

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS DE SEÑALES MEDIANTE TOMOGRAFÍA PARA LA DETECCIÓN DE EVENTOS EN LA ATMÓSFERA DE MARTE

Ingeniería de Telecomunicación

Álvaro Giménez Bravo
Abril 2013

ANÁLISIS DE SEÑALES MEDIANTE TOMOGRAFÍA PARA LA DETECCIÓN DE EVENTOS EN LA ATMÓSFERA DE MARTE

AUTOR: Álvaro Giménez Bravo
TUTOR: Carlos Aguirre Maeso

Grupo de Neurocomputación Biológica
Dpto. de Ingeniería Informática
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid
Abril 2013

Resumen

El objetivo del proyecto es la aplicación de un novedoso método de análisis de señales basado en tomografía, para la detección de eventos en la atmósfera de Marte tales como vórtices o “dust devils”. Los dust devils desempeñan un papel importante en el clima de Marte. Son vórtices convectivos debidos al alto calentamiento de la superficie, que genera unas columnas de aire ascendente con una variación de presión en su interior. Algunos de estos vórtices reciben un viento horizontal considerable, suficientemente rápido como para elevar las partículas de la superficie formando un vórtice vertical, y convirtiéndose en un dust devil.

Para ello se utilizan los datos de presión obtenidos directamente de la nave Phoenix de NASA, operativa desde el 25 de Mayo de 2008 hasta el 2010. El objetivo es encontrar caídas de presión más o menos pronunciadas muy bien localizadas en el tiempo con duraciones muy cortas.

Primero se propone un resumen a modo de estado del arte de las principales técnicas de análisis de señal que han tenido relevancia en el desarrollo de las técnicas de análisis tiempo-frecuencia y han dado pie al desarrollo de la tomografía. A continuación se dedica especial interés a la tomografía no conmutativa, que proporciona unas densidades de probabilidad estrictamente positivas muy robustas frente al ruido y que permiten tanto filtrar como separar componentes de la señal. Tras realizar un análisis con este método de tomografía, no se consiguieron los resultados esperados, y se propuso una técnica novedosa que conocemos como Tomografía Adaptada, dónde son los propios datos los que generan el espacio transformado. La tomografía adaptada se basa en utilizar un operador con la forma del evento que buscamos, y este sea identificado como la componente buscada en la señal. Esto produce una acumulación de energía localizada en el tiempo, en el punto en el que tiene lugar el evento.

Con este método se analizan varios de los soles marcianos disponibles, y se presentan los resultados en comparación con resultados obtenidos para esos soles en el artículo de Ellehoj [1]. Finalmente se comentan las conclusiones extraídas del análisis así como las líneas futuras de investigación tanto para el método de tomografía como para los futuros datos a analizar con el objetivo de conocer mejor Marte y como consecuencia, nuestro propio planeta.

Palabras Clave

Tomografía, tomogramas, filtrado, análisis de señal, transformaciones integrales, Marte, Phoenix Mars Lander, dust devil.

Abstract

The purpose of this project is the implementation of a new method of tomography-based signal analysis for the detection of events in the Martian atmosphere, such as dust devils. These are thought to play an important role in the Martian climate. Dust devils are convective vortices generated due to surface heating, thereby generating convective plumes of rising air with a pressure variation inside. Some of these vortices obtain horizontal wind speeds large enough for dust particles to be lifted off the surface and into the vortex and thus becoming dust devils.

For this study, the pressure data used are those obtained directly by NASA's Phoenix spacecraft, operational since May 25, 2008 through May 2010. The objective is to find pressure drops more or less pronounced, but well localized in time, with a very short duration.

First it is proposed as a summary the state of the art of the main techniques for signal analysis that had relevance in the development of the time-frequency analysis techniques and have led the development of tomography. Special attention is devoted to non-commutative tomography, which provides very robust strictly positive probability densities in the presence of noise and also provides filtering and to separate signal components. After applying this tomographic analysis method, we did not achieve the expected results, and it was proposed a new technique called Adapted Tomography, where the data itself generate the transform space. Adapted tomography is based on using an operator with the shape of the event we want to extract, and this will be identified as the component of the signal we want. This produces a localized accumulation of energy where the event takes place.

With this method several of the available martian sols are analyzed and the results are shown compared with results obtained in the Ellehoj article [1]. Finally the conclusions about this analysis as well as future research lines are discussed not only for the tomographic method but also for future data to be analyzed with the purpose of gaining more knowledge about Mars and, as a consequence, about our own planet.

Key words

Tomography, tomograms, filtering, signal analysis, integral transforms, Mars, Phoenix Mars Lander, dust devil.

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecerle este proyecto a mi tutor Carlos, tanto por la confianza y la ayuda que me ofreció, como por brindarme la primera oportunidad de realizar un estudio real de la atmósfera de Marte. Por ello también quisiera darle las gracias a Luis, a Germán y por supuesto, al profesor Mendes.

En segundo lugar, quiero darle las gracias a mi madre, sin la cual jamás habría terminado la carrera y a mi padre al cual admiro profundamente. También merecen agradecimientos el resto de la escalera de Santa Engracia 72, desde mis tíos a mis queridos abuelos, que siempre me dieron de comer. En especial también a Beli! que siempre se ha ofrecido a ayudarme con cualquier problema que me haya enfrentado. En parte este proyecto es también vuestro familia. Os quiero mucho!.

Para terminar he de dar las gracias todos mis amigos tanto del colegio, a Adrián, Alex, Campollo, Edu, Félix, Franco, Gabi, Juli y Moreno por estar siempre ahí para tomar unas cervezas en el Camorrillo pasara lo que pasara, y por supuesto a todos los compañeros de la universidad, en especial a mis locos compañeros de prácticas, gracias por no mandarme a la mierda por gritáros constantemente. Tanto la carrera como este proyecto jamás habrían sido posibles sin la ayuda de todos vosotros. Muchas gracias!

Álvaro Giménez Bravo

Marzo, 2013

Índice general

Índice de figuras	x
Índice de cuadros	XIV
1. Introducción	1
1.1. Motivación del proyecto	1
1.2. Objetivos y enfoque	2
1.3. Metodología y plan de trabajo	2
1.4. Organización de la memoria	3
2. Introducción a la tomografía: Transformadas lineales, bilineales y tomogramas	5
2.1. Transformaciones lineales	6
2.1.1. La transformada de Fourier	6
2.1.2. La transformada de Laplace	7
2.1.3. La transformada de Fourier de tiempo corto	8
2.1.4. La transformada Wavelet	10
2.2. Transformaciones bilineales	12
2.2.1. Propiedades generales de las representaciones tiempo-frecuencia	13
2.2.2. La transformada Wigner-Ville	15
2.2.3. La transformada Pseudo-Wigner-Ville	18
2.3. Tomogramas	19
3. Tomografía No Conmutativa (NCT)	21
3.1. Introducción	21
3.2. Tomografía tiempo-frecuencia no conmutativa	22
3.3. Análisis de señal mediante tomogramas	23
3.4. Ejemplos de tomografía no conmutativa	24
3.4.1. Separación de componentes	24
3.4.2. Filtrado	33

4. Tomografía Adaptada	37
4.1. Introducción	37
4.2. Análisis de señal mediante tomografía adaptada	37
4.2.1. Método de construcción del par adaptado	37
4.2.2. Ejemplo de la tomografía adaptada	38
5. Visión de Marte	43
5.1. Introducción	43
5.2. La atmósfera de Marte	45
5.2.1. Composición	45
5.2.2. Fenómenos atmosféricos: Dust Devils	45
5.2.3. Evolución	46
5.3. Misiones a Marte	46
5.3.1. Los inicios durante la carrera espacial	46
5.3.2. Los 90' y la actualidad	47
5.3.3. El futuro	48
5.4. Phoenix Mars Lander	48
5.4.1. Objetivos de la misión	49
5.4.2. Instrumentación	50
6. Análisis de señales y Resultados	53
6.1. Análisis del SOL 136	53
6.1.1. Análisis mediante Tomografía No Conmutativa (NCT)	54
6.1.2. Análisis mediante Tomografía Adaptada	59
6.2. Análisis del SOL 122	65
6.3. Análisis del SOL 1	70
6.4. Análisis del SOL 29	70
6.5. Análisis del SOL 79	71
6.6. Análisis del SOL 83	72
6.7. Análisis del SOL 129	74
6.8. Análisis del SOL 144	76
7. Conclusiones y trabajo futuro	79
7.1. Conclusiones	79
7.2. Líneas futuras	80
A. Código Matlab	83
B. Presupuesto	89

Índice de figuras

2.1. Ejemplo de una transformada de Fourier de tiempo continuo	8
2.2. Ejemplo aplicación de la transformada de Fourier con enventanado	9
2.3. Principio de incertidumbre	10
2.4. Ejemplo de la transformada wavelet	11
2.5. Distribución Wigner-Ville de una señal chirp	17
2.6. Distribución Wigner-Ville de una señal multicomponente	18
2.7. Distribución Pseudo-Wigner-Ville de una señal multicomponente	19
3.1. Componentes de la señal $y(t)$ sin la componente de ruido	25
3.2. Señal $y(t)$ sin la componente de ruido	25
3.3. Tomografía de la señal $y(t)$ realizada con <i>contour</i>	26
3.4. Tomografía de la señal $y(t)$ realizada con <i>surf</i>	26
3.5. Tomograma de la señal $y(t)$ para $\theta = \pi/5$	27
3.6. Parte real de las componentes de $y(t)$ y sus respectivas reconstrucciones	28
3.7. Parte real de $y(t)$ y su reconstrucción	28
3.8. Tomogramas sin ruido para las θ s de la tabla 3.1	30
3.9. Tomogramas con 20 dBm de ruido para las θ s de la tabla 3.2	31
3.10. Tomogramas con 30 dBm de ruido para las θ s de la tabla 3.3	32
3.11. Señal $y(t)$	33
3.12. Tomograma de $y(t)$ en $\theta = \pi/2$	33
3.13. Tomografía de la señal $y(t)$	34
3.14. Tomografía de la señal $y(t)$ en $\theta = \pi/10$	34
3.15. Reconstrucción de los pulsos de $y(t)$ filtrados mediante tomografía	35
3.16. Reconstrucción de la señal $y(t)$ filtrada mediante tomografía	35
4.1. Diez señales de las típicas de la matriz U	39
4.2. Señal de test	39
4.3. Señal de test con ruido blanco de 30 dBm	39
4.4. Contour de la tomografía adaptada a la señal de test	40
4.5. Ampliación del contour de la tomografía adaptada a la señal de test	40

4.6. Reconstrucción de la señal en superposición con la señal ruidosa	40
4.7. Reconstrucción de la señal frente a la señal de test y umbral de decisión en 0 . . .	41
4.8. Reconstrucción de la señal frente a la señal ruidosa y umbral de decisión en 0 . . .	41
5.1. Marte	43
5.2. Excentricidad de Martel	44
5.3. Comparación entre el planeta Tierra y Marte	44
5.4. Zanja excavada el 15 de Junio de 2008 por la sonda Phoenix cerca del Polo Norte de Marte	44
5.5. Dust Devil fotografiado por el Mars Reconnaissance Orbiter.	45
5.6. Localización de un dust devil en el SOL 136	46
5.7. Programa Viking de NASA	47
5.8. Mars Pathfinder: Sojourner rover	47
5.9. Mars Science Laboratory: Curiosity	47
5.10. Programa METNET	48
5.11. Lugar de aterrizaje	48
5.12. Programa Phoenix	48
5.13. Phoenix Mars Lander	49
5.14. Instrumentación de Phoenix	50
5.15. Brazo robótico	50
5.16. TEGA EQM	50
5.17. MECA	51
5.18. LIDAR FM	51
5.19. Mástil de MET	52
6.1. Presión a lo largo del SOL 136	53
6.2. Presión a lo largo de las 10000 primeras muestras del SOL 136	54
6.3. Presión a lo largo de las 1000 primeras muestras del SOL 136	55
6.4. Tomografía de las primeras 1000 muestras de presión del SOL 136	55
6.5. Tomograma cortado en $\theta = \pi/10$	56
6.6. Componentes de la señal analizada	56
6.7. Dust devil filtrado mediante NCT	57
6.8. Presión a lo largo de las siguientes 1000 muestras del SOL 136	57
6.9. Tomografía de las siguientes 1000 muestras de presión del SOL 136	58
6.10. Tomograma cortado en $\theta = \pi/10$	58
6.11. Componentes de la siguiente señal analizada	58
6.12. Señales tipo “dust devil” de la matriz M	59

6.13. Segmentación de las señales	60
6.14. Análisis del SOL 136 mediante Tomografía Adaptada	63
6.15. Segmento 1 del SOL 136 sin trincar coeficientes	64
6.16. Primeras 1000 muestras de presión del SOL 122	65
6.17. Análisis del SOL 122 mediante Tomografía Adaptada	69
6.18. Análisis del SOL 1 mediante Tomografía Adaptada	70
6.19. Análisis del SOL 29 mediante Tomografía Adaptada	71
6.20. Análisis del SOL 79 mediante Tomografía Adaptada	72
6.21. Análisis del SOL 83 mediante Tomografía Adaptada	73
6.22. Análisis del SOL 129 mediante Tomografía Adaptada	75
6.23. Análisis del SOL 144 mediante Tomografía Adaptada	77

Índice de cuadros

2.1. Condiciones a satisfacer por el kernel	15
3.1. Errores cuadráticos medios para cada θ sin ruido	29
3.2. Errores cuadráticos medios para cada θ con 20 dBm de ruido	29
3.3. Errores cuadráticos medios para cada θ con 30 dBm de ruido	29
5.1. Composición fundamental de la atmósfera de Marte	45
6.1. Dust devils del SOL 136	54
6.2. Dust devils localizados en el SOL 136	64
6.3. Dust devils del SOL 122	65
6.4. Dust devils localizados en el SOL 122	69
6.5. Dust devils localizados en el SOL 1	70
6.6. Dust devils localizados en el SOL 29	70
6.7. Dust devils localizados en el SOL 79	71
6.8. Dust devils localizados en el SOL 83	72
6.9. Dust devils localizados en el SOL 129	74
6.10. Dust devils localizados en el SOL 144	76

1

Introducción

1.1. Motivación del proyecto

El espacio, la última frontera. Desde la antigüedad hasta nuestros días, el ser humano miraba a las estrellas en busca de respuestas. ¿Quiénes somos? ¿De dónde venimos?. El origen del universo, el origen del ser humano, ¿hay vida más allá de la Tierra?.

En este último siglo los avances en la ciencia y la tecnología espacial han permitido investigar si fue posible que hubiese existido vida en alguna etapa anterior del planeta Marte. Esta motivación ha impulsado que todas las agencias espaciales envíen misiones al planeta rojo en busca de respuestas. Gracias a ello, hoy en día tenemos bastantes conocimientos de Marte, tanto geológicos como atmosféricos, y es aquí donde arranca la motivación de este proyecto. Analizar esos datos atmosféricos en busca de torbellinos en la superficie marciana. Estos torbellinos conocidos como "dust devils", son fenómenos atmosféricos muy a tener en cuenta a la hora de estudiar la atmósfera de Marte. Sabemos por qué se originan, pero no podemos verlos con claridad, sin que el satélite orbital o el lander, tomen una imagen en el momento preciso. Ahí surge la necesidad de analizar los datos de la presión atmosférica y encontrar eventos localizados en el tiempo, que encajen con las características de estos "dust devils".

Todas las misiones a Marte han incorporado sensores de presión, y se han ido estudiando distintos puntos de la superficie marciana. Para este proyecto utilizaremos datos de la nave Phoenix de NASA, lanzada en Agosto de 2007, y que cumplió sus objetivos, finalizando sus transmisiones en Mayo de 2010. Se han realizado estudios con distintos métodos aplicados a los datos de Phoenix [1] y se han localizado algunos de estos dust devils. Nuestra motivación es desarrollar un método novedoso de tomografía aplicada a señales temporales que funcione bien en la detección de eventos localizados en el tiempo. Mediante la tomografía [2] se pretende extraer componentes de frecuencias similares en diferentes intervalos temporales y detectar diferentes patrones transitorios en la señal, de una forma bastante robusta. En orden de mejorar los resultados de la tomografía mencionada, realizaremos un análisis adaptado, en el cual unas señales de la forma del evento buscado, generarán el espacio transformado, obteniendo una visión clara del evento.

1.2. Objetivos y enfoque

El objetivo principal del proyecto es aplicar el método de filtrado de señales mediante la técnica de tomografía a los datos de presión obtenidos por la nave Phoenix de NASA, con el objeto de detectar los "dust devils" que se hayan generado en la atmósfera marciana durante el periodo de actividad de la misión. Para ello se estudiará la técnica de tomografía, su utilidad y su diferencia con el resto de métodos, así como sus desarrollos matemáticos. También será necesario conocer el entorno que se pretende estudiar, dando una visión general de Marte y las misiones que estudian el planeta, así como una visión más concreta sobre la atmósfera y los fenómenos atmosféricos que en ella tienen lugar (tormentas de arena y tornados "dust devils"). Con estas premisas, se realizará un análisis de los datos y se sacarán conclusiones tanto de la validez del método como de las características atmosféricas con el objetivo final de aplicarlas en futuras misiones espaciales.

El proyecto abarca distintas disciplinas, tanto científicas como tecnológicas:

1. **Matemáticas:** El análisis tomográfico consiste en utilizar como base los autovectores de combinaciones lineales de los operadores, habitualmente, de tiempo-frecuencia, pero para obtener unos buenos resultados con las señales a analizar, el método será modificado para realizar un análisis adaptado, en el cual unas señales de la forma del evento buscado, generarán el espacio transformado.
2. **Meteorología:** El análisis de fenómenos atmosféricos requiere unos conocimientos de Marte, y de sus enormes diferencias respecto a la Tierra.
3. **Ingeniería:** No sólo se explicará la programación necesaria para implementar el código matemático, sino también una descripción de la instrumentación espacial necesaria para la obtención de los datos

1.3. Metodología y plan de trabajo

Para abarcar el proyecto, se necesitan tres etapas:

- **Formación:** Primera fase de lectura y aprendizaje del método de tomografía y sus desarrollos matemáticos. Estudio de Marte, en especial de su atmósfera, composición y eventos característicos. Investigación de las distintas misiones a Marte, y la instrumentación equipada abordo de ellas para el análisis de la presión y demás elementos de la atmósfera.
- **Desarrollo:** Segunda fase de programación en MatLab del código necesario para el análisis de las señales de presión de la atmósfera marciana mediante tomografía.
- **Memoria:** Tercera y última fase de redacción del presente informe con las investigaciones realizadas, y las conclusiones extraídas.

1.4. Organización de la memoria

El proyecto se encuentra dividido en cinco capítulos con el siguiente contenido:

Capítulo 1. Introducción: Se exponen la motivación del proyecto, así como sus objetivos y la metodología que se llevará a cabo para la realización del proyecto de fin de carrera.

Capítulo 2. Introducción a la Tomografía: Se desarrollará un resumen a modo de estado del arte de las principales transformaciones lineales y bilineales que han tenido relevancia en el desarrollo de las técnicas de análisis tiempo-frecuencia y han propiciado el desarrollo de la tomografía.

Capítulo 3. La tomografía no conmutativa: En este capítulo nos centraremos en la definición, desarrollo matemático y algunos ejemplos para describir esta nueva técnica de análisis de señales

Capítulo 4. La Tomografía Adaptada: En este segundo capítulo dedicado a la tomografía en exclusiva, nos centraremos en la definición, desarrollo matemático y algunos ejemplos para describir una nueva técnica dentro del estudio de la tomografía, a la que llamamos tomografía adaptada.

Capítulo 5. Visión de Marte: El quinto capítulo está dedicado íntegramente al planeta Marte. Con especial interés en sus características y fenómenos atmosféricos como los “dust devils”. También se mencionan las misiones llevadas, y la instrumentación abordo de la misión implicada, Phoenix.

Capítulo 6. Análisis de señales y resultados: En el sexto capítulo se aplican las técnicas estudiadas en los capítulos 3 y 4, una breve explicación de la aplicación del código del anexo, y se presentan los resultados de los análisis de los distintos soles.

Capítulo 7. Conclusiones y trabajo futuro: Se comentarán los pros y contras del método así como las posibles nuevas aplicaciones de la tomografía.

2

Introducción a la tomografía: Transformadas lineales, bilineales y tomogramas

Una transformación hace referencia a la acción o procedimiento mediante el cual algo se modifica, altera o cambia de forma. Una transformación en el ámbito matemático es aplicar un procedimiento que modifica o altera una expresión para transformarla en otra expresión equivalente. El objetivo de estas nuevas expresiones será resaltar las características que deseamos analizar o conocer de la expresión de partida. Esto hace que las transformaciones sean muy utilizadas en el procesado de señal, tanto en comunicaciones como en física, medicina, biología, etc...

En el procesado de señal, la transformada de Fourier juega un papel fundamental en la caracterización y clasificación de señales. Sin embargo, como se explicará más adelante, se ha visto limitada ante el problema de interpretar correctamente la variación espectral a lo largo del tiempo de una señal. Para enfrentar esta deficiencia, se manejan técnicas matemáticas más potentes en cuanto a la extracción de la información de las señales. Son las ampliamente conocidas como técnicas de análisis tiempo-frecuencia. En este capítulo se introducirán algunas de las técnicas de análisis tiempo-frecuencia que se han ido desarrollando durante el siglo XX y que aún siguen en desarrollo hoy en día. Los primeros avances en este campo se dieron a partir de la necesidad de asentar las bases matemáticas que permitieran representar simultáneamente el hecho físico de la variación espectral a lo largo del tiempo.

Las primera aproximaciones para obtener una representación tiempo-frecuencia, fueron transformaciones lineales como la transformada de Fourier de tiempo corto, a la que siguió la transformada Wavelet [3], aunque esta merece un trato especial al no trabajar en tiempo-frecuencia, sino mas bien en tiempo-escalas. Luego de la aparición de estas transformaciones, aparecieron nuevos conceptos y bases matemáticas que rompieron en parte el nexo con la transformada de Fourier. El trabajo de Wigner [4], quien obtiene una distribución para el estudio de los fenómenos relacionados con la mecánica cuántica y posteriormente el de Ville [5], establecerían la forma actual de la distribución de Wigner-Ville que ha servido como base de desarrollo para una gran familia de distribuciones bilineales o cuadráticas, recogidas por Leon Cohen [6] quien propuso un método general para su obtención y son conocidas hoy en día como las distribuciones de clase Cohen.

2.1. Transformaciones lineales

Definición:

Sean V y W espacios vectoriales sobre el mismo espacio o campo K , y T una función de V en W , T es una transformación lineal si para todo par de vectores u y v pertenecientes a V y para todo escalar k perteneciente a K , se satisface que:

$$\begin{aligned} T(u + v) &= T(u) + T(v) \\ T(ku) &= kT(u) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Especial interés reciben las transformaciones integrales [7], que no es más que realizar una integral sobre la función objetivo $f(x)$ respecto a un núcleo $K(s, x)$, en un intervalo (a, b) . La transformada integral T :

$$T[f(x)] = \int_a^b f(x)K(s, x)dx \quad (2.2)$$

Especialmente con señales sinusoidales, la manipulación y la solución de la ecuación al integrar (representando la función como fasor) es mucho más fácil que la manipulación y la solución en el dominio original. A continuación se presenta un pequeño resumen de las transformaciones más relevantes de estas características.

2.1.1. La transformada de Fourier

La transformada de Fourier¹ [8] es una herramienta básica en el análisis de señales aperiódicas que tienen energía finita. Antes de dar la definición rigurosa de transformada de Fourier, vamos a motivar dicha definición a partir de las series de Fourier. Si $x(t)$ tiene una representación en serie de Fourier, es decir se puede expresar como una combinación de lineal de exponenciales complejas armónicamente relacionadas de la forma:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2.3)$$

entonces los coeficientes están dados por la ecuación:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (2.4)$$

Este par de ecuaciones define la serie de Fourier de una señal periódica continua en términos de la frecuencia fundamental ω_0 y el periodo fundamental T . Fourier razonó que una señal aperiódica puede considerarse como una señal periódica con un periodo infinito. A medida que el periodo se hace infinito, las componentes de frecuencia forman un continuo y la suma de la serie de Fourier se convierte en una integral.

Supongamos una señal no periódica y de duración finita $x(t)$, que hacemos periódica de periodo T_0 y llamamos $\tilde{x}(t)$. Realizaríamos el desarrollo en serie de Fourier de $\tilde{x}(t)$ para calcular sus coeficientes de Fourier y lo relacionamos con la señal $x(t)$ que se desea calcular:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{T_0} \int_{T_0} \tilde{x}(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} \tilde{x}(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \\ &= \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} X(j\omega) \Big|_{\omega=k\omega_0} \end{aligned} \quad (2.5)$$

¹En este apartado cuando hablamos de transformada de Fourier realmente estamos desarrollando la *Transformada de Fourier de tiempo continuo*.

En analogía con la terminología usada para los coeficientes de la serie de Fourier de una señal periódica, la transformada $X(j\omega)$ de una señal aperiódica $x(t)$ conocida comúnmente como el espectro de $x(t)$, nos proporciona la información necesaria para describir $x(t)$ como una combinación lineal (específicamente, una integral) de señales senoidales a diferentes frecuencias.

Expresión de análisis de la transformada de Fourier:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.6)$$

Combinando las ecuaciones (2.5) y (2.3), $\tilde{x}(t)$ puede expresarse en términos de $X(j\omega)$ como:

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} X(jk\omega) e^{jk\omega t} \Bigg|_{T_0=\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(jk\omega_0) e^{jk\omega_0 t} \quad (2.7)$$

Conforme $\omega_0 \rightarrow 0$, el sumatorio converge a la integral de $X(j\omega)e^{j\omega t}$. Por tanto, valiéndonos del hecho de que $\tilde{x}(t) \rightarrow x(t)$ conforme $T \rightarrow \infty$, vemos que (2.7) se vuelve:

Expresión de síntesis de la transformada de Fourier:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.8)$$

2.1.2. La transformada de Laplace

La transformada continua de Fourier proporciona una representación para señales como combinaciones lineales de exponenciales complejas de la forma e^{st} con $s = j\omega$. Sin embargo, la propiedad de las autofunciones (2.9), así como muchas de sus consecuencias, siguen siendo aplicables a valores arbitrarios de s y no sólo a valores que son puramente imaginarios. Esta observación conduce a una generalización de la transformada continua de Fourier, conocida como la transformada de Laplace [8].

La transformada de Laplace puede aplicarse en algunos contextos muy importantes en los cuales no se puede usar la transformada de Fourier. Por ejemplo, se puede aplicar al análisis de muchos sistemas inestables y en consecuencia juega un papel ineludible en la investigación de la estabilidad e inestabilidad de sistemas. Este hecho, junto con las propiedades algebraicas que la transformada de Laplace comparte con la transformada de Fourier, conducen a un conjunto muy importante de herramientas para el análisis de sistemas y, en particular, para el análisis de sistemas retroalimentados.

La respuesta a un sistema lineal e invariante en el tiempo con respuesta al impulso $h(t)$ a una exponencial compleja e^{st} (Donde $H(s)$ sería el autovalor del sistema, y e^{st} , autofunción del sistema):

$$y(t) = H(s)e^{st} \quad (2.9)$$

con

$$H(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-st} dt \quad (2.10)$$

Para una s imaginaria ($s = j\omega$), la integral de la ecuación (2.10) corresponde a la transformada de Fourier de $h(t)$. Con los valores generales de la variable s , se conoce como la transformada de Laplace².

²La transformada definida por la ecuación (2.11) a menudo se conoce como la *transformada bilateral de Laplace*, para diferenciarla de la *transformada unilateral de Laplace* la cual tiene una forma similar salvo por los límites de integración, que van de 0 a $+\infty$

Expresión general de la transformada de Laplace:

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (2.11)$$

2.1.3. La transformada de Fourier de tiempo corto

Como se ha visto, Fourier parte de una señal $x(t)$ continua en el tiempo, y se obtiene una representación en frecuencia $X(j\omega)$ de la misma, tal como se describió en (2.6). En la figura 2.1 sin embargo, se observa un ejemplo de esta transformación en una señal que contiene dos frecuencias distintas, pero localizadas en el tiempo. Durante todo el tiempo oscila una componente a cinco hercios y durante los primeros cinco segundos tenemos adicionalmente otra componente de veinte hercios. Después esta componente de veinte hercios cesa, y la volvemos a tener otros cinco segundos más tarde y hasta el final.

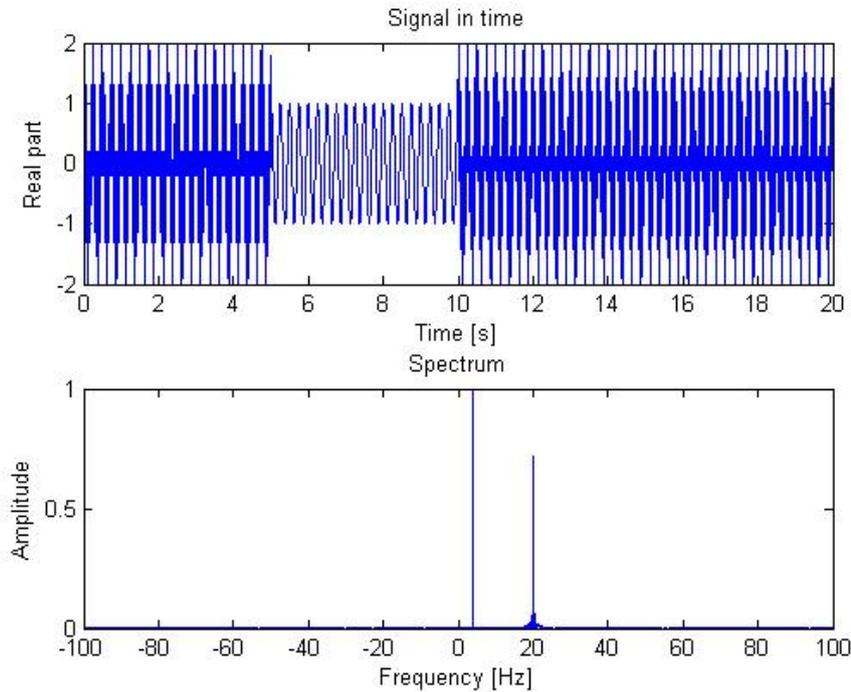


Figura 2.1: Ejemplo de una transformada de Fourier de tiempo continuo

$X(j\omega)$ no contiene ninguna información temporal, por lo que la transformada obtenida, son dos deltas una en cinco y otra en veinte hercios. Queda demostrado que mediante esta transformación no podemos analizar señales cuya frecuencia varíe con el tiempo, sin embargo, realizando un enventanado de la señal $x(t)$ (figura 2.2) se puede obtener una representación tiempo-frecuencia tal como se describe:

Expresión general de la transformada de Fourier de tiempo corto:

$$X(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t - \tau)e^{-j\omega t} dt \quad (2.12)$$

donde $g(t)$ es una ventana deslizante, la cual tiene un ancho fijo y cambia a lo largo del eje x por un factor τ . De este modo se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal. Pero no es suficiente, ya que la localización depende del ancho elegido para la

ventana y no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma ventana. Una ventana ancha da una mejor resolución en frecuencia, pero empeora la resolución en el tiempo. Una ventana más estrecha suministra una buena resolución temporal, pero pobre en frecuencia. Esto es consecuencia directa del principio de incertidumbre de Heisenberg.

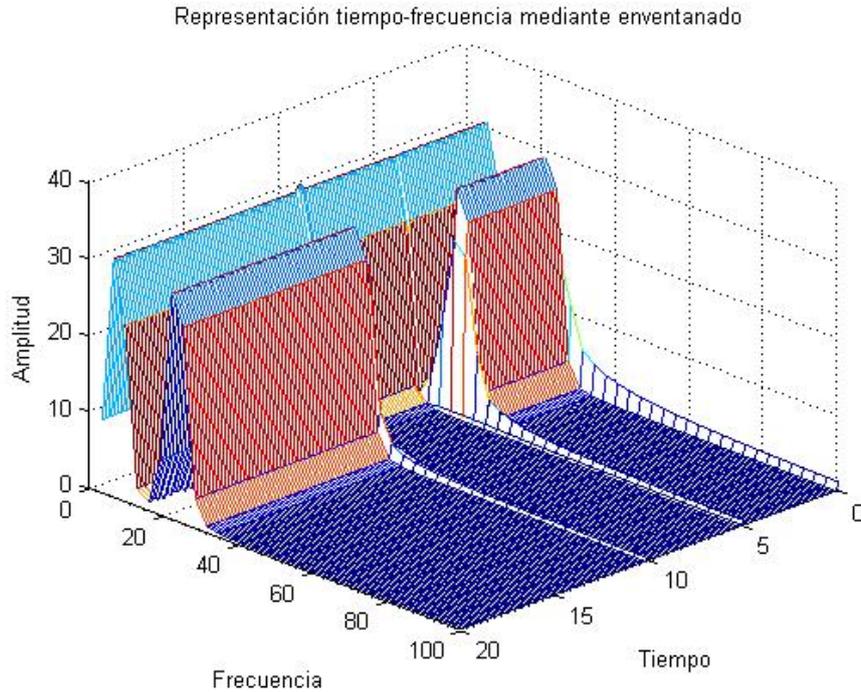


Figura 2.2: Ejemplo aplicación de la transformada de Fourier con enventanado

Principio de Incertidumbre de Heisenberg

Aunque el principio de incertidumbre para el análisis de señales no está relacionado con el tema para el que originalmente fue desarrollado (imposibilidad de determinar la posición y el momento de una partícula en el campo de la mecánica cuántica), se toma el mismo nombre debido a la analogía entre ambos, pues en definitiva se trata de dos variables relacionadas entre sí donde existe alguna propiedad que no se puede cumplir al mismo tiempo para ambas, y un efecto de mejora en la primera variable implica forzosamente un empeoramiento en la segunda, en terminología matemática, se dice que los operadores asociados a dichas variables no conmutan.

Al encontrarse las densidades $|x(t)|^2$ y $|X(\omega)|^2$ relacionadas entre sí, existe una dependencia entre ambas de manera que si la distribución de una de ellas se estrecha, la anchura de la otra densidad crece, y viceversa. De esta manera, no es posible reducir a la vez la duración de una señal y su ancho de banda. Matemáticamente, atendiendo a la definición de ancho de banda y duración de una señal tenemos:

$$T^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - \langle t \rangle)^2 |x(t)|^2 dt \quad (2.13)$$

$$B^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \langle \omega \rangle)^2 |X(\omega)|^2 d\omega \quad (2.14)$$

Sin pérdida de generalidad, para una señal normalizada (energía total igual a 1) el principio de incertidumbre dice:

$$T \cdot B \geq \frac{1}{2} \quad (2.15)$$

Esta propiedad supone una restricción importante para las representaciones tiempo-frecuencia, ya que nunca seremos capaces de obtener resultados totalmente ajustados tanto en el dominio temporal como espectral. Por ello, conociendo la aplicación en la que se va a utilizar, y las características de resolución temporal y espectral de cada transformada en particular, habrá que decidir en cada caso la representación más apropiada. A continuación en la figura 2.3 vemos un ejemplo de dos espectrogramas de la misma señal, (señal temporal de la figura 2.1, con dos picos espúreos.) con distintas ventanas.

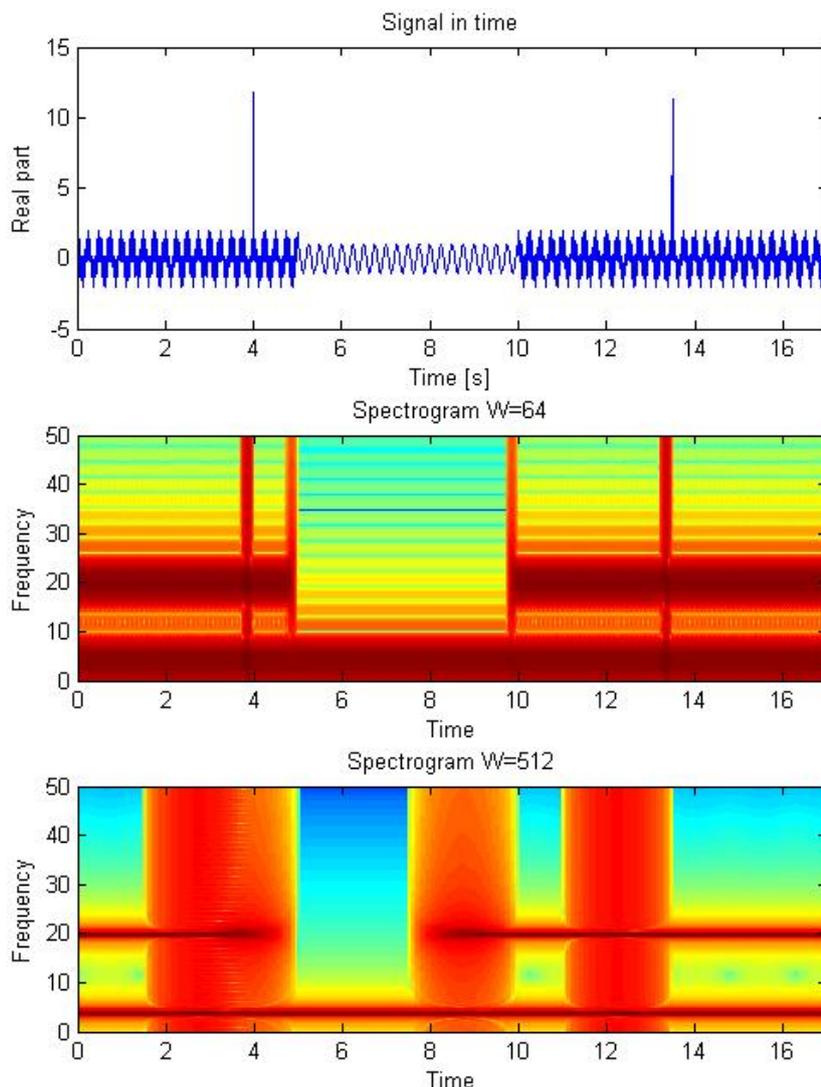


Figura 2.3: Principio de incertidumbre

Con una ventana estrecha ($W = 64$) se consigue una representación temporal buena, pero muy mala en frecuencia, y viceversa. Con una ventana amplia ($W = 512$), obtenemos una pésima representación temporal, y bastante razonable en frecuencia.

2.1.4. La transformada Wavelet

La transformada wavelet es una herramineta para el análisis tiempo-frecuencia, aunque realmente represente tiempo-escala, que permite resolver alguno de los problemas del análisis de Fourier anterior. El método de Wavelets es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios mejor que Fourier con enventanado, ya que tiene un tamaño de ventana adaptado a las frecuencias.

De manera muy general, la Transformada Wavelet de una función $f(t)$ es la descomposición de $f(t)$ en un conjunto de funciones $\psi_{s,\tau}(t)$, que forman una base y son llamadas las “Wavelets”.

Expresión general de la transformada Wavelet:

$$W_f(s, \tau) = \int f(t)\psi_{s,\tau}^*(t)dt \tag{2.16}$$

Las Wavelets son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función wavelet $\psi(t)$, llamada “Wavelet madre”, y se define como:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \tag{2.17}$$

donde s el factor de escala, y τ es el factor de traslación. Las Wavelets $\psi_{s,\tau}(t)$ generadas de la misma función Wavelet madre $\psi(t)$ tienen diferente escala s y ubicación τ , pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala $s > 0$. Las Wavelets son dilatadas cuando la escala $s > 1$, y son contraídas cuando $s < 1$. Así, cambiando el valor de s se cubren rangos de diferentes de frecuencias. Valores grandes del parámetro s corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de $\psi_{s,\tau}(t)$. Valores pequeños de s corresponden a frecuencias de mayor rango o una escala muy pequeña de $\psi_{s,\tau}(t)$.

En la señal que hemos estado analizando con los dos picos espúreos, en dos etapas diferentes, hemos comprobado que con un espectrograma de ventana estrecha, podemos obtener alta precisión temporal pero muy mala en frecuencia, y no es sencillo ir variando la ventana sin conocer el nivel de precisión que queremos obtener en cada intervalo de la señal. Sin embargo con la transformada Wavelet y su ventana adaptada, la localización de estos eventos es muy buena como se muestra en la figura 2.4.

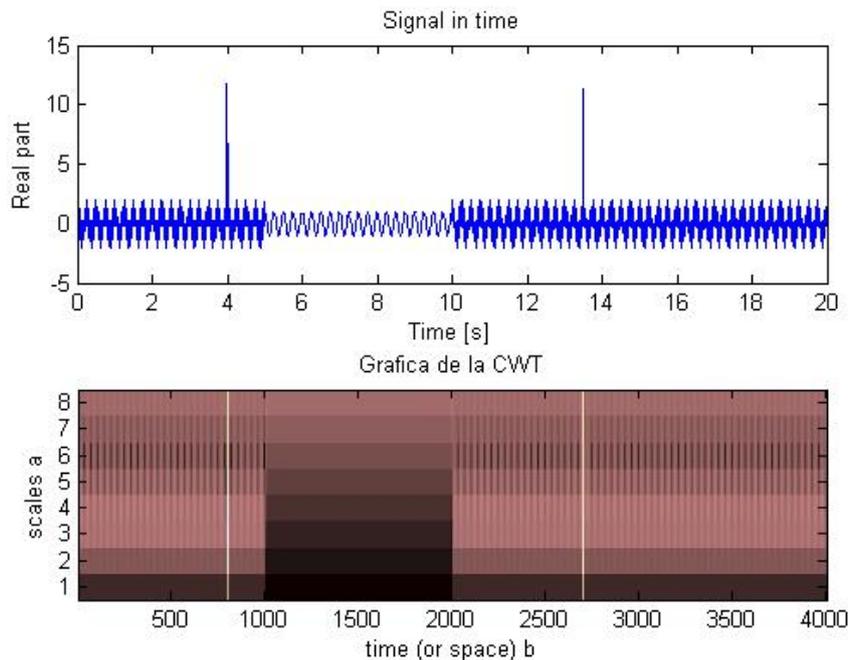


Figura 2.4: Ejemplo de la transformada wavelet

2.2. Transformaciones bilineales

Definición:

Una forma bilineal en un espacio vectorial V es una aplicación $T : V \times V \rightarrow \mathfrak{R}$ que satisface las dos siguientes propiedades

$$\begin{aligned} T(\lambda u + \mu v, \omega) &= \lambda T(u, \omega) + \mu T(v, \omega), \lambda, \mu \in \mathfrak{R}, u, v, \omega \in V \\ T(u, \lambda v + \mu \omega) &= \lambda T(u, v) + \mu T(u, \omega), \lambda, \mu \in \mathfrak{R}, u, v, \omega \in V \end{aligned} \quad (2.18)$$

La transformada de Fourier de tiempo corto y la transformada Wavelet, han sido herramientas bastante importantes y ampliamente utilizadas en el procesamiento de señales, que ofrecen una representación conjunta en el espacio tiempo-frecuencia. Una de las grandes ventajas de estas transformadas es la facilidad de implementación de sus algoritmos. Pero por otra parte, estas transformadas no entregan información acerca de la energía instantánea de una señal en un instante de tiempo específico.

Leon Cohen hizo un estudio de las distribuciones generalizadas tiempo-frecuencia, donde desarrolló un modelo generalizado de las distribuciones y enumeró un conjunto de propiedades que toda distribución debería seguir. Las distribuciones tiempo-frecuencia del tipo Cohen, están definidas como:

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_x(\tau, \nu) \Phi(\tau, \nu) e^{j(t\nu - \omega\tau)} d\tau d\nu \quad (2.19)$$

donde $A_x(\tau, \nu)$ es conocida como la función ambigüedad, de la que se hablará más adelante y $\Phi(\tau, \nu)$ es la función “kernel” (núcleo) de Cohen.

Este tipo de representaciones resultan apropiadas en muchos casos ya que intuitivamente nos permiten asumir que se trata de una distribución energética dado que la energía es una representación cuadrática de la señal. Por esto, a las representaciones cuadráticas también se les llama “representaciones energéticas” en muchas ocasiones, y tratan de combinar los conceptos de potencia instantánea y densidad espectral de energía.

Uno de los principales inconvenientes de las representaciones tiempo-frecuencia bilineales o tipo Cohen son los términos de interferencia. Estos términos se generan debido a la presencia cuadrática de la señal que contiene varias componentes frecuenciales (señal multicomponente). Para el caso más sencillo de una señal formada por la suma de dos señales monofrecuenciales:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = e^{j2\pi f_1 t} + e^{j2\pi f_2 t} \quad (2.20)$$

la transformada tiempo-frecuencia de $s(t)$ está formada por dos términos llamados “autotérminos” correspondientes a las transformadas de las señales monofrecuenciales, más dos términos cruzados como se muestra en la ecuación (2.21)

$$\begin{aligned} TFR_x(t, f) &= |c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f) + \\ &+ c_1 c_2^* TFR_{x_1,2}(t, f) + c_2 c_1^* TFR_{x_2,1}(t, f) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Estos términos cruzados generan contribuciones en la representación que son inexistentes, y de hecho puede ocurrir que aparezcan términos de energía en zonas donde no tenga ningún sentido, o resulte incongruente tenerlos. Además cualquier añadido como ruido, picos espúreos o cualquier interferencia en la señal, generará su correspondiente término cruzado, lo que supone componentes añadidas perjudica el correcto análisis de la señal además de carga inútil de procesamiento. Para una señal que contenga N componentes frecuenciales su representación tiempo-frecuencia estará constituida por N términos de señal más $N(N - 1)/2$ términos cruzados, por lo que su número crece de forma cuadrática con el número de componentes.

Por esta razón se utilizan los llamados “kernel” antes mencionados, que en muchas ocasiones consisten en filtros bidimensionales que atenúan los términos cruzados, proporcionando más intensidad a los términos propios. A continuación se enumeran las propiedades generales de las representaciones tiempo frecuencia y las condiciones que debe satisfacer un “kernel” para que se cumplan.

2.2.1. Propiedades generales de las representaciones tiempo-frecuencia

Como ya se ha comentado, las representaciones tiempo-frecuencia muestran la evolución de las componentes frecuenciales de una señal a lo largo del tiempo. Pero en muchas ocasiones, para el caso de representaciones cuadráticas, se desea que la representación tiempo-frecuencia nos muestre la cantidad de energía de la señal que existe en cada punto del plano tiempo-frecuencia, con lo que la distribución se podría tratar como otro tipo de densidad de energía, pudiendo calcular momentos locales y globales. Comprobando el cumplimiento de diversas propiedades, podremos averiguar qué condiciones deben cumplirse para que una transformación tiempo-frecuencia se corresponda con una densidad de energía en el sentido estricto de la palabra:

1. Marginales:

Si se suman todos los términos de la distribución correspondiente a un mismo tiempo o frecuencia, debemos obtener la energía instantánea y el espectro de densidad de energía, respectivamente. Por tanto las condiciones marginales de tiempo y frecuencia establecen:

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \int P(t, \omega) dt = |S(\omega)|^2 \\ P(t) &= \int P(t, \omega) d\omega = |s(t)|^2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde $P(t, \omega)$ se corresponde con la intensidad en el punto (t, ω) del plano tiempo-frecuencia, $|s(t)|^2$ es la intensidad de la señal en el tiempo t , y $|S(\omega)|^2$ la intensidad en la frecuencia ω .

2. Energía total:

Si la transformada tiempo-frecuencia se corresponde con una densidad de energía, se debe cumplir que:

$$\int \int P(t, \omega) d\omega dt = \int |s(t)|^2 dt = \int |S(\omega)|^2 d\omega \quad (2.23)$$

Esta propiedad se cumple automáticamente si los marginales lo hacen, aunque viceversa no, es decir si se cumple la propiedad de energía total, no se pueden garantizar las condiciones marginales de tiempo y frecuencia anteriores (2.22).

3. Invarianza ante desplazamientos temporales y frecuenciales:

Sea una señal $s(t)$, si se tiene desplazamiento en el tiempo:

$$\tilde{s}(t) = s(t - t_0) \quad (2.24)$$

la representación tiempo-frecuencia correspondiente a dicha señal es invariante ante desplazamientos temporales cuando se cumple:

$$P_{\tilde{x}}(t, \omega) = P_x(t - t_0, \omega) \quad (2.25)$$

Si en cambio tenemos que para la señal $s(t)$ existe un desplazamiento en frecuencia:

$$\tilde{s}(t) = s(t)e^{j\omega_0 t} \quad (2.26)$$

la representación tiempo-frecuencia suple la propiedad de invarianza ante desplazamientos frecuenciales si:

$$P_{\tilde{x}}(t, \omega) = P_x(t, \omega - \omega_0) \quad (2.27)$$

4. Escalado lineal:

Dada una señal $s(t)$, para una constante a , la versión escalada de la señal es $s_c(t) = \sqrt{a}s(at)$, con lo que $s_c(t)$ es expandida o reducida dependiendo de si a es mayor o menor que la unidad. Obteniendo el espectro de la señal:

$$S_s(\omega) = \frac{1}{\sqrt{a}}S\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (2.28)$$

Como se aprecia, si la señal se comprime, el espectro se expande y viceversa. Para que esta propiedad se cumpla dentro del ámbito de las distribuciones tiempo-frecuencia, debemos obtener que:

$$P_s(t, \omega) = P\left(at, \frac{\omega}{a}\right) \quad (2.29)$$

5. Soporte finito de la señal:

Algo que parece obvio, pero no siempre se cumple, es la condición de que la representación tiempo-frecuencia no comience mientras la señal no lo haya hecho (comienzo de la señal en el tiempo t_1), y que no se siga manteniendo una vez que la señal ha finalizado (finalización de la señal en el tiempo t_2). Así, se dice que si la representación tiempo-frecuencia no toma valores mientras no lo hace la señal, la condición del soporte finito se cumple. Matemáticamente, la propiedad viene expresada de la siguiente manera:

$$P(t, \omega) = 0 \quad \forall t \notin (t_1, t_2), \text{ si } s(t) = 0 \quad \forall t \notin (t_1, t_2) \\ P(t, \omega) = 0 \quad \forall \omega \notin (\omega_1, \omega_2), \text{ si } S(\omega) = 0 \quad \forall \omega \notin (\omega_1, \omega_2)$$

6. Distribuciones reales y positivas:

A menudo es importante que los resultados que la distribución tiempo-frecuencia proporciona sean fácilmente manejables. Por ello dos de las propiedades que conviene que se cumplan son su valor positivo y su pertenencia al conjunto de números reales:

$$P(t, \omega) = P^*(t, \omega) \\ P(t, \omega) \geq 0 \quad (2.30)$$

7. Frecuencia instantánea y retardo de grupo:

Una de las formas de describir la evolución frecuencial de una señal a lo largo del tiempo y que para señales con determinadas propiedades puede ser válida para su caracterización, es a través de la frecuencia instantánea (2.31) y el retardo de grupo (2.32). Estos vienen definidos por la derivada en el tiempo de la fase de la señal y la derivada en frecuencia de la parte imaginaria de la transformada de Fourier de la señal, respectivamente:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d \arg x(t)}{dt} \quad (2.31)$$

$$\psi(\omega) = -\frac{d \arg X(\omega)}{d\omega} \quad (2.32)$$

Como descripción general, se puede decir que la frecuencia instantánea nos da idea del valor frecuencial imperante en un determinado momento que, a su vez, puede ser suma de varias componentes frecuenciales, así, decimos que una representación tiempo-frecuencia cumple la propiedad de la frecuencia instantánea si:

$$\frac{\int \omega P(t, \omega) d\omega}{\int P(t, \omega)} = \varphi(t) \quad (2.33)$$

Es decir, la frecuencia media de la representación en un determinado momento coincide con la frecuencia instantánea de la señal en ese instante. Por tanto, esta magnitud proporciona información útil sólo si la señal cintilen en cada instante un rango de frecuencia estrecho.

De forma análoga, pero en el plano temporal, se define el retardo de grupo, que nos da idea del tiempo medio de llegada de una determinada frecuencia dentro de la señal analizada. Por lo que respecto a las transformadas tiempo-frecuencia, se dice que cumplen la propiedad de retardo de grupo si:

$$\frac{\int t P(t, \omega) dt}{\int P(t, \omega) dt} = \psi(\omega) \quad (2.34)$$

con lo que la media o “centro de gravedad” en la dirección temporal debe ser igual al retardo de grupo.

Propiedad	Condición del kernel
Marginal temporal	$\Phi(0, \nu) = 1$
Marginal frecuencial	$\Phi(\tau, 0) = 1$
Invarianza ante desplazamientos temporales	Debe ser independiente de t
Invarianza ante desplazamientos frecuenciales	Debe ser independiente de ω
Real	$\Phi(\tau, \nu) = \Phi(-\tau, -\nu)$
Positiva	$\Phi(\tau, \nu)$ es la función de ambigüedad de una función arbitraria del tiempo, o bien es dependiente dela señal $x(t)$
Frecuencia instantánea	$\Phi(0, \nu) = 1$ y $\left. \frac{\partial \Phi(\tau, \nu)}{\partial \tau} \right _{\tau=0} = 0$
Retardo de grupo	$\Phi(\tau, 0) = 1$ y $\left. \frac{\partial \Phi(\tau, \nu)}{\partial \nu} \right _{\nu=0} = 0$

Cuadro 2.1: Condiciones a satisfacer por el kernel

2.2.2. La transformada Wigner-Ville

Para obtener la expresión Wigner-Viller, antes recordaremos la función ambigüedad que dejamos pendiente de explicación en la definición de las distribuciones tipo Cohen (2.19). La función ambigüedad puede interpretarse como una función de correlación tiempo-frecuencia, es decir, el grado de similitud entre la señal $x(t)$ y sus versiones trasladadas en el plano tiempo-frecuencia. La función de autocorrelación dependiente del tiempo es de la forma:

$$R(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (2.35)$$

Al aplicar sucesivamente la transformada de Fourier con respecto de τ a cada una del conjunto de autocorrelaciones elaboradas para cada punto t considerado, el resultado es una representación

de la densidad de energía de la señal en función no sólo de la frecuencia, como en un espectro usual, sino también del tiempo, y se obtiene la expresión de Wigner-Ville:

Expresión general de la transformada de Wigner-Ville:

$$WV(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2})x^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.36)$$

Si en lugar de la integración a largo de τ , se realiza la transformada de Fourier con respecto t , tendremos la llamada función de ambigüedad simétrica:

$$A_x(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2})x^*(t - \frac{\tau}{2})e^{-j2\pi\nu t} dt \quad (2.37)$$

Volviendo de nuevo a la ecuación de Cohen (2.19), si introducimos la función ambigüedad anteriormente definida en (2.37) podemos expresar $C_x(t, f)$ en función de la señal origen o de su espectro, respectivamente, como:

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t - u, \tau)x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})e^{-j\omega\tau} d\tau du \quad (2.38)$$

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\omega - u, \tau)X(u + \frac{\nu}{2})X^*(u - \frac{\nu}{2})e^{-j\nu t} d\nu du \quad (2.39)$$

Asimismo, cualquier distribución de tipo Cohen puede considerarse una variante de Wigner-Ville a la que se añade un “kernel”, que generalmente se corresponderá a un filtrado de la distribución de Wigner-Ville. La clase general de Cohen en función de la distribución Wigner-Ville es:

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t - u, \omega - \nu)WV(u, \nu)dud\nu \quad (2.40)$$

En cuanto a la elección del núcleo, éstos se pueden interpretar como un filtro bidimensional con la función principal de proporcionar una buena eliminación de los términos cruzados sin provocar alta distorsión en los términos propios de la señal. Para ello, el núcleo debe aproximarse lo más posible a un filtro paso-bajo ideal.

El kernel correspondiente a la ecuación (2.19) para la distribución de Wigner-Ville, es:

$$\Phi(\tau, \nu) = 1 \quad (2.41)$$

Esta distribución resulta de gran interés debido a que cumple las siguientes propiedades anteriormente explicadas:

- Propiedades marginales.
- Conservación de la energía total.
- Invarianza ante desplazamientos temporales y frecuenciales.
- Escalado lineal.
- Real.
- Propiedad de la frecuencia instantánea y del retardo de grupo.

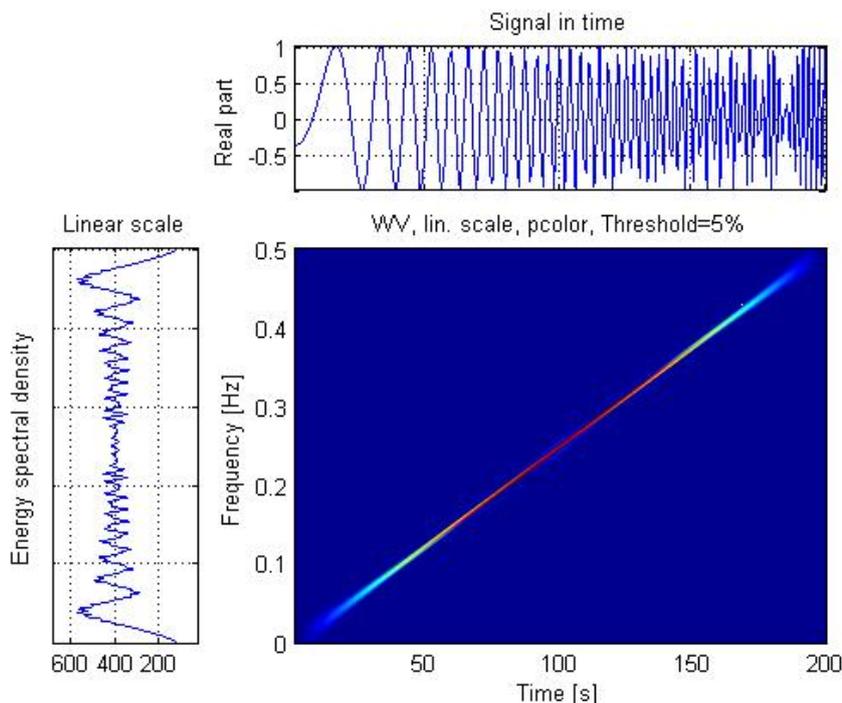


Figura 2.5: Distribución Wigner-Ville de una señal chirp

Un ejemplo de la distribución Wigner-Viller para una señal chirp que varía su frecuencia linealmente entre 0 Hz y 0.5 Hz se presenta en la figura 2.5

Cohen [9] hizo una comparación entre la transformación de Wigner-Ville y el espectrograma de Fourier, atendiendo a tres cuestiones:

- A diferencia del espectrograma, la distribución de Wigner-Ville es capaz de calcular de manera exacta la frecuencia instantánea y el retardo de grupo, aunque en ocasiones el espectrograma suministre una buena aproximación.
- Una de las ventajas del espectrograma es que se trata de una distribución que siempre adquiere valores positivos, al contrario que la transformada de Wigner-Ville, con lo cual los resultados pueden ser siempre interpretados físicamente, aunque sean pobres. En la distribución de Wigner-Ville es posible, que la desviación típica adquiera valores negativos.
- Tanto la distribución de Wigner-Ville como el espectrograma nos permiten determinar, en la mayoría de los casos, si una señal es multicomponente. Sin embargo, la distribución Wigner-Ville da lugar a artefactos procesando dicho tipo de señales. Por otra parte, el espectrograma no posee la resolución suficiente para identificar los componentes de manera efectiva. Otras distribuciones en tiempo-frecuencia mantienen las buenas propiedades de la distribución de Wigner-Ville minimizando sus inconvenientes.

Para ver el efecto de estos artefactos citados se presenta la figura 2.6. En ella se ve la distribución Wigner-Ville de una señal multicomponente, en la que las dos componentes son señales chirp como las de la figura 2.5 pero moduladas por una función gaussiana y además con un ruido blanco gaussiano de 15 dB añadido.

Con el objeto de remediar estos problemas se plantea la modificación del kernel de Wigner-Ville, para mejorar sus propiedades, dando lugar a la representación Pseudo-Wigner-Ville.

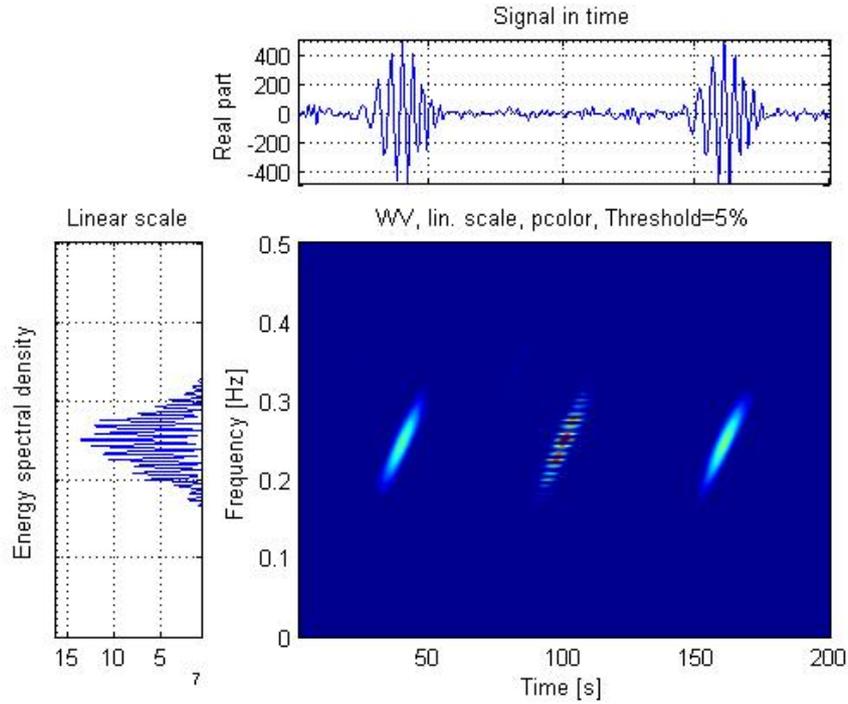


Figura 2.6: Distribución Wigner-Ville de una señal multicomponente

2.2.3. La transformada Pseudo-Wigner-Ville

Se podría decir que esta representación consiste en una versión enventanada de la anterior, cuya expresión matemática se define:

Expresión general de la transformada Pseudo-Wigner-Ville:

$$PWV(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(u + \frac{\tau}{2})x^*(u - \frac{\tau}{2})e^{-j\omega\tau}d\tau du \quad (2.42)$$

Este enventanado temporal equivale a un suavizado en frecuencia, por ello, las interferencias resultan altamente atenuadas en comparación con la representación Wigner-Ville. Sin embargo, no todo son mejoras, por ejemplo, se produce una ligera distorsión en los términos propios. El kernel correspondiente a la ecuación de Cohen (2.19) para la distribución Pseudo-Wigner-Ville es:

$$\Phi(\tau, \nu) = \Gamma(\nu)\eta(\frac{\tau}{2})\eta^*(-\frac{\tau}{2}) \quad (2.43)$$

En la figura 2.7 se presenta la distribución Pseudo-Wigner-Ville de la señal anterior (figura 2.6) con una ventana Hamming de $N/4$ siendo N la duración de la señal. Se puede comprobar a simple vista como los artefactos que se producían han desaparecido.

Existen muchos más núcleos y representaciones derivadas de Wigner-Ville, como la de Choi-Williams que propone un kernel que directamente minimice la contribución de los términos cruzados mediante el uso de funciones exponenciales, Born-Jordan, Zhao-Atlas Marks, Page... y aún más representaciones en las que hoy en día se sigue trabajando con el objetivo de conseguir los mejores resultados en análisis tiempo-frecuencia bilineal.

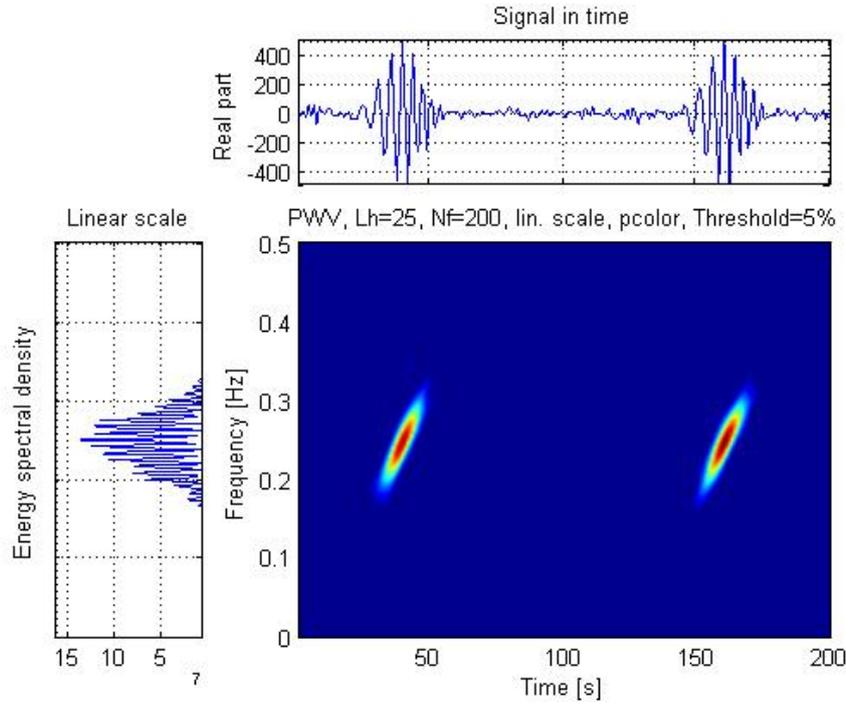


Figura 2.7: Distribución Pseudo-Wigner-Ville de una señal multicomponente

2.3. Tomogramas

Como se ha comentado en la sección anterior, el gran problema de las representaciones tiempo-frecuencia como Wigner-Ville (2.36) es la posible aparición de términos negativos, términos cruzados etc... Incluso con las soluciones comentadas anteriormente como la buena elección de un “kernel” que minimice estos efectos o una operación de suavizado o filtrado, no hay garantía de que se eliminen todos los posibles artefactos que podrían conducir a interferencias injustificadas en la señal. Esto es una consecuencia directa del principio de incertidumbre. Tiempo y frecuencia, como se demostró anteriormente, son dos operadores que no conmutan y por tanto nunca habrá una distribución de probabilidad conjunta en el plano tiempo-frecuencia.

Recientemente se ha propuesto un nuevo tipo de transformación bilineal estrictamente positiva, conocida como la transformada de Radon-Wigner y una generalización de esta, la llamaremos la tomografía no conmutativa [2], que además de utilizarse en el dominio tiempo-frecuencia, puede aplicarse a todo tipo de pares no conmutativos como tiempo-escala o frecuencia-escala. Todas estas transformaciones serán los llamados tomogramas a lo largo de la memoria del proyecto.

Los tomogramas son densidades de probabilidad estrictamente positivas que proporcionan una caracterización completa de la señal y son muy robustos frente al ruido. Nuestra idea es realizar una separación de componentes, partiendo de que la noción de componente depende tanto del observador como del objeto observado. Es decir, que cuando hablamos de componente de una señal, en realidad nos referimos a una característica en particular de la señal que queremos resaltar frente al resto. Por ejemplo, si tiempo y frecuencia son las características que nos interesan, podrían ser las características más destacadas en el plano tiempo-frecuencia y ser identificadas como componentes. Sin embargo, si fuesen tiempo y escala las dos características interesantes, la noción del componente y la descomposición serían completamente diferentes.

Para profundizar en estas nuevas ideas y en la construcción de los tomogramas, dedicamos el siguiente capítulo de forma íntegra.

3

Tomografía No Conmutativa (NCT)

3.1. Introducción

En la idea original que motivaba la construcción de distribuciones tiempo-frecuencia, es decir, la caracterización de señales no estacionarias, nos preocupábamos por más cosas de las que realmente necesitábamos. Para caracterizar una señal no estacionaria lo que necesitamos es la información dependiente entre tiempo y frecuencia, no necesariamente la densidad de probabilidad conjunta, una imposibilidad matemática como se ha comentado en el capítulo anterior (apartado 2.1.3), debido a que tiempo y frecuencia son variables que desgraciadamente no conmutan.

La solución es más simple de lo que parece. La densidad temporal $|f(t)|^2$ proyecta la intensidad de la señal en el eje de tiempo, y la densidad espectral $|f(\omega)|^2$ se proyecta en el eje de frecuencia. Así para obtener la información tiempo-frecuencia requerida, todo lo que necesitamos es una familia de funciones de tiempo y frecuencia $s_\theta(t, \omega)$, dependientes de un parámetro θ que interpola entre tiempo y frecuencia. Proyectando la intensidad de la señal en esta variable, es decir, calculando la densidad a lo largo del eje s_θ , se obtiene una función

$$M(s, \theta) = |f(s_\theta)|^2 \quad (3.1)$$

que tiene para cada θ una interpretación probabilística. La elección más sencilla para s_θ es una combinación lineal:

$$s = \mu t + \nu \omega \quad (3.2)$$

En cuanto al parámetro θ , que es el par (μ, ν) , la elección que debemos tomar es:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{\cos \theta}{T} \\ \nu &= \frac{\sin \theta}{\Omega} \end{aligned} \quad (3.3)$$

siendo T y Ω un tiempo y una frecuencia de referencia adaptados a la señal estudiada.

La función $M(s, \theta)$, es una interpolación entre $|f(t)|^2$ y $|f(\omega)|^2$, y como se verá más adelante, contiene una descripción completa de la señal. Para cada θ , la función $M(s, \theta)$ es estrictamente positiva y su distribución en s no causa ambigüedades.

Este enfoque, en cuanto a la reconstrucción de objetos en la que se observan las proyecciones sobre una familia de funciones con ejes rotados, es similar al método aplicado en medicina conocido como Tomografía Axial Computerizada (TAC), una técnica muy utilizada en el diagnóstico médico, que existe hace más de 30 años y ha logrado prolongar muchas vidas, ya que a través de ella se pueden detectar a tiempo enfermedades como el Cáncer. Sin embargo mientras en el TAC uno trata con un par (x, y) de variables de posición conmutativas, en este método tratamos con un plano definido por un par no conmutativo, de ahí que nos refiramos a la presente propuesta como Tomografía no conmutativa, (TNC).

3.2. Tomografía tiempo-frecuencia no conmutativa

Como la transformada de Fourier de una función característica es una densidad de probabilidad, se calcula la distribución marginal para la variable $s = \mu t + \nu \omega$ usando el método de la función característica. Tiempo y frecuencia son dos operadores actuando en el espacio de Hilbert de señales analíticas, y en la representación temporal, el operador de frecuencia se define como: $\omega = -i\partial/\partial t$. La función característica $C(k)$ es:

$$C(k) = \langle e^{ik(\mu t + \nu \omega)} \rangle = \int f^*(t) e^{ik(\mu t - i\nu \partial/\partial t)} f(t) dt \quad (3.4)$$

donde $f(t)$ es una señal normalizada, es decir:

$$\int |f(t)|^2 dt = 1 \quad (3.5)$$

La transformada de Fourier de la función característica es una densidad de probabilidad:

$$M(s, \mu, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int C(k) e^{-iks} dk \quad (3.6)$$

Tras un poco de álgebra, se obtiene la distribución marginal (3.6) en términos de la señal analítica

$$M(s, \mu, \nu) = \frac{1}{2\pi|\nu|} \left| \int f(t) e^{\frac{i\mu t^2}{2\nu} - \frac{its}{\nu}} dt \right|^2 \quad (3.7)$$

con la normalización

$$\int M(s, \mu, \nu) ds = 1 \quad (3.8)$$

Para el caso en que $\mu = 1$ y $\nu = 0$, se obtiene la distribución de la señal analítica en el dominio temporal

$$M(t, 1, 0) = |f(t)|^2 \quad (3.9)$$

y para el caso en que $\mu = 0$ y $\nu = 1$ la distribución de la señal analítica en el dominio de la frecuencia

$$M(\omega, 0, 1) = |f(\omega)|^2 \quad (3.10)$$

La familia de distribuciones marginales $M(s, \mu, \nu)$ contiene la información completa de la señal analítica. Puede demostrarse directamente, o mejor, señalando que existe una transformación inversa que conecta $M(s, \mu, \nu)$ con la distribución de Wigner-Ville, es decir:

$$M(s, \mu, \nu) = \int e^{-ik(s - \mu t - \nu \omega)} W(t, \omega) \frac{dk d\omega dt}{(2\pi)^2} \quad (3.11)$$

y

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int M(s, \mu, \nu) e^{-i(\mu t + \nu \omega - s)} d\mu d\nu ds \quad (3.12)$$

3.3. Análisis de señal mediante tomogramas

En esta sección se describe en detalle el método de separación de las componentes para la combinación lineal anterior (3.2) que quedaba definida como:

$$B(\mu, \nu) = \mu t + \nu \omega = \mu t + \nu i \frac{\partial}{\partial t} \quad (3.13)$$

Siguiendo las ideas planteadas en las secciones anteriores, una familia de densidades de probabilidad $M(x, \theta)$ se define para una señal compleja $s(t)$, $t \in [0, T]$ como:

$$M(x, \theta) = \left| \int s(t) \Psi_x^{\theta, T}(t) dt \right|^2 = \left| \langle s, \Psi_x^{\theta, T} \rangle \right|^2 \quad (3.14)$$

con

$$\Psi_x^{\theta, T}(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \exp \left(\frac{-i \cos \theta}{2 \sin \theta} t^2 + \frac{ix}{\sin \theta} t \right) \quad (3.15)$$

Esto es un caso particular de la ecuación (3.7) con $\mu = \cos \theta$ y $\nu = \sin \theta$. Con esta definición se pretende que el parámetro θ interpole entre tiempo y frecuencia de 0 a $\pi/2$. Además nótese que $\Psi_x^{\theta, T}$ son autofunciones generalizadas de $B(\theta) = t \cos \theta + i \sin \theta \frac{\partial}{\partial t}$ para cualquier valor espectral de x . Por lo tanto $M(x, \theta)$ es una distribución de probabilidad positiva en función de x para cada θ .

Desde un punto de vista abstracto, con el operador $B(\mu, \nu)$ y su correspondiente exponencial unitaria $\exp(iB(\mu, \nu))$, para diferentes valores de θ , todos los tomogramas comparten la misma información. Sin embargo, en la práctica la situación es algo diferente. Cuando la variable θ varía entre 0 y $\pi/2$ la información temporal de la señal se va concentrando gradualmente en valores mayores de x que llegan a ser inalcanzables por las limitaciones del muestreo. Por otro lado, cerca de $\theta = 0$ por las razones opuestas, la información frecuencial de la señal se pierde. Como conclusión resta decir que lo que buscamos es un valor intermedio de θ donde se encuentre un buen compromiso entre las dos informaciones. Para tales valores intermedios es posible separar componentes diferentes de la señal que tengan en cuenta tanto la información temporal como la información frecuencial.

Primero se selecciona un subconjunto x_n de forma que la familia correspondiente $\{\Psi_{x_n}^{\theta, T}(t)\}$ sea ortogonal y esté normalizada.

$$\langle \Psi_{x_m}^{\theta, T}, \Psi_{x_n}^{\theta, T} \rangle = \delta_{m,n} \quad (3.16)$$

Esto es posible mediante la secuencia:

$$x_n = x_0 + \frac{2n\pi}{T} \sin \theta \quad (3.17)$$

donde x_0 es en general cero, pero es posible elegir otros valores dependiendo de lo que sea más adecuado para la señal en cuestión.

Si observamos la forma de la función (3.15) podemos ver que los cruces por cero t_n de la parte real de $\Psi_{x_n}^{\theta, T}$ son solución de

$$\frac{\cos \theta}{2 \sin \theta} t_n^2 - \frac{x}{\sin \theta} t_n = 2\pi n \quad (3.18)$$

Para un valor de θ fijo y un t dado, la amplitud de la función disminuye, mientras $|x|$ aumente. Por otro lado, modificando θ , el primer término de (3.18) se altera de forma que la escala de

tiempo será más grande cuanto más grande sea el valor de θ , conforme con el principio de incertidumbre.

El segundo paso consiste en considerar las proyecciones de la señal $s(t)$

$$c_{x_n}^\theta(s) = \langle s, \Psi_{x_n}^{\theta, T} \rangle \quad (3.19)$$

que se utilizarán para el procesado de señal, en particular para eliminar el ruido “denoising”. Para ello el plan será eliminar $c_{x_n}^\theta(s)$ de tal forma que:

$$\left| c_{x_n}^\theta(s) \right|^2 \leq \epsilon \quad (3.20)$$

para un valor de umbral ϵ , el resto de de coeficientes será utilizado para la reconstrucción de la señal sin ruido. Para este método es muy importante la elección de θ .

Para realizar un análisis multicomponente de la señal, se seleccionan subconjuntos F_k de x_n y se reconstruyen las señales parciales (k-componentes) restringiendo la suma a:

$$s_k(t) = \sum_{n \in F_k} c_{x_n}^\theta(s) \Psi_{x_n}^{\theta, T}(t) \quad (3.21)$$

para cada k .

La ecuación (3.21) reconstruye las componentes de la señal como proyecciones de s . Realizando una cuidadosa elección de θ , es posible usar esta técnica para extraer las diferentes componentes de una señal.

3.4. Ejemplos de tomografía no conmutativa

El primer ejemplo que se propone, es un probar una señal muy similar a la señal de ejemplo utilizada en el capítulo 2 de introducción a la tomografía, (figura 2.1) pero con distintas frecuencias con el único objetivo de ver unas gráficas más ilustrativas. Se demostrará la capacidad de la herramienta para separar las distintas componentes, la robustez del método al realizar esta separación con distintos niveles de ruido, así como ver los errores entre las señales reconstruidas y originales con y sin ruido. A continuación se presentará un segundo ejemplo de aplicación del método de tomografía para filtrar señales. La idea es similar a la separación de componentes, ya que filtrar implica remover componentes, pero se hará hincapié en señales que su frecuencia varía con el tiempo y como fourier impide por tanto su filtrado.

3.4.1. Separación de componentes

Al igual que en la señal de la figura 2.1 consideramos una señal $y(t)$ de duración $T = 20$ [s], suma de tres señales sinusoidales complejas y_k , $k = 1, 2, 3$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \quad (3.22)$$

donde

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \exp(j25t), & t \in [0, 20] \\ y_2(t) &= \exp(j75t), & t \in [0, 5] \\ y_3(t) &= \exp(j75t), & t \in [0, 20] \end{aligned} \quad (3.23)$$

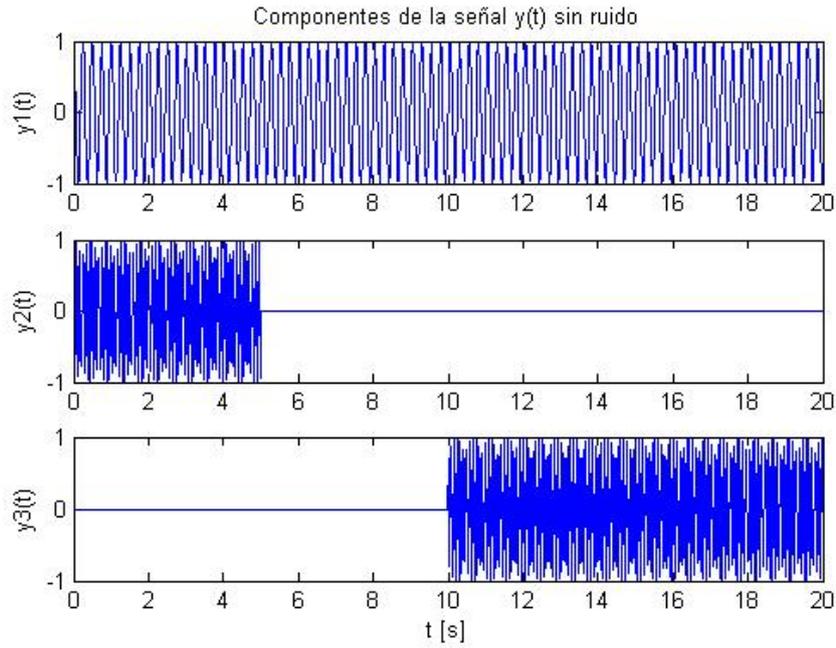


Figura 3.1: Componentes de la señal $y(t)$ sin la componente de ruido

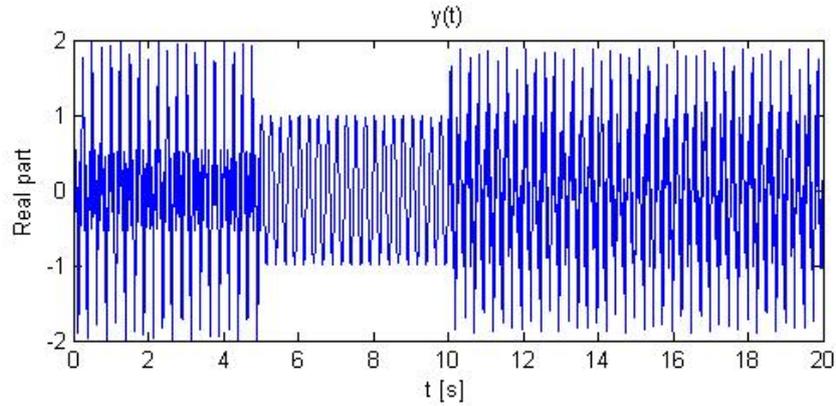


Figura 3.2: Señal $y(t)$ sin la componente de ruido

Al añadir una componente de ruido blanco gaussiano b de $P_b[dBm] = 20dBm$, la relación señal a ruido SNR queda definida como:

$$SNR[dB] = 10 \log_{10} \frac{P_y[W]}{P_b[W]} \quad (3.24)$$

o

$$SNR[dB] = P_y[dBm] - P_b[dBm] \quad (3.25)$$

La potencia de la señal P_y se calcula:

$$P_y[W] = \frac{1}{T} \int_0^T |y(t)|^2 dt \quad (3.26)$$

Los dos casos de ruido que vamos a probar son a 20 dBm y 30dBm.

Para $P_b[dBm] = 20$ que es lo mismo que $100mW$ o $0,1W$, tenemos una $SNR[dB] = 12,418$.
 Para $P_b[dBm] = 30$ que es lo mismo que $1000mW$ o $1W$, tenemos una $SNR[dB] = 2,418$.

Antes de ver la robustez del método frente al ruido, se realizará la separación de componentes sin ruido y se calculará el error entre la señal original y la reconstruida mediante el error cuadrático medio:

$$E(y, \tilde{y}) = 10 \log_{10} \frac{P_{y-\tilde{y}}}{P_y} \quad (3.27)$$

para las componentes por separado $y_k(t)$ y para la señal completa $y(t)$.

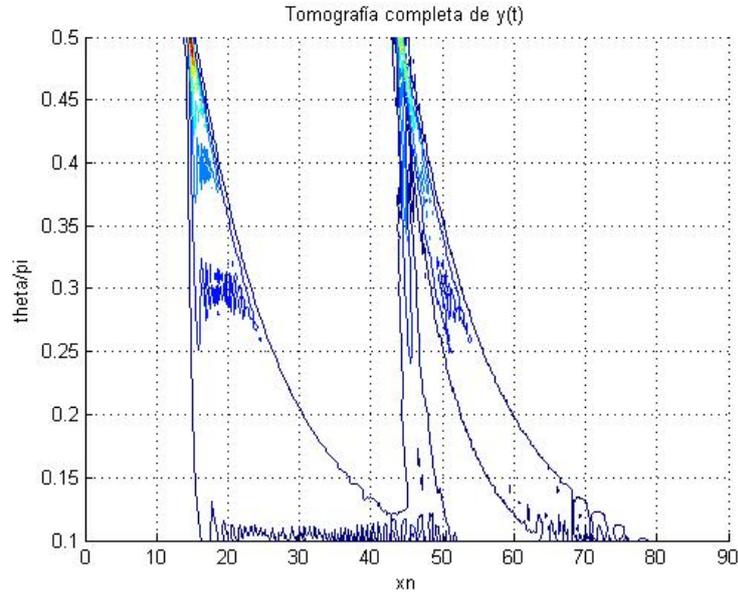


Figura 3.3: Tomografía de la señal $y(t)$ realizada con *contour*

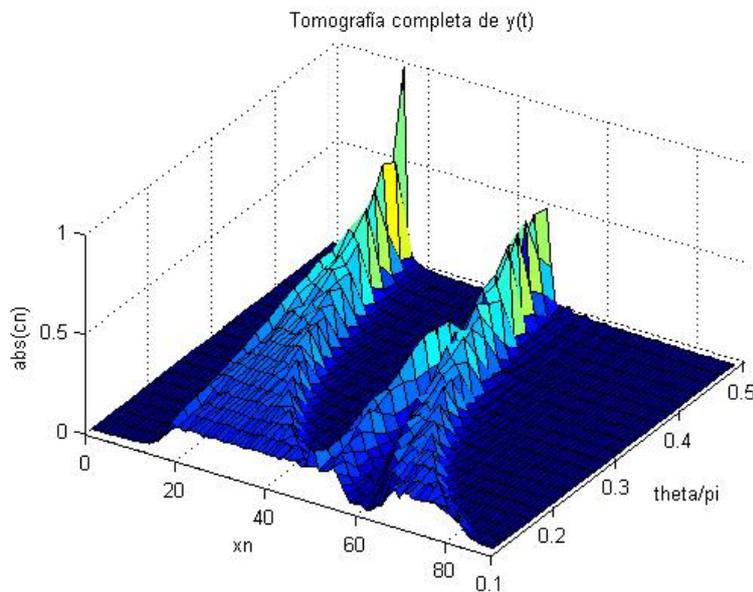


Figura 3.4: Tomografía de la señal $y(t)$ realizada con *surf*

En las dos figuras anteriores (figuras 3.3 y 3.4) se muestra la tomografía completa de la señal. En la figura 3.3 se ve claramente que sobre $\pi/5$, (en la gráfica normalizado a π se corresponde con 0,2) las tres componentes se encuentran lo suficientemente separadas como para realizar un

buen análisis. Por supuesto distintas elecciones de θ son válidas o incluso mejores siempre que la separación de componentes sea posible. Viendo la gráfica parece razonablemente útil la franja que varía entre 0,35 y 0,125, es decir entre $7\pi/20$ y $\pi/8$.

Hacemos hincapié en $\pi/5$, tomograma representado en la figura 3.5 donde podemos sacar los rangos de x_n necesarios para calcular la reconstrucción mediante la ecuación (3.21).

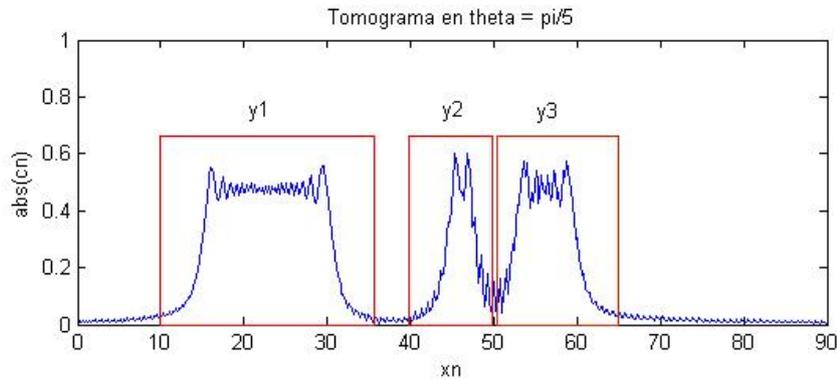


Figura 3.5: Tomograma de la señal $y(t)$ para $\theta = \pi/5$

La primera componente $\tilde{y}_1(t)$, se corresponde con el rango espectral $10 \leq x_n \leq 35$:

$$y_1(t) = \sum_{x_n=10}^{35} c_{x_n}^{\theta}(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (3.28)$$

La segunda componente $\tilde{y}_2(t)$, se corresponde con el rango espectral $40 \leq x_n \leq 50$:

$$y_2(t) = \sum_{x_n=40}^{50} c_{x_n}^{\theta}(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (3.29)$$

Y por último la tercera componente a reconstruir $\tilde{y}_3(t)$, se corresponde con el rango espectral $50 \leq x_n \leq 65$:

$$y_3(t) = \sum_{x_n=50}^{65} c_{x_n}^{\theta}(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (3.30)$$

En la figura 3.6 se puede ver el resultado de la reconstrucción de las componentes $y_k(t)$. La figura representa las componentes originales en azul y las reconstrucciones en rojo. Además estas reconstrucciones están elevadas a un valor medio de tres por propósito meramente visual.

En cuanto a los errores cuadráticos comentados anteriormente y definidos por la ecuación (3.27), $E(y_1, \tilde{y}_1)$, $E(y_2, \tilde{y}_2)$ y $E(y_3, \tilde{y}_3)$ son respectivamente, -23.8 dB, -15.2 dB, y -17,9 dB, ver tabla 3.1. La reconstrucción de la señal completa se puede llevar a cabo de dos maneras: Sumando las distintas componentes previamente separadas, o mediante la ecuación utilizada anteriormente (3.21), para todo el rango de x_n :

$$y(t) = \sum_{x_n=-100}^{100} c_{x_n}^{\theta}(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (3.31)$$

Así el error entre la señal original y la reconstruida $E(y, \tilde{y})$ es muy bajo, aproximadamente -30 dB, ver figura 3.7, y mediante la suma de las componentes, $E(y_c, \tilde{y}_c)$, ronda los -24 dB, también muy bajo.

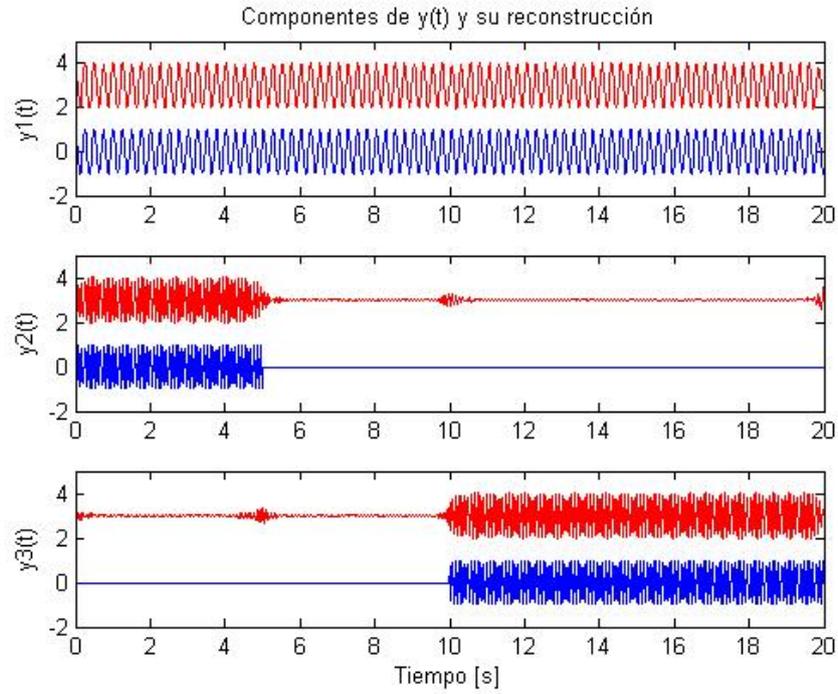


Figura 3.6: Parte real de las componentes de $y(t)$ y sus respectivas reconstrucciones

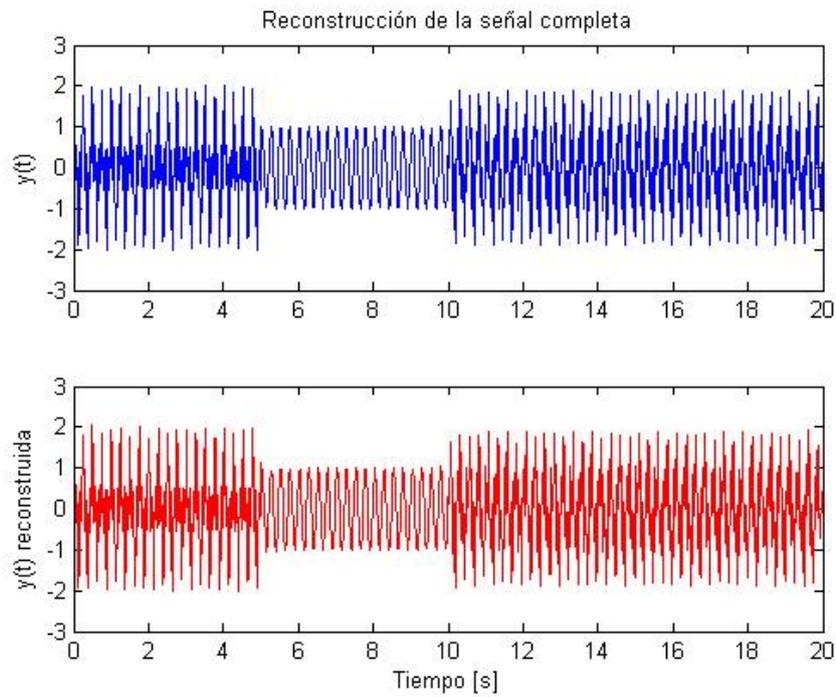


Figura 3.7: Parte real de $y(t)$ y su reconstrucción

En la tabla 3.1 se muestran los errores producidos en la reconstrucción de la señal para diferentes valores de θ , y así poder determinar cual es la mejor elección. Las tablas 3.2 y 3.3 muestran la misma información pero para los niveles de ruido comentados anteriormente, 20 y 30 dBm respectivamente

Error	θ						
	$\pi/10$	$3\pi/20$	$\pi/5$	$\pi/4$	$3\pi/10$	$2\pi/5$	$\pi/2$
$E(y_1, \tilde{y}_1)$	-4.07 dB	-24.68 dB	-23.84 dB	-24.41 dB	-24.31 dB	-28.85 dB	-23.46 dB
$E(y_2, \tilde{y}_2)$	-1.78 dB	-15.42 dB	-15.20 dB	-13.73 dB	-13.42 dB	-9.87 dB	0.16 dB
$E(y_3, \tilde{y}_3)$	-20.10 dB	-20.29 dB	-17.90 dB	-16.99 dB	-16.68 dB	-13.05 dB	-4.24 dB
$E(y, \tilde{y})$	-30.6 dB						
$E(y_c, \tilde{y}_c)$	-14.78 dB	-26.97 dB	-24.32 dB	-24.07 dB	-23.43 dB	-24.91 dB	-9.39 dB

Cuadro 3.1: Errores cuadráticos medios para cada θ sin ruido

Viendo los errores de la tabla 3.1 y los tomogramas de la figura 3.10 se concluye que la elección correcta de θ es un elemento clave a la hora de la separación de componentes, y que regularmente funciona mejor con valores pequeños. En un valor tan bajo como $\pi/10$ las componentes y_1 e y_2 apenas se pueden distinguir, y en un valor alto como $2\pi/5$ pasa algo similar al ser complicado separar y_2 de y_3 . Al elegir $\theta = \pi/2$, estamos ante la transformada de Fourier, con sólo información frecuencial. La separación de componentes en este caso es del todo imposible, ya que solo se diferencian dos componentes, cada una a la frecuencia correspondiente, en $x_n = 25$ rad/s la componente será igual a \tilde{y}_1 pero en $x_n = 75$ rad/s tenemos y_2 e y_3 y la separación sólo puede mostrarnos $\tilde{y}_2 + \tilde{y}_3$

Error	θ						
	$\pi/10$	$3\pi/20$	$\pi/5$	$\pi/4$	$3\pi/10$	$2\pi/5$	$\pi/2$
$E(y_1, \tilde{y}_1)$	-3.87 dB	-16.55 dB	-17.97 dB	-17.85 dB	-17.81 dB	-19.21 dB	-18.36 dB
$E(y_2, \tilde{y}_2)$	-1.63 dB	-12.41 dB	-13.03 dB	-11.69 dB	-12.37 dB	-8.89 dB	0.19 dB
$E(y_3, \tilde{y}_3)$	-13.94 dB	-14.49 dB	-14.42 dB	-14.193 dB	-14.41 dB	-12.43 dB	-4.19 dB
$E(y, \tilde{y})$	-12.51 dB	-12.25 dB	-12.67 dB	-12.53 dB	-12.45 dB	-12.52 dB	-12.49 dB
$E(y_c, \tilde{y}_c)$	-12.37 dB	-16.04 dB	-17.22 dB	-17.09 dB	-17.30 dB	-18.66 dB	-9.02 dB

Cuadro 3.2: Errores cuadráticos medios para cada θ con 20 dBm de ruido

Error	θ						
	$\pi/10$	$3\pi/20$	$\pi/5$	$\pi/4$	$3\pi/10$	$2\pi/5$	$\pi/2$
$E(y_1, \tilde{y}_1)$	-2.51 dB	-7.52 dB	-9.35 dB	-9.67 dB	-8.82 dB	-9.42 dB	-10.39 dB
$E(y_2, \tilde{y}_2)$	-1.08 dB	-5.41 dB	-7.49 dB	-7.09 dB	-6.99 dB	-6.76 dB	0.07 dB
$E(y_3, \tilde{y}_3)$	-5.15 dB	-6.74 dB	-8.12 dB	-6.83 dB	-8.58 dB	-10.07 dB	-3.92 dB
$E(y, \tilde{y})$	-3.81 dB	-3.79 dB	-4.07 dB	-4.09 dB	-3.81 dB	-4.13 dB	-3.98 dB
$E(y_c, \tilde{y}_c)$	-5.88 dB	-7.12 dB	-7.89 dB	-8.54 dB	-8.53 dB	-10.25 dB	-8.02 dB

Cuadro 3.3: Errores cuadráticos medios para cada θ con 30 dBm de ruido

En las páginas siguientes se muestran los tomogramas para las distintas θ s de las tablas anteriores. La primera figura contiene los siete tomogramas sin ruido y las dos siguientes figuras, al igual que en las tablas, los tomogramas correspondientes a 20 y 30 dBm de ruido. Se observa una empeoramiento notable en la reconstrucción de la señal, sobretodo con un nivel alto de ruido, pero aún así la separación de componentes es muy buena y muy robusta, ya que se identifican sin problemas. Un fenómeno curioso es que la reconstrucción de la señal a partir de las componentes es mejor que la reconstrucción de la señal, cosa que no ocurría cuando no había ruido. Esto se explica precisamente porque la separación de componentes es un filtrado de la señal, y estamos quitando componentes de ruido. Cuando sumamos todas las componentes filtradas recomponemos una señal con menos ruido del que teníamos al principio.

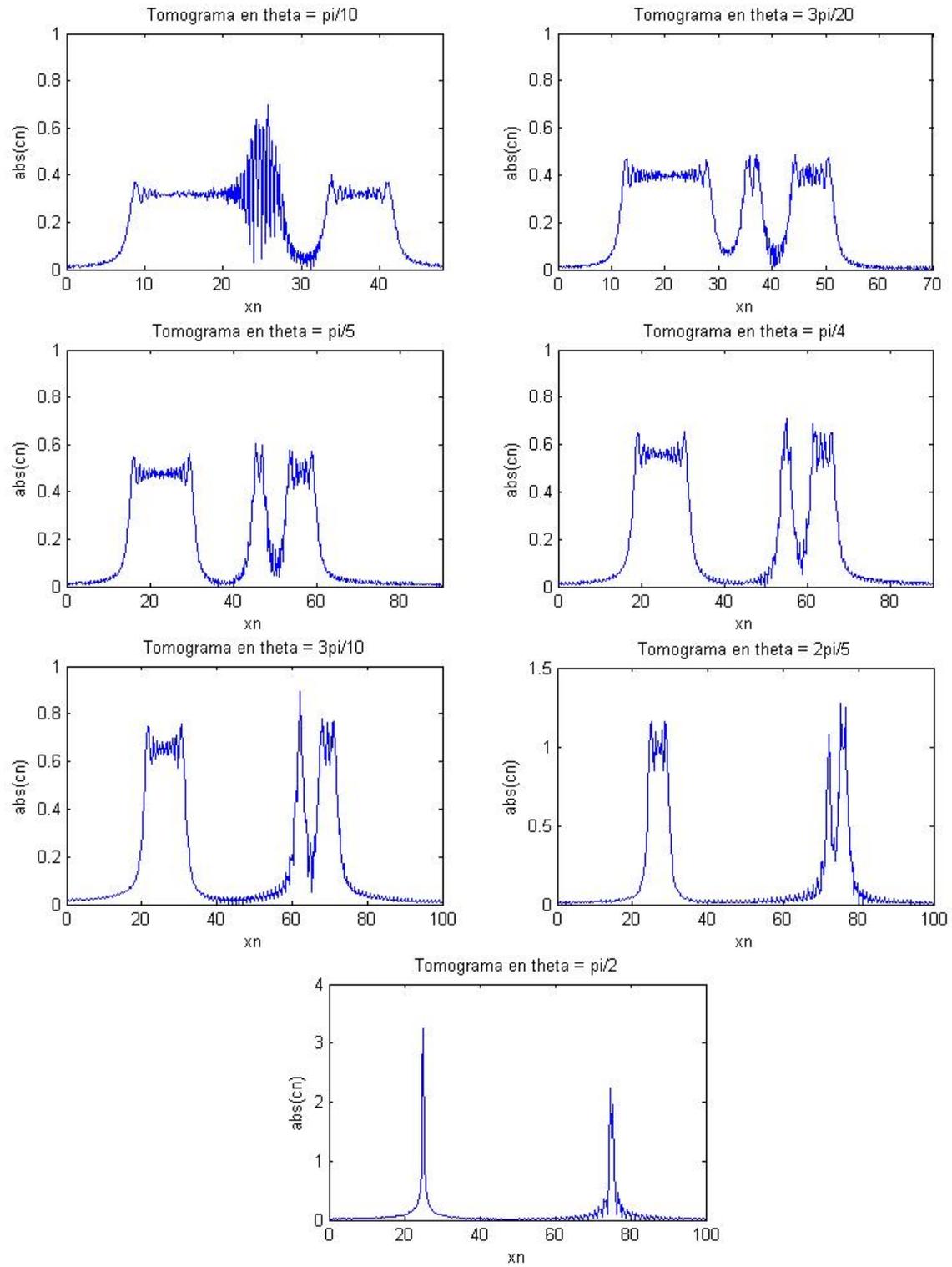


Figura 3.8: Tomogramas sin ruido para las θ s de la tabla 3.1

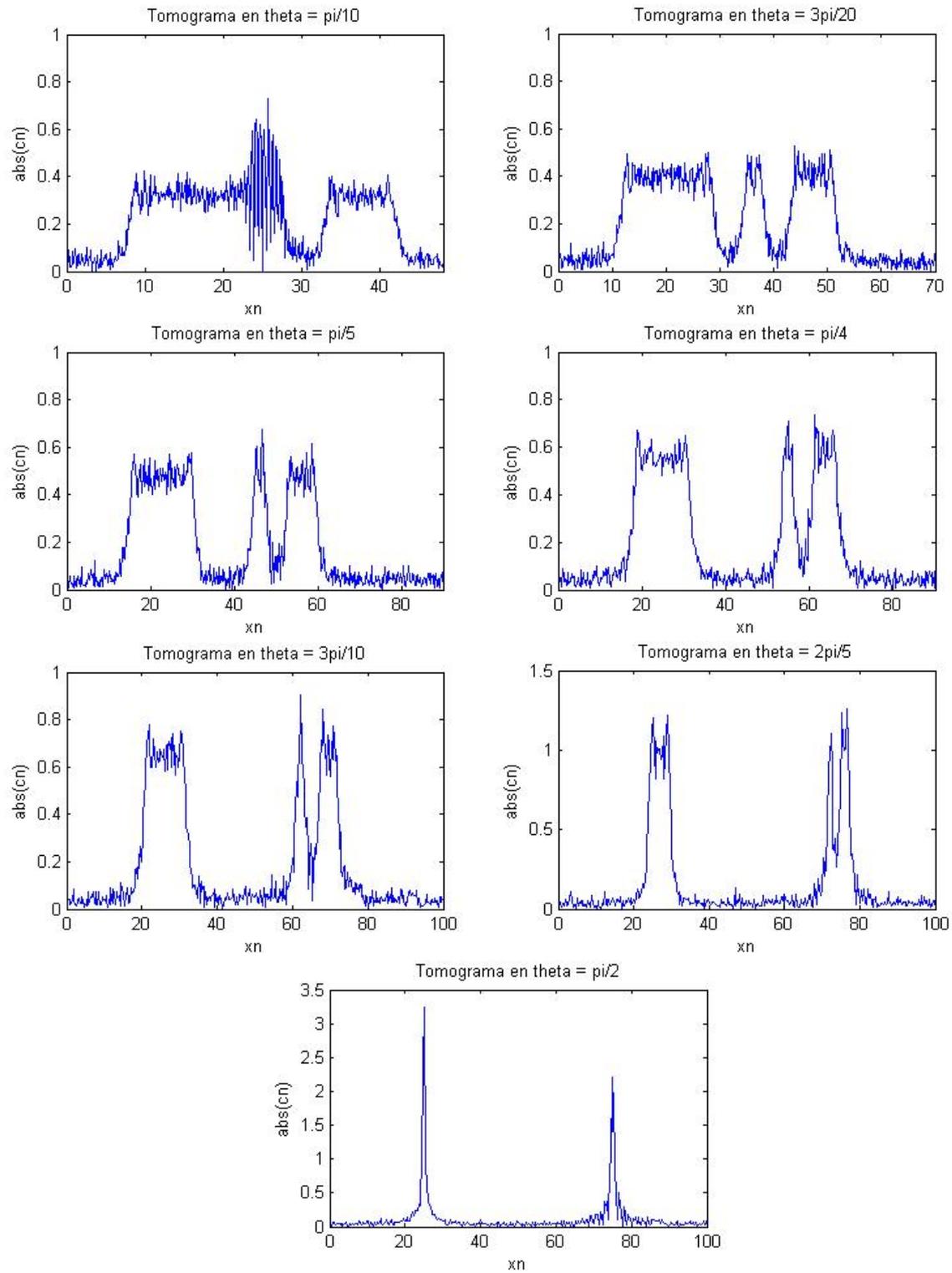


Figura 3.9: Tomogramas con 20 dBm de ruido para las θ s de la tabla 3.2

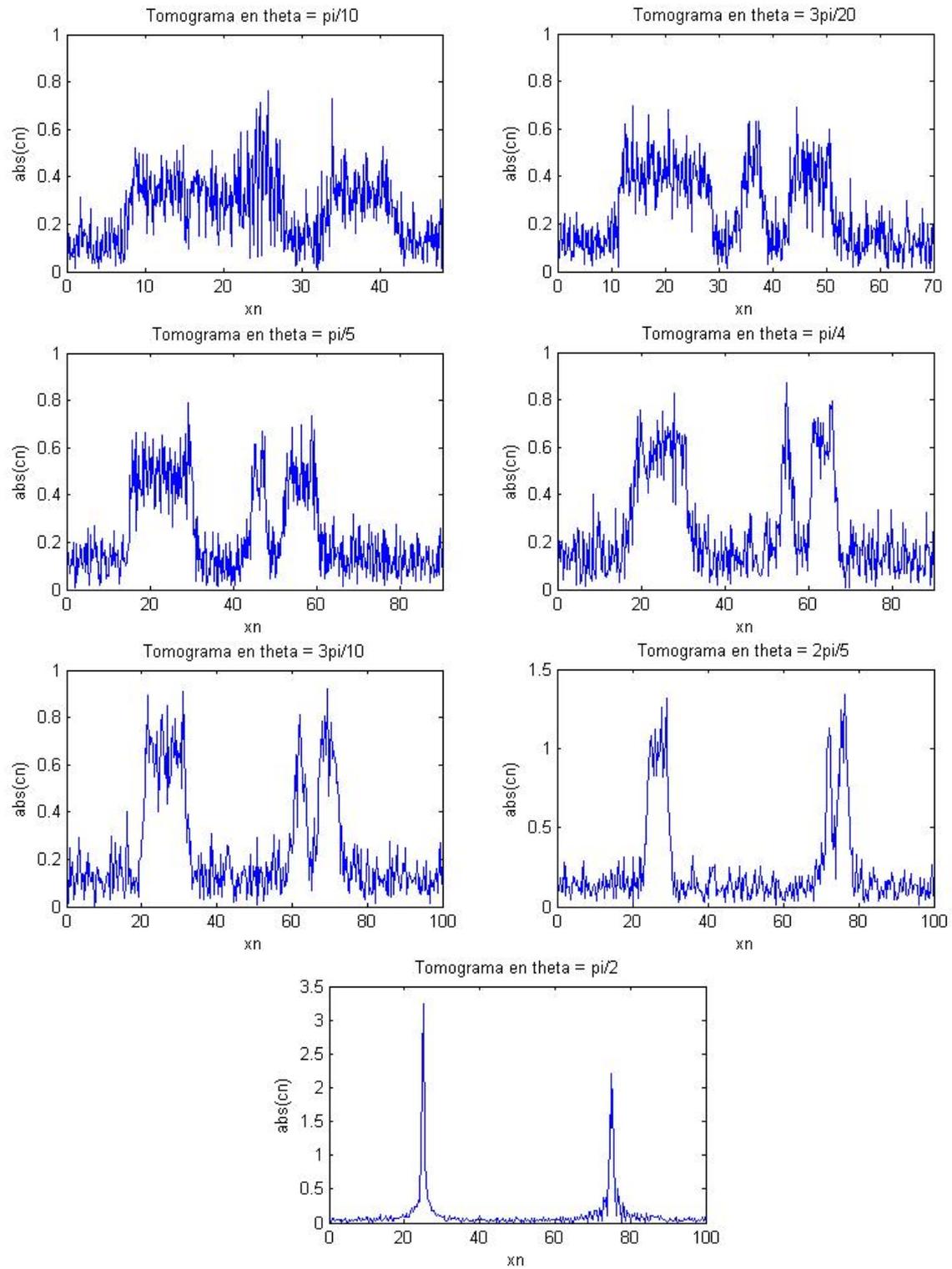


Figura 3.10: Tomogramas con 30 dBm de ruido para las θ s de la tabla 3.3

3.4.2. Filtrado

Para este ejemplo de filtrado partimos de una señal muy similar a la que se utilizó en el capítulo anterior, (figuras 2.6 y 2.7), es una señal multicomponente, con dos pulsos formados por una señal de frecuencia variable entre los 20 y 40 Hz, multiplicados por una gaussiana. Además se ha introducido ruido a 10 dBm, que siguiendo las mismas formulas utilizadas anteriormente en (3.25), tenemos una $SNR = 7$ dB y una interferencia de 30 Hz de frecuencia entre los dos pulsos.

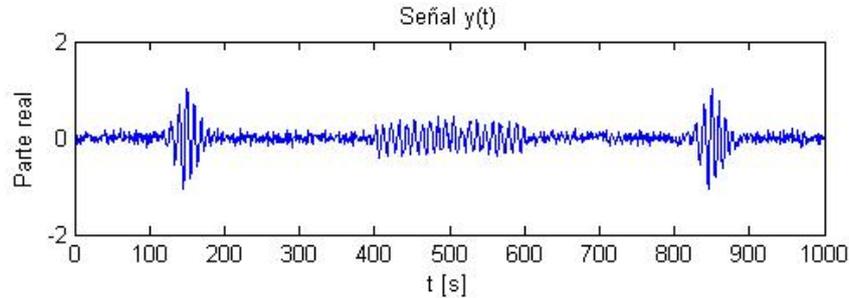


Figura 3.11: Señal $y(t)$

El análisis de Fourier (o lo que es lo mismo como hemos demostrado anteriormente, la tomografía en $\theta = \pi/2$) es del todo caótico, mezclándose todas las componentes (figura 3.12). Filtrando esta, podríamos eliminar gran parte del ruido, pero no podríamos quitar esa componente de 30 Hz. Mediante el análisis de tomografía, separaremos todas las componentes como se hizo en el ejemplo anterior, removeremos la componente de 30 Hz, y recompondremos la señal sumando las componentes de los dos pulsos filtrados. Primero vemos la tomografía de la señal para seleccionar la variable θ correcta a la que realizaremos el filtrado.

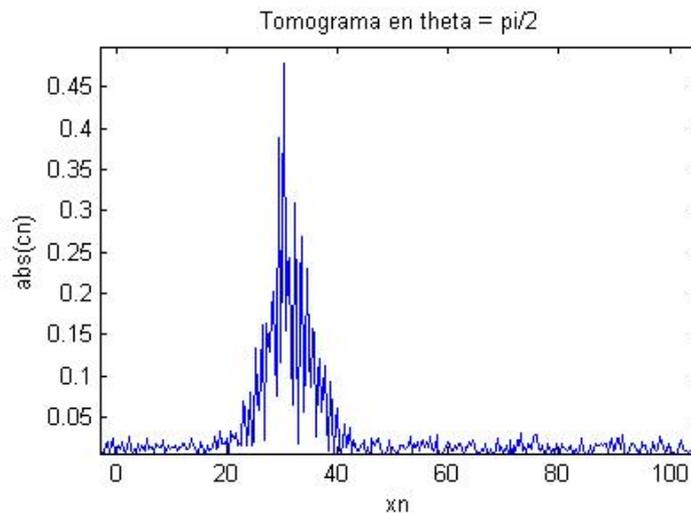


Figura 3.12: Tomograma de $y(t)$ en $\theta = \pi/2$

La imagen de la tomografía en la figura 3.13 muestra un escenario complicado en el cual es difícil poder encontrar un valor de θ razonable para realizar el análisis. Esto es porque todas las componentes de la señal parten de las mismas frecuencias, y la interferencia entre ellas además del ruido blanco añadido hace que tengamos que bajar a valores de θ muy bajos, cercanos a la indeterminación que supone hacer $\theta = 0$, y tener solo información temporal.

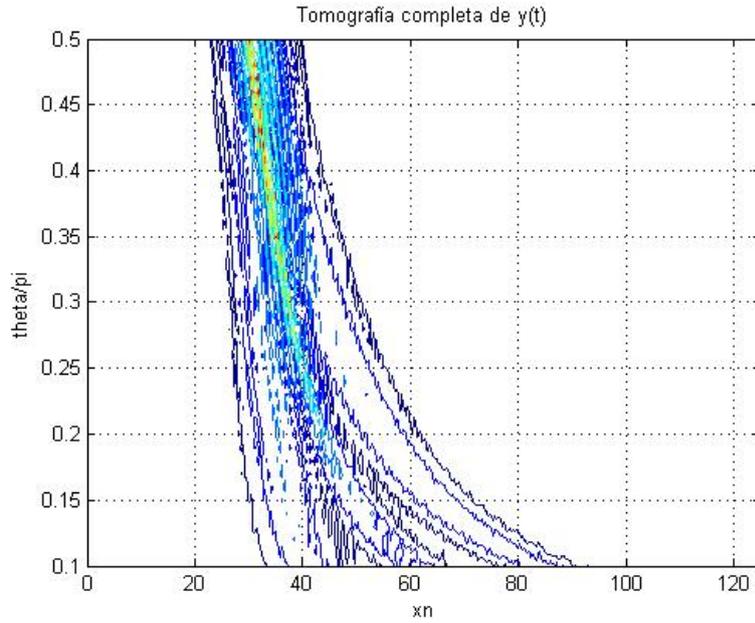


Figura 3.13: Tomografía de la señal $y(t)$

Aún con estos inconvenientes, seleccionando $\theta = \pi/10$ podemos encontrar una buena separación entre componentes para realizar el filtrado de la componente de 30 Hz y eliminar el ruido al reconstruir las componentes de los dos pulsos.

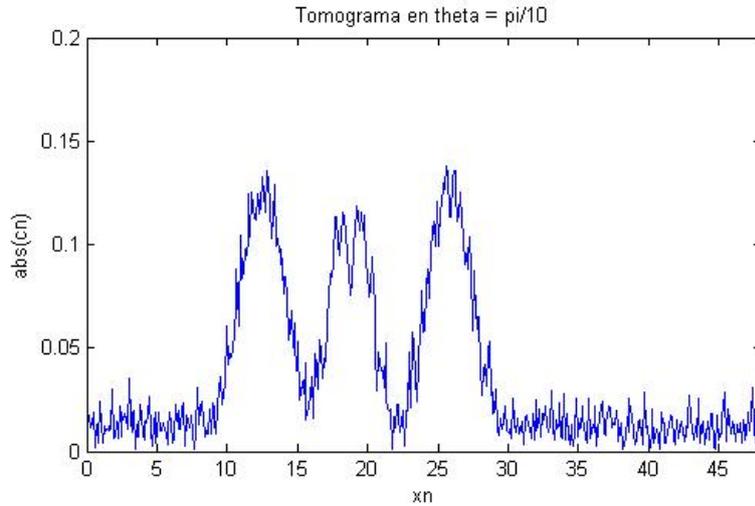


Figura 3.14: Tomografía de la señal $y(t)$ en $\theta = \pi/10$

Los pulsos filtrados se pueden ver en la figura 3.15, con un error cuadrático de $E(y_1, \tilde{y}_1) = -14,6$ dB y $E(y_2, \tilde{y}_2) = -14,1$ dB, siendo y_1 el pulso 1 e y_2 el pulso 2. La componente de 30 Hz queda totalmente eliminada, y el ruido queda filtrado al reconstruir el pulso 1 $\tilde{y}_1(t)$ mediante:

$$y_1(t) = \sum_{x_n=8}^{16} c_{x_n}^\theta(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \tag{3.32}$$

Y el pulso 2 $\tilde{y}_2(t)$ mediante:

$$y_2(t) = \sum_{x_n=22}^{30} c_{x_n}^\theta(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \tag{3.33}$$

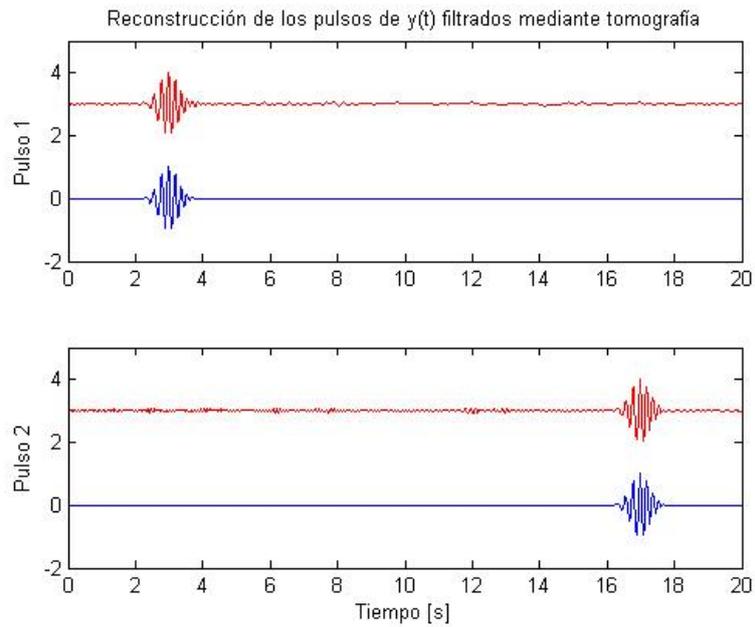


Figura 3.15: Reconstrucción de los pulsos de $y(t)$ filtrados mediante tomografía

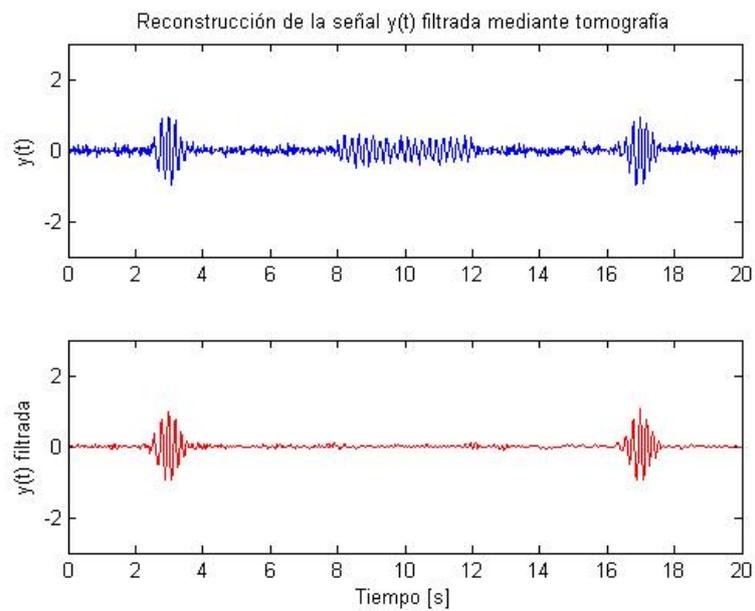


Figura 3.16: Reconstrucción de la señal $y(t)$ filtrada mediante tomografía

Como se ve en la figura 3.16, se ha filtrado el ruido y eliminado la interferencia casi totalmente, y se presenta con un error cuadrático medio $E(y_c, \tilde{y}_c)$ de -14.3 dB.

4

Tomografía Adaptada

4.1. Introducción

Los tomogramas como hemos visto en el capítulo anterior, son una herramienta útil para la separación de componentes o el filtrado de ruido e interferencias en señales. Más documentación al respecto podemos encontrarla en [2], [10], o [11]. La tomografía tiempo-frecuencia resulta particularmente interesante para la localización temporal de las distintas componentes frecuenciales de las señales. La separación de componentes de hecho es muy satisfactoria debido a que la base de $\Psi_x^{\theta,T}(t)$, (3.15), es una base chirp.

Esto nos puede llevar a pensar que para otro tipo de señales, podemos escoger otro tipo de tomogramas [12].

4.2. Análisis de señal mediante tomografía adaptada

Para el análisis en cuestión, supongamos una combinación lineal:

$$B(\mu, \nu) = \mu t + \nu O \quad (4.1)$$

donde el operador O es un operador adaptado a las características de la señal que queremos extraer, es decir, el operador O tiene las mismas características que el evento o fenómeno que queremos extraer de la señal analizada. También, para valores particulares del conjunto (μ, ν) donde los efectos del ruido se anulen, podremos separar información de pequeñas señales de entre una señal muy ruidosa, y obtener información temporal muy precisa. Esto nos proporciona un técnica de filtrado adaptado a la señal. La construcción del operador ajustado a una señal particular se explica en la siguiente subsección, y se realiza con una técnica similar a la utilizada en la descomposición bi-ortogonal, explicada en [13].

4.2.1. Método de construcción del par adaptado

El método de construcción del par adaptado es el siguiente. Consideramos un conjunto de secuencias temporales N-dimensionales $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \dots, \vec{x}_k\}$, de la forma de las señales que queremos

detectar. Desde un punto de vista de las telecomunicaciones, podríamos decir que este conjunto de secuencias serían consideradas como las *code words* que más tarde se pretenden detectar en una señal ruidosa. La matriz $U \in M_{k \times N}$ con $k < N$:

$$U = \begin{pmatrix} x_1(1\Delta t) & x_1(2\Delta t) & \cdots & x_1(N\Delta t) \\ x_2(1\Delta t) & x_2(2\Delta t) & \cdots & x_2(N\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_k(1\Delta t) & x_k(2\Delta t) & \cdots & x_k(N\Delta t) \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Después se construyen las matrices cuadradas $A = U^T U \in M_{N \times N}$ y $B = U U^T \in M_{k \times k}$. La diagonalización de la matriz A , proporciona k autovalores no nulos $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_j)$ y sus correspondientes autovectores ortogonales N -dimensionales $(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_j)$, $\Phi_j \in \mathbb{R}^N$. Asimismo, la diagonalización correspondiente a B proporcionará los mismos k autovalores y autovectores $(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_j)$ con $\Psi_j \in \mathbb{R}^k$.

El operador lineal O construido por el conjunto de señales objetivo es:

$$O = \sum_{i=1}^k \alpha_i \Phi_i \Phi_i^t \quad (4.3)$$

donde $O \in M_{N \times N}$.

Para el tomograma por tanto consideramos el operador $B(\mu, \nu)$ (4.1) de la forma:

$$B(\mu, \nu) = \mu t + \nu O = \nu \begin{pmatrix} 1\Delta t & & & & \\ & 2\Delta t & & & \\ & & 3\Delta t & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & N\Delta t \end{pmatrix} + \nu \sum_{i=1}^k \alpha_i \Phi_i \Phi_i^t \quad (4.4)$$

con $B \in M_{N \times N}$.

Los autovectores de cada $B(\mu, \nu)$ son las columnas de la matriz que la diagonaliza. De las proyecciones de la señal en estos autovectores se construye un tomograma adaptado al par (t, S) .

4.2.2. Ejemplo de la tomografía adaptada

En el ejemplo que se propone, se realizará el análisis descrito en la sección anterior, para una señal cuadrada que simula una comunicación digital. Se escogerá un conjunto de cuarenta señales aleatorias con pulsos de duración determinada y intensidades que varía entre 1 y -1 simulando una típica codificación non-returning zero (NRZ). Todas las señales son de longitud 200 y forman la matriz que llamamos U en (4.2) y adaptaran el tomograma construyendo el operador O de (4.3). En la figura 4.1 se representan diez señales de este tipo, aumentando sus valores medios como se a hecho anteriormente por motivo meramente visual.

Una vez construido el operador O , asignamos los valores $\mu = \cos \theta$ y $\nu = \sin \theta$ dando forma al operador:

$$B(\theta) = t \cos \theta + S \sin \theta \quad (4.5)$$

operador que se utilizará para computerizar las proyecciones de la señal a analizar.

La señal que vamos a analizar es del mismo tipo de señales que podemos encontrar en U figura 4.2, y se le ha añadido un fuerte ruido blanco gaussiano. La potencia de la señal de test es de 30 dBm, y la potencia del ruido es también de 30 dBm, luego la $SNR = 0$ dB.

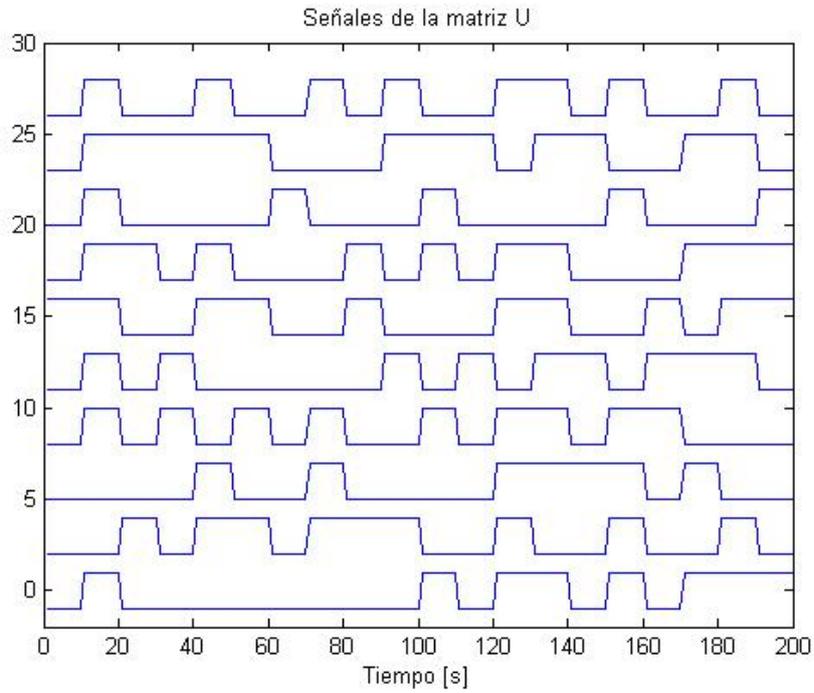


Figura 4.1: Diez señales de la típicas de la matriz U

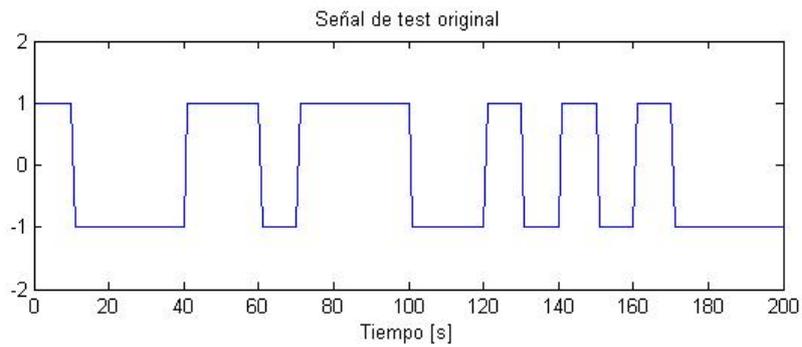


Figura 4.2: Señal de test

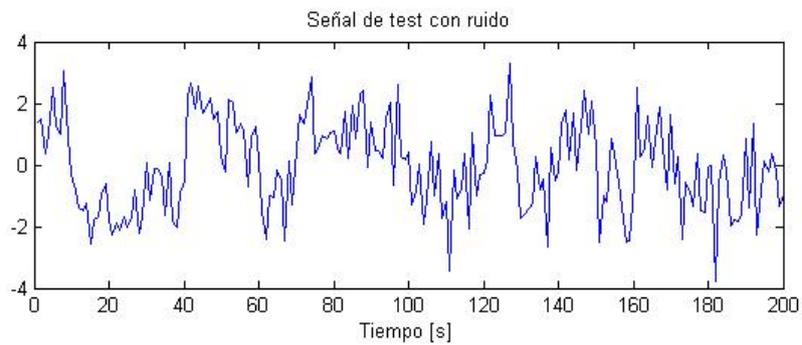


Figura 4.3: Señal de test con ruido blanco de 30 dBm

Aun con esta cantidad de ruido vamos a poder sacar una buena reconstrucción de la señal y distinguir los unos de los ceros con algo más de 0.4 de margen. Se construye la tomografía para 20 valores distintos de θ en intervalos de $\pi/40$. El gráfico contour se puede ver en la figura 4.4.

Viendo la distribución de la potencia en el tomograma, seleccionaremos la parte de la señal que se corresponde con una señal tipo utilizada para construir O .

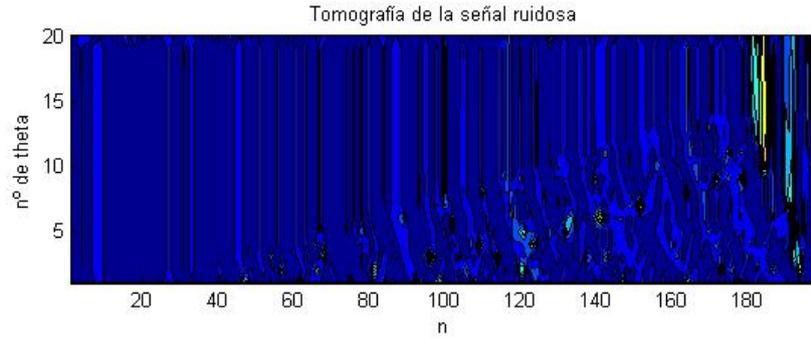


Figura 4.4: Contour de la tomografía adaptada a la señal de test

Esto lo podemos realizar seleccionando sólo las componentes más fuertes de la región donde exista una mayor concentración. Para este ejemplo se presenta un zoom de la tomografía de la figura anterior localizando la zona con mayor concentración de componentes, figura 4.5 y se muestra la proyección de los autovectores de 180 a 200 a $\theta_{19} = 19\pi/40$, en la figura 4.6

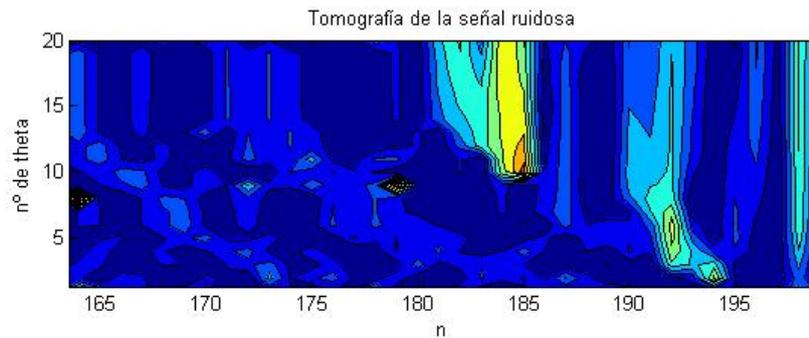


Figura 4.5: Ampliación del contour de la tomografía adaptada a la señal de test

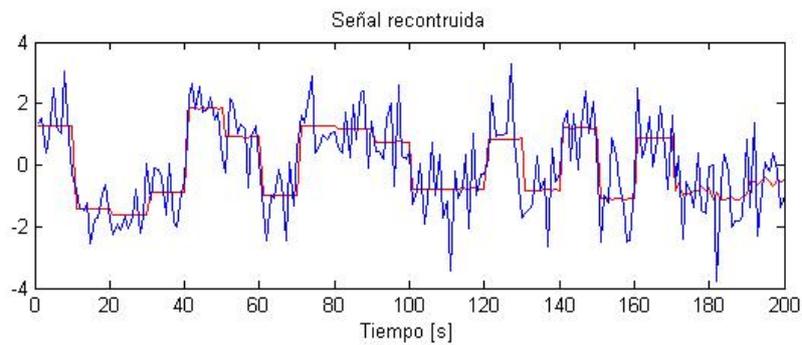


Figura 4.6: Reconstrucción de la señal en superposición con la señal ruidosa

La figura 4.6 muestra en rojo la reconstrucción de la señal ruidosa, superpuesta a la señal ruidosa en azul. La reconstrucción de la señal se presenta también normalizada y frente a la señal original en la figura 4.7, con un umbral de decisión marcado en 0. En la página siguiente se muestran las figuras 4.7 y 4.8 y su comparación, siendo la figura 4.8 , la figura 4.6 con el umbral marcado en 0.

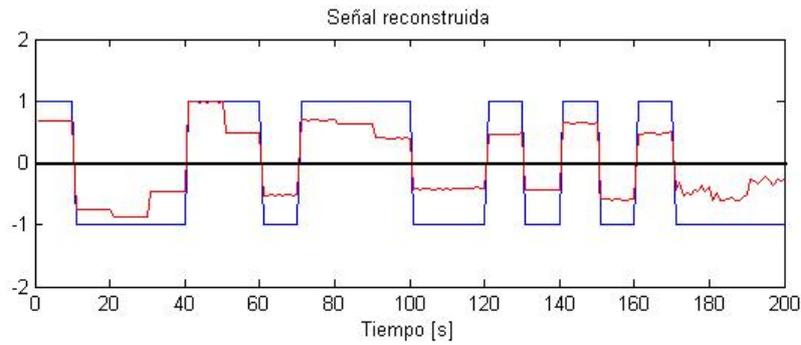


Figura 4.7: Reconstrucción de la señal frente a la señal de test y umbral de decisión en 0

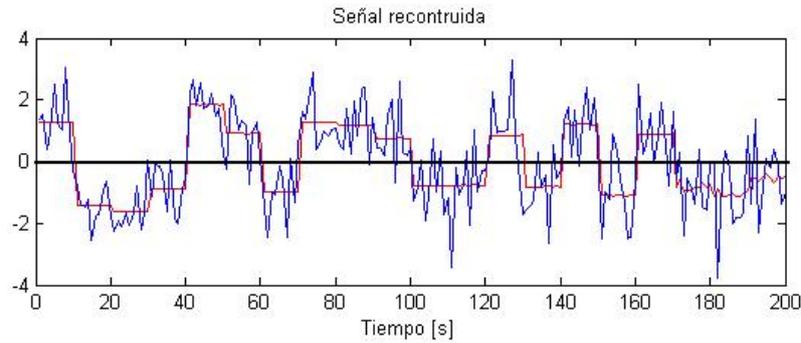


Figura 4.8: Reconstrucción de la señal frente a la señal ruidosa y umbral de decisión en 0

En la figura 4.8 encontramos posibles errores en multitud de intervalos, prácticamente todos. Sin embargo en la señal filtrada mediante la tomografía adaptada a los datos encontramos todos los intervalos con un margen de confianza de 0.4 por encima y por debajo del umbral marcado. Si bien, debido al alto nivel de ruido, la reconstrucción tomográfica no es extremadamente fiable, figura 4.7. La idea es utilizar el umbral de decisión para reconstruir de nuevo la señal. En el capítulo 6 aplicaremos este método para la detección de los “dust devils” marcianos en lugar de la tomografía no conmutativa del capítulo 3. Ahí veremos porque la NCT no funciona bien con ese tipo de datos, y como la tomografía adaptada localiza las señales deseadas en el tiempo de una forma muy robusta.

5

Visión de Marte

5.1. Introducción

Marte [14] es el cuarto planeta del Sistema Solar. Llamado así por el dios de la guerra de la mitología romana Marte, también conocido habitualmente como el Planeta rojo debido a la apariencia rojiza que le confiere el óxido de hierro que domina su superficie.



Figura 5.1: Marte

Tiene dos pequeños satélites naturales: Fobos y Deimos, con órbitas muy próximas al planeta. Forma parte de los llamados planetas telúricos (de naturaleza rocosa, como la Tierra) y es el planeta interior más alejado del Sol. Es en muchos aspectos, el más parecido a la Tierra. Sin embargo hay grandes diferencias con nuestro planeta, en parte por su distancia al Sol (alrededor de 227920 kilómetros, una vez y media la distancia de la Tierra al Sol) y su tamaño, menor que la Tierra pero sobretodo por la atmósfera y el inexistente campo magnético.

Rotación y translación

El día solar medio o tiempo entre dos pasos consecutivos del Sol por el meridiano, dura 24 h 41 min 18,6 s. El día solar en Marte tiene, igual que el de la Tierra, una duración variable, lo cual se debe a que los planetas siguen órbitas elípticas alrededor del Sol que no se recorren con uniformidad. No obstante, en Marte la variación es mayor por su elevada excentricidad. Para mayor comodidad operativa, los responsables de las misiones norteamericanas de exploración de Marte han decidido unilateralmente dar al día marciano el nombre de “sol”. En cuanto a la traslación, el año marciano dura 687 días terrestres o 668.6 soles. Un calendario marciano podría constar de dos años de 668 días por cada tres años de 669 días.

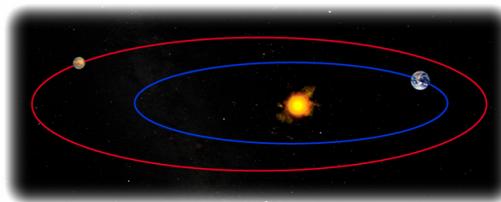


Figura 5.2: Excentricidad de Martel

Geología

Marte es un planeta notablemente más pequeño que la Tierra. Sus principales características, en proporción con las del globo terrestre, son las siguientes: diámetro 53 %, superficie 28 %, masa 11 %. Como los océanos cubren alrededor del 70 % de la superficie terrestre y Marte carece de mares, ambos planetas poseen aproximadamente la misma cantidad de superficie pisable. La superficie de Marte presenta características morfológicas tanto de la Tierra como de la Luna: cráteres de impacto, campos de lava, volcanes, cauces secos de ríos y dunas de arena. Un enorme escalón, cercano al ecuador, divide a Marte en dos regiones claramente diferenciadas: un norte llano, joven y profundo y un sur alto, viejo y escarpado, con cráteres similares a las regiones altas de la Luna.

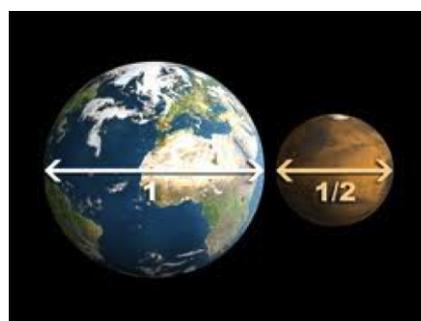


Figura 5.3: Comparación entre el planeta Tierra y Marte

Agua

Hay una clara evidencia de erosión en varios lugares de Marte tanto por el viento como por el agua. Existen en la superficie largos valles sinuosos que recuerdan lechos de ríos, actualmente secos pues el agua líquida no puede existir en la superficie del planeta en las actuales condiciones atmosféricas. El punto de ebullición depende de la presión y si ésta es excesivamente baja, el agua no puede existir en estado líquido. Eso es lo que ocurre en Marte: si ese planeta tuvo abundantes cursos de agua fue porque contaba también con una atmósfera mucho más densa que proporcionaba también temperaturas más elevadas. Al disiparse la mayor parte de esa atmósfera en el espacio, y disminuir así la presión y bajar la temperatura, el agua desapareció de la superficie de Marte. Ahora bien, subsiste en la atmósfera, en estado de vapor, aunque en escasas proporciones, así como en los casquetes polares, constituidos por grandes masas de hielos perpetuos.



Figura 5.4: Zanja excavada el 15 de Junio de 2008 por la sonda Phoenix cerca del Polo Norte de Marte

5.2. La atmósfera de Marte

5.2.1. Composición

La atmósfera de Marte [15] es muy tenue, con una presión superficial de sólo 7 a 9 hPa, frente a los 1013 hPa de la atmósfera terrestre. Su composición es fundamentalmente:

Composición	Porcentaje
Dióxido de Carbono	95.3 %
Nitrógeno	2.7 %
Argón	1.6 %
Oxígeno	0.15 %
Monóxido de carbono	0.07 %
Vapor de Agua	0.03 %

Cuadro 5.1: Composición fundamental de la atmósfera de Marte

La proporción de otros elementos como Óxido nítrico, Neón Criptón, Xenón, Ozono o Metano, es ínfima y escapa su dosificación a la sensibilidad de los instrumentos hasta ahora empleados. El contenido de ozono es 1000 veces menor que en la Tierra, por lo que esta capa, que se encuentra a 40 km de altura, es incapaz de bloquear la radiación ultravioleta.

5.2.2. Fenómenos atmosféricos: Dust Devils

La atmósfera es lo bastante densa como para albergar vientos muy fuertes y grandes tormentas de polvo que en ocasiones pueden abarcar el planeta entero durante meses. Este viento es el responsable de la existencia de dunas de arena en los desiertos marcianos. De especial interés son los “*torbellinos*” conocidos como dust devils.

Los dust devils desempeñan un papel importante en el clima de Marte. Son vórtices convectivos debidos al alto calentamiento de la superficie, que genera unas columnas de aire ascendente con una variación de presión en su interior [1]. Algunos de estos vórtices reciben un viento horizontal considerable, suficientemente rápido como para elevar las partículas de la superficie formando un vórtice vertical, y convirtiéndose en un dust devil.



Figura 5.5: Dust Devil fotografiado por el Mars Reconnaissance Orbiter.

Los dust devils son fenómenos que también se producen en la Tierra, en regiones desérticas como Arizona [16] o en el Ártico. La existencia de dust devils en la superficie de Marte, fue sugerida por Ryan en 1964 no fueron bien observados con las imágenes del orbiter Viking, pero si se identificaron gracias al estudio de los datos meteorológicos de los landers [17].

La caracterización de los dust devils mediante los datos meteorológicos viene dada por una caída más o menos pronunciada de presión y conlleva habitualmente un aumento de la temperatura en ese momento. La relación entre la caída de presión y aumento de temperatura no es de todas formas un dato fiable ya que la temperatura puede variar por otros artefactos, y es mejor no tenerla en cuenta. Así el evento que buscamos es una caída pronunciada de presión durante un muy breve periodo de tiempo (periodo de tiempo que tarda el dust devil en atravesar el campo de medida).

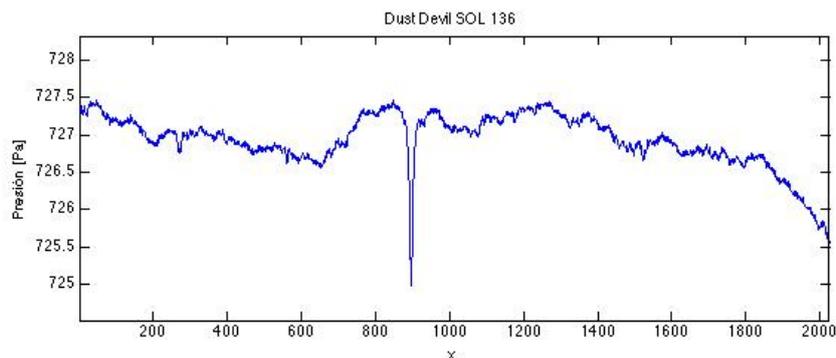


Figura 5.6: Localización de un dust devil en el SOL 136

5.2.3. Evolución

La atmósfera marciana ha sufrido un proceso de evolución considerable por lo que es una atmósfera de segunda generación. La atmósfera primigenia, formada poco después que el planeta, ha dado paso a otra, cuyos elementos provienen de la actividad geológica del planeta. En los inicios de su historia, Marte pudo haber sido muy parecido a la Tierra. Al igual que en nuestro planeta, la mayoría de su dióxido de carbono se utilizó para formar carbonatos en las rocas. Pero al carecer de una tectónica de placas, es incapaz de reciclar hacia la atmósfera nada de este dióxido de carbono y así no puede mantener un efecto invernadero significativo.

Aunque no hay evidencia de actividad volcánica actual, recientemente la nave europea Mars Express ha encontrado trazas de gas metano en una proporción de 10 partes por 1000 millones. Este gas sólo puede tener un origen volcánico o biológico. La actual misión MSL (Mars Science Laboratory) incluye un equipo para determinar su origen.

5.3. Misiones a Marte

Desde el primer lanzamiento fallido en 1960 hasta nuestros días, casi medio centenar de misiones han sido motivadas por la exploración de Marte. Sin embargo apenas la mitad de ellas han sido exitosas o parcialmente exitosas [18] [19].

5.3.1. Los inicios durante la carrera espacial

Hay que remontarse a 1963 cuando la soviética Marsnik 1, consiguió realizar un vuelo cercano alrededor de 193.000 km de Marte, aunque sin conseguir enviar información a la Tierra.

Hubo que esperar hasta 1971 cuando el programa espacial estadounidense tuvo éxito con la Mariner 9 consiguiendo así la primera sonda en órbita alrededor de Marte. No obstante anteriores versiones del programa Mariner ya habían logrado exitosamente vuelos cercanos. La Mariner 9 realizó observaciones en medio de una espectacular tormenta de polvo y fue la primera en atisbar un Marte con canales que parecían redes hídricas, vapor de agua en la atmósfera, y que sugería un pasado de Marte diferente.

La Unión Soviética no cosechó nuevos éxitos hasta ese mismo año, con la Marsnik 2 y Marsnik 3, dos orbiters con un rover cada uno. Ninguno de los dos rovers tuvo éxito, pero al menos el que equipó Marsnik 3 consiguió transmitir unos pocos segundos. Posteriormente los americanos harían las Viking 1 y Viking 2 en 1975. Las Viking supondrían las primeras dos misiones de aterrizaje americanas sobre Marte y el primer estudio biológico del mismo.



Figura 5.7: Programa Viking de NASA

5.3.2. Los 90' y la actualidad

El 4 de julio de 1997 la Mars Pathfinder aterrizó con pleno éxito en Marte y fue el primer rover en pasearse por el planeta. Ese mismo año NASA también anotó otro éxito con el orbiter Mars Global Surveyor.

Entrando en el siglo XXI, La Agencia Espacial Europea (ESA) lanzó la sonda Mars Express en junio de 2003 que actualmente orbita en Marte y fue un éxito rotundo, estando aún operativa. No obstante la misión era más ambiciosa, y el rover equipado no corrió la misma suerte. A este último satélite artificial de Marte se le suman la nave de la NASA Mars Odyssey, y la sonda Mars Reconnaissance Orbiter, que llegó a la órbita de Marte el 10 de marzo de 2006 y tiene como objetivos principales la búsqueda de agua pasada o presente y el estudio del clima. En 2004 una ambiciosa misión científica, llevó a dos robots Spirit y Opportunity que aterrizaron en dos zonas de Marte diametralmente opuestas para analizar las rocas en busca de agua, encontrando indicios de un antiguo mar o lago salado.

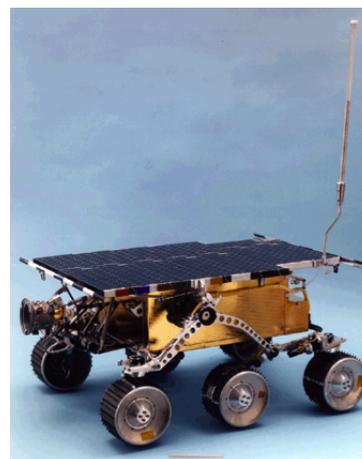


Figura 5.8: Mars Pathfinder: Sojourner rover

En 25 de mayo de 2008, la sonda Phoenix aterrizó cerca del polo norte de Marte; su objetivo primario fue desplegar su brazo robótico y hacer prospecciones a diferentes profundidades para examinar el subsuelo, determinar si hubo o pudo haber vida en Marte, caracterizar el clima de Marte, estudio de la geología de Marte, y efectuar estudios de la historia geológica del agua, factor clave para descifrar el pasado de los cambios climáticos del planeta. Son los datos de presión de Phoenix los que se analizarán en este proyecto con el objeto de localizar los dust devils que tuvieron lugar en la zona cercana al aterrizaje.



Figura 5.9: Mars Science Laboratory: Curiosity

El 26 de noviembre de 2011 fue lanzada la Mars Science Laboratory (abreviada MSL). Se trata de una misión espacial que incluye un rover de exploración marciana tres veces más pesado

y dos veces más grande que los vehículos utilizados anteriormente, y portará los instrumentos científicos más avanzados y un laboratorio capaz de analizar las muestras in situ y mandar los resultado a la Tierra.

5.3.3. El futuro

MetNet: Misión científica atmosférica a Marte, iniciada y definida por el Finnish Meteorological Institute (FMI), y en la que toma parte el consorcio formado por: Finnish Meteorological Institute (FMI), Lavochkin Association (LA), Russian Space Research Institute (IKI) y el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA). La Misión a Marte MetNet se basa en un nuevo tipo de vehículo semi-rígido llamado MetNet Lander (MNL). El objetivo final es desplegar decenas de MNLs en la superficie de Marte. El MNL se convertirá en un módulo científico versátil enfocado a la ciencia atmosférica en Marte.



Figura 5.10: Programa METNET

ExoMars: Es un proyecto desarrollado por la Agencia Espacial Europea (ESA) y apoyado por la Agencia Espacial Federal Rusa para enviar un orbiter a Marte, un lander fijo y dos rovers que efectuarán la búsqueda de posible vida en Marte, tanto pasada como presente. Su objetivo secundario es investigar la variación en composición de la superficie, caracterizar la geoquímica y geofísica en Marte, la distribución de agua y detectar los posibles elementos peligrosos para la subsiguiente misión tripulada.

5.4. Phoenix Mars Lander

Phoenix Mars Lander es una sonda espacial construida por NASA, lanzada el 4 de agosto de 2007 desde la base de Cabo Cañaveral y con destino al Polo Norte de Marte. Su llegada se produjo a las 11:54 pm GMT del 25 de mayo de 2008 y la misión principal debería durar 90 soles, unos 92 días terrestres aproximadamente, pero tras el descubrimiento de agua helada, se decidió prolongar la misión cinco semanas más, para acabar finalmente el 10 de noviembre del 2008. Aún así durante breves períodos de tiempo se realizaban algunos contactos, hasta darse por muerta totalmente en Mayo de 2010.

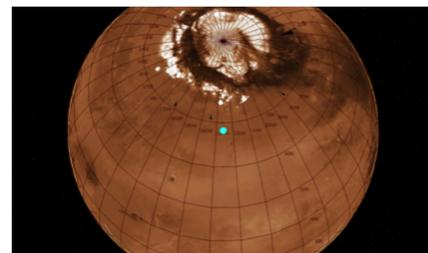


Figura 5.11: Lugar de aterrizaje

Su objetivo primario era llegar a una región cercana al Polo Norte marciano, desplegar su brazo robótico y hacer prospecciones a diferentes profundidades para examinar el subsuelo. Phoenix no es el primer intento de esta naturaleza, pues ya en 1999 la sonda Mars Polar Lander llevaba el mismo destino, cuando se estrelló al realizar la maniobra de aterrizaje. Por otra parte, la misión Mars Surveyor Lander se suspendió antes de partir en 2001. Dos de los instrumentos diseñados para esta última fueron renovados e incorporados a Phoenix. El nombre de Phoenix, se eligió para indicar de forma metafórica el renacimiento de estas dos misiones.



Figura 5.12: Programa Phoenix

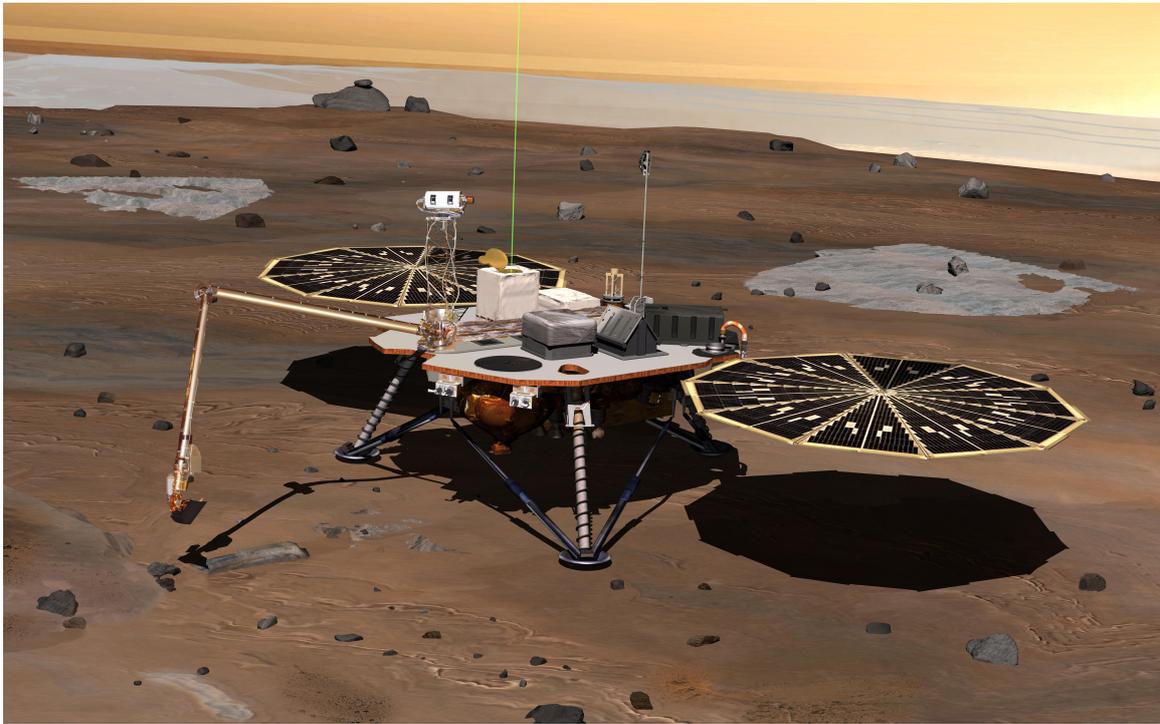


Figura 5.13: Phoenix Mars Lander

5.4.1. Objetivos de la misión

La misión tenía tres objetivos principales:

- Determinar si hubo o pudo haber vida en Marte: En un entorno en el que hay señales de agua en forma de hielo en el subsuelo de Marte, se pretende continuar la búsqueda de vida iniciada por las misiones Viking. Phoenix aterrizará en el Polo Norte de Marte y desplegará su brazo robótico para hacer prospecciones a diferentes profundidades y examinar el subsuelo con los más avanzados instrumentos científicos. Estas muestras podrían ser la clave para comprender si el ártico marciano es una zona habitable donde los microbios pueden crecer y reproducirse en condiciones húmedas.
- Caracterizar el clima de Marte: Phoenix aterrizará después de un largo invierno, cuando el frío suelo se expone por primera vez a la luz del sol. La interacción entre la superficie y la atmósfera marciana que se produce en este momento es fundamental para entender el clima presente y el pasado de Marte. Para recopilar datos acerca de esta interacción y otras condiciones meteorológicas de la superficie, Phoenix proporcionará la primera estación meteorológica en la región polar de Marte. Los datos de esta estación tendrán un impacto significativo en la mejora de los modelos globales del clima de Marte.
- Estudio de la geología de Marte: Como en la Tierra, la historia del agua está escrita debajo de la superficie del agua líquida donde cambia la química y la mineralogía del suelo. Phoenix realizará un conjunto de experimentos químicos para analizar a fondo la química y la mineralogía del suelo. Algunos científicos especulan que el lugar de aterrizaje de Phoenix puede haber sido un océano profundo en el planeta pasado dejando evidencia en los sedimentos.

5.4.2. Instrumentación

El lander Phoenix está dotada de 4 cámaras, un brazo robótico, dos microscopios, una estación meteorológica, dos minilaboratorios y un horno que permitirán la observación del entorno y el análisis detallado de las muestras de suelo y del hielo marciano a diversas profundidades. Todos los instrumentos se encuentran situados en la plataforma superior de la nave para que el brazo robótico tenga acceso a ellos de forma directa

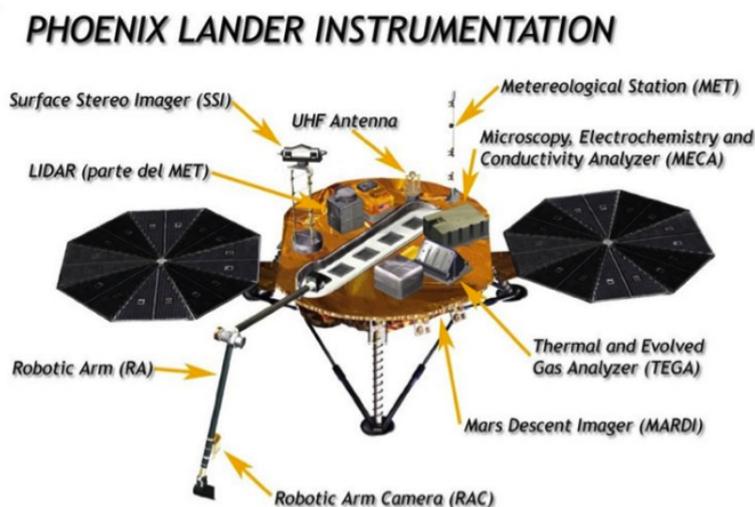


Figura 5.14: Instrumentación de Phoenix

Robotic Arm (RA), Brazo Robótico

Construido por el Jet Propulsion Laboratory, es un elemento clave para las operaciones de la misión y está diseñado para excavar zanjas, coger muestras del suelo y del hielo de agua, así como llevar estas muestras a los analizadores TEGA y MECA para su análisis químico.



Figura 5.15: Brazo robótico

Thermal and Evolved Gas Analyzer (TEGA), Analizador Termal y de Gases

El instrumento TEGA (Thermal and Evolved-Gas Analyzer) estudiará las sustancias que serán convertidas a gases por el calentamiento de las muestras llevadas al instrumento por el brazo robótico. Uno de sus instrumentos llamado Calorímetro de Escaneo Diferencial comprobará cuanta energía es requerida para incrementar la temperatura de las muestras a un ritmo constante. Esto revelará las temperaturas que marcan los puntos de transición de sólido a líquido y a gas para los ingredientes de la muestra.

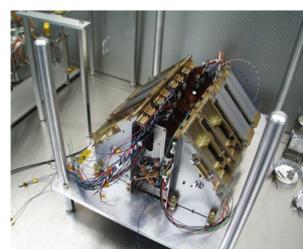


Figura 5.16: TEGA EQM

Estos gases expulsados o “evolucionados” por el calentamiento irán directos a un Espectrómetro de Masas, una herramienta que puede identificar los componentes químicos y medir su composición, determinando si la muestra posee compuestos orgánicos y nos dirá su tipo y abundancia. El espectrómetro de masas analizará también muestras de la

atmósfera en el lugar de aterrizaje, además de los gases evolucionados de las muestras. Las mediciones atmosféricas añadirán información sobre la humedad a los datos meteorológicos obtenidos por la Estación Meteorológica de Phoenix.

Microscopy, Electrochemistry, and Conductivity Analyzer (MECA) Analizador de Conductividad, Electroquímica y Microscopía

Usa 4 herramientas para examinar el suelo, tres de las cuales examinan muestras del suelo depositadas por el brazo robótico y la cuarta se encuentra al final del brazo:

Laboratorio de química húmeda. Consta de cuatro pequeños recipientes donde las muestras de la superficie del suelo marciano y de tres capas inferiores serán analizadas y comparadas entre sí. En las superficies interiores de cada recipiente se encuentran 26 sensores, la mayoría electrodos que se encuentran detrás de membranas. Algunos sensores sirven para obtener información por primera vez sobre el pH, otros sensores tienen la misión de determinar las concentraciones de iones para averiguar el nivel del potencial oxidante de la muestra. Las comparaciones de las concentraciones de iones solubles en el agua en las muestras a diferentes profundidades proporcionan pistas sobre la historia del agua en el suelo.



Figura 5.17: MECA

La parte doble de microscopía de MECA analiza las partículas del suelo y posiblemente partículas de hielo con un microscopio óptico y otro microscopio de fuerza atómica. El brazo robótico llevará las muestras del suelo a una rueda que irá rotando para presentar las muestras a los microscopios. Esto permitirá al experimento conseguir información sobre la interacción de las partículas con las diferentes superficies, así como los tamaños, formas y colores de estas partículas. El microscopio de fuerza atómica creará una imagen de la forma de la superficie de una partícula al sentirla con una afilada punta al final de un muelle, el cual tiene un medidor de tensión que indica cuanto se estira el muelle para seguir el contorno de la superficie.

La cuarta herramienta llamada Sensor de Conductividad Eléctrica y Termal, se encuentra cerca del final del brazo y consiste en una fila de cuatro pequeños pinchos que el brazo introducirá en el suelo a distintas profundidades para examinar la conductividad eléctrica y otras propiedades del terreno.

Meteorological Station (MET), Estación Meteorológica

La Estación Meteorológica [20] seguirá el clima diario y los cambios estacionales usando sensores de temperatura y presión, además de un instrumento de reflexión por láser. La información recogida por esta primera estación meteorológica a altas latitudes ayudará a comprender como el agua pasa por ciclos estacionales entre el hielo en el suelo y el vapor en la atmósfera. La herramienta láser LIDAR (light detection and ranging) [21], usa unos potentes pulsos de láser similares a los pulsos de radio emitidos por un instrumento radar. El haz del láser es emitido en vertical hacia la atmósfera. El polvo de la atmósfera y las partículas de hielo en el camino del haz reflejarán la luz, enviándola en todas direcciones, incluyendo hacia abajo. Un telescopio integrado en el instrumento detectará la luz reflejada hacia abajo. El análisis de la fuerza y del retraso de las reflexiones nos revelará información sobre los tamaños y las alturas de las partículas. Siguiendo los cambios en las abundancias de estas partículas atmosféricas y sus

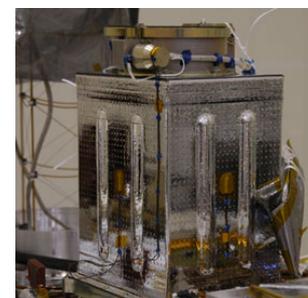


Figura 5.18: LIDAR FM

localizaciones en el tiempo ayudará a estudiar como las nubes y los chorros de polvo se forman y se mueven.

La estación incluye un mástil de 1,2 metros que llevan sensores a tres alturas para controlar como la temperatura varía con la altura sobre la superficie. Los sensores de temperatura son delgados termopares, que medirán la temperatura por su efecto en el flujo de una corriente eléctrica a través de un circuito cerrado de dos metales con diferentes propiedades termales. Los termopares usan metales cromados (aleación de níquel y cromo) y constatan (aleación de cobre y níquel).

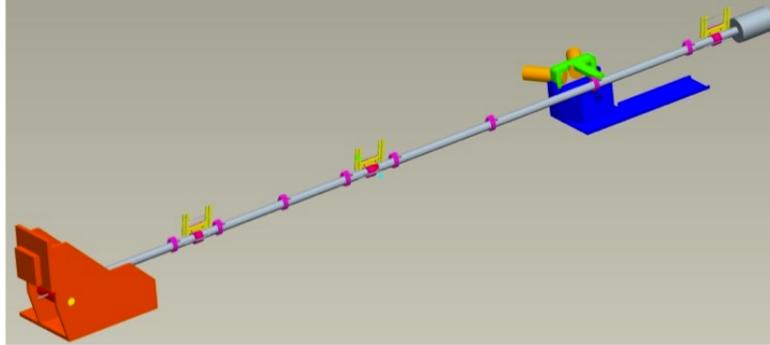


Figura 5.19: Mástil de MET

Además colgando de lo alto del mástil se encuentra un indicador de viento, formado por un pequeño tubo que será movido por el viento. La cámara estéreo tomará imágenes del indicador que serán usadas para conocer la dirección y velocidad del viento. Esta cima del mástil meteorológico, a 1,14 metros de la cubierta de la nave, será el punto más alto del lander. La estación está proporcionada por la Agencia Espacial Canadiense y el Instituto Meteorológico Finlandés proporcionó el instrumento para medir la presión atmosférica. La Universidad de Aarhus de Dinamarca construyó el indicador de viento.

6

Análisis de señales y Resultados

En este capítulo se realizará el análisis de algunas señales de presión medidas en la estación MET (5.4.2) de la nave Phoenix. El objetivo es localizar y extraer los dust devils definidos en 5.2.2 de entre las largas señales obtenidas en distintos soles marcianos. Primero se realizará el análisis tomográfico similar al que se vió en el capítulo 3 tratando de separar la componente frecuencial del dust devil del resto de la señal. Después de comprobar la validez del método pasaremos a utilizar la variación propuesta que llamamos tomografía adaptada 4 con el objetivo de usar señales tipo dust devil para generar el espacio transformado y localizar estos eventos.

6.1. Análisis del SOL 136

Definimos los soles o días marcianos en el apartado 5.1. Se presenta a continuación en la figura 6.1 los datos de presión en función del tiempo a lo largo del SOL 136. Elegimos este SOL como podríamos elegir cualquier otro, pero en el análisis realizado en [1] parece que se encontraron varios dust devils y resulta por tanto un SOL interesante.

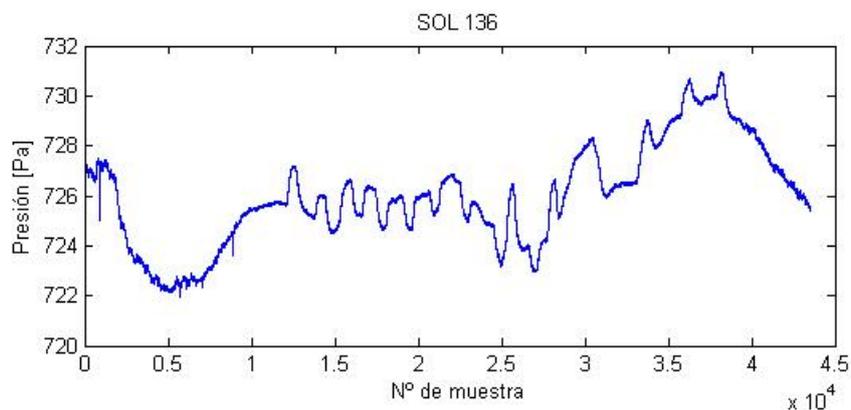


Figura 6.1: Presión a lo largo del SOL 136

Como indica la figura, estamos representando la presión frente al número de muestras y no el tiempo, porque realmente las muestras son tomadas por la estación MET cada 2 segundos y

resulta más sencillo trabajar con el número de muestra para identificar eventos.

Además el origen de tiempo varía entre soles siendo el comienzo del sol 136 a las 11:39:25 LMST (Local Mean Solar Time). Los datos provienen directamente de NASA, y pueden localizarse en: http://pds-atmospheres.nmsu.edu/data_and_services/atmospheres_data/catalog.htm#Mars, en el subapartado dedicado a (Phoenix Mars Meteorological Pressure / Temperature)

Los datos se encuentran agrupados por soles, y cada sol cuenta con más de 50.000 muestras. Los datos por tanto del SOL 136 previos a las 11:39:25 serán las últimas muestras del paquete de datos de NASA llamado SOL 135. Para evitar mayores problemas y realizar el test del método de tomografía no vamos a ser excesivamente rigurosos con esto, y denominaremos SOL 136 al paquete de datos de NASA denominado SOL 136. Los dust devils además tienen lugar al principio del SOL o al final de este, que como se ha comentado realmente es el inicio del SOL siguiente. Con todo esto lo que vamos a analizar por lo tanto serán las primeras 10.000 muestras, suficientes para validar el método de detección. A simple vista en este margen podemos localizar algunos dust devils en:

Nº de muestra	LMST
896	1209:17
5714	1449:53
8853	1634:31

Cuadro 6.1: Dust devils del SOL 136

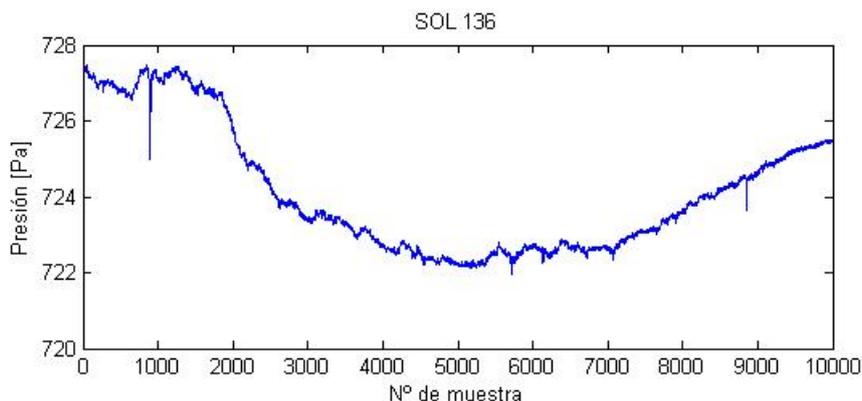


Figura 6.2: Presión a lo largo de las 10000 primeras muestras del SOL 136

A continuación empezaremos con el análisis de señal. Primero probaremos el método que conocemos como Tomografía No Conmutativa (NCT) del capítulo 3.

6.1.1. Análisis mediante Tomografía No Conmutativa (NCT)

Lo primero para realizar el análisis, será escoger un trozo pequeño de señal. Empezaremos por las primeras 1000 muestras de presión del SOL 136 figura 6.3. Después realizamos la tomografía NCT como en el ejemplo del apartado 3.4.1 al segmento propuesto. El código Matlab para el análisis lo podemos encontrar en el primer anexo. Aquí haremos las referencias a las funciones y se explicarán brevemente las funciones clave para el análisis paso a paso.

El segundo paso tras seleccionar el segmento de análisis, es realizar como en el capítulo 3 la selección del subconjunto x_n de la forma definida en (3.3).

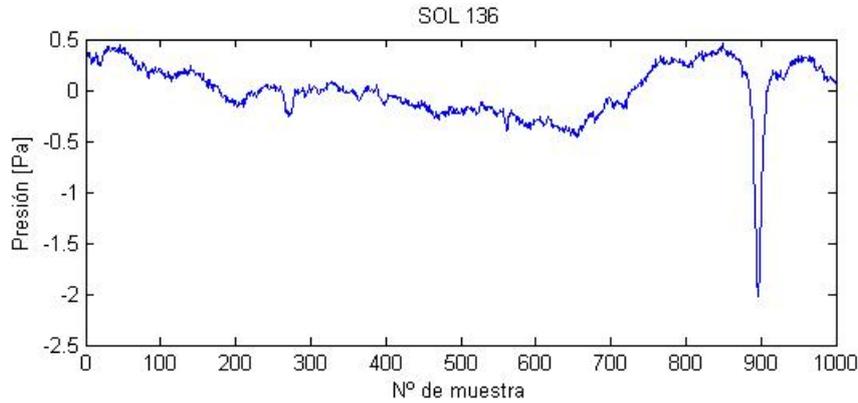


Figura 6.3: Presión a lo largo de las 1000 primeras muestras del SOL 136

Después es en la función “coefs” donde se realizará el cálculo de los distintos términos de la función Ψ (3.15), y se realiza el cálculo de los coeficientes c que servirán tanto para la representación de la tomografía como para la reconstrucción de la señal.

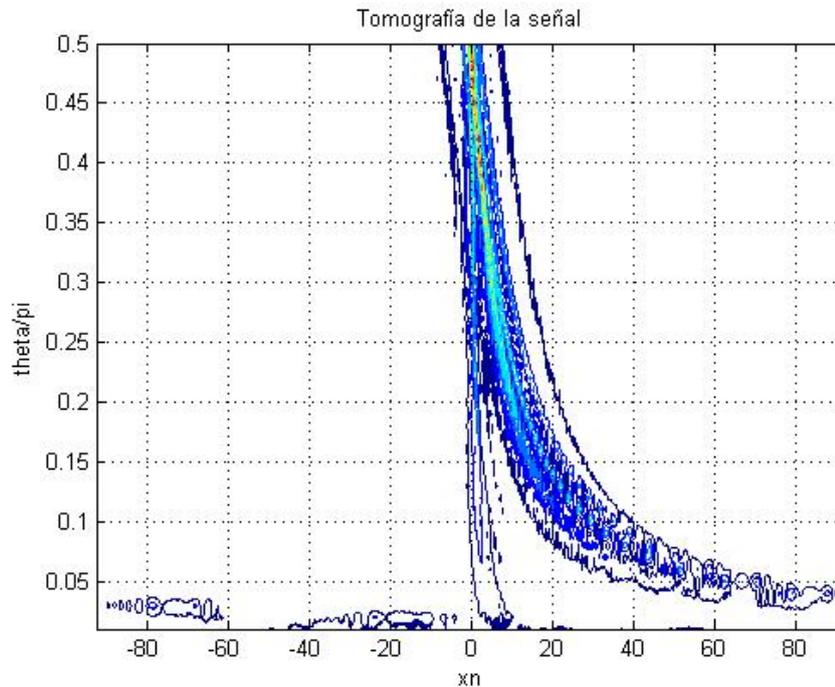


Figura 6.4: Tomografía de las primeras 1000 muestras de presión del SOL 136

Viendo la tomografía completa mediante contour, figura 6.4, y siguiendo el procedimiento habitual, cortaremos para un ángulo θ pequeño que nos permita realizar la separación de componentes. Parece razonable escoger $\pi/10$ para ello, figura 6.5, para poder distinguir las dos componentes en la señal. Lo que no podemos saber es si la señal tiene o no dust devil. Es decir, si continuamos realizando la separación de componentes, conseguiremos una señal filtrada como sabemos, y además tendremos las dos componentes que forman la señal. Si una de estas componentes resultara ser un dust devil y en el resto de señales con dust devil pudiéramos identificar y separar la componente del dust devil el método sería un éxito.

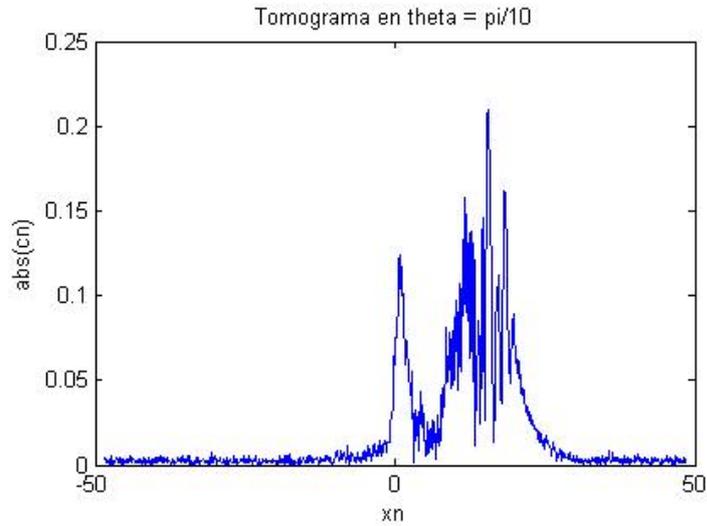


Figura 6.5: Tomograma cortado en $\theta = \pi/10$

Para reconstruir la señal utilizamos la función “recons”, que implementa la operación inversa a la función “coefs”, multiplicando los coeficientes seleccionados por Ψ . Esta operación como en el ejemplo del apartado 3.4.1 necesita los límites superiores e inferiores de las componentes que se van a extraer, en este caso:

$$y_{r1} = \sum_{x_n=-2}^4 c_{x_n}^\theta(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (6.1)$$

$$y_{r1} = \sum_{x_n=6}^{24} c_{x_n}^\theta(y) \Psi_{x_n}^{\theta,T}(t) \quad (6.2)$$

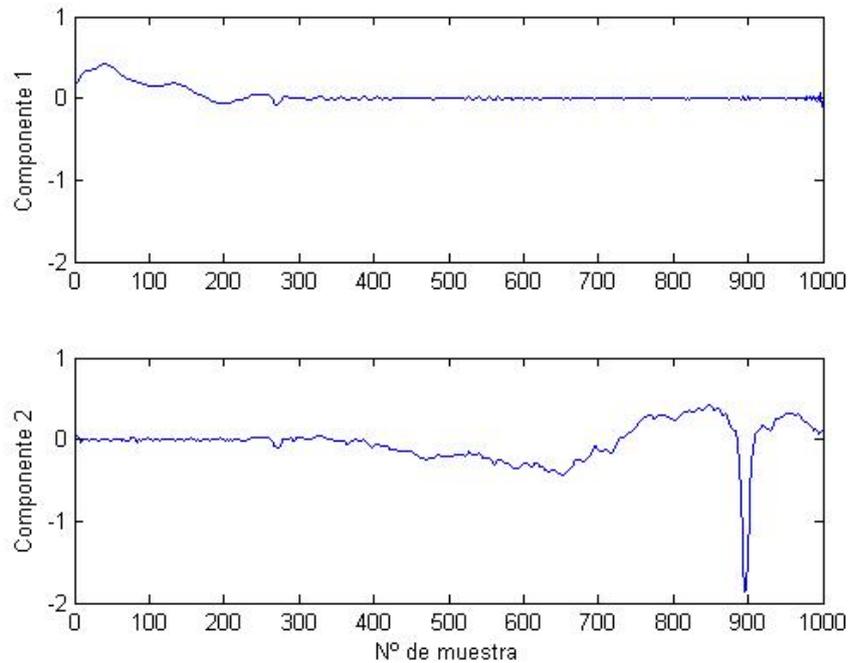


Figura 6.6: Componentes de la señal analizada

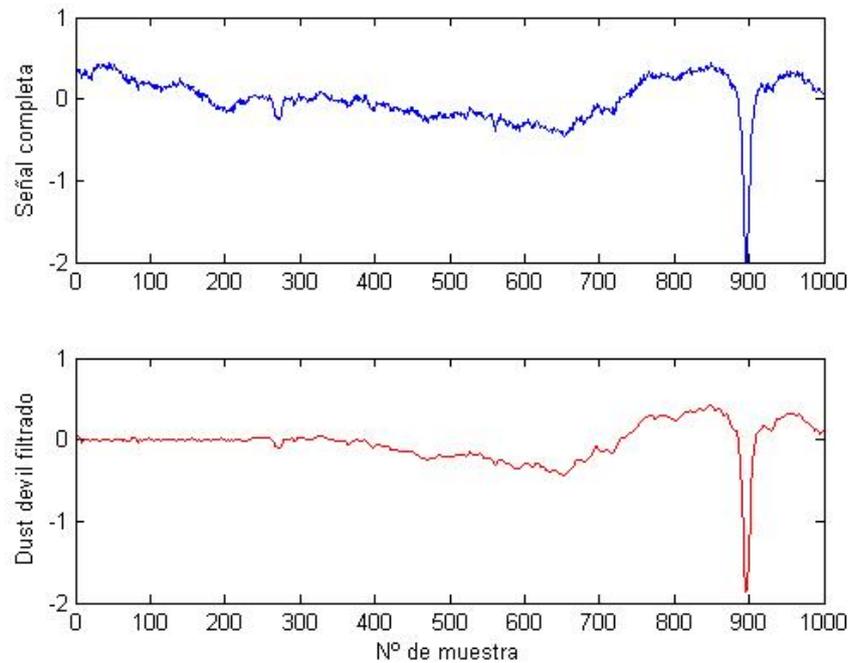


Figura 6.7: Dust devil filtrado mediante NCT

Podemos observar en la reconstrucción, figura 6.7, que hemos localizado el dust devil y lo hemos extraído de la señal, además de filtrar el resto de ruido. Es hora por tanto de continuar con otro segmento y ver que ocurre si no localizamos dust devil.

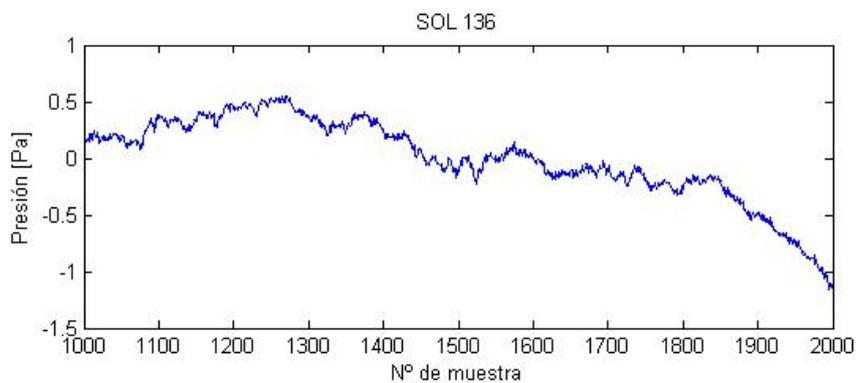


Figura 6.8: Presión a lo largo de las siguientes 1000 muestras del SOL 136

Esta señal no contiene ningún evento. Realizando la NCT y viendo el contour figure 6.9 vemos que es similar a la anterior tomografía, es decir, en la separación de componentes no podemos extraer una clara componente que se corresponda al dust devil. Esto es porque el método funciona para separar componentes de distinta frecuencia, y el dust devil no tiene una frecuencia definida y destacable frente al resto de la señal. Por eso este método no es útil para la localización de estos eventos.

Sin embargo como se vio en el anterior tramo, si existe un dust devil y sabemos dónde se encuentra, al menos la capacidad de filtrado de la NCT puede ser de utilidad.

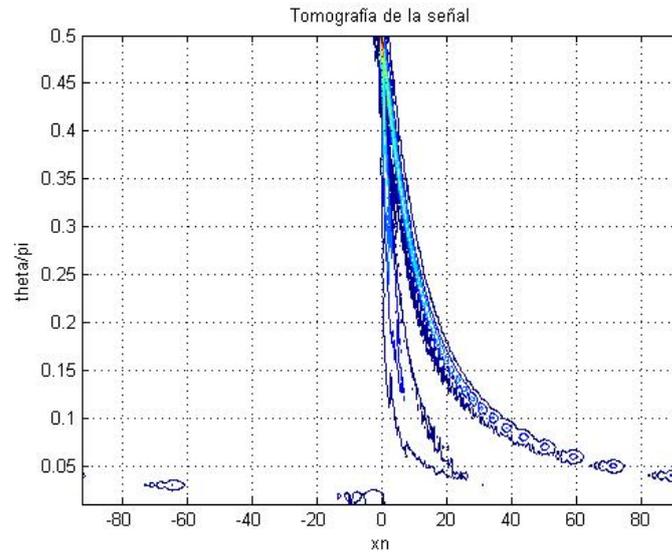


Figura 6.9: Tomografía de las siguientes 1000 muestras de presión del SOL 136

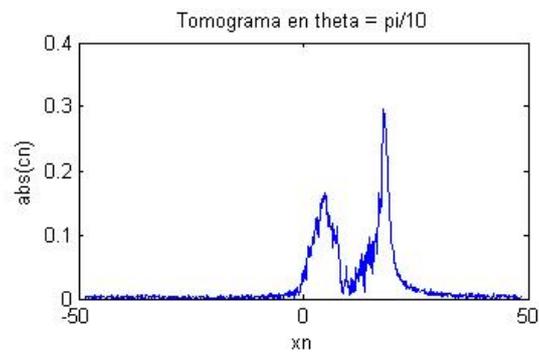


Figura 6.10: Tomograma cortado en $\theta = \pi/10$

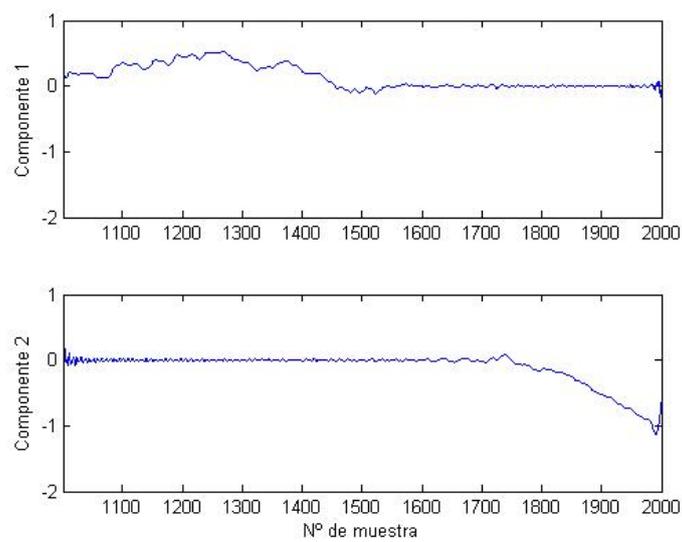


Figura 6.11: Componentes de la siguiente señal analizada

6.1.2. Análisis mediante Tomografía Adaptada

Tras el análisis anterior y su descarte como método eficiente para la localización de eventos del tipo dust devil, vamos a cambiar la idea de usar tiempo-frecuencia por tiempo-datos. Un dust devil no está bien definido por su frecuencia, pero la forma del evento es muy característica. Por ello y volviendo a lo visto en el capítulo 4, vamos a utilizar la tomografía adaptada a los datos siendo estos datos señales desplazadas de distintos anchos con la forma de un dust devil. La implementación del código está definida en dos partes, la generación del espacio vectorial y los operadores, y la de análisis de señal.

En el script “generador” realizamos todas las operaciones para preparar el análisis. Esto incluye la generación de las señales tipo en la función “gentria”, el cálculo del operador O como se definió en la ecuación (4.3) y la generación del espacio $B(\theta)$, ecuación (4.4) en “genSpace” con $\mu = \cos \theta$ y $\nu = \sin \theta$. Tanto el operador O como el espacio B , se guardan en un fichero .mat llamado “espacio.mat” y se pasa al script de análisis.

Algunas de las señales tipo que se generan en “gentria” se presentan en la figura 6.12. Al igual que en el capítulo 4, las señales de la figura tienen modificado su valor medio con un propósito meramente visual.

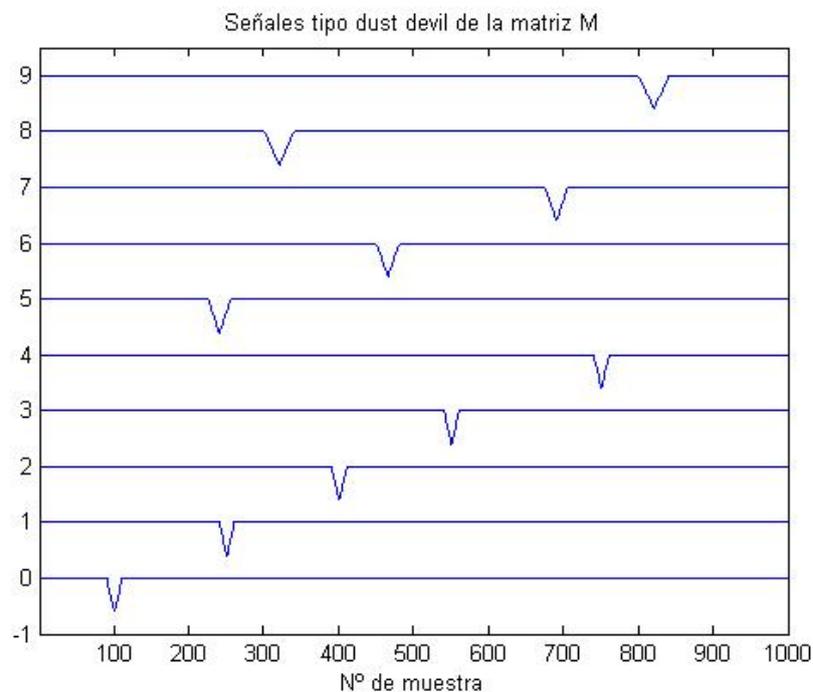


Figura 6.12: Señales tipo “dust devil” de la matriz M

Después para analizar la señal procedemos a cortar la señal en segmentos solapados como indica la figura 6.13. Siempre pasamos 1000 puntos a analizar y filtramos 400. Esto lo hacemos porque suele ocurrir que la energía se acumule en los primeros y últimos valores debido a las discontinuidades. Estos puntos no son relevantes y pueden distorsionar los coeficientes importantes. Al solapar los segmentos, nunca hay un trozo de señal no analizado.

Con la señal troceada pasamos a la función “recons” que incluye las funciones “coefs” y “corte”. En “coefs” utilizamos los autovectores del operador B para calcular los coeficientes multiplicando por la señal de test. Además los coeficientes son truncados para quitar algunos valores pequeños, con un valor de tolerancia $tol = 7$. En este punto al filtrar estos valores, θ ya no es

importante. Podemos utilizar cualquiera ya que todos muestran la misma energía para todos los ángulos. Así hemos elegido cortar por $\theta = 2\pi/5$.

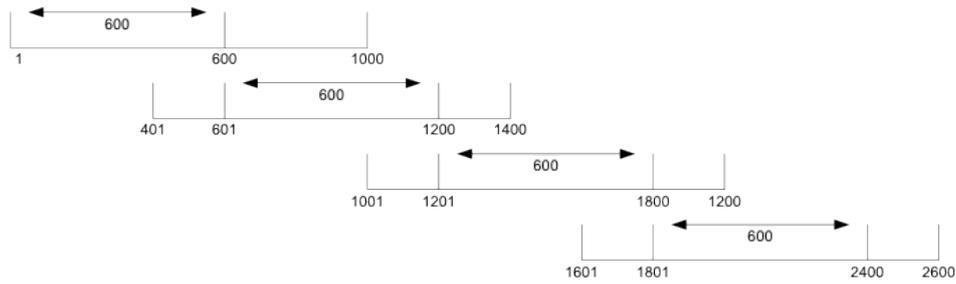
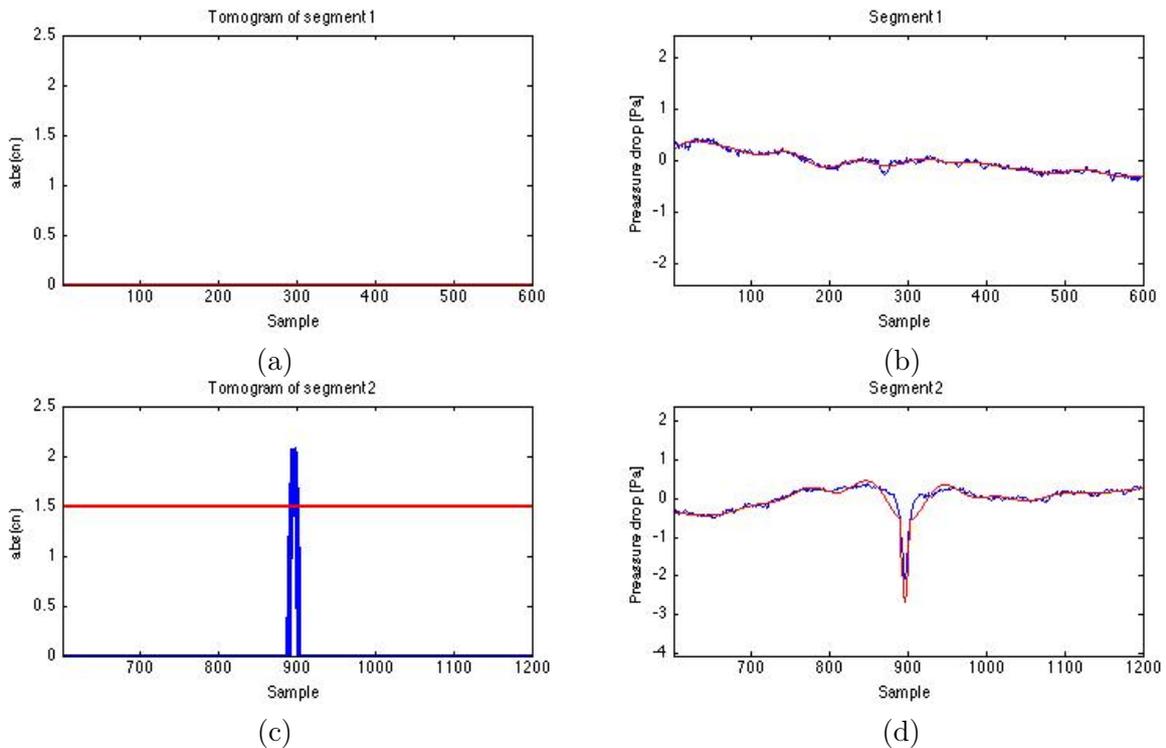
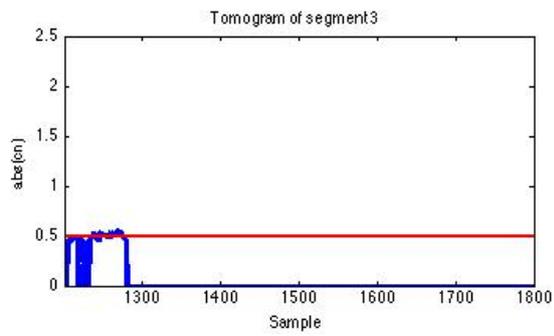


Figura 6.13: Segmentación de las señales

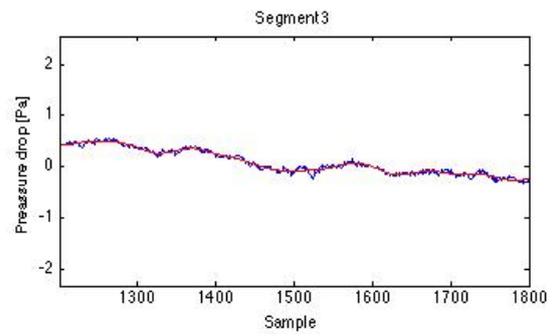
Con los coeficientes calculados, “recons” muestra el tomograma y calcula la energía media de los valores no nulos del tomograma. Esta energía es representada como una línea roja en el tomograma y nos sirve para hacernos una idea visual de cómo está distribuida la energía respecto a la media. Para terminar, la última función clave es “corte”. Esta función recibe entre otros parámetros los límites superior e inferior del segmento del tomograma identificado como dust devil para cortarlo y reconstruirlo multiplicando los coeficientes por la proyección. Sólo queda como añadido comentar que se realiza un filtrado paso bajo a la señal para añadir la componente del dust devil reconstruido y tener una imagen de la señal filtrada y con tan solo el dust devil.

El análisis de SOL 136 se muestra a continuación. Las figuras de la izquierda son los tomogramas para cada segmento. En las figuras de la derecha en azul tenemos el segmento original y en rojo la versión filtrada con dust devil reconstruido en el caso que exista. La energía se acumula en los puntos que hay un dust devil. Si la señal no contiene evento vemos una distribución más o menos uniforme de la energía.

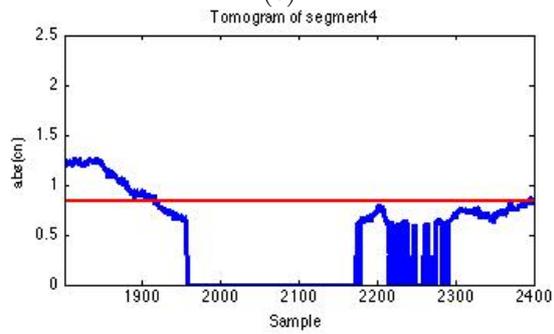




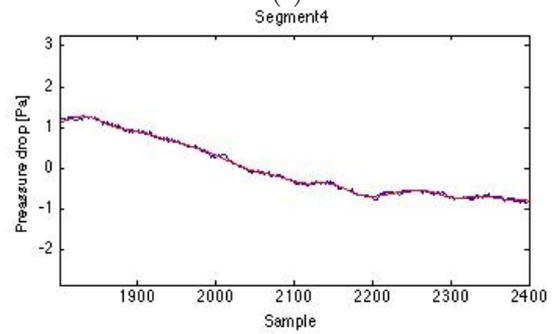
(e)



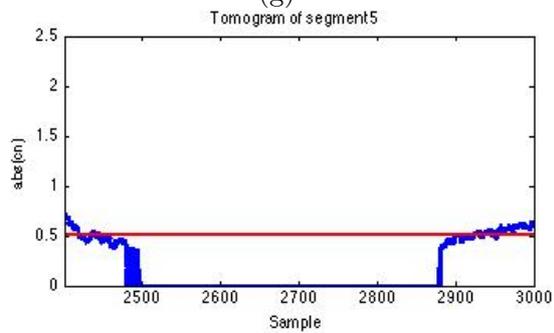
(f)



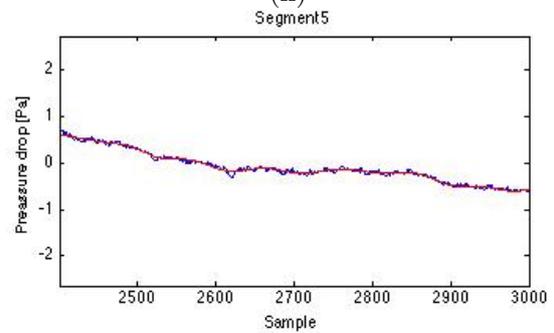
(g)



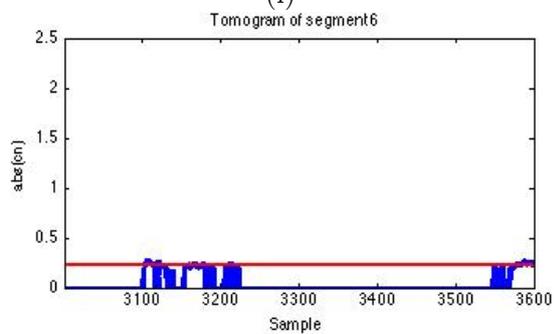
(h)



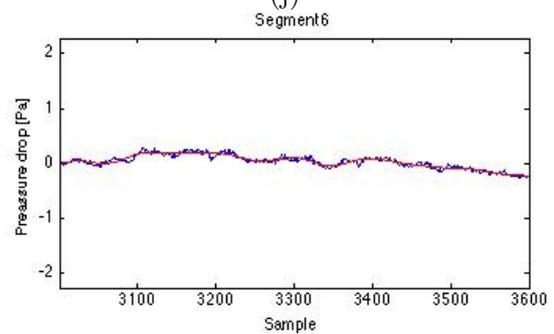
(i)



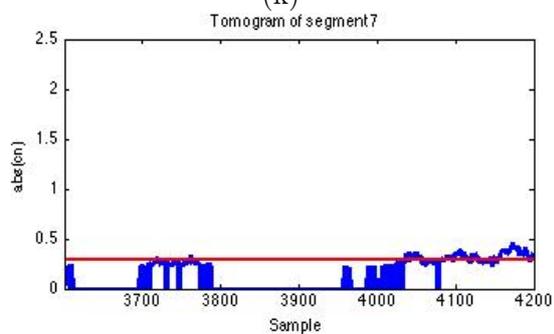
(j)



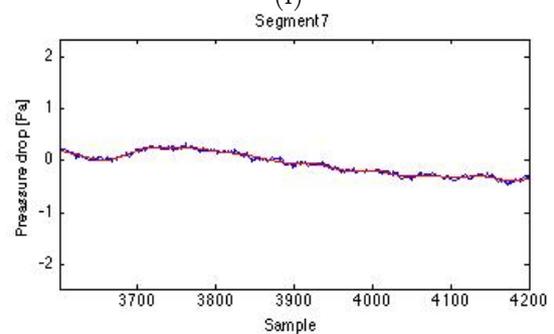
(k)



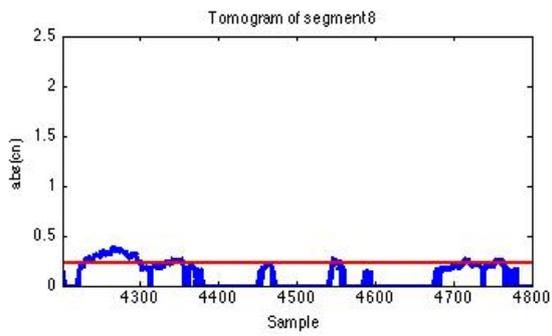
(l)



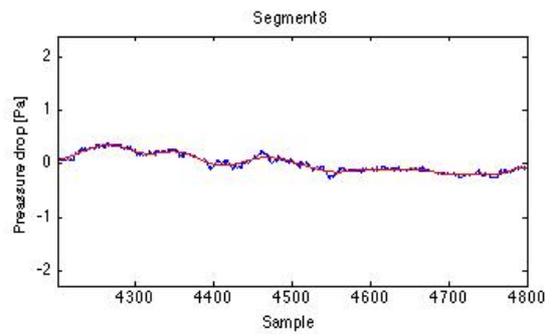
(m)



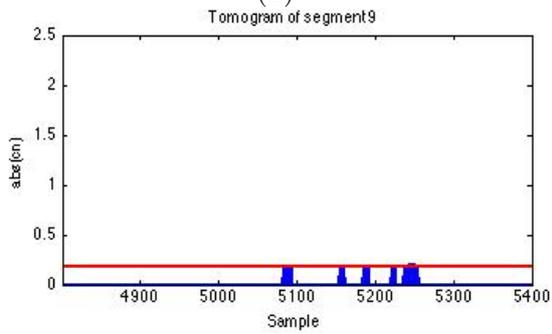
(n)



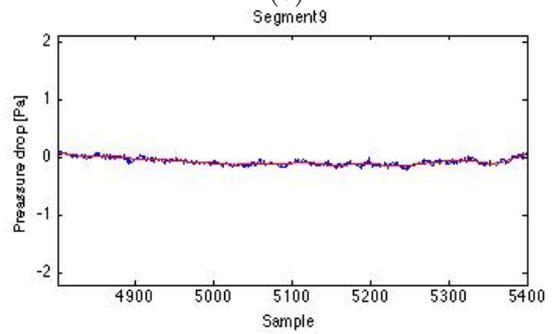
(ñ)



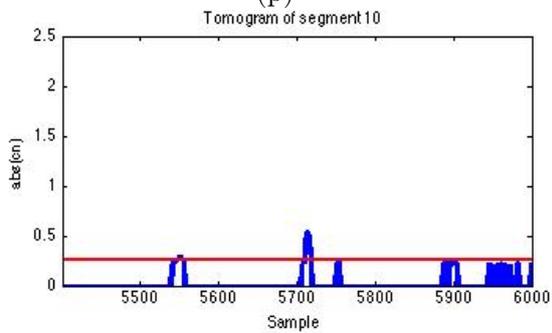
(o)



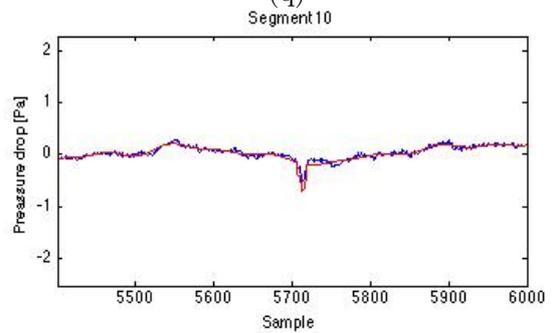
(p)



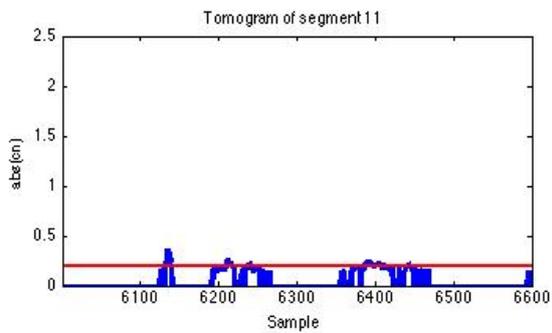
(q)



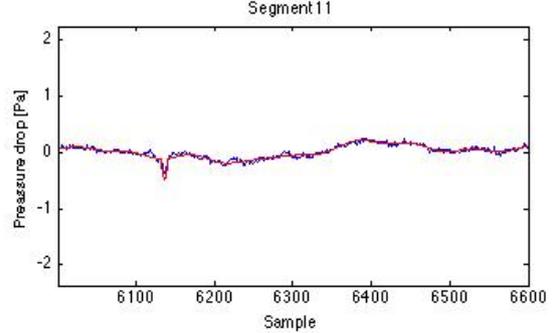
(r)



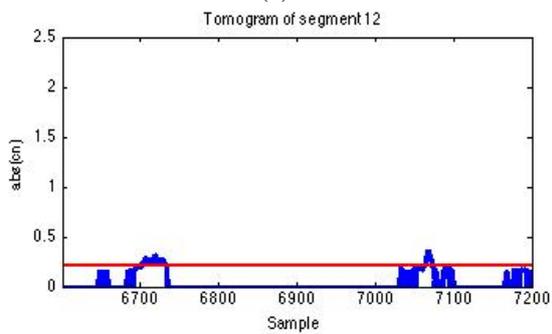
(s)



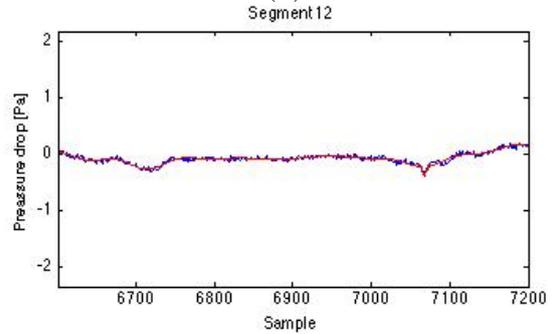
(t)



(u)



(v)



(x)

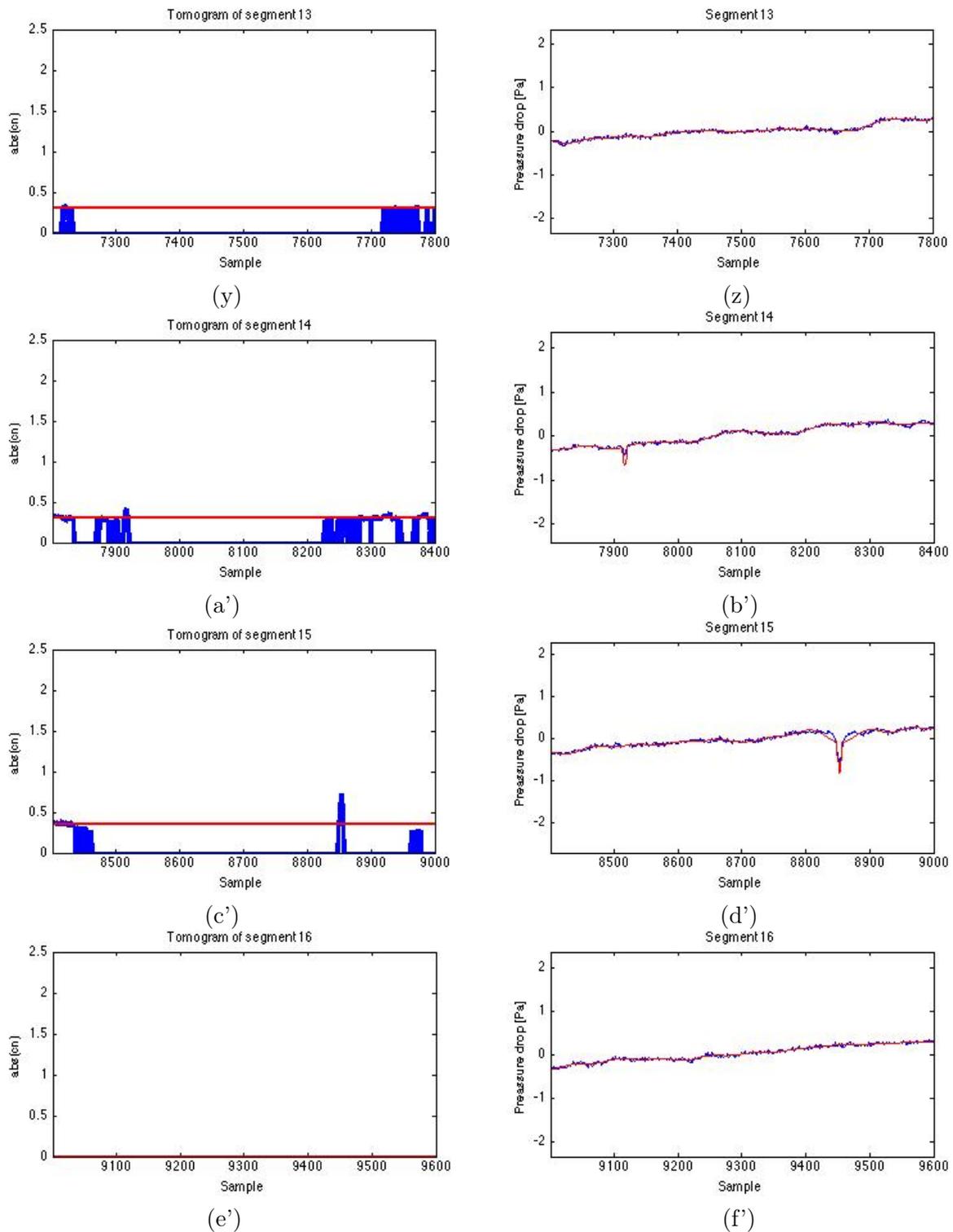


Figura 6.14: Análisis del SOL 136 mediante Tomografía Adaptada

Cuando la distribución no da la impresión de ser uniforme es porque muchos coeficientes son filtrados en la función “coefs” para ver de forma más clara los eventos. Como consecuencia de este filtrado, la reconstrucción de los dusts devils no es todo lo buena que podría llegar a ser. Cuantos más coeficientes, mejor es la reconstrucción. Sin embargo, el objetivo principal es la localización de los eventos, así que es mejor dar prioridad al filtrado y menor importancia a la reconstrucción.

Con las gráficas obtenidas, figura 6.14, resulta relativamente sencillo localizar los dust devils de (c), (r) y (c'), que se corresponden con los dust devil localizados en la tabla 6.1, y nombrados en [1]. Sin embargo se identifican tres nuevos eventos menores en (t), (v) y (a') que podrían ser también dust devils. Todos los eventos tienen dos elementos comunes: tomogramas de pocos coeficientes, y un máximo que supera en más de 0.1 la energía media de los coeficientes no nulos, (línea roja).

En el primer segmento (b) parece existir un dust devil pequeño o un vórtice, pero la energía del tomograma (a) no manifiesta nada. Esto es consecuencia del gran dust devil del segmento siguiente, que le "roba" la energía. Como se vio en la figura 6.13 analizamos siempre 1000 muestras y luego las filtramos, para evitar el efecto de acumulación de energía en los bordes. Esto hace que al truncar los coeficientes, borremos esa energía. Sin embargo, si no truncamos los coeficientes, figura 6.15, vemos que la energía está ahí, y puede asilarse el evento.

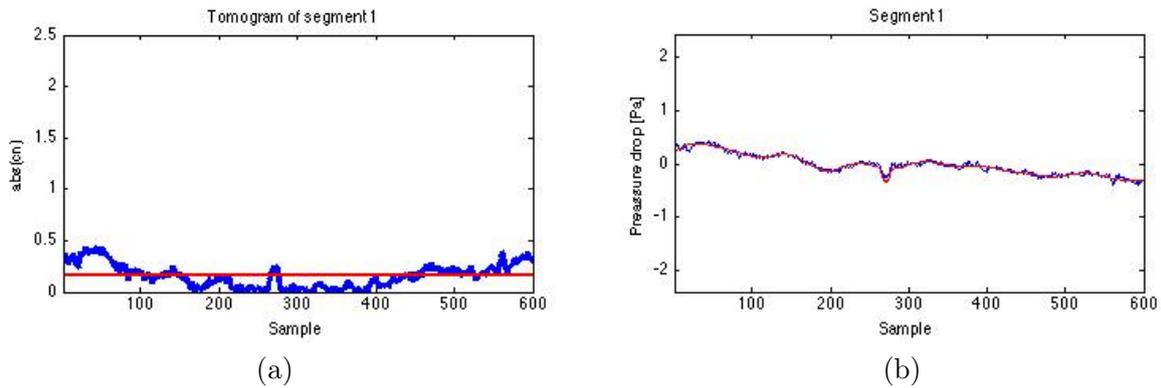


Figura 6.15: Segmento 1 del SOL 136 sin truncar coeficientes

Estos nuevos "eventos menores" localizados no podemos garantizar si son dust devils, vórtices, u otras eventos atmosféricos, por ello no es un asunto de gravedad su precisa localización. La conclusión importante que podemos sacar del SOL 136 es la inequívoca localización de al menos 5 eventos en los tomogramas (c) (r) (t) (a') y (c') de la figura 6.14. Descartado el evento de (v) por su prácticamente insignificante caída de presión y el del segmento (a) por ser de una duración mayor de lo normal a parte de ser también una caída prácticamente despreciable.

La localización de todos los eventos detectados en el SOL 136 se detalla en la tabla 6.2.

Nº de muestra	LMST	Figura
896	1209:17	(c)
5714	1449:53	(r)
6137	1503:59	(t)
7917	1603:19	(a')
8853	1634:31	(c')

Cuadro 6.2: Dust devils localizados en el SOL 136

6.2. Análisis del SOL 122

Vamos a analizar igual que en el SOL 136, las primeras muestras de presión del SOL 122 y localizar los eventos que se manifiesten. En el SOL 122, Phoenix empezó a tomar muestras a las 10:51:20 LMST(Local Mean Solar Time). En la tabla 6.3 vemos las 4 caídas de presión detectadas en [1]:

Nº de muestra	LMST
1062	1126:44
3813	1258:26
4210	1306:00
8511	1535:02

Cuadro 6.3: Dust devils del SOL 122

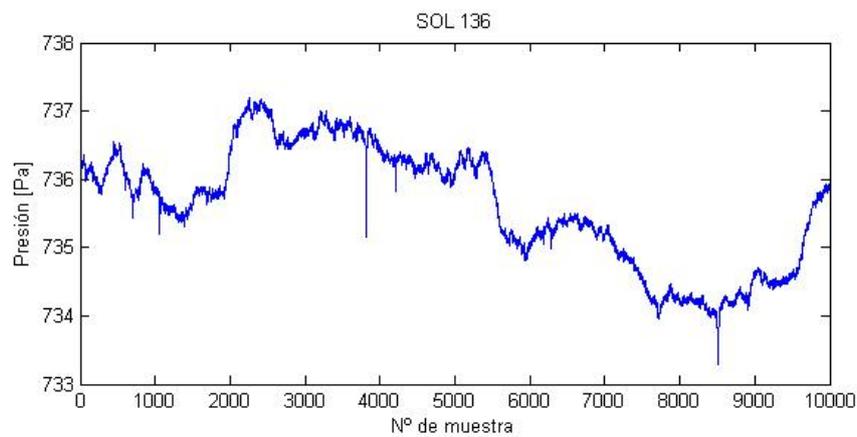
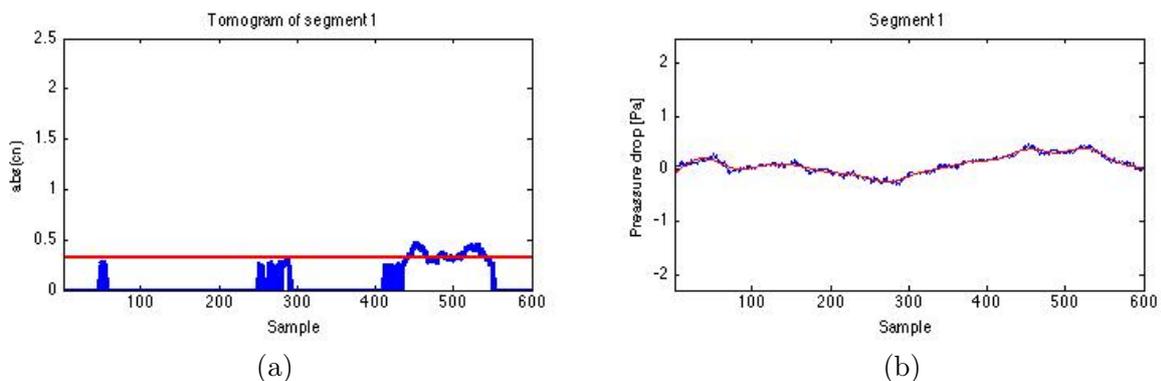
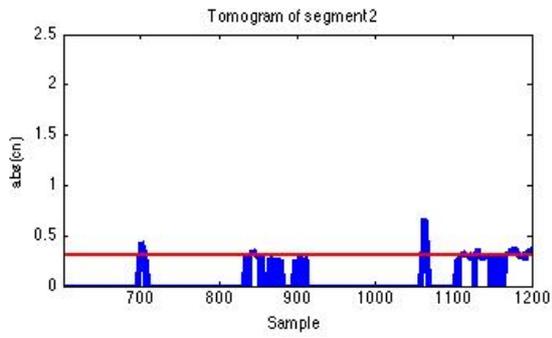


Figura 6.16: Primeras 1000 muestras de presión del SOL 122

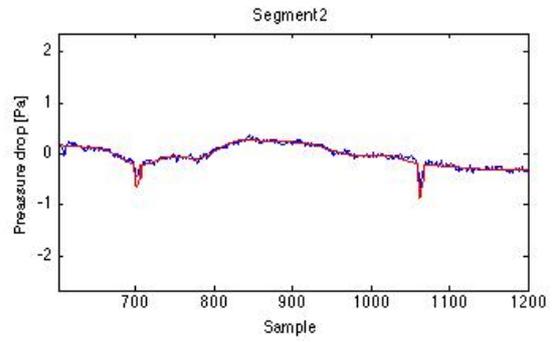
Tras haber comprobado que la NCT no localiza bien los dust devil, vamos a realizar el análisis directamente con tomografía adaptada. Las gráficas siguen el mismo sistema que en el SOL 136, a la izquierda tomogramas con la energía media, y a la derecha la señal en el tiempo con la reconstrucción filtrando el dust devil.

En este sol se encuentra algo especial, en un mismo segmento, figura 6.17(c) vemos 2 dust devils. El programa es modificado en estos casos excepcionales para poder cortar la señal dos veces, llamando a la función “recons” dos veces. Sin embargo esto no es habitual, ya que implica dos dust devils en un intervalo menor de 20 minutos.

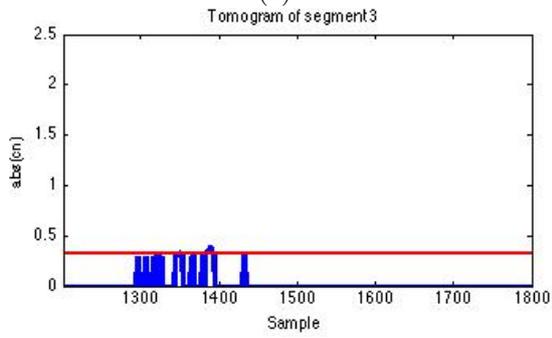




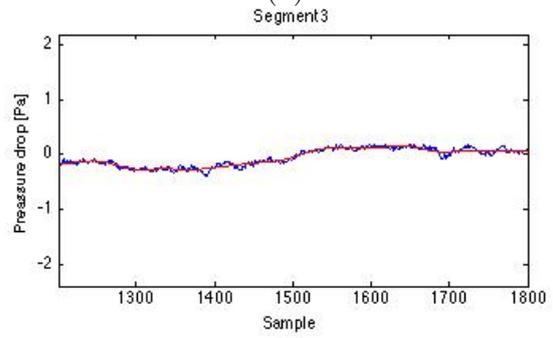
(c)



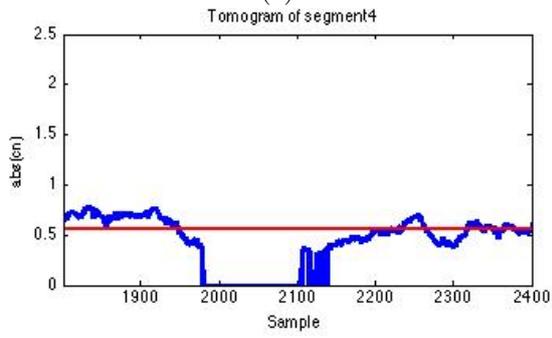
(d)



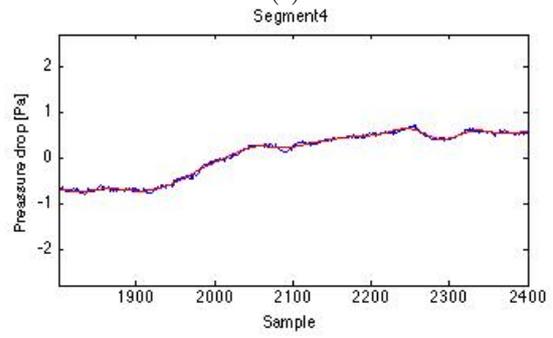
(e)



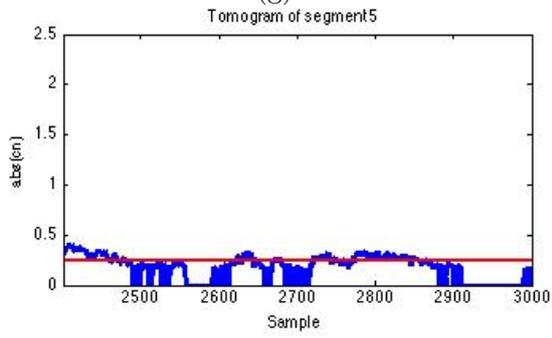
(f)



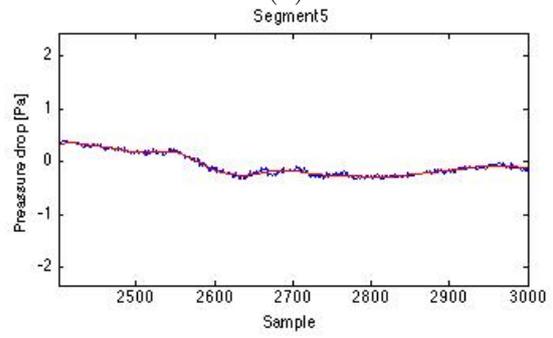
(g)



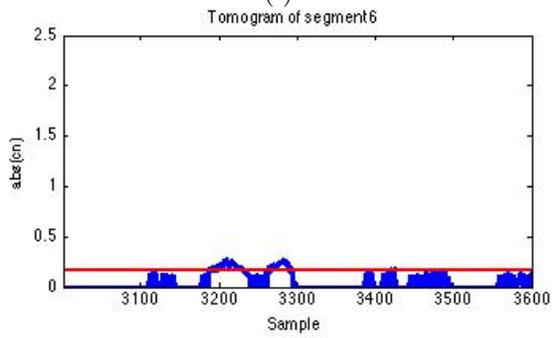
(h)



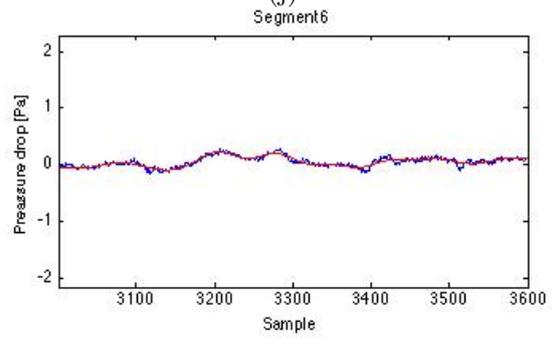
(i)



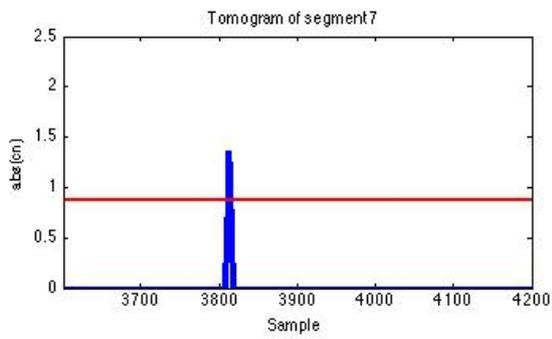
(j)



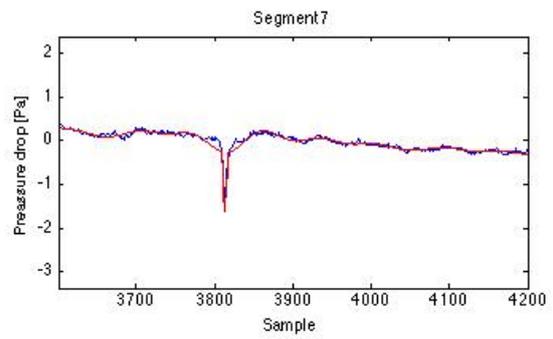
(k)



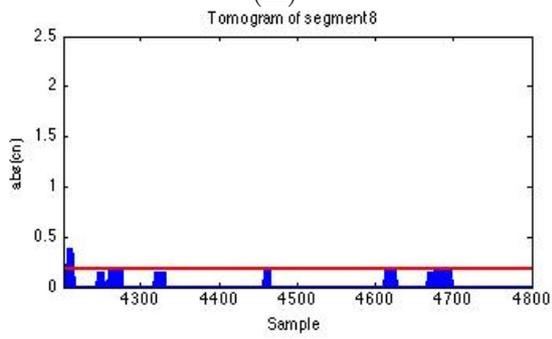
(l)



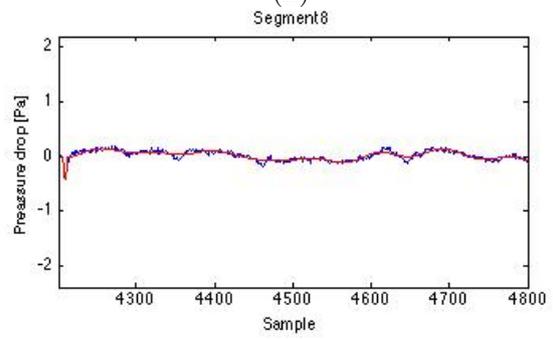
(m)



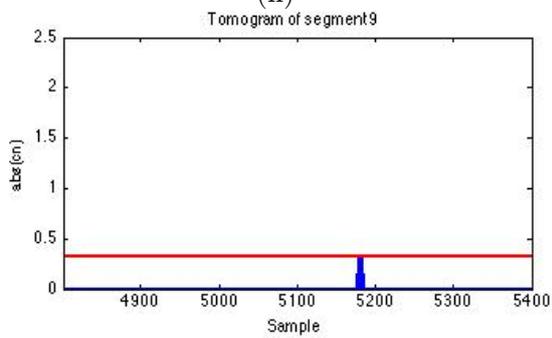
(n)



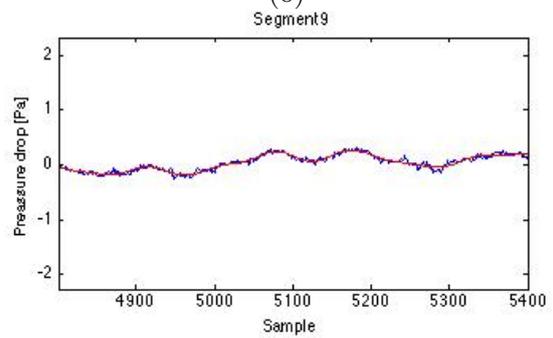
(ñ)



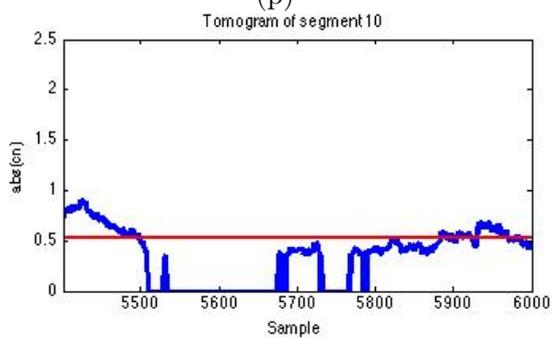
(o)



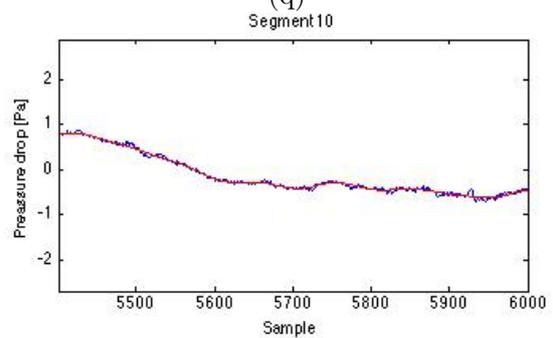
(p)



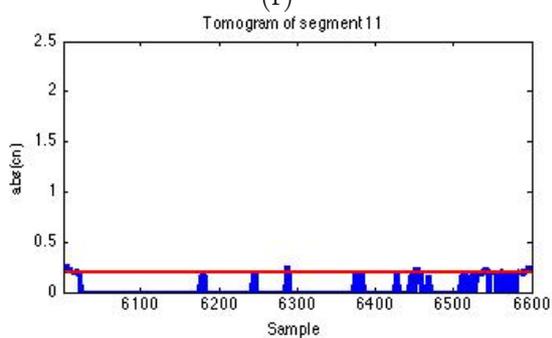
(q)



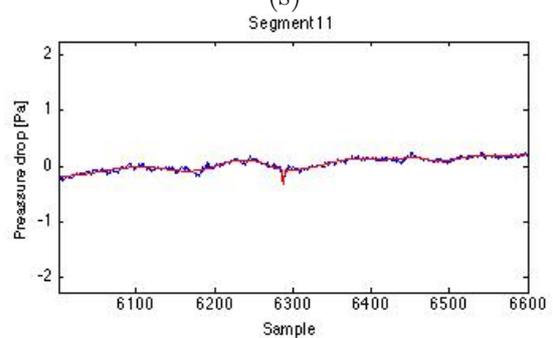
(r)



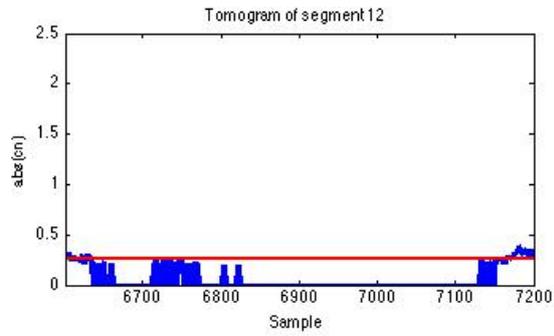
(s)



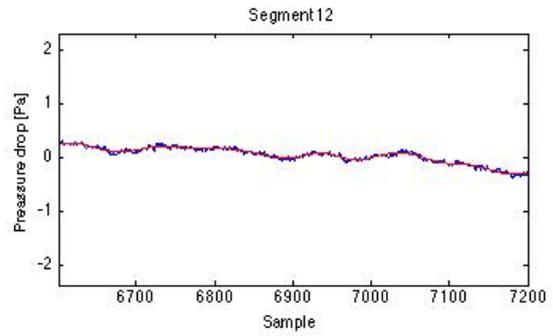
(t)



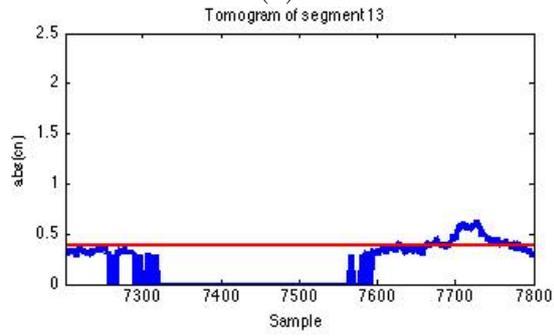
(u)



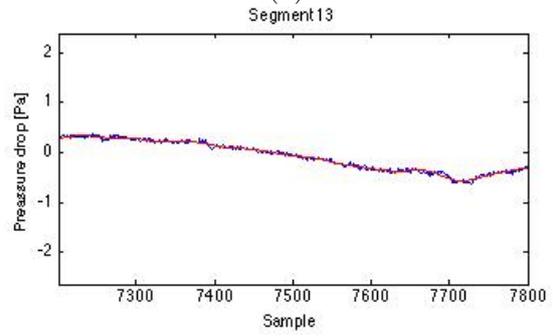
(v)



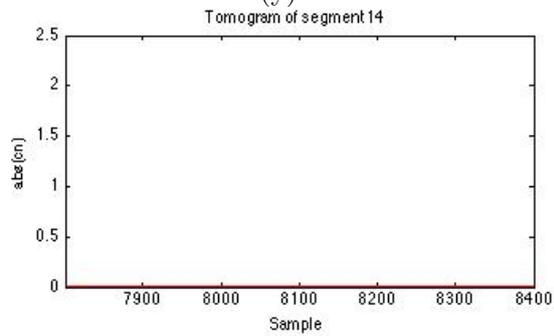
(x)



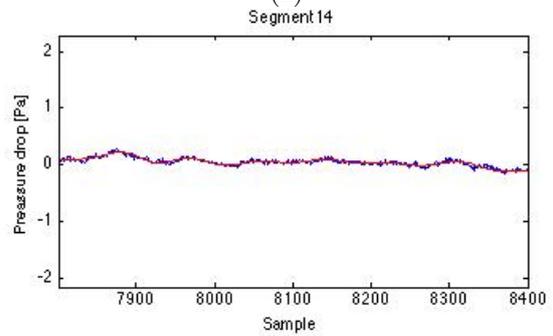
(y)



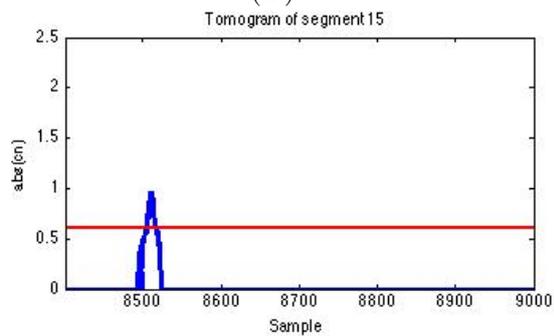
(z)



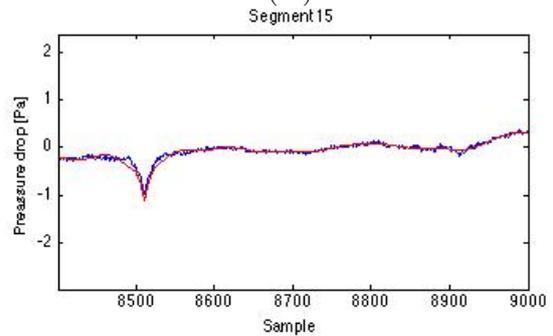
(a')



(b')



(c')



(d')

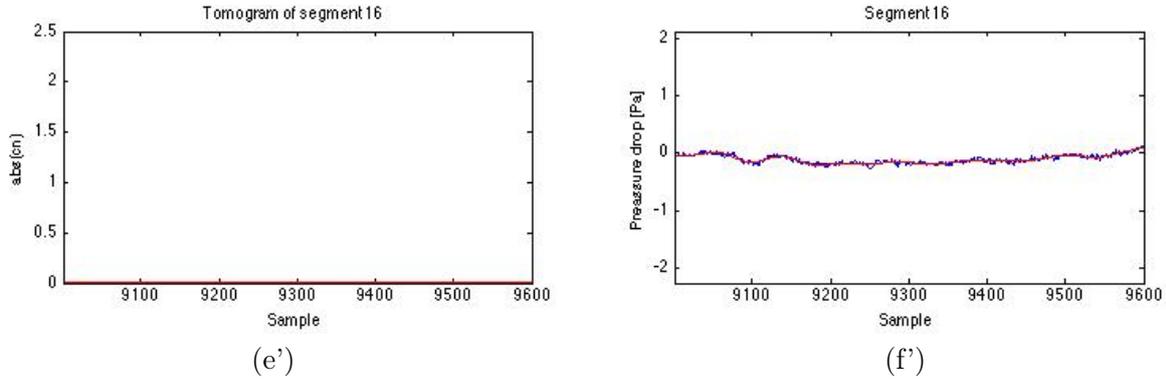


Figura 6.17: Análisis del SOL 122 mediante Tomografía Adaptada

En el análisis del SOL 122 encontramos los 2 eventos comentados en (c), y otros cuatro en (m), (\tilde{n}), (t) y (c'). Esto son 2 más que en la tabla 6.3 y se localizan en:

Nº de muestra	LMST	Figura
701	114:42	(c)
1062	1126:44	(c)
3813	1258:26	(m)
4210	1306:00	(\tilde{n})
6288	1420:56	(t)
8511	1535:02	(c')

Cuadro 6.4: Dust devils localizados en el SOL 122

Un segmentos curioso podría ser el (p), en el cual la energía media parece estar rozando el aparente único coeficiente del segmento. Sin embargo, recordamos que hay más coeficientes no deseados en los extremos que no están representados, pero si son utilizados para el cálculo. Al no superar esta franja, no será un evento a comentar como sí ocurre en el segmento (t). Este es parecido, pero con la diferencia de que sí supera la energía media lo suficiente para poder decidirlo como un evento. Si es verdad que en la reconstrucción de la gráfica (u) se ve un evento bastante discreto.

Con el análisis de estos dos soles podemos verificar que el método de análisis por Tomografía Adaptada, es muy útil para la localización de eventos que no están bien definidos por su frecuencia, pero si por la forma o sus características en los datos. Hasta 150 soles distintos se encuentran en las bases de datos de NASA preparados para el análisis, pero sólo estos dos se han elegido para desarrollar más en detalle mostrando sus gráficas y comentando algunos de los segmentos más controvertidos.

A continuación podemos observar los eventos de otros soles, sin entrar tanto en detalle como con el 136 o el 122. Sólo se localizarán los eventos y se comentarán los resultados de los tramos más interesantes.

6.3. Análisis del SOL 1

En el primer sol, las mediciones de presión comenzaron a las 13:06:17 LMST (Local Mean Solar Time) y solamente se localiza un evento en:

Nº de muestra	LMST	Figura
28	1307:13	(a)

Cuadro 6.5: Dust devils localizados en el SOL 1

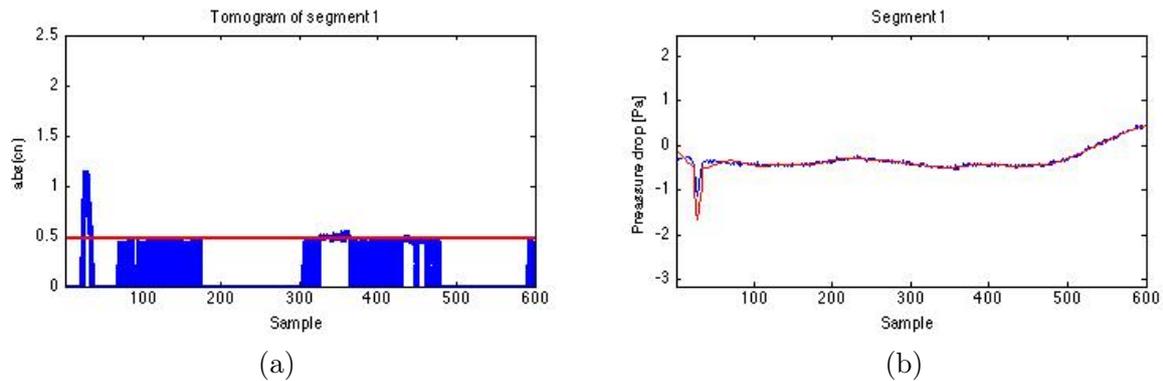


Figura 6.18: Análisis del SOL 1 mediante Tomografía Adaptada

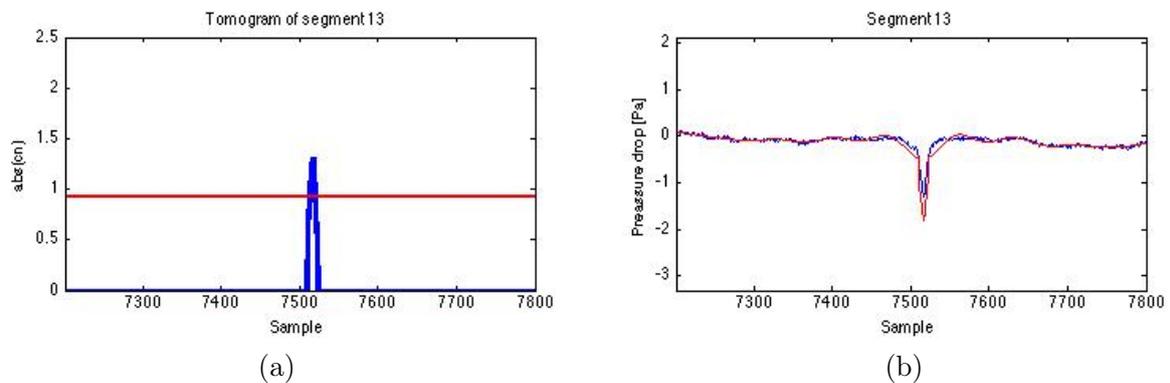
El resto del sol transcurre con total normalidad tan solo resulta curioso que un evento tuviese lugar tan solo un minuto de empezar a tomar las muestras.

6.4. Análisis del SOL 29

En el sol 29 las muestras de presión dan comienzo a las 11:37:56 LMST. Se localizan dos eventos en:

Nº de muestra	LMST	Figura
7517	1548:30	(a)
7952	1603:00	(c)

Cuadro 6.6: Dust devils localizados en el SOL 29



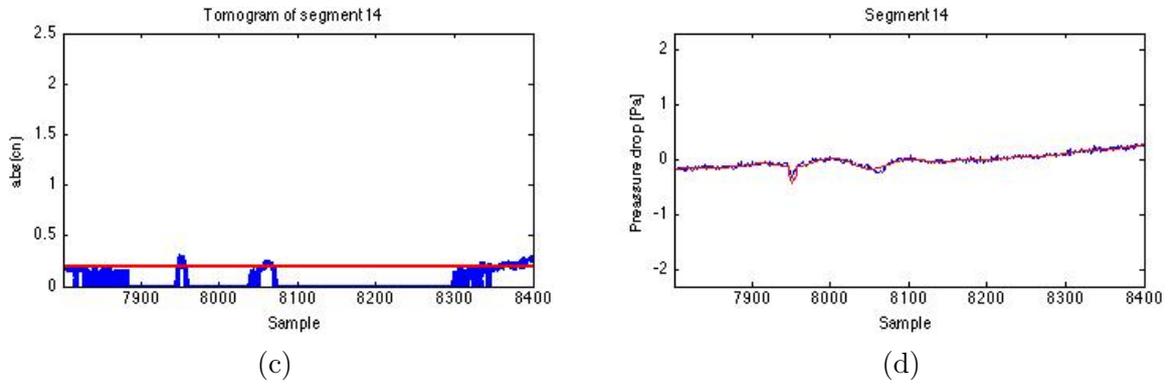


Figura 6.19: Análisis del SOL 29 mediante Tomografía Adaptada

En [1] no hay reseñado más que el dust devil de las 1548:30, (a). Es cierto que el nuevo evento (c) es insignificante comparado con el anterior, pero también podría ser un dust devil o un vórtice.

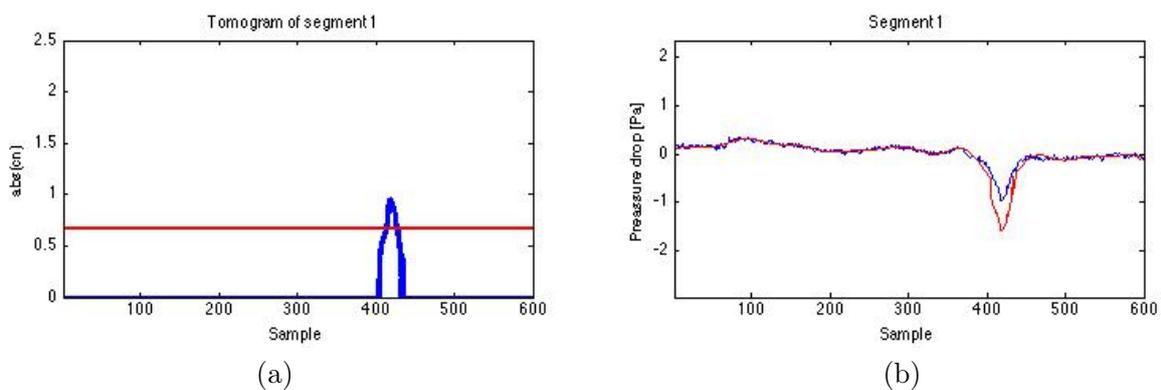
6.5. Análisis del SOL 79

En el sol 79 las medidas de presión tienen comienzo a las 10:23:34 LMST. Los eventos localizados se muestran en la tabla 6.7.

Nº de muestra	LMST	Figura
417	1037:28	(a)
1683	1119:40	(c)
8303	1500:20	(e)
8592	1509:58	(g)

Cuadro 6.7: Dust devils localizados en el SOL 79

Las gráficas de la figura 6.20 muestran los dust devils de la tabla 6.7. Similar a lo ocurrido en el sol 29, el último evento localizado a las 1509:58, (g), tampoco se encuentra citado en [1].



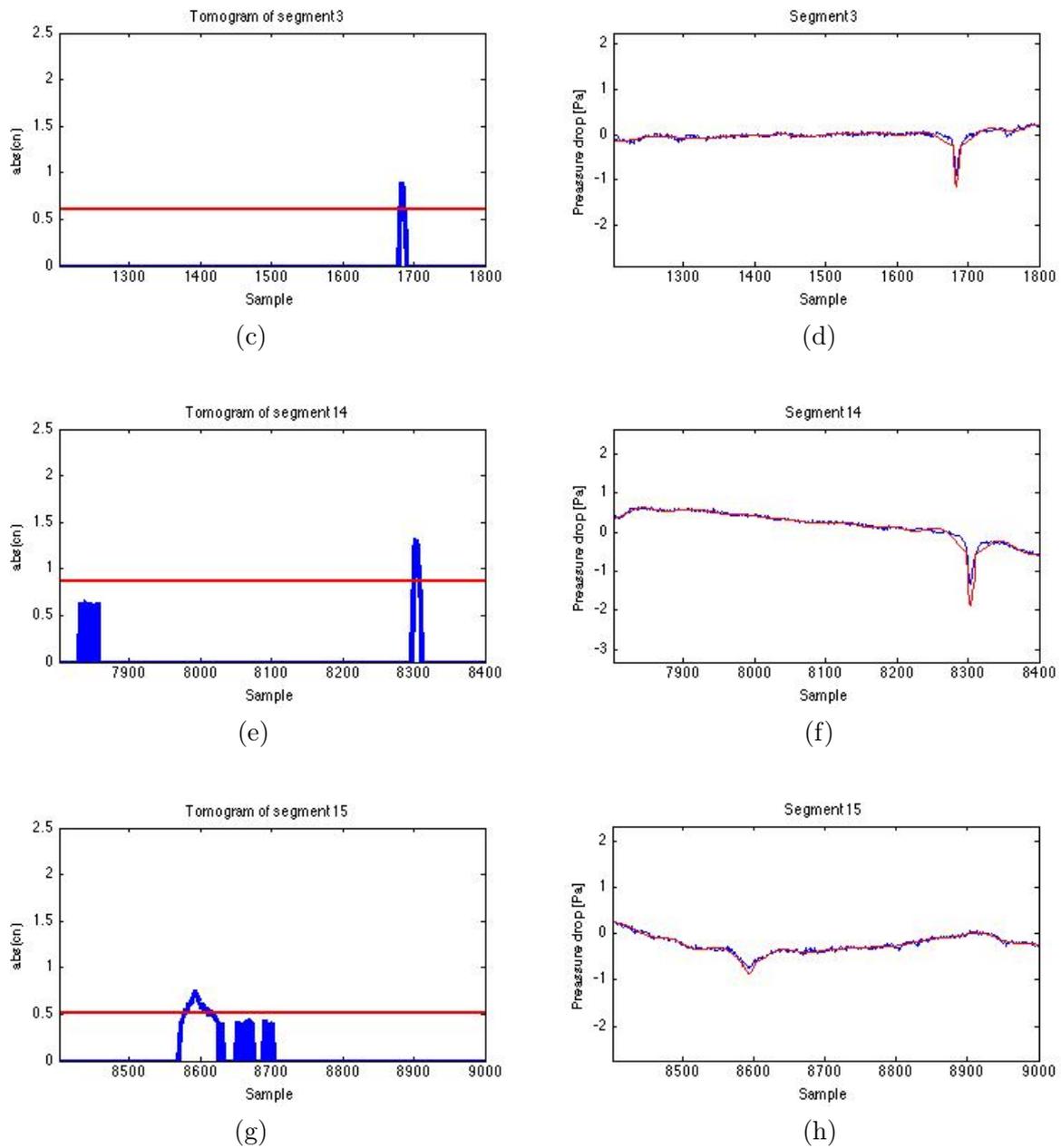


Figura 6.20: Análisis del SOL 79 mediante Tomografía Adaptada

6.6. Análisis del SOL 83

En el sol 83 las medidas de presión tienen comienzo a las 1159:59 LMST, y se presentan en la tabla 6.8.

Nº de muestra	LMST	Figura
1085	1236:09	(a)
1101	1236:41	(a)
2409	1320:17	(c)
3318	1350:35	(e)
5976	1519:11	(g)

Cuadro 6.8: Dust devils localizados en el SOL 83

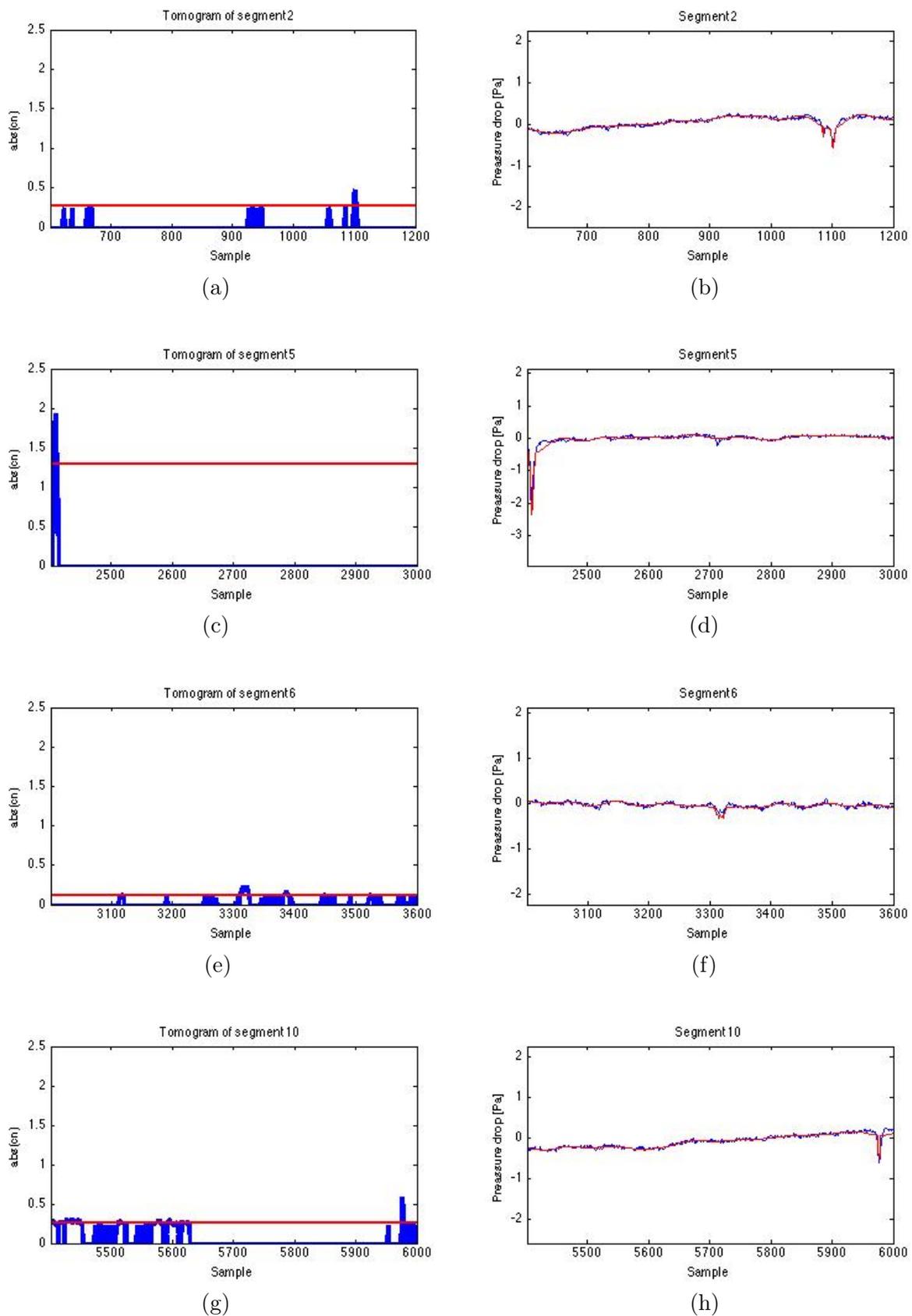


Figura 6.21: Análisis del SOL 83 mediante Tomografía Adaptada

Se han detectado 5 eventos y se muestran en las gráficas de la figura 6.21. En la primera gráfica se ve un evento sencillo de localizar en 1101, 1236:41 LMST, y aunque el tomograma no

revele la existencia del evento anterior, si se ve en el tiempo que hay dos pequeñas bajadas de presión una muy cercana a la otra. Esto es un caso bastante excepcional, y como es razonable la energía se ha acumulado en mayor cantidad alrededor de el segundo evento ocultando e primero.

Otro efecto similar tiene lugar en el segmento (d) donde podemos ver un evento muy pequeño en la muestra 2700. Estos coeficientes son truncados por el enorme evento ocurrido al comienzo del segmento en 2409, 1320:17 LMST.

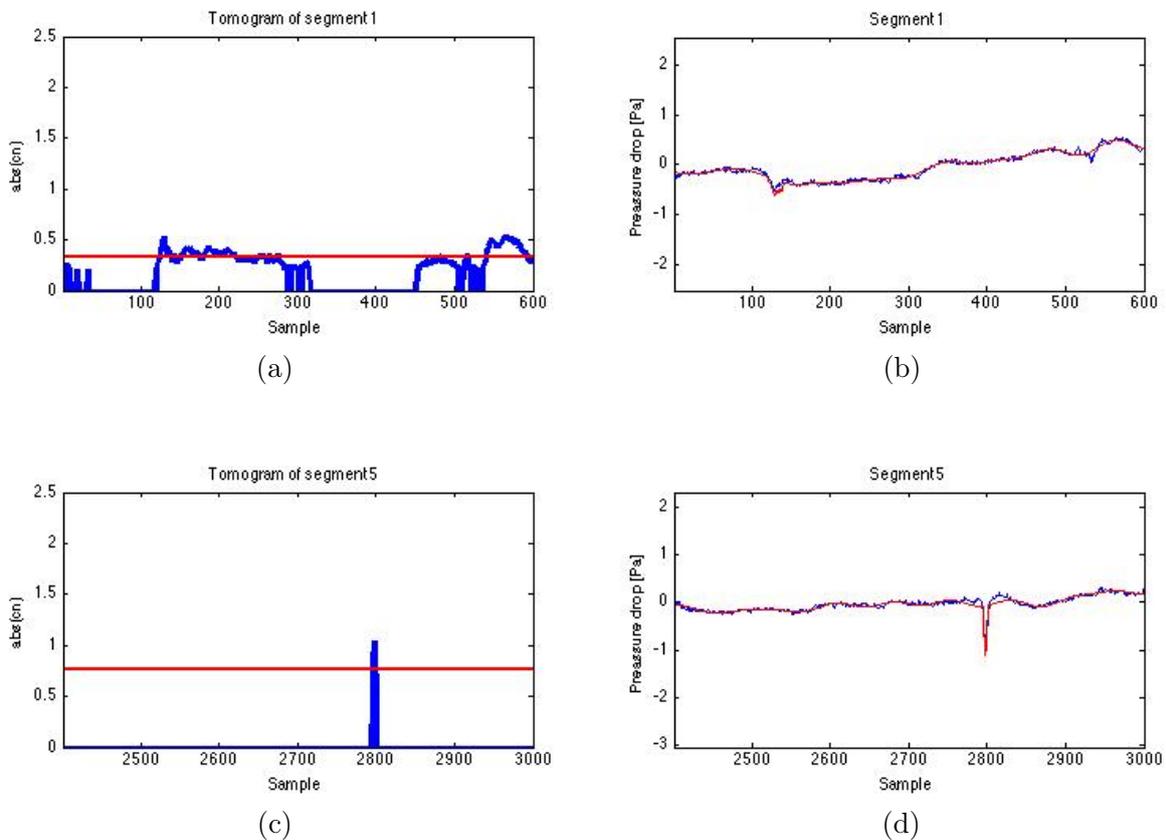
El cuarto evento de la gráfica (e) es “nuevo” junto con el primero, es decir, no están citados en [1]. Si bien es cierto es un evento minúsculo que podría ser una perturbación debido a cualquier otra causa ajena a un dust devil.

6.7. Análisis del SOL 129

En el sol 129 las medidas de presión tienen comienzo a las 1141:02 LMST, y se presentan en la tabla 6.9.

Nº de muestra	LMST	Figura
130	1145:22	(a)
2798	1314:18	(c)
3348	1332:38	(e)
4586	1413:54	(g)
5062	1429:46	(i)

Cuadro 6.9: Dust devils localizados en el SOL 129



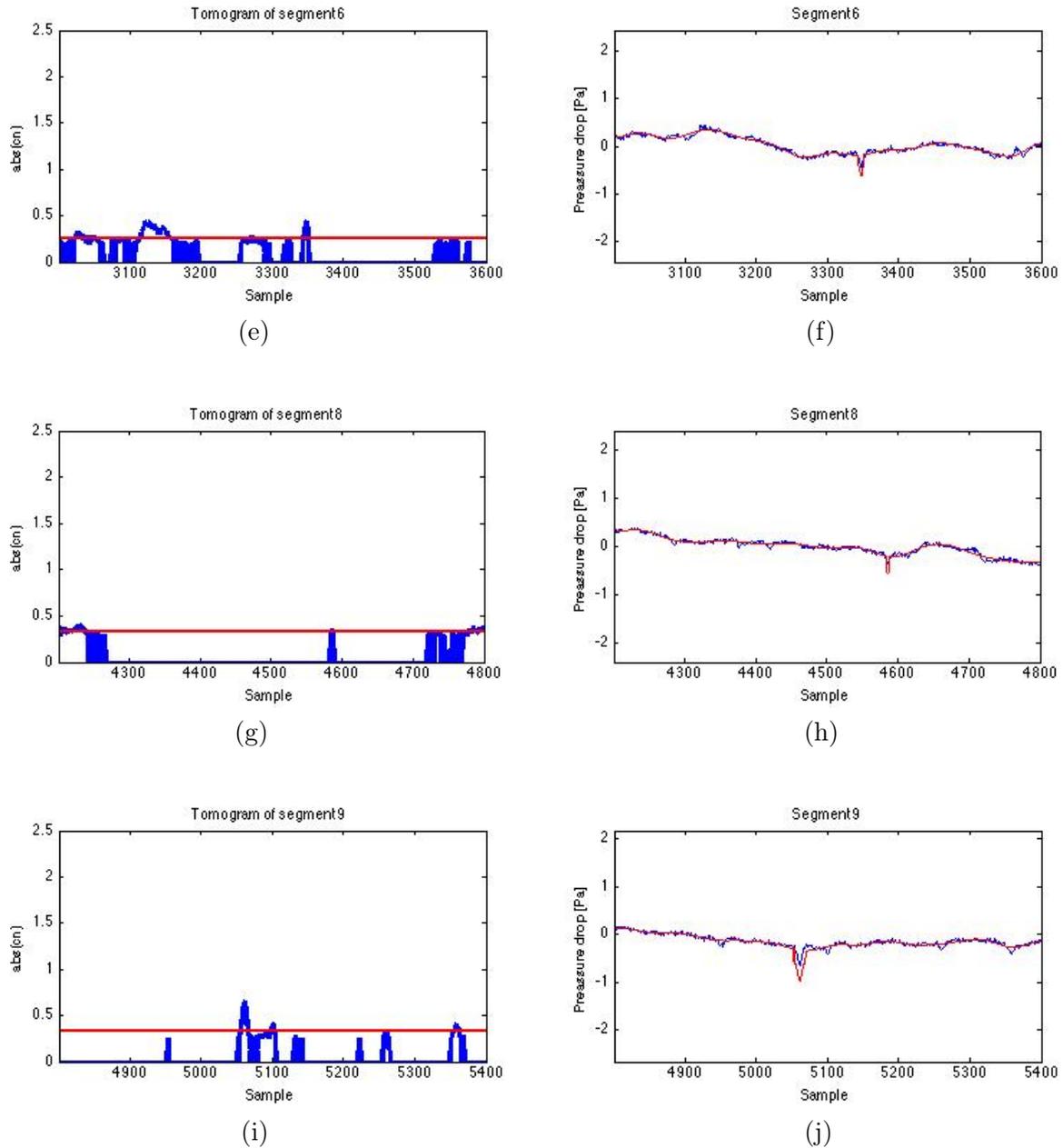


Figura 6.22: Análisis del SOL 129 mediante Tomografía Adaptada

Este sol tiene un extraño primer segmento, con dos pequeños eventos que podrían ser ruido, o podrían ser eventos minúsculos como vórtices disueltos. El primero es sencillo detectarlo y acumula la energía del segundo ya que es más insignificante aún.

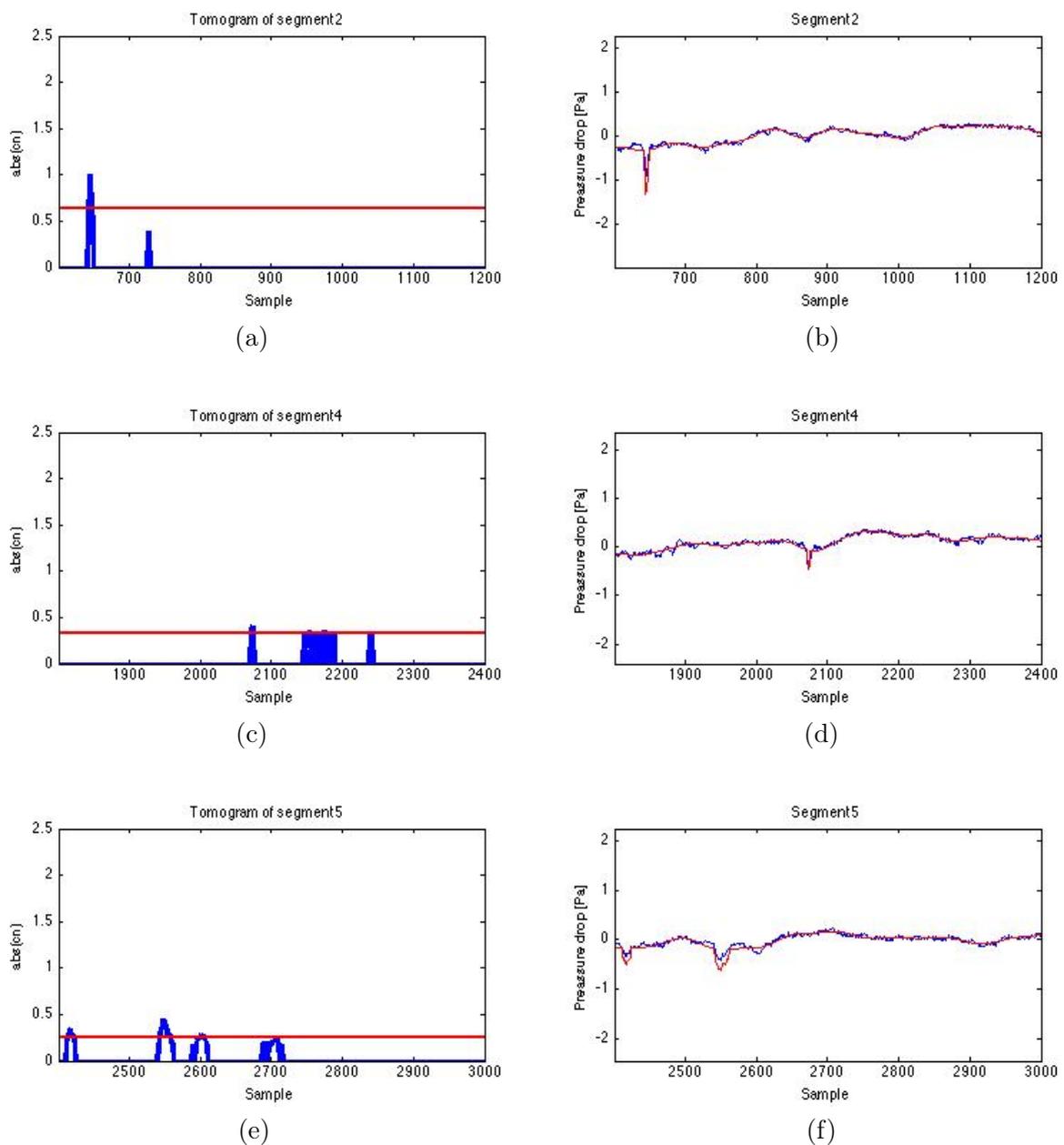
Este sol 129 tiene además algo que lo hace especialmente interesante, ya que como se ha comentado en los soles anteriores, los eventos que no son recogidos por Ellehoj en [1] han resultado ser eventos insignificantes, caídas de presión todas lógicamente por debajo de los 0.5 Pa (que es lo que recoge la tabla de [1]). Pero sin embargo aquí encontramos dos eventos no tan insignificantes que podrían ser dust devils pequeños perfectamente en (e) y (g). Estos eventos pequeños son los que realmente es complicado detectar, ya que los obvios se muestran en los tomogramas de manera totalmente inequívoca.

6.8. Análisis del SOL 144

El último sol procesado será el sol 144. Sol en el cual las medidas de presión tienen comienzo a las 1139:41 LMST, y se presentan en la tabla 6.10.

Nº de muestra	LMST	Figura
645	1201:11	(a)
2074	1248:49	(c)
2420	1300:21	(e)
2548	1304:37	(e)
3100	1323:01	(g)
5748	1451:17	(i)
9256	1648:13	(k)

Cuadro 6.10: Dust devils localizados en el SOL 144



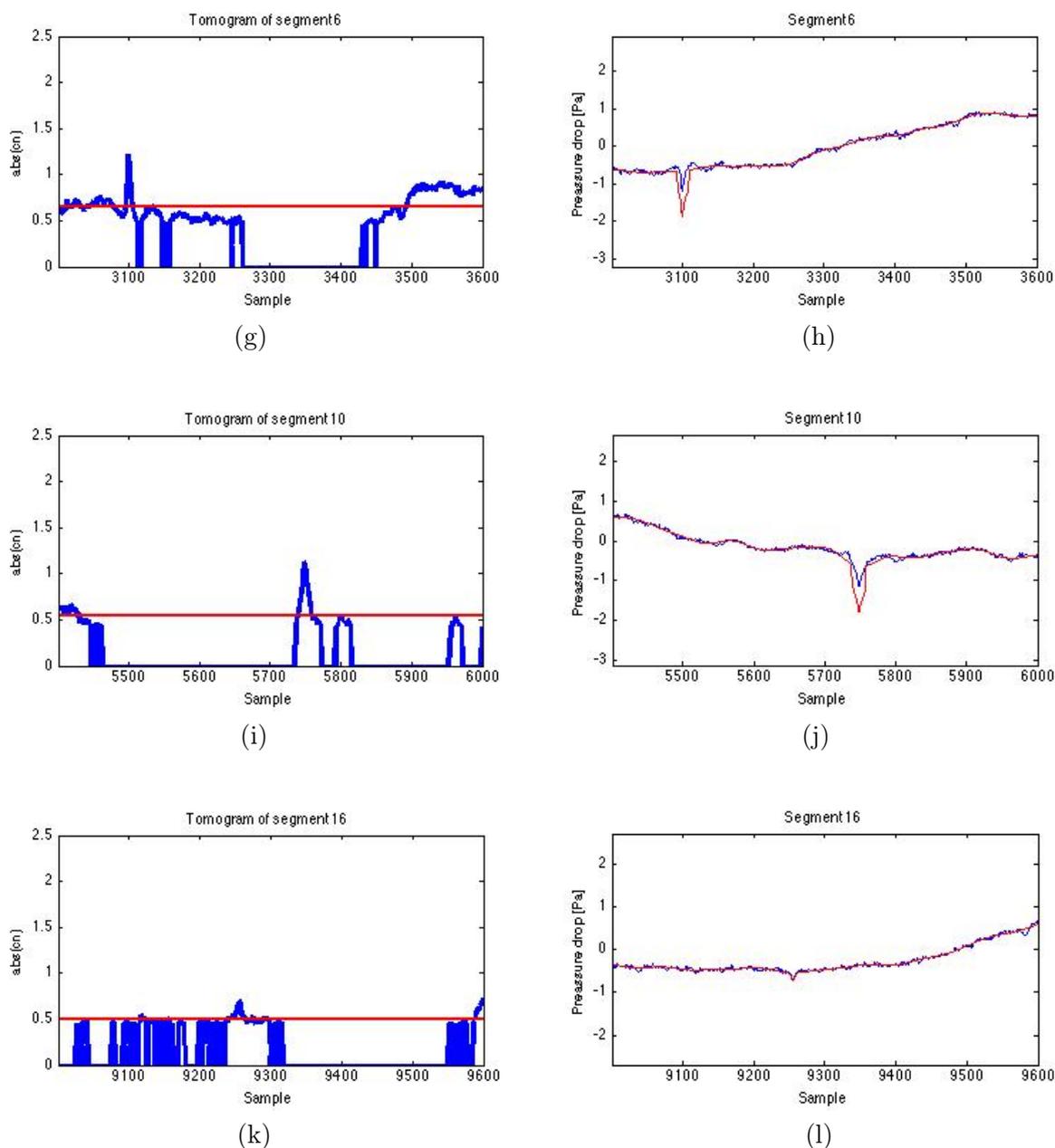


Figura 6.23: Análisis del SOL 144 mediante Tomografía Adaptada

Este sol presenta muchos eventos, algunos pequeños como los dos del segmento (e) o el del segmento (k), combinados con otros evento mucho más característicos de un dust devil en el resto de segmentos de señal presentados en la figura 6.23. Salvo la peculiaridad de encontrar dos eventos pequeños en tan corto intervalo de tiempo, segmento (e), es un sol muy similar a los anteriores. Los eventos importantes y con características de dust devil muy definidas son detectados sin ningún problema, y los eventos pequeños con la forma pero no con la suficiente caída de presión, son difíciles para sacar conclusiones sobre su origen, pero también pueden detectarse. El compromiso con la tolerancia a la hora de filtrar coeficientes también ayuda a la hora de detectar los eventos más controvertidos.

Se podrían analizar muchos más soles y descubrir nuevos eventos en muchos de ellos, pero en cuanto a la caracterización del método de tomografía, y los problemas que acarrea en la detección de estos pequeños eventos frente a los eventos claros podemos afirmar que es un método muy robusto.

7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1. Conclusiones

Se han repasado algunas de las técnicas de análisis tiempo-frecuencia más comunes y se ha desarrollado en particular una generalización de la transformada de Radon-Wigner llamada Tomografía no Conmutativa (NCT). Los tomogramas son densidades de probabilidad estrictamente positivas que proporcionan una caracterización completa de la señal y que han resultado ser muy robustos frente al ruido. Esta técnica ha resultado muy útil para eliminar ruido y sobre todo para la separación de componentes, como se ha visto en los ejemplos del capítulo 3.

Sin embargo, a la hora de analizar las señales de presión en busca de dust devils, la tomografía tiempo-frecuencia no conmutativa, no ha dado los resultados esperados. La componente de los eventos buscados no se encuentra bien definida por su frecuencia, y esto ha hecho imposible la detección de eventos mediante dicha técnica. El objetivo primigenio era hacer una separación de componentes que permitiera extraer los dust devils de las señales analizadas. Esto es realmente posible, pero sólo si sabemos la localización del evento, luego el método no puede darse como válido para este análisis. Otra técnica debe poder usarse para este fin.

Ahí es donde surge la motivación de idear una tomografía orientada a los datos, una transformada tiempo-datos en lugar de tiempo-frecuencia, que permita localizar estos datos observando la distribución de la energía en los tomogramas. Gracias a esta técnica se han localizado cantidad de eventos durante los 150 soles de la misión Phoenix, incluso algunos más que los que se reseñan en el artículo de Ellehoj [1]. El método es muy resolutivo con los eventos más pronunciados, y tiene un mayor problema cuanto más nos acercamos a eventos similares al ruido común. Esto parece bastante lógico y hace ver que una técnica absolutamente fiable que garantice que los eventos localizados no son ruido, es realmente compleja. Lo que hemos conseguido es una detección de eventos y una detección de eventos dudosos que podrían o no podrían ser algo más. Otro problema resulta a la hora de detectar eventos pequeños muy cercanos a eventos grandes, por la acumulación de energía que estos “roban” a los eventos pequeños. Un inventariado o segmentación de las señales de análisis en segmentos pequeños puede mitigar el problema pero no es una solución completa. Cuanto menor es el segmento de análisis más sencillo es localizar eventos que son mero ruido, y hacen difícil la interpretación de los tomogramas. Segmentos grandes por la contra, producen estos robos de energía. Hay que lograr un compromiso para que la energía quede repartida y permita localizar ambos eventos sin perderlos. Aún con estos problemas, la

tomografía ha resultado un método de análisis bastante efectivo para estos casos, y se ha demostrado en la cantidad de eventos localizados en los soles que se presentan a lo largo del capítulo 6.

7.2. Líneas futuras

Como líneas futuras de investigación acerca de la tomografía, aún hay un mundo que explorar. La tomografía adaptada como su mismo nombre indica, puede utilizarse en sinfín de aplicaciones, ya que son los datos los que generan el espacio transformado. Sólo tenemos que encontrar unos datos o señales tentadores para su análisis, como lo han sido presión para la detección de dust devils, o el filtrado de cadenas de comunicaciones binarias como en el ejemplo propuesto en el capítulo 4.

La estación meteorológica REMS (Rover Environmental Monitoring Station) desarrollada en el Centro de Astrobiología (CAB) en España, funciona a bordo del MSL Mars Science Laboratory (Curiosity), y dentro de poco se publicarán los datos de presión de Marte más recientes. Estos instrumentos más modernos facilitarán a priori unos mejores datos de cara a su análisis, y este método propuesto sería capaz de realizarlos.

Otros datos ambiciosos de analizar en cuanto al análisis de Marte, sería el análisis del campo magnético.

Gracias a numerosas misiones espaciales (en particular las misiones Mars Global Surveyor y Mars Express comentadas en el capítulo 5) actualmente sabemos que Marte, a diferencia de la Tierra, no posee un campo magnético global capaz de influir en su entorno próximo e interactuar con el viento solar. Sin embargo, la sonda Mars Global Surveyor reveló la existencia de regiones de la superficie de Marte intensamente magnetizadas que, al no existir actualmente un campo magnético global capaz de generarlas, deben ser consideradas como vestigios de un campo antiguo de escala planetaria. La existencia de interrupciones en el magnetismo de las rocas en las cercanías de cráteres de impacto bien datados indica que el proceso de magnetización y la dinamo que originó el campo global cesaron hace más de 4.500 millones de años. Por qué y cómo la dinamo desapareció, sigue siendo objeto de discusión.

El estudio comparado de los campos magnéticos de la Tierra y Marte puede iluminar problemas como la evolución del núcleo de nuestro planeta, el nivel de su actividad tectónica futura, el porvenir de nuestra atmósfera, e incluso el origen de la vida en la Tierra. Este es el motivo por el que este campo de investigación resulta tan atrayente.

Bibliografía

- [1] Ellehoj M.D., et al. Convective vortices and dust devils at the phoenix mars mission landing site. *J. Geophys. Res.*, 115, 2010.
- [2] Man'ko V.I. and Vilela Mendes R. Non-commutative time-frequency tomography. *Phys. Lett A* 263, pages 53–59, 1999.
- [3] Daubechies I. The wavelet transform: time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36 n^o5, pages 961–1005, 1990.
- [4] Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic. *Physics Review*. 40, pages 749–759, 1932.
- [5] Ville J. Theory and applications of the notion of signal. *Cables of Transmission*. 2A, pages 61–74, 1948.
- [6] Cohen L. Time-frequency distributions: A review. *Proc. IEEE*, vol.77 n^o7, pages 941–989, 1989.
- [7] Wolf K.-B. Integral transforms in science and engineering. *Plenum Press, New York*, 1979.
- [8] Oppenheim A.V. and Willsky A.S. Signals and systems. *Prentice Hall*, 1997.
- [9] Cohen L. and Oppenheim A.V. Time-frequency analysis. *Time-Frequency Analysis, Prentice Hall Signal Processing Series.*, 1997.
- [10] Briolle F. Lima R. Man'ko V.I. and Vilela Mendes R. A tomographic analysis of reflectometry data i: Componente factorization. *Meas. Sci. Technol.* 20, page 105501, 2009.
- [11] Aguirre C. Pascual P. Campos D. and Serrano E. Single neuron transient activity detection by means of tomography. *BMC Neuroscience*, page 12(Suppl 1):P297, 2011.
- [12] Aguirre C. Vilela Mendes R. Signal recognition and adapted filtering by non-commutative tomography. 2012.
- [13] Dente J. A. Vilela Mendes R. Lambert A. and Lima R. The bi-orthogonal decomposition in image processing: Signal analysis and texture segmentation. *Signal Processing: Image Communication* 8, pages 131–148, 1996.
- [14] W. Sheehan. The planet mars: a history of observation and discovery. 1996.
- [15] Read P. Lewis S. The martian climate revisited: atmosphere and environment of a desert planet. *Springer Verlag*, 2004.
- [16] Sinclair P. C. General characteristics of dust devils. *J. Appl. Meteorol.*, 8(1), pages 32–45, 1969.
- [17] Ryan J. A. Lucich R.D. Possible dust devils, vortices on mars. *J. Geophys. Res.*, 88, pages 11,005–11,011, 1983.

- [18] Vázquez L. et al. La exploración de marte. *Revista española de física*, 19, page 29, 2005.
- [19] Vázquez L. La gran aventura de la exploración de marte. *Real Academia de Ciencias Exactas Fís Nat.*, 102, pages 23–283, 2008.
- [20] Taylor P. et al. Temperature, pressure, and wind instrumentation in the phoenix meteorological package. *J. Geophys.Res.*, 113, 2008.
- [21] Whiteway J. et al. Lidar on the phoenix mission to mars. *J. Geophys.Res.*, 113, 2008.



Código Matlab

Script “*generador.m*”

```
1 savefile = 'espacio.mat';
2 n=1000;
3 ntet=20;
4 dt=1;
5 VR=zeros(n,n,ntet);
6
7 M=0.0005*gentria(n);
8 OP=genOP(M,n);
9 VR=genSpace(OP,dt,n,ntet);
10
11 save(savefile,'OP','VR');
```

Función “*gentria.m*”

```
1 function M=gentria(n)
2 j=1;
3 for i=1:99
4 M(i,:)=[zeros(1,j-1),ddtipo(20),zeros(1,n-20-j+1)];
5 j=j+10;
6 end
7 j=1;
8 for i=100:164
9 M(i,:)=[zeros(1,j-1),ddtipo(30),zeros(1,n-30-j+1)];
10 j=j+15;
11 end
12 j=1;
13 for i=165:213
14 M(i,:)=[zeros(1,j-1),ddtipo(40),zeros(1,n-40-j+1)];
15 j=j+20;
16 end
```

Función “*ddtipo.m*”

```

1 function [s]=ddtipo(dur)
2 ya=-0.6*2*[0:(dur/2)-1]/(dur);
3 yb=(0.6*2*[dur/2:dur-1]/(dur))-0.6*2;
4 s=[ya yb];

```

Función “*genOP.m*”

```

1 function [OP]=genOP(M,n)
2 M=M(2:end,:);
3 [V,D1]=eig(M'*M);
4 OP=zeros(n,n);
5 for id=1:n
6   OP=OP+D1(id,id)*V(:,id)*V(:,id)';
7 end

```

Función “*genSpace.m*”

```

1 function [VR]=genSpace(OP,dt,n,ntet)
2 T=dt*diag(1:n);
3 for id=1:ntet
4   id
5   tet=pi*(id)/(2*(ntet));
6   W=cos(tet)*T+sin(tet)*OP;
7   [V,D]=eig(W'*W);
8   VR(:, :, id)=V;
9 end

```

Script “*Tomog_filter_dust.m*”

```

1 clear all
2 close all
3 clc
4
5 eps=0.4;
6 tol=7;
7 dt=1;
8 n=1000;
9 nf=0.1;
10 ntet=20;
11 VR=zeros(n,n,ntet);
12
13 load('espacio.mat');
14 display('Espacio cargado');
15
16 y=load('MS136RMH_00908282124_1F6BM1.TAB');
17
18 press136=y(:,2)';
19 display('Señal cargada');
20 figure
21 plot(press136(1:10*n));
22 title('SOL 122')

```

```

23 ylabel('Preassure [Pa]')
24 xlabel('Sample')
25 figure
26 plot(press136);
27
28 stest=zeros(16,n);
29
30 stest(1,:)=press136(1:1000);
31 stest(1,:)=stest(1,:)-mean(stest(1,:));
32 stest(2,:)=press136(401:1400);
33 stest(2,:)=stest(2,:)-mean(stest(2,:));
34 for i=0:13
35 stest(i+3,:)=press136(1001+600*i:2000+600*i);
36 stest(i+3,:)=stest(i+3,:)-mean(stest(i+3,:));
37 end
38
39 display('Señal troceada');
40
41 pll=zeros(10,n);
42 enerseg=zeros(18,79);
43 stestfil=zeros(18,n);
44
45 figure
46 for i=1:16
47
48     if i==1
49         [pll(i,:),coeftr,enermed,enermax]=...
50         recons(VR,stest(i,:),ntet,n,tol,i);
51         stestfil(i,:)=filtro(stest(i,:));
52         plot(stest(i,1:600))
53         hold on
54         plot(pll(i,1:600)+stestfil(i,1:600),'r')
55         axis([1 600 min(stest(i,1:600))-2 max(stest(i,1:600))+2])
56         hold off
57         title(['Segment',num2str(i)]);
58         xlabel('Sample')
59         ylabel('Preassure drop [Pa]')
60
61     elseif i==2
62         [pll(i,:),coeftr,enermed,enermax]=...
63         recons(VR,stest(i,:),ntet,n,tol,i);
64         stestfil(i,:)=filtro(stest(i,:));
65         plot(601:1200, stest(i,201:800))
66         hold on
67         plot(601:1200, pll(i,201:800)+stestfil(i,201:800),'r')
68         title(['Segment',num2str(i)]);
69         xlabel('Sample')
70         ylabel('Preassure drop [Pa]')
71         axis([601 1200 min(stest(i,201:800))-2 max(stest(i,201:800))+2])
72         hold off
73

```

```

74 else
75 [pll(i,:),coeftr,enermed,enermax]=...
76 recons(VR,stest(i,:),ntet,n,tol,i);
77 stestfil(i,:)=filtro(stest(i,:));
78 plot(1201+600*(i-3):1800+600*(i-3),stest(i,201:800))
79 hold on
80 plot(1201+600*(i-3):1800+600*(i-3),pll(i,201:800)+...
81 stestfil(i,201:800),'r')
82 title(['Segment',num2str(i)]);
83 xlabel('Sample')
84 ylabel('Preassure drop [Pa]')
85 axis([1201+600*(i-3) 1800+600*(i-3) min(stest(i,201:800))-2...
86 max(stest(i,201:800))+2])
87 hold off
88 end
89
90 pause
91 end

```

Función “recons.m”

```

1 function [pl,coeftr,enermed,enermax]=recons(VR,stest,ntet,n,tol,i)
2 [coeftr,coef2]=coefs(stest,VR,ntet,n,tol);
3 if i==1
4 elimz=find(abs(coeftr(16,1:600))>0);
5 if length(elimz)>=1
6 enermed=sum(abs(coeftr(16,elimz(1):elimz(length(elimz)))))/...
7 length(elimz);
8 enermax=max(abs(coeftr(16,elimz(1):elimz(length(elimz)))));
9 else
10 enermed=0;
11 enermax=0;
12 end
13 plot(1:600,abs(coeftr(16,1:600)),'b','linewidth',3)
14 hold on
15 plot(1:600,enermed*ones(1,600),'r','linewidth',2)
16 title(['Tomogram of segment',num2str(i)]);
17 xlabel('Sample')
18 ylabel('abs(cn)')
19 axis([1 600 0 2.5]);
20 elseif i==2
21 elimz=find(abs(coeftr(16,201:800))>0);
22 if length(elimz)>=1
23 enermed=sum(abs(coeftr(16,elimz(1)+200:elimz(length(elimz))+...
24 200)))/length(elimz);
25 enermax=max(abs(coeftr(16,elimz(1)+200:elimz(length(elimz))+200)));
26 else
27 enermed=0;
28 enermax=0;
29 end
30 plot(601:1200,abs(coeftr(16,201:800)),'b','linewidth',3)
31 hold on

```

```

32 plot(601:1200, enermed*ones(1,600), 'r', 'linewidth', 2)
33 title(['Tomogram of segment', num2str(i)]);
34 xlabel('Sample')
35 ylabel('abs(cn)')
36 axis([601 1200 0 2.5]);
37 else
38 elimz=find(abs(coeftr(16,201:800))>0);
39 if length(elimz)>=1
40   enermed=sum(abs(coeftr(16, elimz(1)+200:elimz(length(elimz))+...
41     200)))/length(elimz);
42   enermax=max(abs(coeftr(16, elimz(1)+200:elimz(length(elimz))+200)));
43 else
44   enermed=0;
45   enermax=0;
46 end
47 plot(1201+600*(i-3):1800+600*(i-3), abs(coeftr(16,201:800)), ...
48 'b', 'linewidth', 3)
49 hold on
50 plot(1201+600*(i-3):1800+600*(i-3), enermed*ones(1,600), 'r', ...
51 'linewidth', 2)
52 title(['Tomogram of segment', num2str(i)]);
53 xlabel('Sample')
54 ylabel('abs(cn)')
55 axis([1201+600*(i-3) 1800+600*(i-3) 0 2.5]);
56 end
57 hold off
58
59 pl=corte(VR, ntet, coeftr, i)';

```

Función “*coefs.m*”

```

1 function [coeftr, coef2]=coefs(stest, VR, ntet, n, tol)
2 coef=zeros(ntet, n);
3 for id=1:ntet
4   coef(id, :)=stest*VR(:, :, id);
5   coef2=abs(coef).^2;
6 end
7
8 mv=ge(coef2-(max(coef2)/tol)*ones(1, n), zeros(ntet, n));
9 coeftr=coef.*mv;

```

Función “*corte.m*”

```

1 function [pl]=corte(VR, ntet, coeftr, i)
2 cut=input('cut? ');
3 if cut==1
4   cut_from=input('cut from? ');
5   cut_to=input('cut to? ');
6   if i==1
7     pl=VR(:, cut_from:cut_to, ntet-2)*coeftr(ntet-2, cut_from:cut_to)';
8   elseif i==2
9     cut_from=cut_from-400;

```

```
10   cut_to=cut_to-400;
11   pl=VR(:, cut_from:cut_to, ntet-2)*coeftr(ntet-2, cut_from:cut_to)';
12   else
13     cut_from=cut_from-(1001+600*(i-3)) ;
14     cut_to=cut_to-(1001+600*(i-3));
15     pl=VR(:, cut_from:cut_to, ntet-2)*coeftr(ntet-2, cut_from:cut_to)';
16   end
17   else
18     pl=zeros(1,1000);
19   end
20   end
```

Función “*filtro.m*”

```
1  function sf=filtro(stest)
2  Stest=fftshift(fft(stest(1,:)))/1000000;
3  H=[zeros(1,486) ones(1,30) zeros(1,484)];
4  S=Stest.*H;
5  sf=real((1000000)*ifft(ifftshift(S)));
```

B

Presupuesto

1) Ejecución Material	
▪ Compra de ordenador personal (Software incluido)	2.000 €
▪ Alquiler de impresora láser durante 6 meses	260 €
▪ Material de oficina	150 €
▪ Total de ejecución material	2.400 €
2) Gastos generales	
▪ 16 % sobre Ejecución Material	352 €
3) Beneficio Industrial	
▪ 6 % sobre Ejecución Material	132 €
4) Honorarios Proyecto	
▪ 1800 horas a 15 €/ hora	27000 €
5) Material fungible	
▪ Gastos de impresión	280 €
▪ Encuadernación	200 €
6) Subtotal del presupuesto	
▪ Subtotal Presupuesto	32.774 €
7) I.V.A. aplicable	
▪ 21 % Subtotal Presupuesto	6.882,5 €
8) Total presupuesto	
▪ Total Presupuesto	41.656,5 €

Madrid, Abril 2013

El Ingeniero Jefe de Proyecto

Fdo.: Álvaro Giménez Bravo

Ingeniero Superior de Telecomunicación



Pliego de condiciones

Pliego de condiciones

Este documento contiene las condiciones legales que guiarán la realización, en este proyecto, de un *Análisis de señales mediante tomografía para la detección de eventos en la atmósfera de Marte*. En lo que sigue, se supondrá que el proyecto ha sido encargado por una empresa cliente a una empresa consultora con la finalidad de realizar dicho sistema. Dicha empresa ha debido desarrollar una línea de investigación con objeto de elaborar el proyecto. Esta línea de investigación, junto con el posterior desarrollo de los programas está amparada por las condiciones particulares del siguiente pliego.

Supuesto que la utilización industrial de los métodos recogidos en el presente proyecto ha sido decidida por parte de la empresa cliente o de otras, la obra a realizar se regulará por las siguientes:

Condiciones generales.

1. La modalidad de contratación será el concurso. La adjudicación se hará, por tanto, a la proposición más favorable sin atender exclusivamente al valor económico, dependiendo de las mayores garantías ofrecidas. La empresa que somete el proyecto a concurso se reserva el derecho a declararlo desierto.
2. El montaje y mecanización completa de los equipos que intervengan será realizado totalmente por la empresa licitadora.
3. En la oferta, se hará constar el precio total por el que se compromete a realizar la obra y el tanto por ciento de baja que supone este precio en relación con un importe límite si este se hubiera fijado.
4. La obra se realizará bajo la dirección técnica de un Ingeniero Superior de Telecomunicación, auxiliado por el número de Ingenieros Técnicos y Programadores que se estime preciso para el desarrollo de la misma.
5. Aparte del Ingeniero Director, el contratista tendrá derecho a contratar al resto del personal, pudiendo ceder esta prerrogativa a favor del Ingeniero Director, quien no estará obligado a aceptarla.

6. El contratista tiene derecho a sacar copias a su costa de los planos, pliego de condiciones y presupuestos. El Ingeniero autor del proyecto autorizará con su firma las copias solicitadas por el contratista después de confrontarlas.
7. Se abonará al contratista la obra que realmente ejecute con sujeción al proyecto que sirvió de base para la contratación, a las modificaciones autorizadas por la superioridad o a las órdenes que con arreglo a sus facultades le hayan comunicado por escrito al Ingeniero Director de obras siempre que dicha obra se haya ajustado a los preceptos de los pliegos de condiciones, con arreglo a los cuales, se harán las modificaciones y la valoración de las diversas unidades sin que el importe total pueda exceder de los presupuestos aprobados. Por consiguiente, el número de unidades que se consignan en el proyecto o en el presupuesto, no podrá servirle de fundamento para entablar reclamaciones de ninguna clase, salvo en los casos de rescisión.
8. Tanto en las certificaciones de obras como en la liquidación final, se abonarán los trabajos realizados por el contratista a los precios de ejecución material que figuran en el presupuesto para cada unidad de la obra.
9. Si excepcionalmente se hubiera ejecutado algún trabajo que no se ajustase a las condiciones de la contrata pero que sin embargo es admisible a juicio del Ingeniero Director de obras, se dará conocimiento a la Dirección, proponiendo a la vez la rebaja de precios que el Ingeniero estime justa y si la Dirección resolviera aceptar la obra, quedará el contratista obligado a conformarse con la rebaja acordada.
10. Cuando se juzgue necesario emplear materiales o ejecutar obras que no figuren en el presupuesto de la contrata, se evaluará su importe a los precios asignados a otras obras o materiales análogos si los hubiere y cuando no, se discutirán entre el Ingeniero Director y el contratista, sometiéndolos a la aprobación de la Dirección. Los nuevos precios convenidos por uno u otro procedimiento, se sujetarán siempre al establecido en el punto anterior.
11. Cuando el contratista, con autorización del Ingeniero Director de obras, emplee materiales de calidad más elevada o de mayores dimensiones de lo estipulado en el proyecto, o sustituya una clase de fabricación por otra que tenga asignado mayor precio o ejecute con mayores dimensiones cualquier otra parte de las obras, o en general, introduzca en ellas cualquier modificación que sea beneficiosa a juicio del Ingeniero Director de obras, no tendrá derecho sin embargo, sino a lo que le correspondería si hubiera realizado la obra con estricta sujeción a lo proyectado y contratado.
12. Las cantidades calculadas para obras accesorias, aunque figuren por partida alzada en el presupuesto final (general), no serán abonadas sino a los precios de la contrata, según las condiciones de la misma y los proyectos particulares que para ellas se formen, o en su defecto, por lo que resulte de su medición final.
13. El contratista queda obligado a abonar al Ingeniero autor del proyecto y director de obras así como a los Ingenieros Técnicos, el importe de sus respectivos honorarios facultativos por formación del proyecto, dirección técnica y administración en su caso, con arreglo a las tarifas y honorarios vigentes.
14. Concluida la ejecución de la obra, será reconocida por el Ingeniero Director que a tal efecto designe la empresa.
15. La garantía definitiva será del 4
16. La forma de pago será por certificaciones mensuales de la obra ejecutada, de acuerdo con los precios del presupuesto, deducida la baja si la hubiera.

17. La fecha de comienzo de las obras será a partir de los 15 días naturales del replanteo oficial de las mismas y la definitiva, al año de haber ejecutado la provisional, procediéndose si no existe reclamación alguna, a la reclamación de la fianza.
18. Si el contratista al efectuar el replanteo, observase algún error en el proyecto, deberá comunicarlo en el plazo de quince días al Ingeniero Director de obras, pues transcurrido ese plazo será responsable de la exactitud del proyecto.
19. El contratista está obligado a designar una persona responsable que se entenderá con el Ingeniero Director de obras, o con el delegado que éste designe, para todo relacionado con ella. Al ser el Ingeniero Director de obras el que interpreta el proyecto, el contratista deberá consultarle cualquier duda que surja en su realización.
20. Durante la realización de la obra, se girarán visitas de inspección por personal facultativo de la empresa cliente, para hacer las comprobaciones que se crean oportunas. Es obligación del contratista, la conservación de la obra ya ejecutada hasta la recepción de la misma, por lo que el deterioro parcial o total de ella, aunque sea por agentes atmosféricos u otras causas, deberá ser reparado o reconstruido por su cuenta.
21. El contratista, deberá realizar la obra en el plazo mencionado a partir de la fecha del contrato, incurriendo en multa, por retraso de la ejecución siempre que éste no sea debido a causas de fuerza mayor. A la terminación de la obra, se hará una recepción provisional previo reconocimiento y examen por la dirección técnica, el depositario de efectos, el interventor y el jefe de servicio o un representante, estampando su conformidad el contratista.
22. Hecha la recepción provisional, se certificará al contratista el resto de la obra, reservándose la administración el importe de los gastos de conservación de la misma hasta su recepción definitiva y la fianza durante el tiempo señalado como plazo de garantía. La recepción definitiva se hará en las mismas condiciones que la provisional, extendiéndose el acta correspondiente. El Director Técnico propondrá a la Junta Económica la devolución de la fianza al contratista de acuerdo con las condiciones económicas legales establecidas.
23. Las tarifas para la determinación de honorarios, reguladas por orden de la Presidencia del Gobierno el 19 de Octubre de 1961, se aplicarán sobre el denominado en la actualidad "Presupuesto de Ejecución de Contrataz anteriormente llamado "Presupuesto de Ejecución Material" que hoy designa otro concepto.

Condiciones particulares.

La empresa consultora, que ha desarrollado el presente proyecto, lo entregará a la empresa cliente bajo las condiciones generales ya formuladas, debiendo añadirse las siguientes condiciones particulares:

1. La propiedad intelectual de los procesos descritos y analizados en el presente trabajo, pertenece por entero a la empresa consultora representada por el Ingeniero Director del Proyecto.
2. La empresa consultora se reserva el derecho a la utilización total o parcial de los resultados de la investigación realizada para desarrollar el siguiente proyecto, bien para su publicación o bien para su uso en trabajos o proyectos posteriores, para la misma empresa cliente o para otra.
3. Cualquier tipo de reproducción aparte de las reseñadas en las condiciones generales, bien sea para uso particular de la empresa cliente, o para cualquier otra aplicación, contará con autorización expresa y por escrito del Ingeniero Director del Proyecto, que actuará en representación de la empresa consultora.

4. En la autorización se ha de hacer constar la aplicación a que se destinan sus reproducciones así como su cantidad.
5. En todas las reproducciones se indicará su procedencia, explicitando el nombre del proyecto, nombre del Ingeniero Director y de la empresa consultora.
6. Si el proyecto pasa la etapa de desarrollo, cualquier modificación que se realice sobre él, deberá ser notificada al Ingeniero Director del Proyecto y a criterio de éste, la empresa consultora decidirá aceptar o no la modificación propuesta.
7. Si la modificación se acepta, la empresa consultora se hará responsable al mismo nivel que el proyecto inicial del que resulta el añadirla.
8. Si la modificación no es aceptada, por el contrario, la empresa consultora declinará toda responsabilidad que se derive de la aplicación o influencia de la misma.
9. Si la empresa cliente decide desarrollar industrialmente uno o varios productos en los que resulte parcial o totalmente aplicable el estudio de este proyecto, deberá comunicarlo a la empresa consultora.
10. La empresa consultora no se responsabiliza de los efectos laterales que se puedan producir en el momento en que se utilice la herramienta objeto del presente proyecto para la realización de otras aplicaciones.
11. La empresa consultora tendrá prioridad respecto a otras en la elaboración de los proyectos auxiliares que fuese necesario desarrollar para dicha aplicación industrial, siempre que no haga explícita renuncia a este hecho. En este caso, deberá autorizar expresamente los proyectos presentados por otros.
12. El Ingeniero Director del presente proyecto, será el responsable de la dirección de la aplicación industrial siempre que la empresa consultora lo estime oportuno. En caso contrario, la persona designada deberá contar con la autorización del mismo, quien delegará en él las responsabilidades que ostente.