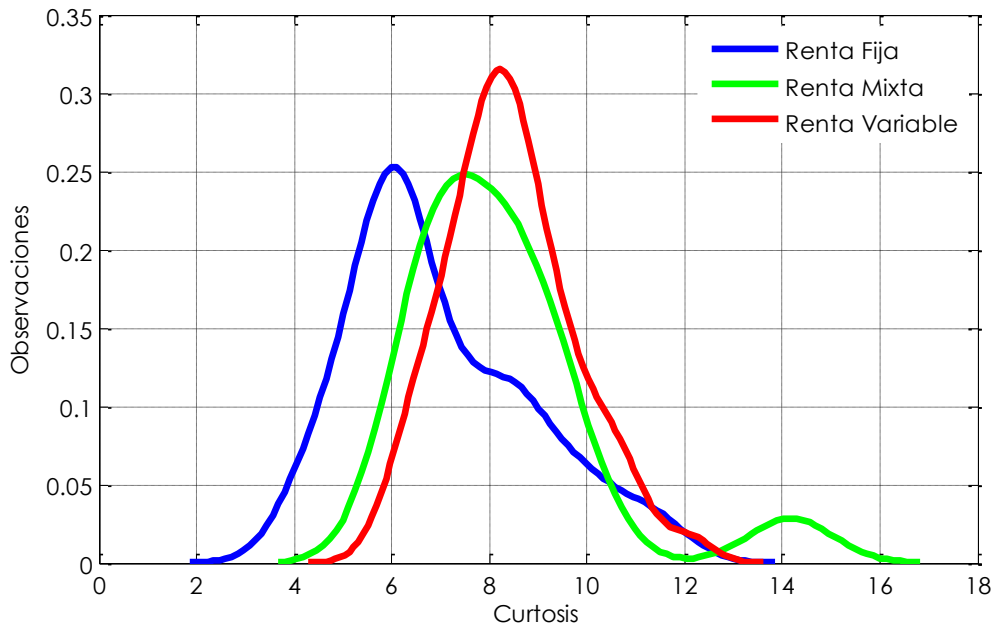
Es una medida de la forma o apuntamiento de las distribuciones. Tratan de estudiar la mayor o menor concentración alrededor de la media en la zona central de la distribución. Es el momento de cuarto orden de la distribución alrededor de la media:

$$\gamma_2 = \frac{k_4}{k_2^2} = \frac{\mu^4}{\sigma^4}$$

Véanse los distintos valores que puede tomar:

- a) $\gamma_2 = 3$. Es la distribución gaussiana.
- b) $\gamma_2 > 3$. Las distribuciones tienen forma picuda y colas pesadas.
- c) $\gamma_2 < 3$. Distribuciones achatadas.

Figura 49. Distribución de la Curtosis por perfil de riesgo.



La Curtosis es mayor a medida que aumenta el perfil de riesgo. Esta figura muestra que las series de rendimientos contienen numerosos valores entorno a la media. Sin embargo, tienen colas pesadas, es decir cambios de precio bruscos e inesperados, más pronunciado en las series de riesgo alto.

Estas propiedades también se mantienen para los tres periodos seleccionados.

Figura 50. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta fija.

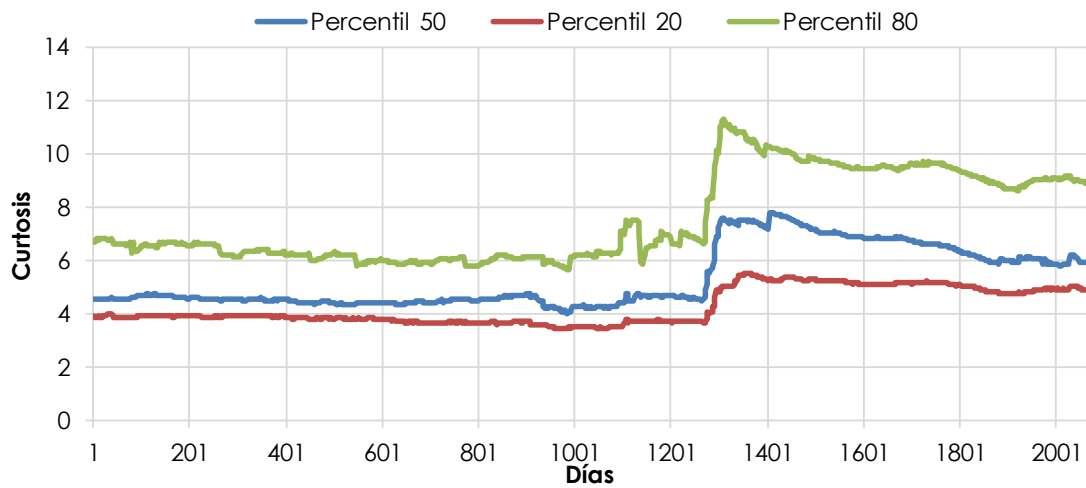


Figura 51. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta mixta.

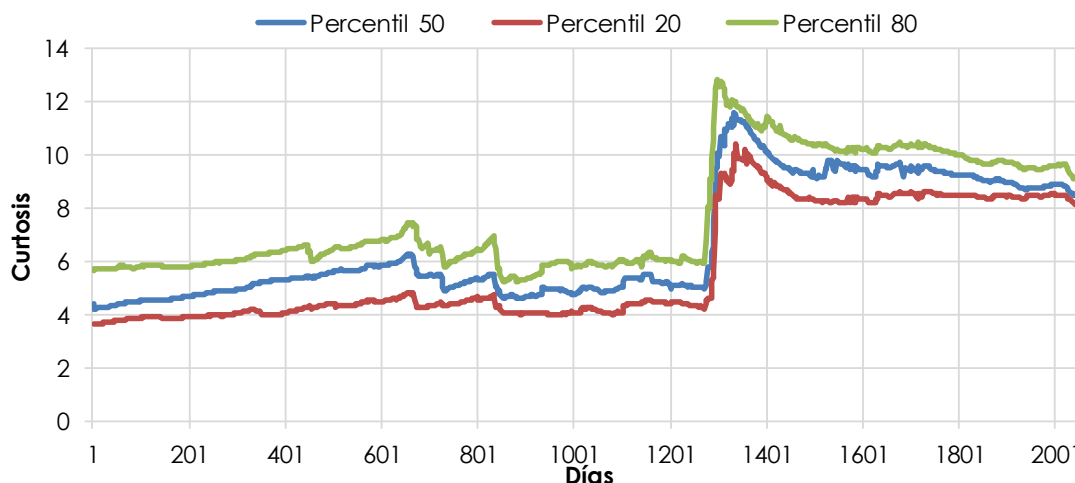
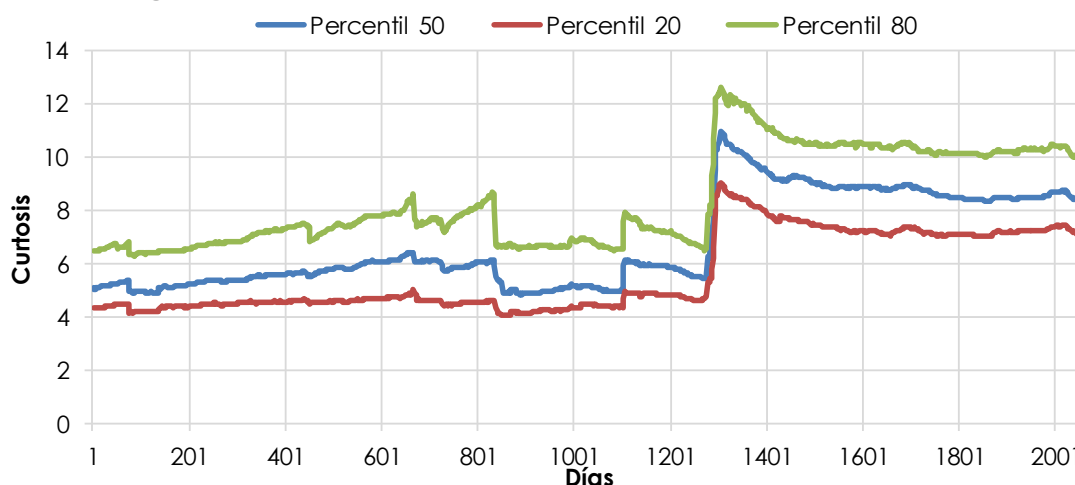


Figura 52. Percentiles de la Curtosis. Ventana móvil. Renta variable.



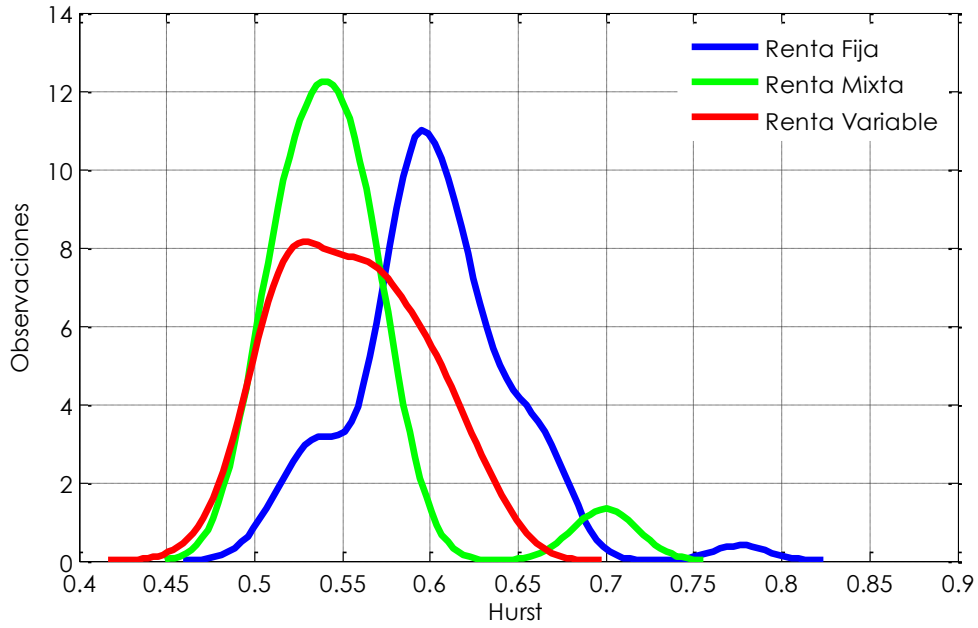
La Curtosis, en todos los casos, está por encima de 3 (distribución Gaussiana). A partir del día 1200 se observa un aumento de valor, provocado por las altas magnitudes de los rendimientos (colas pesadas) que se produjeron en 2009.

5.5. HURST

Se ha incluido entre los medidores de características, el ya mencionado exponente de Hurst. Éste trata de medir la tendencialidad de las series financieras.

- a) Valores iguales a 0.5 dan lugar a series incorreladas.
- b) Valores por encima de 0.5 da lugar a series persistentes, las cuales tienden a seguir subiendo en periodos alcistas y tienden a seguir bajando en periodos bajistas.
- c) Valores por debajo de 0.5 implica antipersistencia.

Figura 53. Distribución del exponente de Hurst por perfil de riesgo.



El exponente de Hurst muestra la tendencialidad de las series. Las características de la renta fija, que son series más calmadas, hacen que tengan mayores tendencias. En renta variable y mixta hay menor persistencia, son más incorreladas, parecidas a la distribución normal, en cuanto al exponente de Hurst.

Figura 54. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta fija.

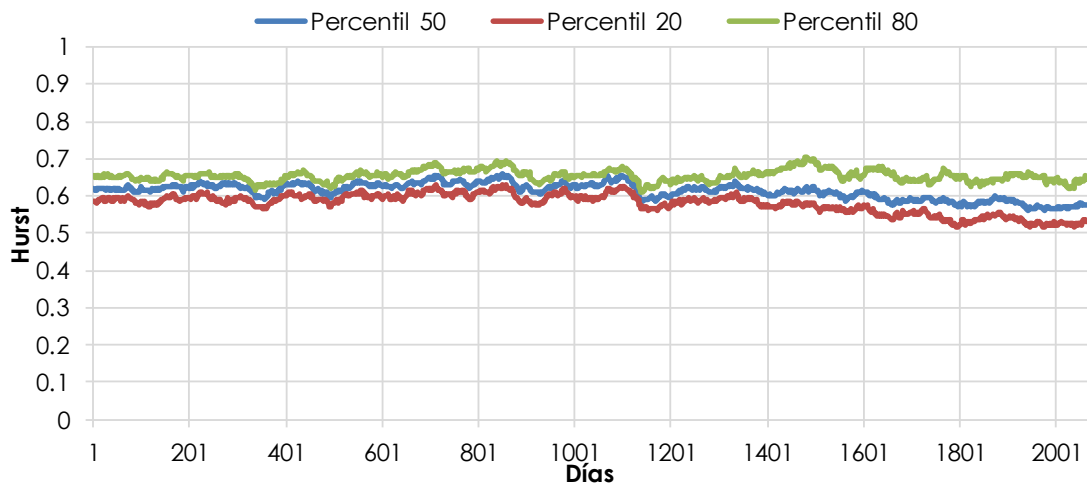


Figura 55. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta mixta.

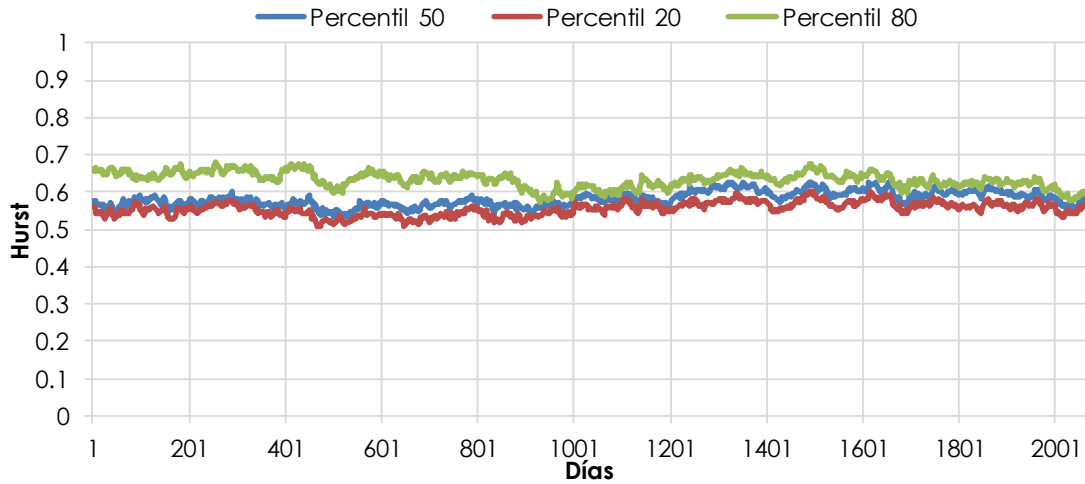
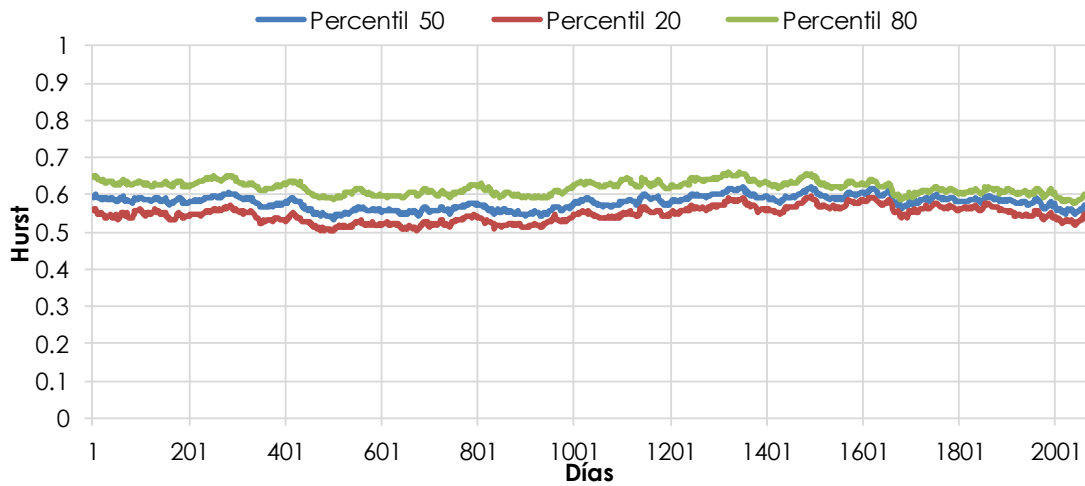


Figura 56. Percentiles de Exp. Hurst. Ventana móvil. Renta variable.

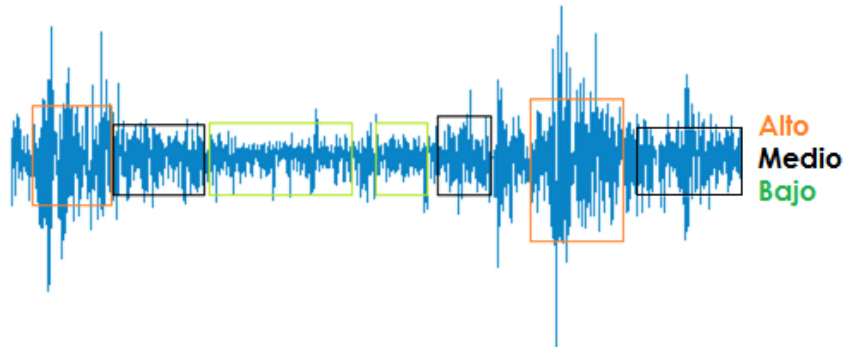


Los valores se conservan estables en el periodo analizado. Se puede considerar que las series de fondos de inversión tienen exponente de Hurst mayor de 0.5, lo que indica persistencia en los precios.

5.6. AGRUPACIÓN DE LA VOLATILIDAD

En las series financieras se observan tramos de mayor y menor concentración de volatilidad, que aparecen y desaparecen a lo largo del tiempo. En este apartado se trata de resumir en una medida esta característica.

Figura 57. Agrupación de la volatilidad en series financieras.



La agrupación de la volatilidad, se ha cuantificado mediante la siguiente fórmula:

$$VolClustering = 1000 * std (smoothts(abs(Rs)))$$

donde,

std: es la desviación estándar, definida por: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

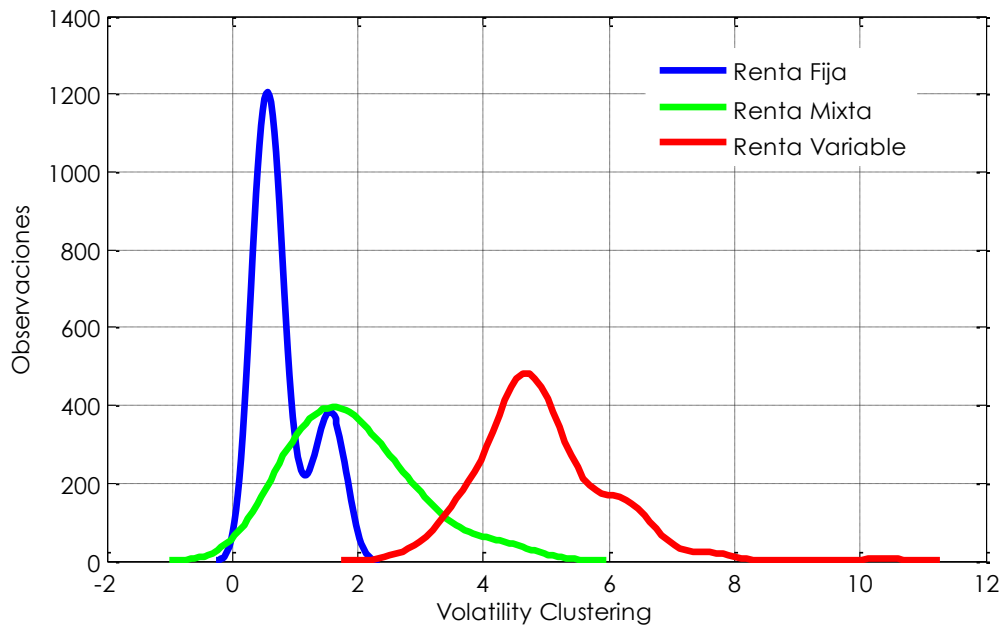
smoothts: es una función de suavizado simple, con ventana de 50 datos.

abs: representa el valor absoluto.

Rs: es la serie de rendimientos simples con frecuencia diaria.

La siguiente figura muestra, para cada perfil de riesgo, el valor de la agrupación de la volatilidad. Se puede comprobar cómo aumenta en función del perfil, las series de renta variable tienen estados de volatilidad más diferenciados.

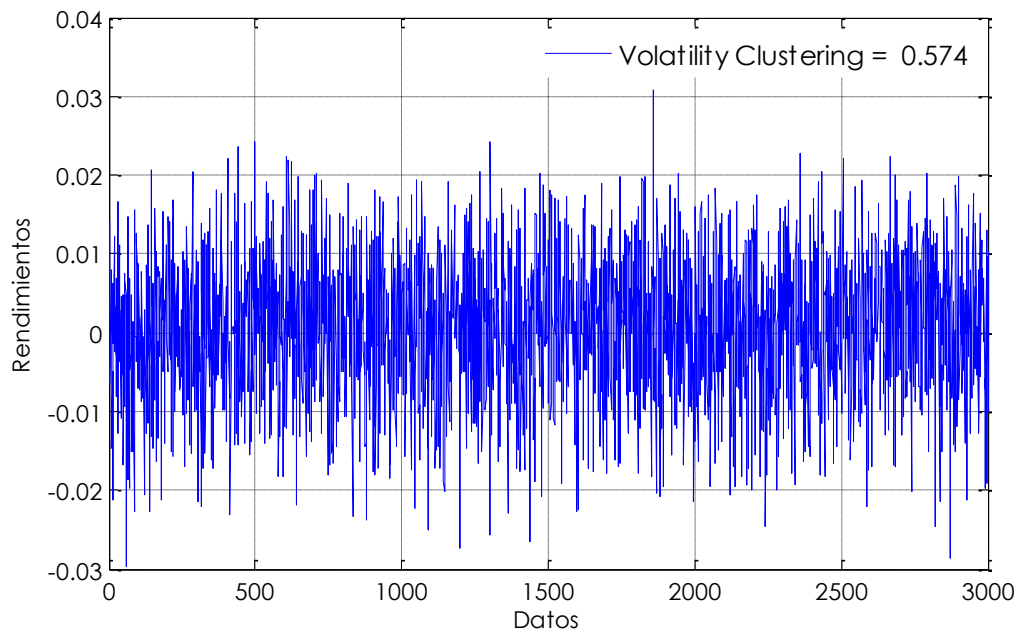
Figura 58. Distribución de la agrupación de la volatilidad por perfil de riesgo.



En una serie en la que no haya agrupación de la volatilidad el valor de la medida será igual a cero. Cuanto mayor sea, mayor distancia habrá entre estados de volatilidad.

En la figura siguiente, se muestra una serie de rendimientos que ha sido creada siguiendo un modelo browniano. Como se observa, la serie carece de tramos con agrupación de volatilidad, hay uno único. Esto se ve reflejado en el valor de la medida.

Figura 59. Serie de rendimientos de un modelo browniano. Agrupación de la volatilidad.



5.7. MAGNITUD DE LOS RENDIMIENTOS

En este apartado se observan las magnitudes de los rendimientos de las series reales del conjunto, divididos por perfil de riesgo y medidos en distintas frecuencias de tiempo (diario, semanal y mensual). Las magnitudes aumentan conforme crece la ventana de tiempo.

El aumento de magnitudes también se aprecia en los distintos perfiles de riesgo. Desde los más pequeños en renta fija hasta los más grandes en renta variable, pasando por renta mixta.

En la última figura del trío (rendimientos mensuales) se aprecia bien cómo la cantidad de outliers negativos es mayor que los positivos, es decir, las caídas en las series de precios son fuertes y enérgicas mientras que las subidas son tendenciales y cautelosas.

Figura 60. Boxplot de rendimientos diarios.

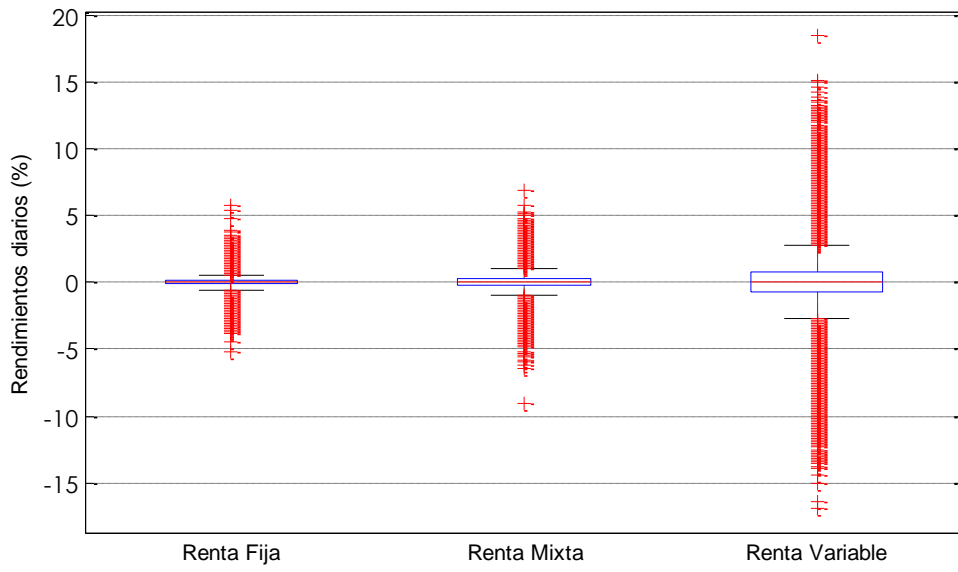


Figura 61. Boxplot de rendimientos semanales.

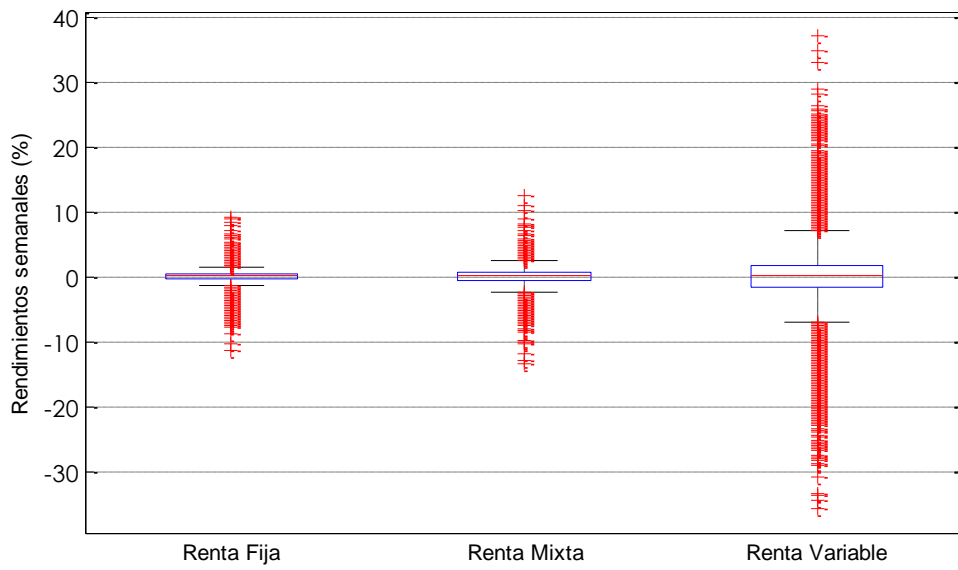
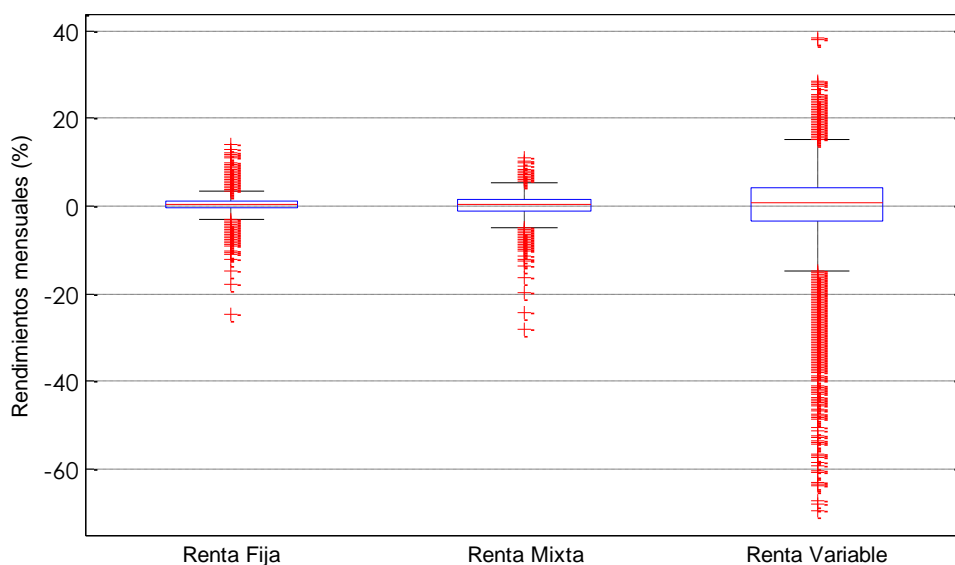


Figura 62. Boxplot de rendimientos mensuales.



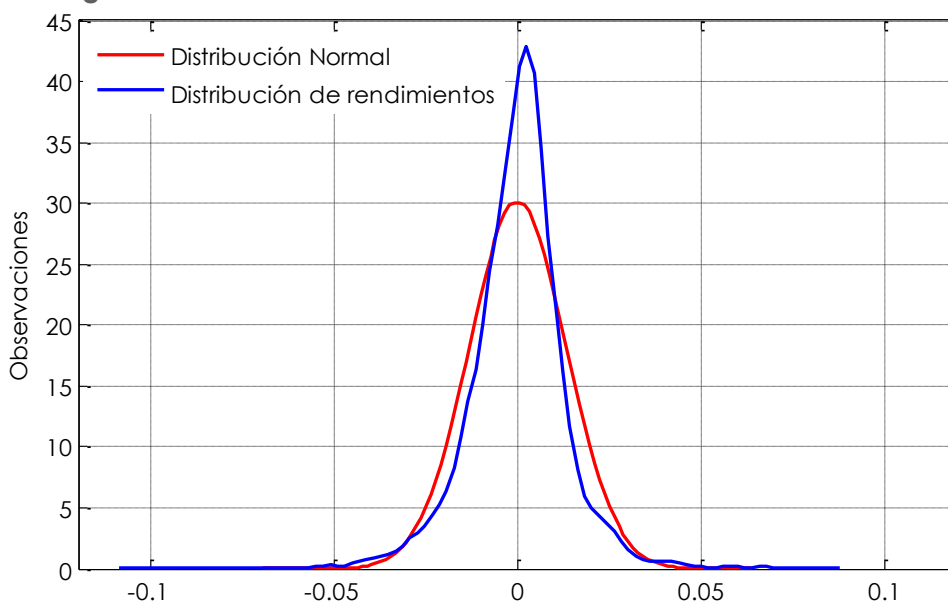
5.8. CONCLUSIONES Y OBJETIVOS DE MODELADO

Tras el estudio de las series de precios se extraen las siguientes conclusiones comunes para los tres conjuntos de series de renta fija, renta mixta y renta variable.

Las características principales de las series temporales financieras son:

- La distribución de los rendimientos de las series de precios se parecen, pero no son, los de una normal.

Figura 63. Distribución de rendimientos de un fondo de inversión.



- Aparecen colas pesadas y concentración de rendimientos entorno a la media. Se demuestra con los valores altos de Curtosis. Esta característica se mantiene para diversos periodos de tiempo.

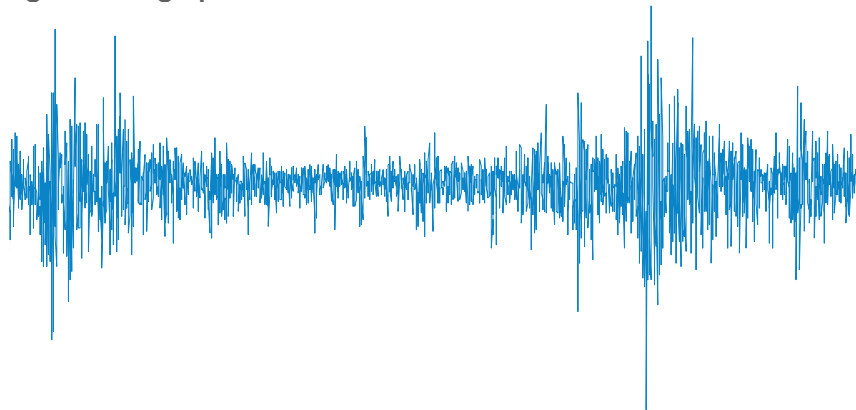
- Asimetría negativa. Las caídas de los precios suelen ser abruptas mientras que las subidas son cautelosas y progresivas. Se demuestra con los valores sesgados hacia la izquierda de Skewness, esto se conserva a través del tiempo.

Figura 64. Subidas y bajadas características en fondos de inversión.



- Existe persistencia en el corto plazo. Los cambios de precio producidos hoy tienen efecto sobre los cambios de mañana. Como se ve en la imagen hay zonas de larga calma y tramos de fuerte agitación.

Figura 65. Agrupación de la volatilidad en fondos de inversión.



- Las series de rendimientos muestran persistencia. Si valores cercanos a 0.5 de exponente de Hurst denotan series completamente aleatorias, los fondos de inversión de nuestro banco de análisis toman valores más próximos a 0.6.

Estas son las características principales sobre las que se trabajará a partir de ahora para que el generador de series sintéticas pueda reproducirlas fielmente.

6. DESARROLLO DEL GENERADOR DE SERIES SINTÉTICAS

Mediante el software de cálculo Matlab se llevará a cabo el desarrollo de la aplicación. El principal objetivo es generar series con las mismas características estudiadas.

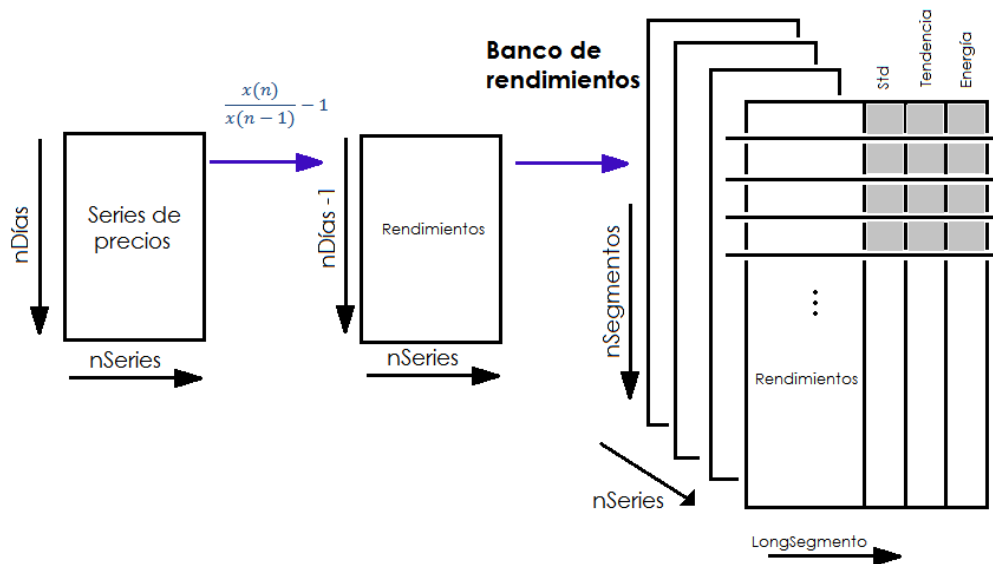
Previamente, hay que comentar que en este proyecto se podría haber usado algunos de los modelos específicos ya existentes que se encargan de la caracterización de series temporales financieras. Por ejemplo los modelos ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) y todas sus derivaciones GARCH, IGARCH, GARCH-M, EGARCH o GJR-GARCH que tratan de modelar la volatilidad como una función lineal de las observaciones pasadas. Sin embargo no es el objetivo del proyecto hacer uso de herramientas ya testeadas, sino proponer una solución diferente partiendo de cero.

El generador evolucionará entorno a una misma idea que consiste en ser capaces de crear series sintéticas reordenando diferentes segmentos pequeños de series reales. La forma de reordenar se irá perfeccionando a medida que se evoluciona el generador. En los siguientes apartados se explican los detalles junto con las pertinentes evaluaciones.

6.1. GENERADOR TIPO I

El primer paso consiste en trocear las series de rendimientos diarios que disponemos (renta fija, renta mixta y renta variable) en segmentos de K días. Así se construye un banco de N segmentos de longitud K que contiene todas las series. El generador irá allí en busca de tantos segmentos como necesite para completar el tamaño requerido por la serie sintética y los empalmará uno detrás de otro.

Figura 66. Diagrama de creación del banco de rendimientos.

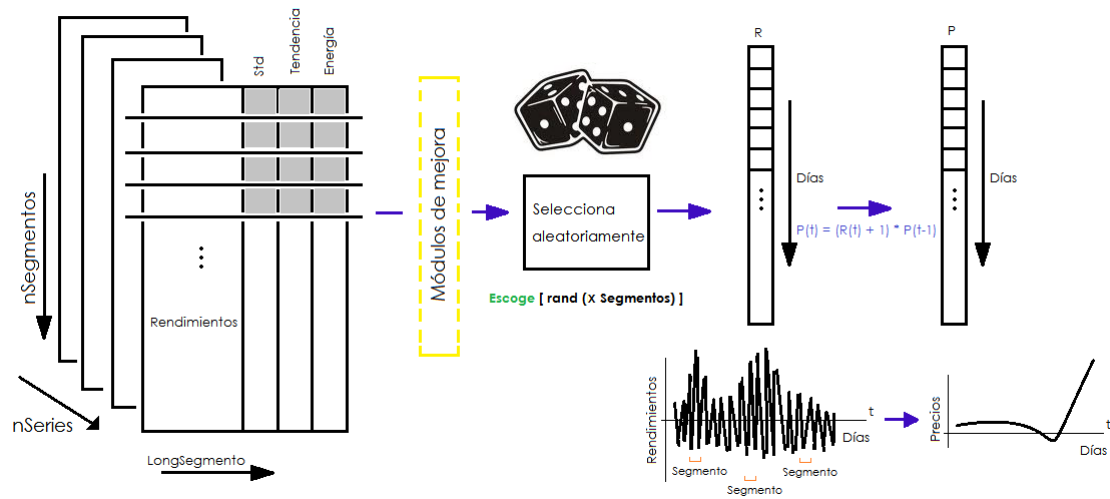


En la figura anterior se tiene el proceso de generación del Banco de Rendimientos. Se parte de una matriz sincronizada¹ de nDías x nSeries que se transforma a rendimientos porcentuales, quedando una matriz de nDías-1 x nSeries. El Banco de Rendimientos se

¹ Donde los precios de una misma fila corresponden al mismo instante temporal.

construye troceando cada serie en segmentos de longitud K, y para cada segmento se guarda el valor de la desviación estándar, la tendencia² y la energía³ del segmento.

Figura 67. Diagrama del proceso de generación de series.

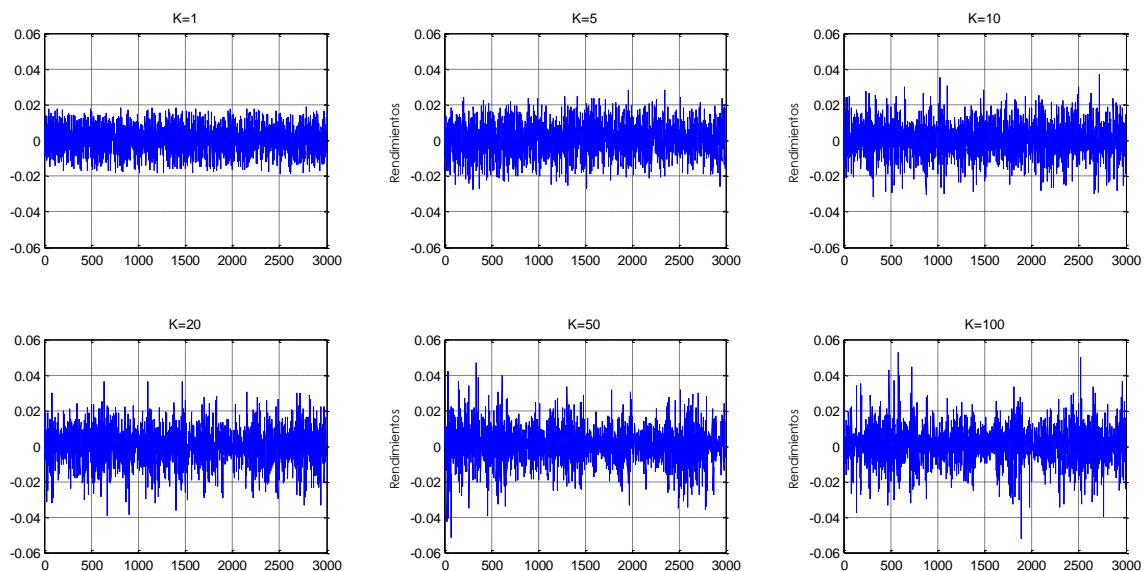


El proceso de generación es básico, consiste en elegir aleatoriamente del Banco de Rendimientos tantos segmentos como longitud queramos que tenga nuestra serie sintética a generar entre K.

6.1.1. TAMAÑO DEL SEGMENTO

El número de días en el que se trocea cada serie es 20 por defecto (K=20), un mes aproximadamente. Esta variable es configurable y su efecto es el que sigue:

Figura 68. Series de retornos generadas en función del tamaño del segmento (K).



En la figura se aprecia de qué manera varía la forma de las series de rendimientos generadas al modificar el número de días con el que se realiza el barajado de

² Se define en el Generador Tipo III.

³ Se define en el Generador Tipo IV.

segmentos. Si elegimos una longitud de segmento pequeña como $K=1$, perdemos por completo las relaciones temporales de los rendimientos. Por el contrario, elegir una longitud de segmento $K=100$ produce series menos aleatorias e incontrolables.

Este parámetro puede ser elegido por el usuario a su conveniencia, sin embargo para el desarrollo del generador de series y para todos los ejemplos ilustrados sobre él, hemos utilizado $K=20$ porque es un valor intermedio, que conserva propiedades individuales, pero a la vez nos da cierta variabilidad y se ajusta bien a las necesidades.

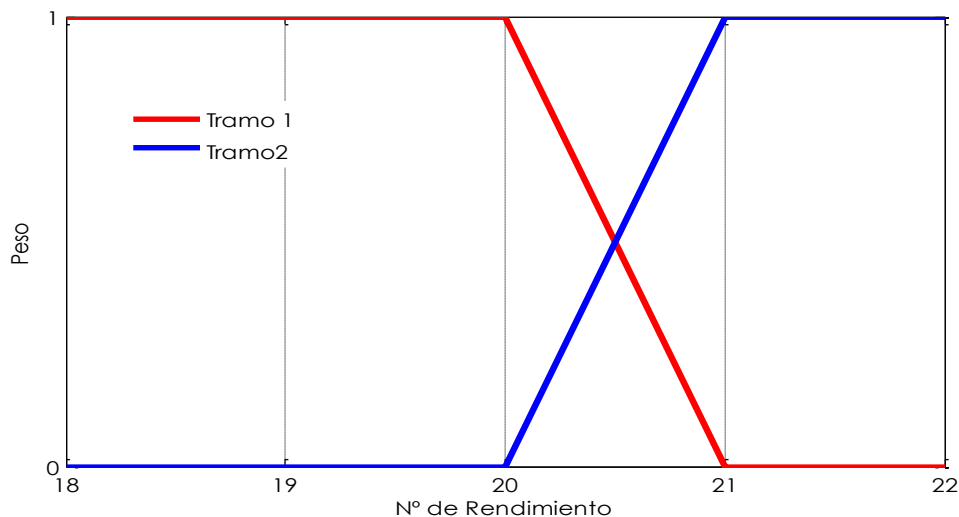
6.1.2. FUNCIÓN DE EMPALMADO DE SEGMENTOS

Una vez definida la longitud que tendrá cada segmento, para generar una serie sintética, se eligen aleatoriamente los segmentos, tantos como el tamaño de la serie a generar requiera y se empalman uno detrás de otro.

Para el empalmado de segmentos, teniendo como objetivo que no aparezcan discontinuidades entre unos y otros, ya que pueden pertenecer tanto a momentos temporales diversos como a otras series, se proponen distintas alternativas para suavizar las discontinuidades:

1. Sin conexión:

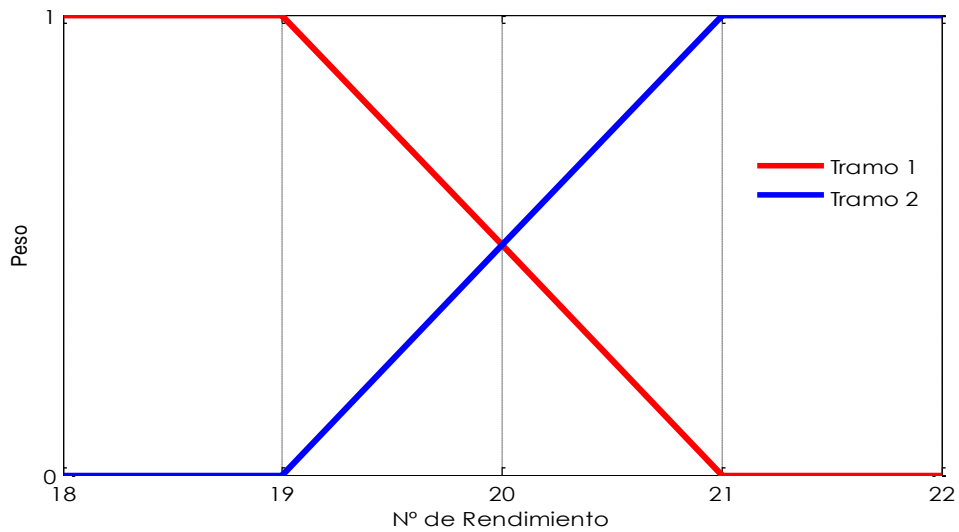
Figura 69. Empalmado de segmentos "Sin conexión".



Este mecanismo no crea ningún rendimiento artificial, todos provienen de las series reales. Los segmentos de rendimientos se empalman unos detrás de otros. Esto puede provocar que haya fuertes discontinuidades si no se controla el segmento siguiente.

2. Media en el último día:

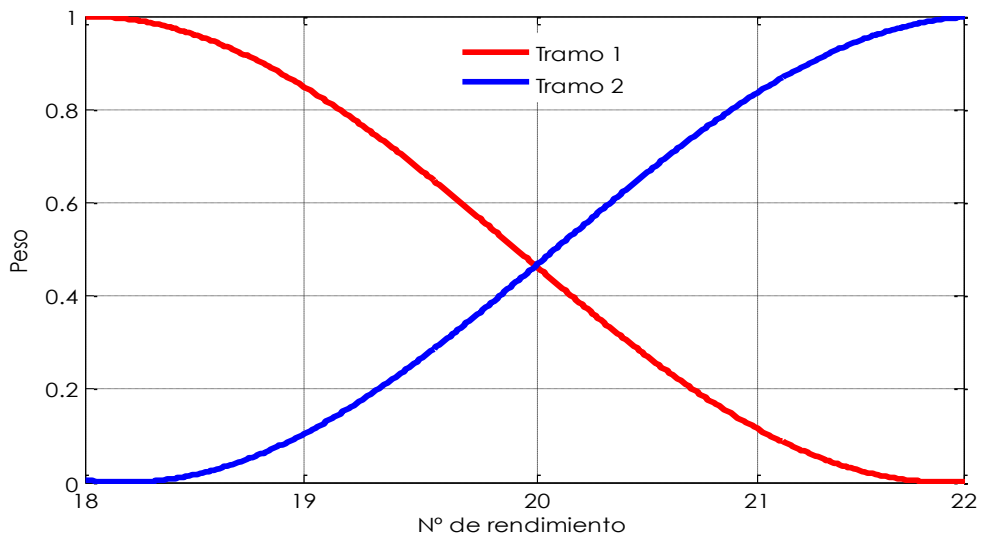
Figura 70. Empalmando de segmentos "Media en último día".



Como se observa en la figura 70, con esta forma de empalmar las series hay un único día donde se combinan las series, realizando la media entre el último rendimiento del primer tramo y el primero del segundo tramo. Esto hace que únicamente se cree un punto artificial.

3. Función cosenoidal.

Figura 71. Empalmando de segmentos "Cosenoidal".

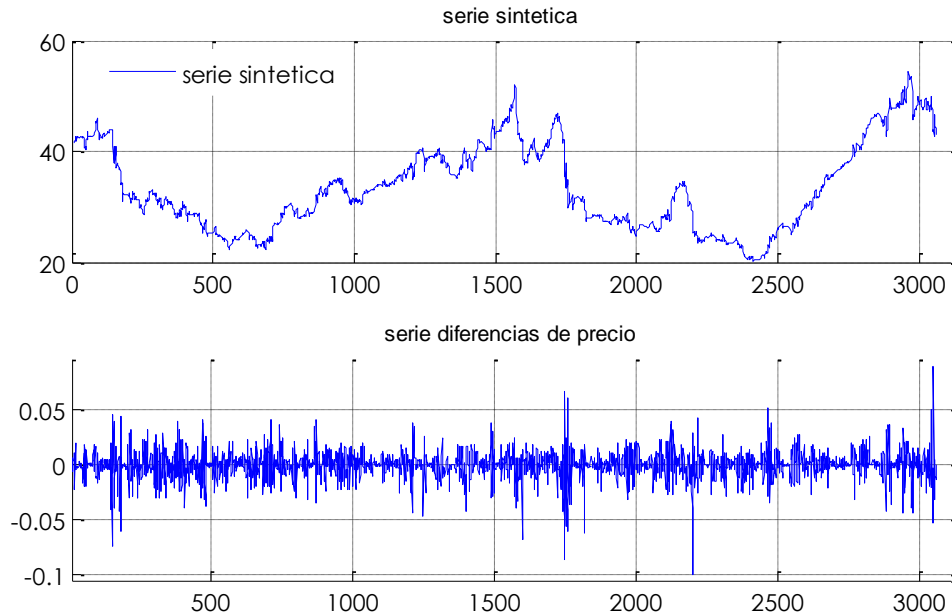


Mediante este mecanismo, el acoplamiento de segmentos se realiza de forma progresiva. Hay tres rendimientos en los que se solapan los dos segmentos, de manera que a medida que pasamos de un tramo a otro el peso que le asignamos al rendimiento del primer tramo va disminuyendo, mientras que el peso de los rendimientos del segundo tramo van aumentando según la función cosenoidal. La figura 71 muestra qué peso se toma en cada caso.

Para la generación de series se ha elegido utilizar la primera opción en la que no se introduce ningún rendimiento artificial. Las discontinuidades que se puedan crear, se tendrán que suavizar mediante la elección de segmentos consecutivos que sean coherentes con los anteriores.

Mediante este mecanismo de generación de series sintéticas obtenemos lo siguiente:

Figura 72. Realización del generador de series sintéticas tipo I.

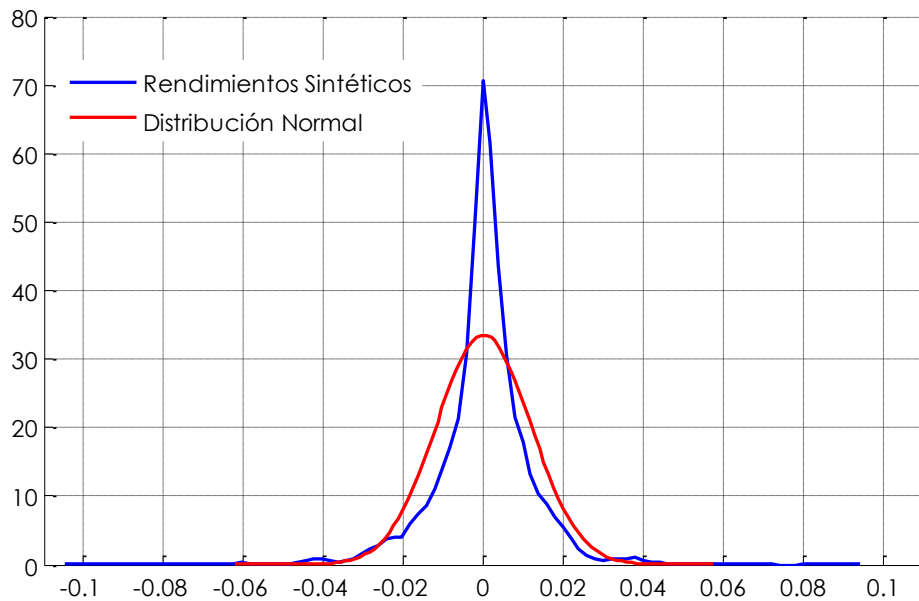


Como se aprecia en las imágenes se tienen series con formas similares a las reales, pero un experto en la materia seguramente sería capaz de distinguir la real de la sintética. Las series contienen segmentos de muy diferentes volatilidades y esto las invalida.

Esto ocurre porque el generador elige segmentos aleatoriamente de entre todo el banco. Toma indistintamente segmentos de series de renta fija, mixta o variable de uno u otro momento temporal.

Sin embargo se consigue dejar de lado la distribución Normal y crear series con colas más pesadas y un mayor número de observaciones en torno a la media.

Figura 73. Distribución de rendimientos de la serie sintética generada.



6.1.3. EVALUACIÓN

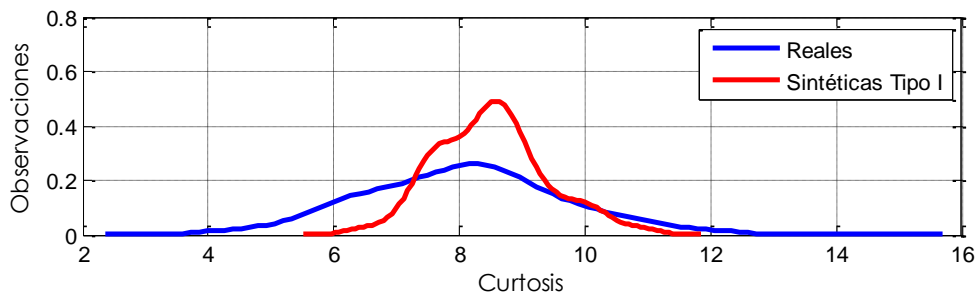
Véanse cuáles son las características del resultado de generar 200 series sintéticas de longitud = 3000 días mediante el Generador tipo I con parámetros de entrada:

- $K=20$.

Cada gráfico muestra la función de distribución de la medida utilizada, en cada caso, de las 200 series. Por ejemplo, en la figura 74, la línea roja es la función de distribución de los 200 valores de Curtosis.

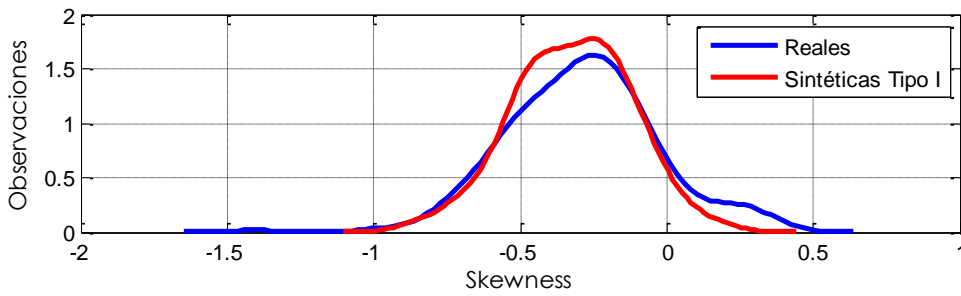
En las series sintéticas tipo I, se observa:

Figura 74. Generador tipo I. Curtosis.



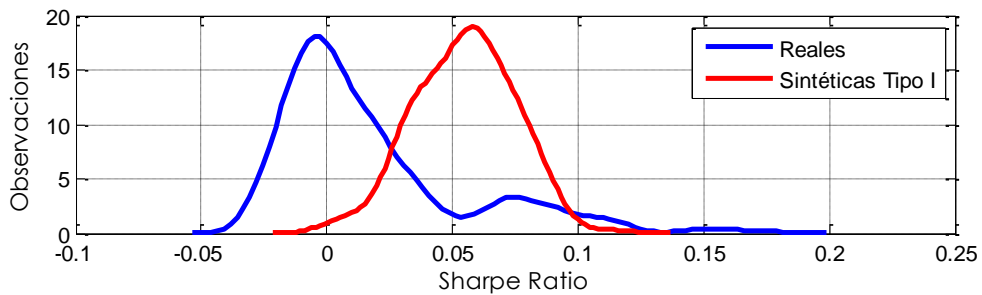
La Curtosis toma valores altos, en torno a 8 – 9. Para ser series sintéticas parecen valores altos comparados con las reales. Esto es debido a que no hay ningún tipo de restricción en cuanto a la selección de segmentos. Pueden provenir de cualquier momento temporal y de cualquier perfil de riesgo lo que provoca muchas irregularidades como se veía en la figura 72

Figura 75. Generador tipo I. Skewness.



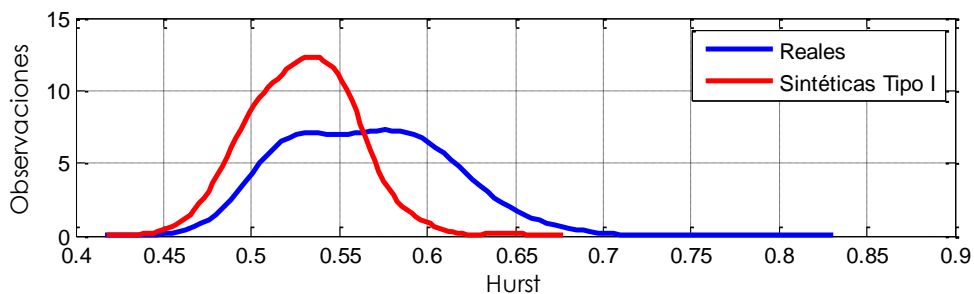
El Skewness es bastante similar a la real, con asimetría negativa.

Figura 76. Generador tipo I. Sharpe Ratio.



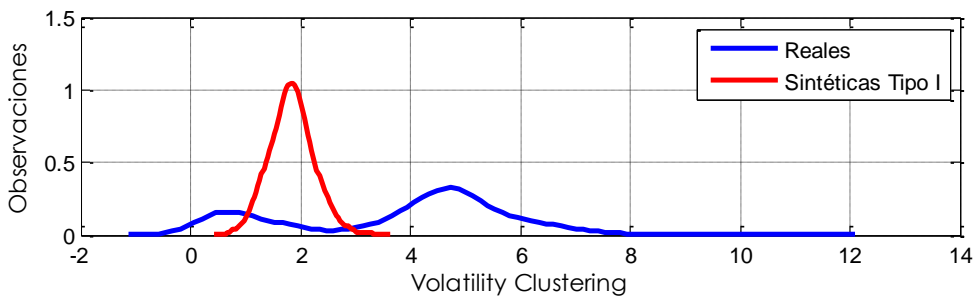
El Ratio de Sharpe es mayor para las series sintéticas, esto hace que tengan mayores rentabilidades por unidad de riesgo asumida. Son series preferibles para invertir en ellas.

Figura 77. Generador tipo I. Hurst.



El exponente de Hurst de las series sintéticas está más concentrado cerca de 0.55, es decir, existe persistencia.

Figura 78. Generador tipo I. Volatility Clustering.



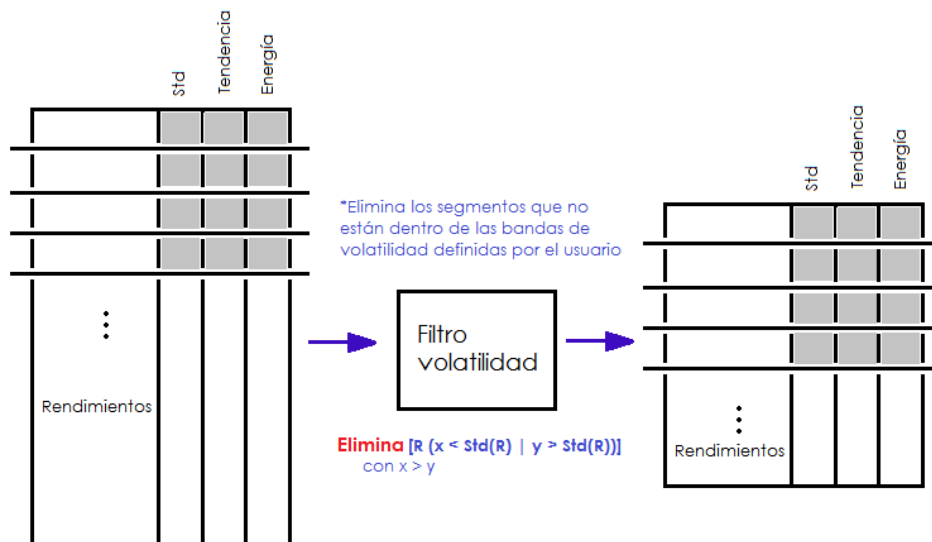
La agrupación de la volatilidad no toma valores tan altos como en las series reales, esto se debe a que no hay restricciones en el empalmado de tramos siguientes.

Las características de las series sintéticas conservan de forma aproximada las propiedades de las series reales. Esto es lógico, ya que estamos reordenando segmentos de series reales. Sin embargo ni las series de precios ni las de rendimientos sintéticos tienen aspecto real visualmente. Este es el punto principal de mejora en las siguientes versiones, sin dejar de lado las características, que deben seguir conservándose.

6.2. GENERADOR TIPO II

Tratando de dar solución al inconveniente, se añade un módulo que da la posibilidad al usuario de elegir las magnitudes de volatilidad que quiere para la serie sintética a generar. De esta forma el barajado de segmentos de rendimientos diarios se hará únicamente con los de un entorno similar.

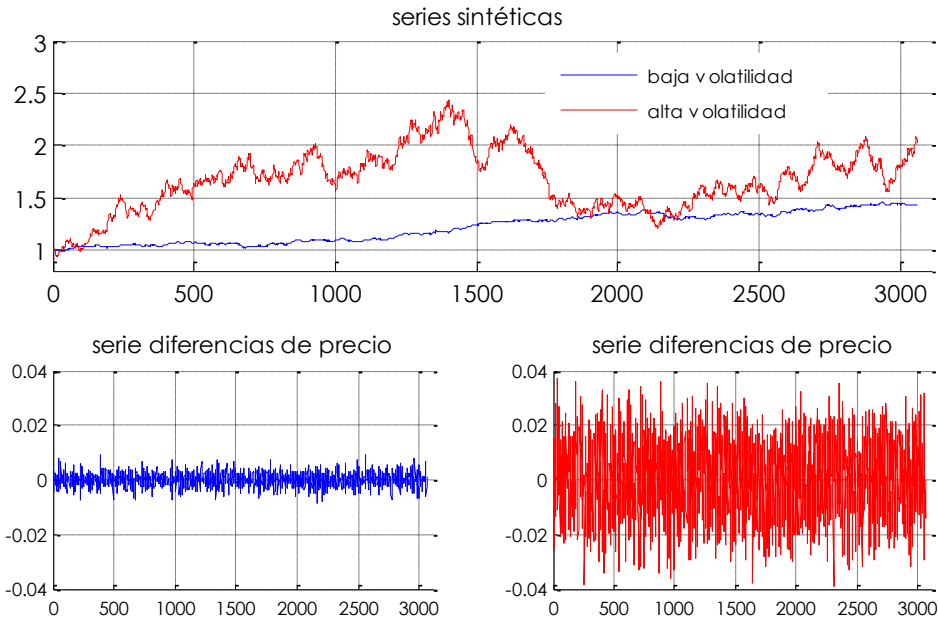
Figura 79. Diagrama del módulo del Generador tipo II.



Como se ve en el diagrama de la figura 79, el filtro elimina del Banco de Rendimientos aquellos segmentos cuya desviación estándar este fuera de los percentiles seleccionados por el usuario (X inferior, e Y superior).

Véase dos ejemplos; en la serie de color rojo se eliminan los percentiles inferiores a 50 y superiores a 90, y en la de color azul se eliminan los inferiores a 10 y superiores a 50.

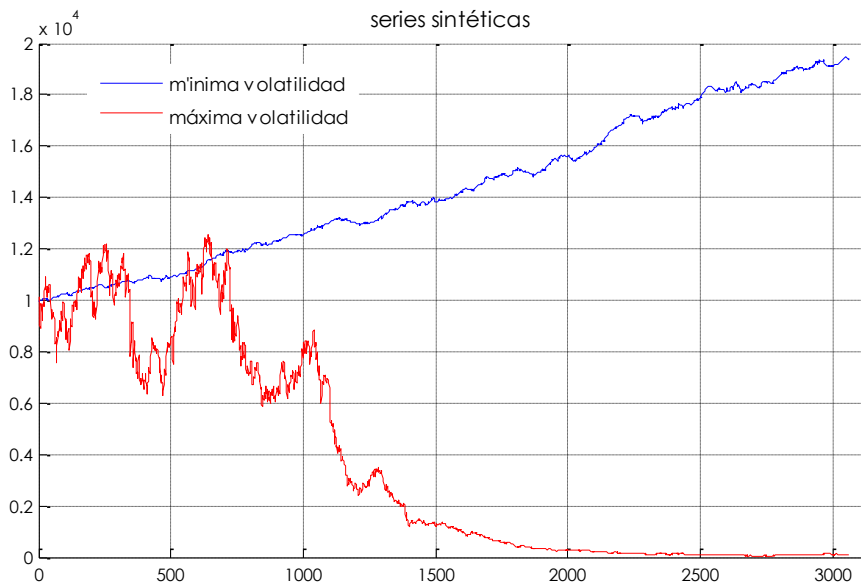
Figura 80. Realizaciones del generador de series sintéticas tipo II.



Mediante este filtrado previo del banco de volatilidades en función de la magnitud de los rendimientos, se producen dos mejoras. Primero se eliminan esas discontinuidades entre segmentos, los cuales a simple vista parecían inconexos y segundo, ahora el generador es capaz de crear series de distinta clasificación de riesgo, más o menos volátiles.

Este mecanismo de generación proporciona resultados aceptables, pero uno de los puntos aprendidos en la parte de análisis, ha sido que los rendimientos no tenían el mismo comportamiento cuando la tendencia general del mercado, o de la serie, es alcista o bajista. Como se vio, las caídas suelen ser abruptas y de volatilidades altas, mientras que las subidas son tendenciales y cautelosas. El generador, no discrimina entre periodos alcistas o bajistas, es más, ¿qué pasaría si generásemos una serie únicamente con los segmentos de volatilidad más elevados y otra serie con los de menor volatilidad? Véase el resultado.

Figura 81. Ejemplo de extremos del Generador tipo II.



Todos los segmentos seleccionados para la serie de máxima volatilidad pertenecen a zonas bajistas donde los mercados están convulsos y las pérdidas son cuantiosas. Obsérvese cómo ya en la mitad de la generación, el capital inicial, que en este ejemplo hemos supuesto 10.000€, ha desaparecido casi por completo. Lo opuesto para la serie de mínima volatilidad.

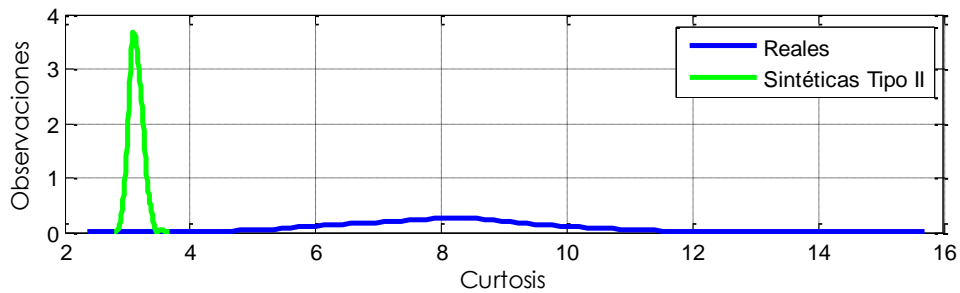
6.2.1. EVALUACIÓN

Véanse cuáles son las características del resultado de generar 200 series sintéticas de 3000 días de longitud con el Generador tipo II con parámetros de entrada:

- $K=20$.
- Filtro de volatilidad (x =percentil 40 e y =percentil 70). De forma que el banco de rendimientos únicamente dispondrá de aquellos segmentos con desviación estándar mayor que el percentil 40 y menor que el percentil 70.

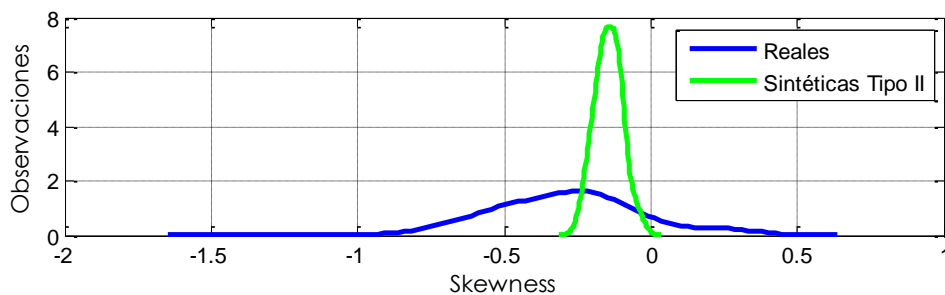
Véanse los resultados correspondientes:

Figura 82. Generador tipo II. Curtosis.



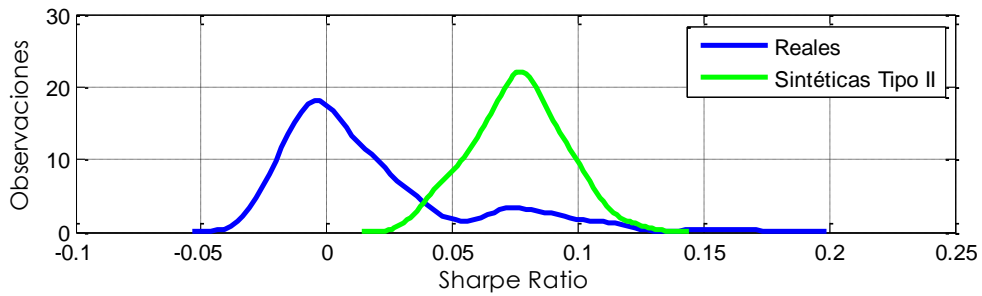
La Curtosis ahora toma valores muy pequeños. Esto se debe al filtro previo. Hemos ido al extremo opuesto, ahora la elección del segmento consecutivo está muy acotada y no hay variabilidad. Hablando de Curtosis, las distribuciones de rendimientos se asemejan a los de una normal, no hay colas pesadas.

Figura 83. Generador tipo II. Skewness.



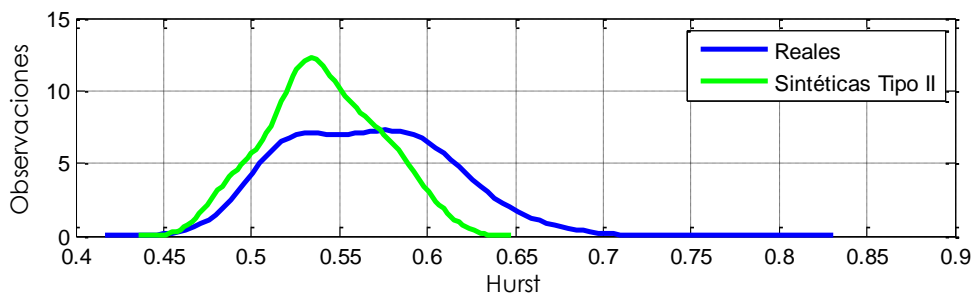
El Skewness ha empeorado, tomando valores más cercanos a cero.

Figura 84. Generador tipo II. Sharpe Ratio.



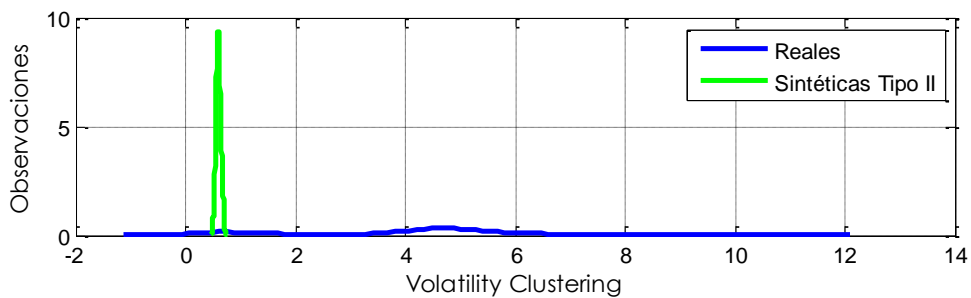
El Ratio de Sharpe también empeora con respecto al Generador tipo I, continúan siendo series con mayor rentabilidad por unidad de volatilidad.

Figura 85. Generador tipo II. Hurst.



El exponente de Hurst se acerca al de las series reales, ahora son ligeramente más persistentes, debido al exceso de control sobre los segmentos consecutivos seleccionados.

Figura 86. Generador tipo II. Volatility Clustering



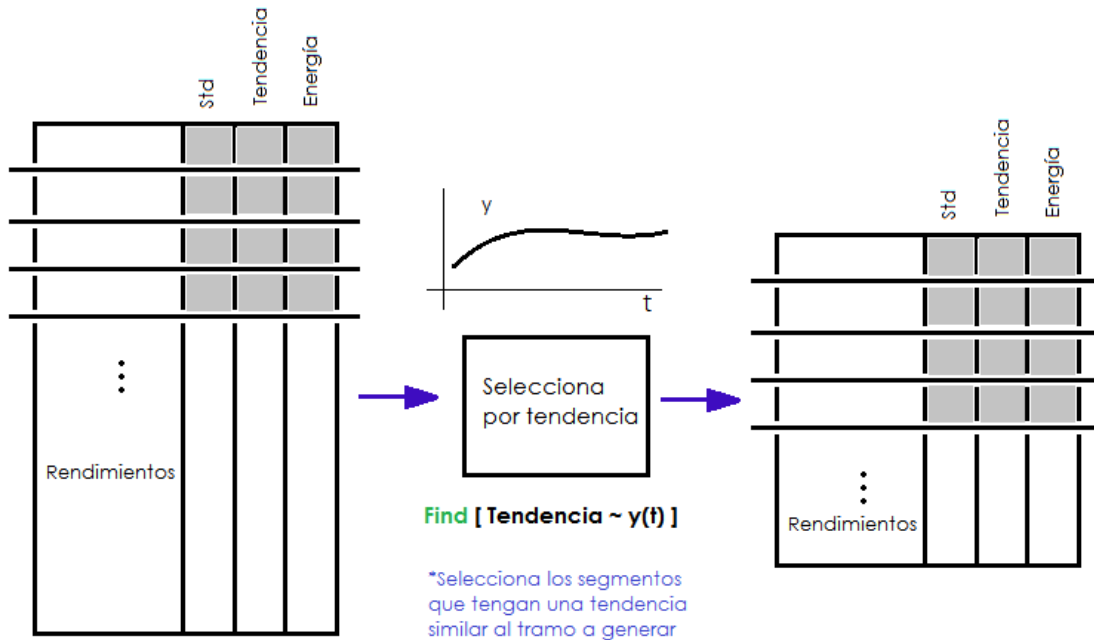
La agrupación de la volatilidad es nula, similar a la que observamos en las series generadas mediante modelos brownianos. Este generador no crea series con estados de agrupación de volatilidad.

El principal problema que se observa tras el análisis, es que no es capaz de reproducir las tendencias de las series reales, no sabe distinguir entre periodos de subida y de bajada. Tampoco reproduce los estados cambiantes de volatilidad.

6.3. GENERADOR TIPO III

En el Generador tipo III se introduce una nueva funcionalidad, la cual permite distinguir entre segmentos de volatilidad, bajistas o alcistas.

Figura 87. Diagrama del módulo del Generador tipo III.



Dentro del banco de volatilidades dividido en segmentos de K días, aparece una etiqueta adicional que mide la pendiente (tendencia) correspondiente a cada segmento. Para ello, primero se hace un ajuste polinomial de la serie de precios y se calcula la etiqueta del tramo T1 como:

$$Pendiente_{T1} = Polinomial\ fit \left\{ \frac{T1(end) - T1(1)}{T1(1)} \right\}$$

Además, una de las necesidades de la cual es pertinente dotar al generador, es la de lograr que las series creadas no sean totalmente aleatorias e incontroladas sino que deben guiarse por un movimiento principal deseado, la tendencia fundamental.

La tendencia principal puede ser una línea recta alcista o bajista, un polinomio de cualquier grado, etc. Es un parámetro que el usuario ha de configurar dependiendo del tipo de entorno que desee generar.

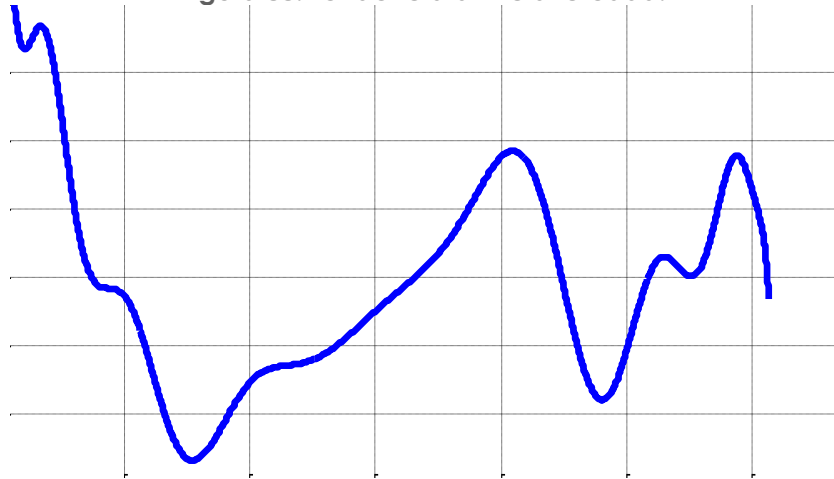
Por defecto el generador de series realiza lo siguiente para crear una tendencia principal en cada caso:

1. Se hace un ajuste polinomial de grado⁴ 20 para cada una de las series que constituyen el conjunto de aprendizaje.
2. Se obtiene la media y la covarianza por cada coeficiente.

⁴ 20 coeficientes proporciona la suficiente resolución a la tendencia sin sobreajuste.

3. Se genera una realización de coeficientes de forma aleatoria utilizando una distribución normal multivariante con la media y covarianza obtenidas anteriormente.
4. Se crea una serie de tendencia a partir de la realización de los 20 coeficientes del polinomio generador.

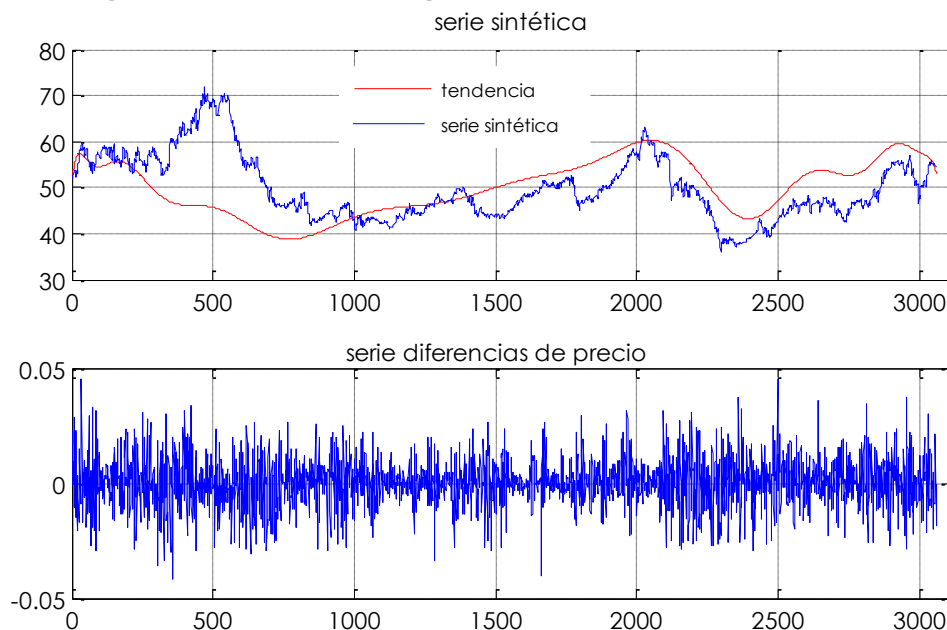
Figura 88. Tendencia artificial creada.



En la gráfica anterior se aprecia un ejemplo de una tendencia producida mediante el método de aprendizaje.

El Generador tipo III incorpora la elección del segmento según la pendiente de la serie de tendencia creada. Así, si la pendiente del siguiente segmento es de 0.5 el generador buscará en el banco de volatilidades segmentos que tengan esa pendiente o parecida. El grado de semejanza lo decide el usuario mediante una variable de entrada que permite más o menos ajuste.

Figura 89. Realización del generador de series sintéticas tipo III.



Como se puede apreciar en la imagen anterior, la serie generada es capaz de seguir la tendencia aprendida o seleccionada por el usuario. Esta funcionalidad permite un mayor control de las series, permitiendo generaciones que respondan a tipos de mercados, alcistas, bajistas, laterales, etc. Además se soluciona el inconveniente donde se seleccionaban siempre segmentos de bajada o subida al crear series para volatilidades muy altas o bajas.

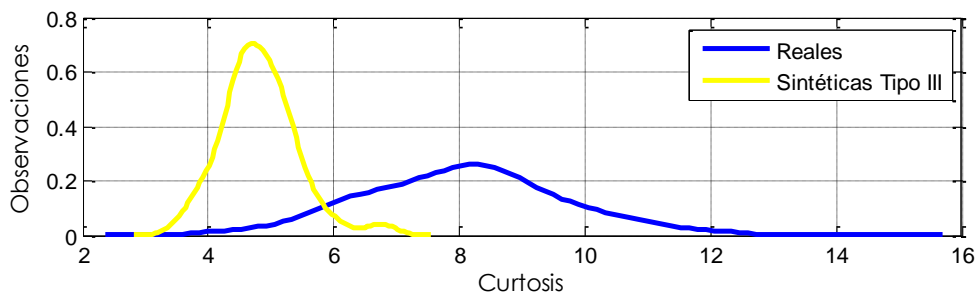
6.3.1. EVALUACIÓN

Véanse cuáles son las características del resultado de generar 200 series sintéticas de 3000 días de longitud con el Generador tipo III con parámetros de entrada:

- $K=20$.
- Filtro volatilidad ($x = \text{percentil } 5$ e $y = \text{percentil } 95$).
- Tendencia sintética de la figura 88.

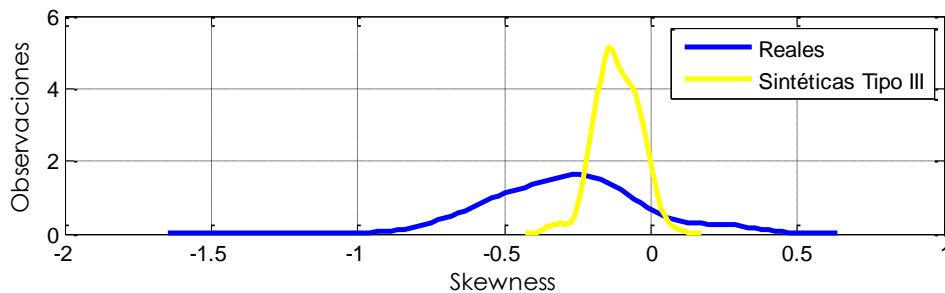
Véanse los resultados correspondientes:

Figura 90. Generador tipo III. Curtosis.



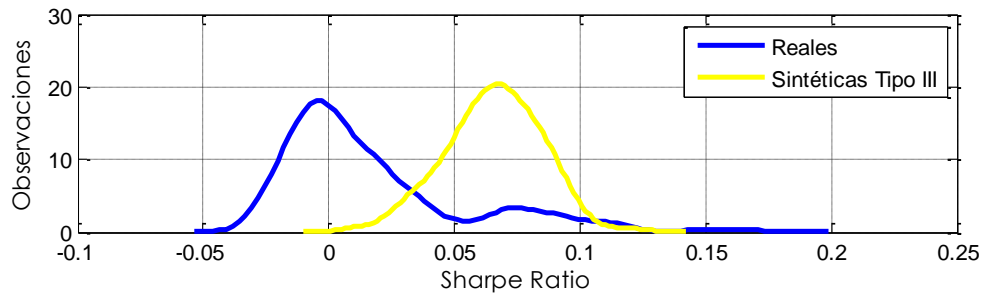
La función de densidad de la Curtosis de cada serie se encuentra por encima de 3. Por lo que las series sintéticas tienen colas pesadas, aun así las series reales toman valores más altos.

Figura 91. Generador tipo III. Skewness.



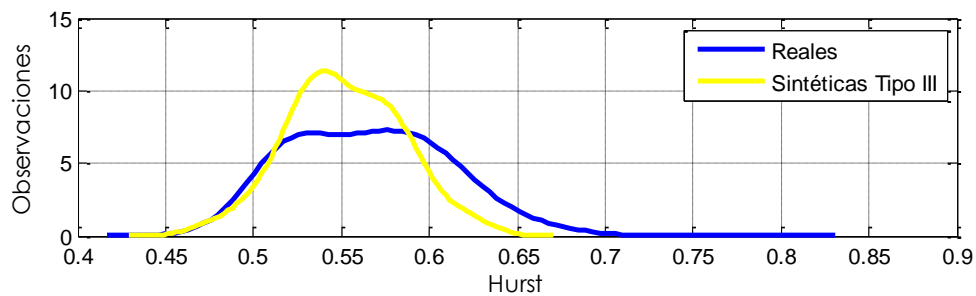
El Skewness es bastante similar al del generador anterior y sigue lejos de la real.

Figura 92. Generador tipo III. Sharpe Ratio.



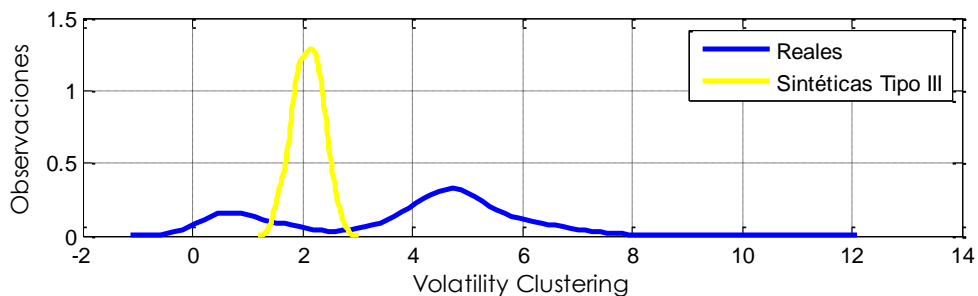
El Ratio de Sharpe consigue acercarse ligeramente a los valores reales deseados, sin embargo aún hay margen de mejora.

Figura 93. Generador tipo III. Hurst.



Respecto al exponente de Hurst, con este generador conseguimos reproducir más fielmente los valores reales.

Figura 94. Generador tipo III. Volatility Clustering.

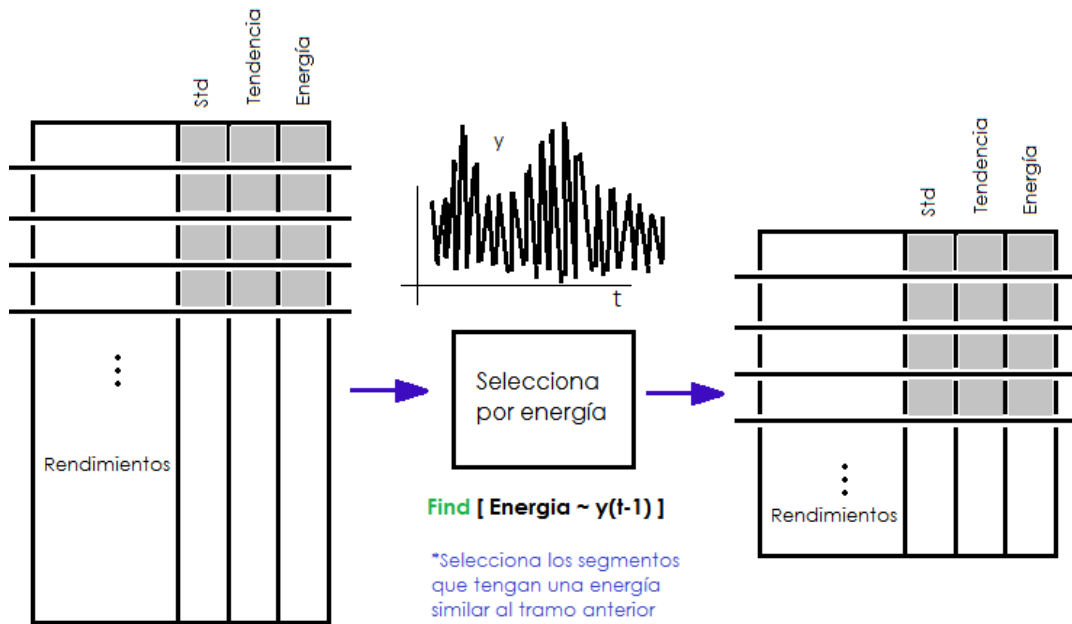


La agrupación de la volatilidad todavía no reproduce adecuadamente la de las series reales, ni mediante este estadístico, ni mediante la visualización de las series de rendimientos como los de la figura 89. Por ello, éste será el principal motivo para la implantación de Generador tipo IV.

6.4. GENERADOR TIPO IV

En el apartado de análisis se vio un último punto sobre las series, referido a la aglomeración de la volatilidad, ésta aparece agrupada por periodos. Existe persistencia a corto plazo, es decir, los movimientos en $t+1$ están influidos por el movimiento en t . Figura 57.

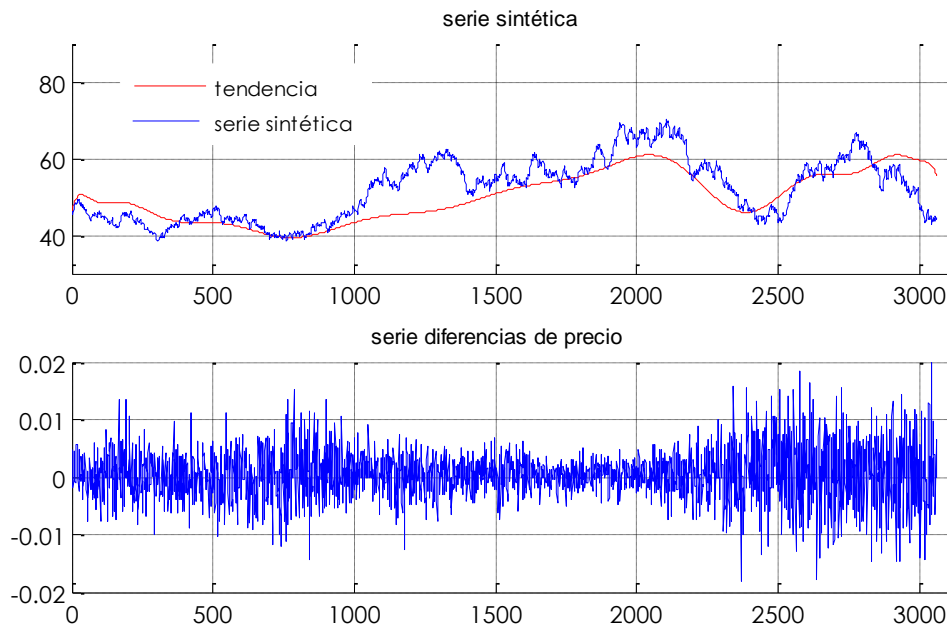
Figura 95. Diagrama del módulo del Generador tipo IV.



En este último generador, se introduce un módulo de mejora donde el segmento siguiente a seleccionar del Banco de Rendimientos, tiene que contener una magnitud de energía semejante⁵ a la de los segmentos elegidos anteriormente. La energía del segmento S1 se mide como:

$$Energía_{S1} = \frac{\sum_{i=1}^K S1_i * S1_i}{K}$$

Figura 96. Realización del generador de series sintéticas tipo IV.



⁵ Que esté dentro de unas bandas de confianza definidas por el usuario.

Como se observa en la serie de la figura anterior, mediante el Generador tipo IV, aparece esa agrupación de la volatilidad, pasando por estados de mayor a menor energía aglomerados en periodos temporales. Ahora la magnitud de la volatilidad del estado $t+1$ tiene que ver con la del estado t .

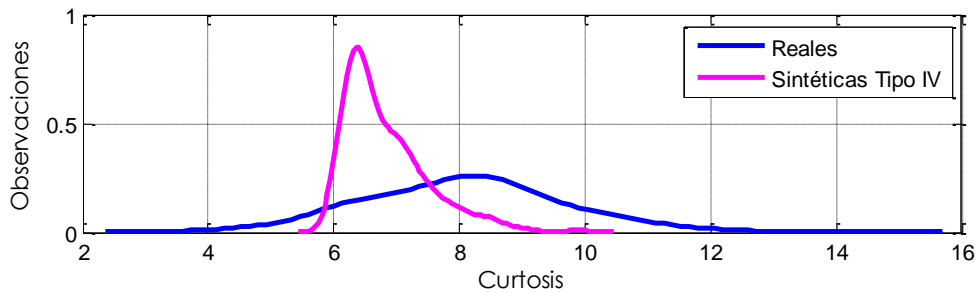
6.4.1. EVALUACIÓN

Véanse cuáles son las características del resultado de generar 200 series sintéticas con 3000 días de longitud mediante el Generador tipo IV con parámetros de entrada:

- $K=20$.
- Filtro volatilidad ($x =$ percentil 5 e $y =$ percentil 95).
- Tendencia sintética de la figura 88.
- La energía buscada tendrá 10 grados de libertad respecto a la energía del tramo anterior.

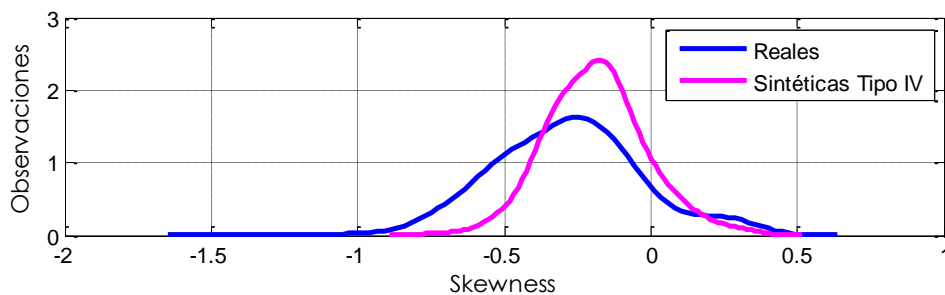
Véanse los resultados correspondientes:

Figura 97. Generador tipo IV. Curtosis.



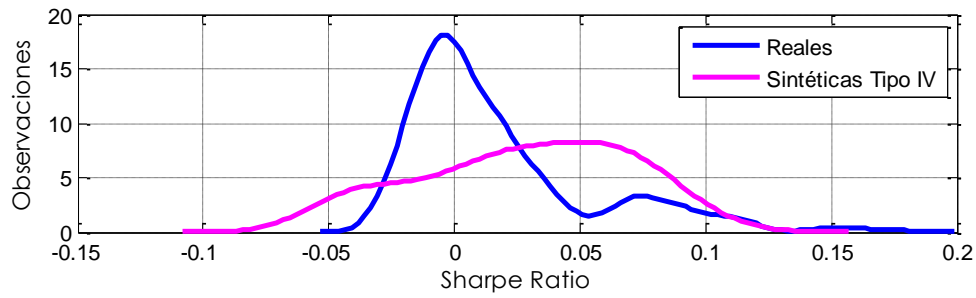
Se ha conseguido obtener valores de Curtosis cercanos a los reales. Faltaría por lograr una mayor dispersión, pero teniendo en cuenta que hacemos uso de las series reales para la generación, es comprensible que los valores generados tiendan a la normalidad.

Figura 98. Generador tipo IV. Skewness.



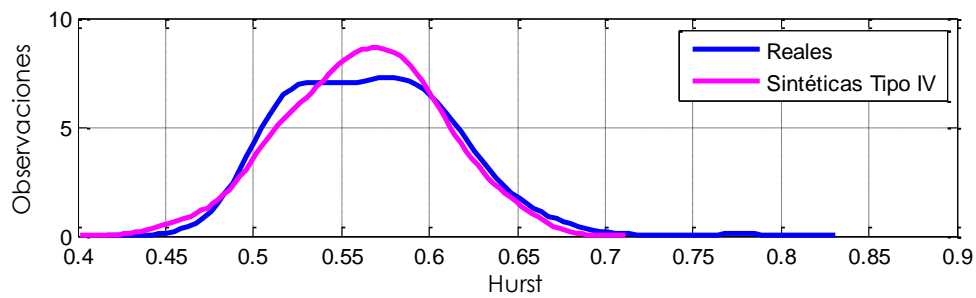
El Skewness es más similar al de las series reales.

Figura 99. Generador tipo IV. Sharpe Ratio.



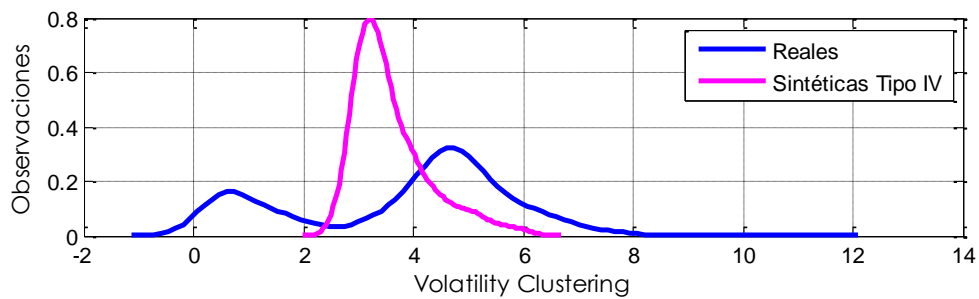
El Ratio de Sharpe también ha sido optimizado, aunque sigue estando ligeramente sesgado hacia la derecha.

Figura 100. Generador tipo IV. Hurst.



El exponente de Hurst es el adecuado, permanece en valores cercanos a los de los reales.

Figura 101. Generador tipo IV. Volatility Clustering.

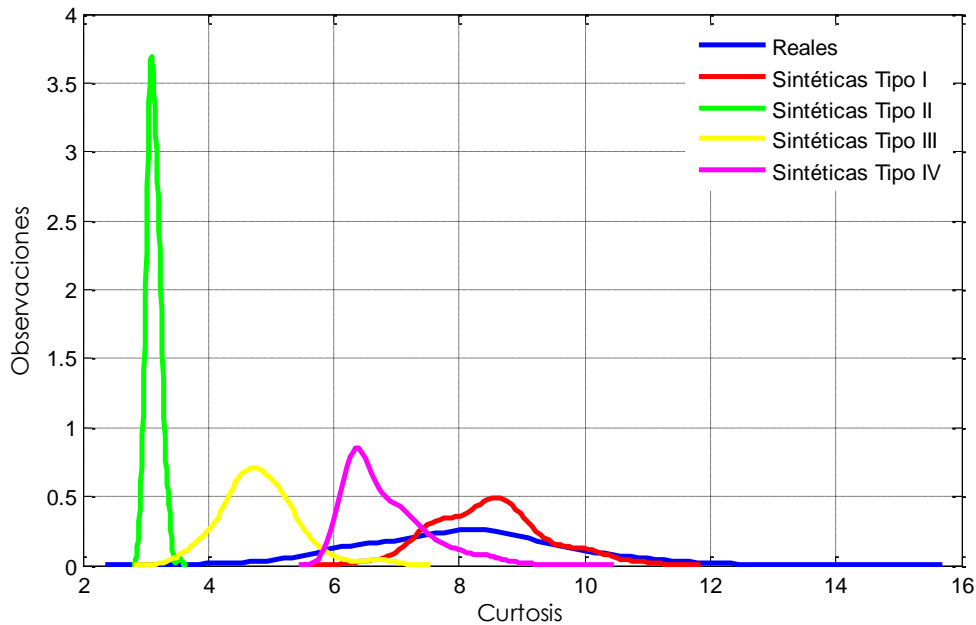


El Generador tipo IV está diseñado para reproducir la agrupación de la volatilidad en las series sintéticas. Tanto visualmente, en la figura 96 como mediante el estadístico correspondiente, se puede apreciar que es capaz de modelar esos estados de volatilidad que aparecen y desaparecen en las series reales.

6.5. RESUMEN DE LA EVOLUCIÓN DE LOS GENERADORES

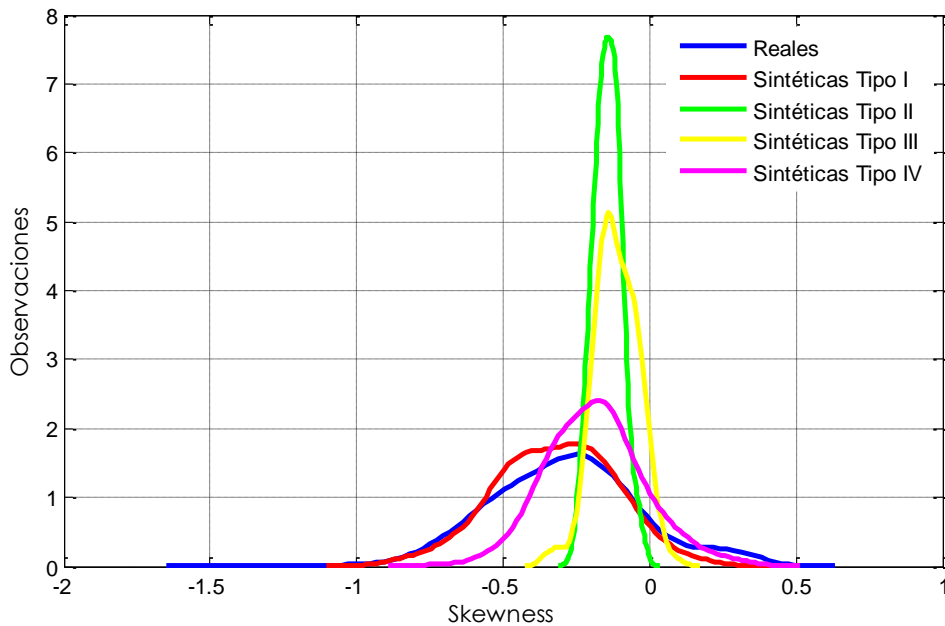
En este apartado se pretende mostrar cuál ha sido la evolución de los distintos tipos de generadores en lo referente a los medidores de características que se han utilizado.

Figura 102. Curtosis por tipo de generador.



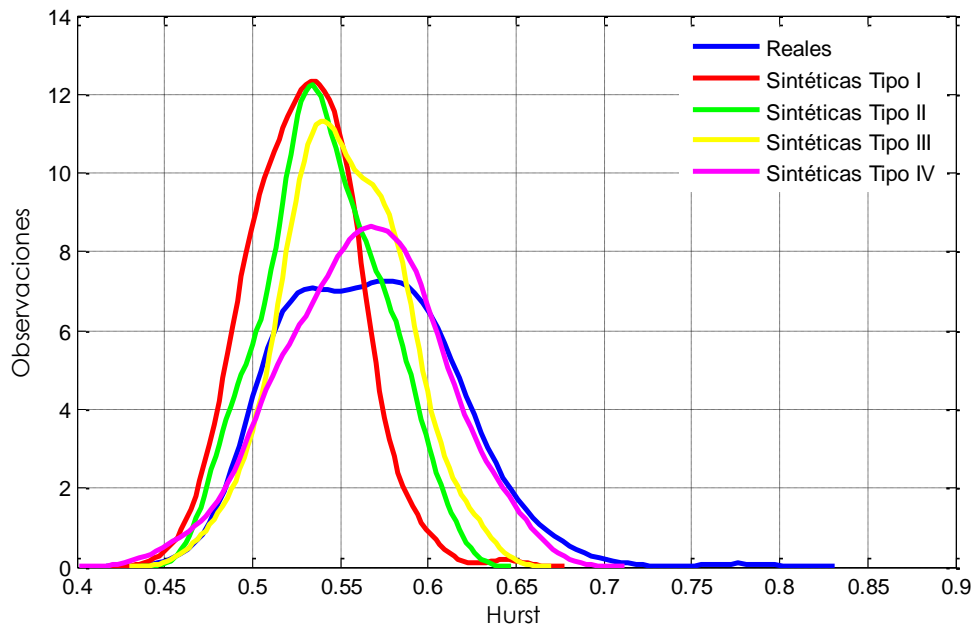
La Curtosis que más se asemeja a las series reales es la del Generador tipo I. Sin embargo en otros estadísticos es muy deficiente y visualmente las series de precios sintéticas no parecen reales.

Figura 103. Skewness por tipo de generador.



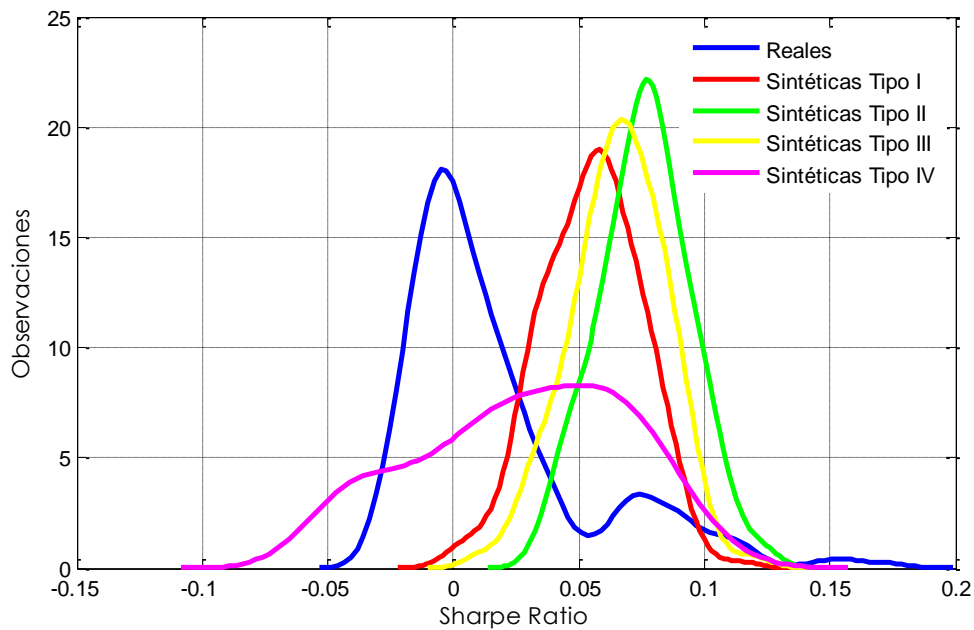
Con el Skewness pasa algo parecido a lo que se observa en la Curtosis. Todos los generadores sintéticos presentan valores de asimetría negativa.

Figura 104. Hurst por tipo de generador.



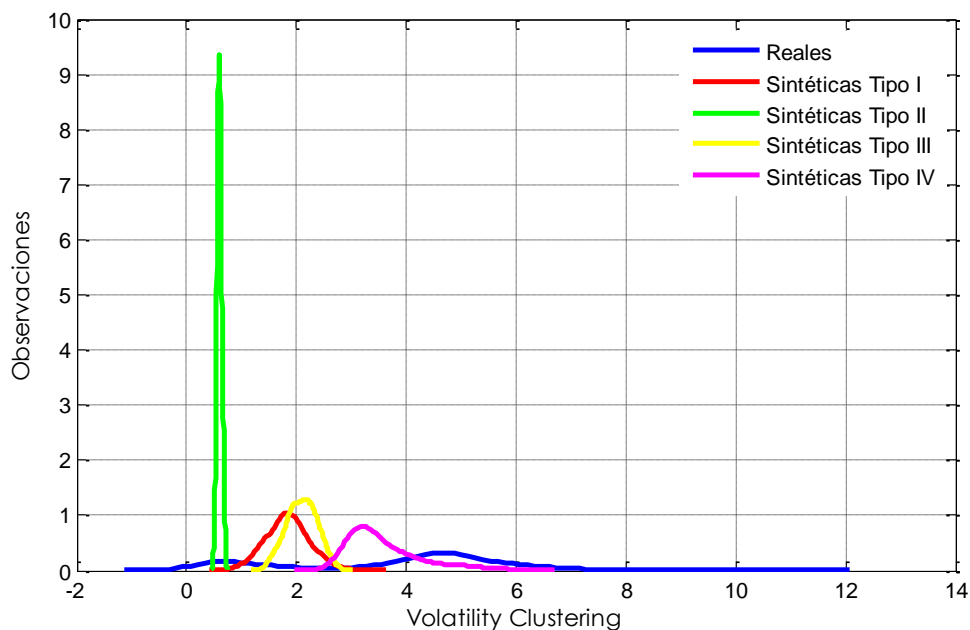
El generador que mejor modela el exponente de Hurst es el tipo IV, esto tiene que ver con su forma de empalmar segmentos teniendo en cuenta la energía del anterior.

Figura 105. Sharpe Ratio por tipo de generador.



El Ratio de Sharpe ha sido uno de los estadísticos más complicados de modelar, ya que se tendía a que las series sintéticas aportasen mayores rentabilidades por unidad de volatilidad. El Generador tipo IV es el que mejor se ajusta.

Figura 106. Volatility Clustering por tipo de generador.



El Generador tipo IV se sitúa muy lejos de los modelos brownianos en lo que a agrupación de volatilidad se refiere. Toma valores por encima de cero.

En media, la mejor solución para la generación de bancos de series sintéticas equivalentes la proporciona el Generador tipo IV. En todos los estadísticos evaluados saca las mejores notas. Además visualmente, las series que genera, son las más atractivas comparativamente con las series reales.

7. CONCLUSIONES

Este proyecto ha comenzado introduciendo algunos conceptos básicos relacionados con las finanzas, desde sus orígenes hasta hoy, Entendiendo los pasos dados para construir el mundo financiero que tenemos en la actualidad. Se ha mostrado que algunas asunciones arrastradas del pasado, no se ajustan fielmente a la realidad de los mercados financieros.

Seguidamente se han estudiado las características de un tipo concreto de series financieras, los fondos de inversión. Se han puesto de manifiesto algunas propiedades que describen unívocamente a este tipo de series temporales. Cómo son las distribuciones de las series de rendimientos, que tienen cierto parecido a la Gaussiana, pero con colas más pesadas, mayor concentración en torno a la media y asimetría negativa. Además se ha observado persistencia en los precios, los datos pasados tienen influencia sobre los de hoy, son series con cierta tendencialidad. También se aprecian diferentes agrupaciones de estados de volatilidad, que aparecen y desaparecen indeterminadamente.

Una vez aprendidas las características de los fondos de inversión, se ha desarrollado un generador de series equivalentes. Su fundamento principal consiste en reordenar segmentos de series reales para construir series sintéticas de la longitud deseada. Se partió del Generador tipo I que reordenaba de forma aleatoria los distintos segmentos y se terminó con Generador tipo IV que tiene en cuenta propiedades tales como desviaciones estándar, tendencias y energía de los segmentos anteriores para determinar el segmento siguiente. Esto hace que se puedan reproducir las propiedades de las series reales de forma fiel.

El generador ha sido testeado en todas sus evoluciones y ha superado de forma satisfactoria los requisitos establecidos, por lo que podría estar listo para ser utilizado como herramienta alternativa a las series reales en el backtesting de algoritmos de inversión.

8. REFERENCIAS

- [1] Alfonso Ortega Castro, *"Introducción a las finanzas"*, McGraw Hill México (2002).
- [2] Carlos Serrano y Begoña Gutiérrez, *"Principales periodos en la historia de las finanzas"*, Universidad de Zaragoza. <http://ciberconta.unizar.es/leccion/fin016/200.HTM>
- [3] Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier, *"The Theory of Speculation: The origins of Modern Finance"*, Princeton University Press (2011).
- [4] Hersh Shefrin, *"Beyond Greed and Fear: Understanding behavioral finance and the psychology of investing"*, Oxford University Press (2002).
- [5] John J. Murphy. *"Technical Analysis of the Financial Markets"*, Penguin (1999).
- [6] Wayne E. Ferson, Campbell R. Harvey, *"Sources of predictability in portfolio returns"*, Duke University (1999).
- [7] Narasimhan Jegadeesh y Sheridan Titman, *"Momentum"*, University of Illinois, Working Paper (2011).
- [8] Peyton Z. Peebles Jr, *Probability, "Random Variables, and Random Signal Principles"*, 4º edición, McGraw-Hill (2001).
- [9] Benoit Mandelbrot, *"Fractales y Finanzas"*, Tusquets (2006).
- [10] H. E. Hurst, *"Instrument-making in Egypt"*, Journal of scientific Instruments 23 (1946).
- [11] Perry J. Kaufman, *"New trading systems and methods"*, Wiley (2005).
- [12] John C. Hull, *"Introducción a los mercados de opciones"*, Pearson Educación (2012).
- [13] Stephen Aechlis, *"Análisis Técnico de la A a la Z"*, Netbiblo (1995).
- [14] William F. Sharpe, *"The capital asset pricing model"*, Stanford University (1973).
- [15] Harry M. Markowitz, *"Portfolio selection: Efficient diversification of investments"*, Yale University (1959).
- [16] Merton H. Miller, *"The History of Finances"*, University of Chicago (1999).
- [17] Fischer Black y Myron Scholes. *"The pricing of options and corporate liabilities"*, Journal of political economy (1973).
- [18] JM Courtault, Yu Kabanov, BBru, P Crepel, I Lebon, A Le Marchand, *"Louis Bachelier On the centenary of Theorie de la Speculation"*, Matematical finance (2000).

PRESUPUESTO

- 1) Ejecución Material
 - Compra de ordenador personal (Software incluido) 2.000 €
 - Alquiler de impresora láser durante 6 meses 50 €
 - Material de oficina 150 €
 - Total de ejecución material 2.200 €
- 2) Gastos generales
 - 16 % sobre Ejecución Material 352 €
- 3) Beneficio Industrial
 - 6 % sobre Ejecución Material 132 €
- 4) Honorarios Proyecto
 - 640 horas a 15 € / hora 9600 €
- 5) Material fungible
 - Gastos de impresión 60 €
 - Encuadernación 200 €
- 6) Subtotal del presupuesto
 - Subtotal Presupuesto 12060 €
- 7) I.V.A. aplicable
 - 16% Subtotal Presupuesto 1929.6 €
- 8) Total presupuesto
 - Total Presupuesto 13989,6 €

Madrid, Julio de 2014

El Ingeniero Jefe de Proyecto

Fdo.: Jorge Cubero Hernández

Ingeniero de Telecomunicación

PLIEGO DE CONDICIONES

Este documento contiene las condiciones legales que guiarán la realización, en este proyecto, de un generador de series financieras. En lo que sigue, se supondrá que el proyecto ha sido encargado por una empresa cliente a una empresa consultora con la finalidad de realizar dicho sistema. Dicha empresa ha debido desarrollar una línea de investigación con objeto de elaborar el proyecto. Esta línea de investigación, junto con el posterior desarrollo de los programas está amparada por las condiciones particulares del siguiente pliego.

Supuesto que la utilización industrial de los métodos recogidos en el presente proyecto ha sido decidida por parte de la empresa cliente o de otras, la obra a realizar se regulará por las siguientes:

Condiciones generales

1. La modalidad de contratación será el concurso. La adjudicación se hará, por tanto, a la proposición más favorable sin atender exclusivamente al valor económico, dependiendo de las mayores garantías ofrecidas. La empresa que somete el proyecto a concurso se reserva el derecho a declararlo desierto.

2. El montaje y mecanización completa de los equipos que intervengan será realizado totalmente por la empresa licitadora.

3. En la oferta, se hará constar el precio total por el que se compromete a realizar la obra y el tanto por ciento de baja que supone este precio en relación con un importe límite si este se hubiera fijado.

4. La obra se realizará bajo la dirección técnica de un Ingeniero Superior de Telecomunicación, auxiliado por el número de Ingenieros Técnicos y Programadores que se estime preciso para el desarrollo de la misma.

5. Aparte del Ingeniero Director, el contratista tendrá derecho a contratar al resto del personal, pudiendo ceder esta prerrogativa a favor del Ingeniero Director, quien no estará obligado a aceptarla.

6. El contratista tiene derecho a sacar copias a su costa de los planos, pliego de condiciones y presupuestos. El Ingeniero autor del proyecto autorizará con su firma las copias solicitadas por el contratista después de confrontarlas.

7. Se abonará al contratista la obra que realmente ejecute con sujeción al proyecto que sirvió de base para la contratación, a las modificaciones autorizadas por la superioridad o a las órdenes que con arreglo a sus facultades le hayan comunicado por escrito al Ingeniero Director de obras siempre que dicha obra se haya ajustado a los preceptos de los pliegos de condiciones, con arreglo a los cuales, se harán las modificaciones y la valoración de las diversas unidades sin que el importe total pueda exceder de los presupuestos aprobados. Por consiguiente, el número de unidades que se consignan en el proyecto o en el presupuesto, no podrá servirle de fundamento para entablar reclamaciones de ninguna clase, salvo en los casos de rescisión.

8. Tanto en las certificaciones de obras como en la liquidación final, se abonarán los trabajos realizados por el contratista a los precios de ejecución material que figuran en el presupuesto para cada unidad de la obra.

9. Si excepcionalmente se hubiera ejecutado algún trabajo que no se ajustase a las condiciones de la contrata pero que sin embargo es admisible a juicio del Ingeniero Director de obras, se dará conocimiento a la Dirección, proponiendo a la vez la rebaja de precios que el Ingeniero estime justa y si la Dirección resolviera aceptar la obra, quedará el contratista obligado a conformarse con la rebaja acordada.

10. Cuando se juzgue necesario emplear materiales o ejecutar obras que no figuren en el presupuesto de la contrata, se evaluará su importe a los precios asignados a otras obras o materiales análogos si los hubiere y cuando no, se discutirán entre el Ingeniero Director y el contratista, sometiéndolos a la aprobación de la Dirección. Los nuevos precios convenidos por uno u otro procedimiento, se sujetarán siempre al establecido en el punto anterior.

11. Cuando el contratista, con autorización del Ingeniero Director de obras, emplee materiales de calidad más elevada o de mayores dimensiones de lo estipulado en el proyecto, o sustituya una clase de fabricación por otra que tenga asignado mayor precio o ejecute con mayores dimensiones cualquier otra parte de las obras, o en general, introduzca en ellas cualquier modificación que sea beneficiosa a juicio del Ingeniero Director de obras, no tendrá derecho sin embargo, sino a lo que le correspondería si hubiera realizado la obra con estricta sujeción a lo proyectado y contratado.

12. Las cantidades calculadas para obras accesorias, aunque figuren por partida alzada en el presupuesto final (general), no serán abonadas sino a los precios de la contrata, según las condiciones de la misma y los proyectos particulares que para ellas se formen, o en su defecto, por lo que resulte de su medición final.

13. El contratista queda obligado a abonar al Ingeniero autor del proyecto y director de obras así como a los Ingenieros Técnicos, el importe de sus respectivos honorarios facultativos por formación del proyecto, dirección técnica y administración en su caso, con arreglo a las tarifas y honorarios vigentes.

14. Concluida la ejecución de la obra, será reconocida por el Ingeniero Director que a tal efecto designe la empresa.

15. La garantía definitiva será del 4% del presupuesto y la provisional del 2%.

16. La forma de pago será por certificaciones mensuales de la obra ejecutada, de acuerdo con los precios del presupuesto, deducida la baja si la hubiera.

17. La fecha de comienzo de las obras será a partir de los 15 días naturales del replanteo oficial de las mismas y la definitiva, al año de haber ejecutado la provisional, procediéndose si no existe reclamación alguna, a la reclamación de la fianza.

18. Si el contratista al efectuar el replanteo, observase algún error en el proyecto, deberá comunicarlo en el plazo de quince días al Ingeniero Director de obras, pues transcurrido ese plazo será responsable de la exactitud del proyecto.

19. El contratista está obligado a designar una persona responsable que se entenderá con el Ingeniero Director de obras, o con el delegado que éste designe, para todo relacionado con ella. Al ser el Ingeniero Director de obras el que interpreta el proyecto, el contratista deberá consultarle cualquier duda que surja en su realización.

20. Durante la realización de la obra, se girarán visitas de inspección por personal facultativo de la empresa cliente, para hacer las comprobaciones que se crean oportunas. Es obligación del contratista, la conservación de la obra ya ejecutada hasta la recepción de la misma, por lo que el deterioro parcial o total de ella, aunque sea por agentes atmosféricos u otras causas, deberá ser reparado o reconstruido por su cuenta.

21. El contratista, deberá realizar la obra en el plazo mencionado a partir de la fecha del contrato, incurriendo en multa, por retraso de la ejecución siempre que éste no sea debido a causas de fuerza mayor. A la terminación de la obra, se hará una recepción provisional previo reconocimiento y examen por la dirección técnica, el depositario de efectos, el interventor y el jefe de servicio o un representante, estampando su conformidad el contratista.

22. Hecha la recepción provisional, se certificará al contratista el resto de la obra, reservándose la administración el importe de los gastos de conservación de la misma hasta su recepción definitiva y la fianza durante el tiempo señalado como plazo de garantía. La recepción definitiva se hará en las mismas condiciones que la provisional, extendiéndose el acta correspondiente. El Director Técnico propondrá a la Junta Económica la devolución de la fianza al contratista de acuerdo con las condiciones económicas legales establecidas.

23. Las tarifas para la determinación de honorarios, reguladas por orden de la Presidencia del Gobierno el 19 de Octubre de 1961, se aplicarán sobre el denominado en la actualidad "Presupuesto de Ejecución de Contrata" y anteriormente llamado "Presupuesto de Ejecución Material" que hoy designa otro concepto.

Condiciones particulares

La empresa consultora, que ha desarrollado el presente proyecto, lo entregará a la empresa cliente bajo las condiciones generales ya formuladas, debiendo añadirse las siguientes condiciones particulares:

1. La propiedad intelectual de los procesos descritos y analizados en el presente trabajo, pertenece por entero a la empresa consultora representada por el Ingeniero Director del Proyecto.

2. La empresa consultora se reserva el derecho a la utilización total o parcial de los resultados de la investigación realizada para desarrollar el siguiente proyecto, bien

para su publicación o bien para su uso en trabajos o proyectos posteriores, para la misma empresa cliente o para otra.

3. Cualquier tipo de reproducción aparte de las reseñadas en las condiciones generales, bien sea para uso particular de la empresa cliente, o para cualquier otra aplicación, contará con autorización expresa y por escrito del Ingeniero Director del Proyecto, que actuará en representación de la empresa consultora.

4. En la autorización se ha de hacer constar la aplicación a que se destinan sus reproducciones así como su cantidad.

5. En todas las reproducciones se indicará su procedencia, explicitando el nombre del proyecto, nombre del Ingeniero Director y de la empresa consultora.

6. Si el proyecto pasa la etapa de desarrollo, cualquier modificación que se realice sobre él, deberá ser notificada al Ingeniero Director del Proyecto y a criterio de éste, la empresa consultora decidirá aceptar o no la modificación propuesta.

7. Si la modificación se acepta, la empresa consultora se hará responsable al mismo nivel que el proyecto inicial del que resulta el añadirla.

8. Si la modificación no es aceptada, por el contrario, la empresa consultora declinará toda responsabilidad que se derive de la aplicación o influencia de la misma.

9. Si la empresa cliente decide desarrollar industrialmente uno o varios productos en los que resulte parcial o totalmente aplicable el estudio de este proyecto, deberá comunicarlo a la empresa consultora.

10. La empresa consultora no se responsabiliza de los efectos laterales que se puedan producir en el momento en que se utilice la herramienta objeto del presente proyecto para la realización de otras aplicaciones.

11. La empresa consultora tendrá prioridad respecto a otras en la elaboración de los proyectos auxiliares que fuese necesario desarrollar para dicha aplicación industrial, siempre que no haga explícita renuncia a este hecho. En este caso, deberá autorizar expresamente los proyectos presentados por otros.

12. El Ingeniero Director del presente proyecto, será el responsable de la dirección de la aplicación industrial siempre que la empresa consultora lo estime oportuno. En caso contrario, la persona designada deberá contar con la autorización del mismo, quien delegará en él las responsabilidades que ostente.