

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR



PROYECTO FIN DE CARRERA

**Obtención automática de puntos de fuga en secuencias de vídeo
para la modificación del punto de vista**

Maria Isabel Murcia Rosas

SEPTIEMBRE 2012

Obtención automática de puntos de fuga en secuencias de vídeo para la modificación del punto de vista

AUTOR: Maria Isabel Murcia Rosas

TUTOR: Jesús Bescós Cano



**Video Processing and Understanding Lab
Dpto. de Tecnología Electrónica y Comunicaciones
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid
Septiembre de 2012**

Palabras clave

Punto de fuga, homografía, Transformada de Hough, Ajuste a una senoide, Esfera Gaussiana.

Resumen

Por motivos de simplificación en los algoritmos de análisis de imágenes, resultaría especialmente útil que el plano de imagen sea paralelo al plano grabado en el que suceden los eventos a analizar. Esto es habitualmente inviable, por ello se realiza una transformación proyectiva (homografía) o rectificación, que consiste en una modificación del punto de vista de la cámara tal que el plano inclinado pasa a ser paralelo al plano de imagen. Una de las técnicas para realizar esta operación de un modo más o menos automático es detectar previamente los puntos de fuga de las líneas que definen el plano a rectificar.

Se han estudiado dos situaciones para obtener los parámetros de dicha transformación. El primer caso es en el que se conoce la correspondencia de cuatro puntos, no siempre viable. El segundo y el cual es el objetivo de este proyecto, es en el que se conoce la posición de los dos puntos de fuga de las líneas que definen el plano.

Este proyecto se centra en el estudio de los métodos de detección de puntos de fuga por la frecuencia con la que se encuentran grabaciones de planos inclinados. Los planos inclinados, que en este trabajo se analizan, son carreteras en el análisis de tráfico rodado y supuestas matrículas.

Los métodos elegidos para llevar a cabo la detección de puntos de fuga son: el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a una senoide y el método de la Esfera Gaussiana.

El método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a una senoide se ha desarrollado para poder detectar un punto de fuga en el caso de imágenes donde predomina claramente uno, como es el caso de las imágenes de carreteras, en el que los picos de la Transformada de Hough (que se corresponden con las líneas principales de la imagen) se ajustan a una única curva. También esta técnica se ha adaptado para detectar dos puntos de fuga en el caso de imágenes donde ambos son claros, como es el caso de las imágenes de matrículas, en el que debe haber una distinción previa entre los picos que corresponden a una orientación y a otra, y a partir de ahí realizar dos ajustes por separado.

El método de la Esfera Gaussiana ha sido desarrollado para detectar el punto de fuga en imágenes donde predomina claramente uno. A diferencia del anterior, esta técnica permite detectar un punto de fuga que cae fuera de la imagen. Para esta técnica se han utilizado las dos líneas principales de la imagen y han sido trasladadas a la esfera unidad en forma de circunferencias. Del corte de estas circunferencias resultará la posición del punto de fuga en la imagen. La gran aportación de este método es que pasa de un espacio ilimitado como es la imagen a uno limitado como es la Esfera Gaussiana.

Key words

Vanishing point, homography, Hough Transform, Fitting a sinusoid, Gaussian Sphere

Abstract

For simplicity in image analysis algorithms, would be particularly useful that the image plane is parallel to the recorded plane in which the events to analyze occur. This is usually non-viable, thereby performing a projective transformation (homography) or rectification, which is a modification of the point of view of the camera such that the inclined plane becomes parallel to the image plane. One technique to perform this operation in a more or less automatic way is to detect previously the vanishing points of the lines that define the plane to rectify.

Two situations have been studied to obtain this transformation parameters. The first case, in which is known the four-point correspondence, is never viable. The second case and which is the aim of this project, is in which is known the position of the two vanishing points of the lines that define the plane.

This project is focused on the study of the methods of detection of vanishing points by the frequency that recordings of inclined planes. The inclined planes, that in this work are discussed, are road in the traffic analysis supposed plates.

The chosen methods to carry out the detection of vanishing points are: the method of fitting the Hough Transform peaks to a sinusoid and the method of the Gaussian Sphere.

The method of fitting the Hough Transform peaks to a sinusoid has been developed to detect a vanishing point in the case of images where clearly predominates one, like the case of road images, where the Hough Transform peaks (which correspond to the main lines of the image) fit a single curve. Also this technique has been adapted to detect two vanishing points in the case of images where both are clear, like the case of plate images, in which a pre-distinction must be between peaks corresponding to an orientation and another, and from there make two separate fittings.

The method of the Gaussian Sphere has been developed to detect the vanishing point where clearly predominates one. Unlike the previous, this technique allows detect a vanishing point that falls outside the image. For this technique it has been used the two main lines of the image and has been transferred to the unit sphere shaped like circumferences. From the cutting of these circumferences results the position of the vanishing point in the image. The major contribution of this method is that it goes from unlimited space like image plane to a limited one like the Gaussian Sphere.

Agradecimientos

En primer lugar, quería dar gracias a mi familia, que ha sido un gran apoyo en esta etapa. A mis tíos y primos de Cartagena, en especial a mi tía Rosa y Maria Luisa que en ausencia de mi madre, me han cuidado como si de una hija se tratase. A mis hermanos, en especial a Menchu, que aunque estos años nos ha tocado vivir situaciones duras, siempre ha estado ahí, aguantándome los días buenos y los no tan buenos.

En segundo lugar, a todos los amigos que he tenido la suerte de conocer en estos años de universidad, que hemos sabido juntos poder superar sin problemas entregas de prácticas, largos días de biblioteca, estreses de exámenes, y también hemos sabido disfrutar buenos momentos en el parque de Bader, de fiesta y de vacaciones juntos. En este grupo debo incluir a todos los amigos “no telecos” que gracias a la universidad he conocido y que tanto apoyo me han dado.

Gracias a mis niñas, Clau, Silvia, Laura y Sara, por haber compartido con vosotras millones de momentos, por estar ahí siempre, siendo capaces de sacarme una sonrisa en los peores momentos y haciéndome disfrutar como una enana en los mejores.

Gracias a mis chicos, Chino y sobre todo a Bader, por estar día a día conmigo, por reiros “a veces” de mi humor inteligente, por compartir carrera, trabajo, vecindario y sobre todo una gran amistad.

Gracias a FNX, que me ha hecho pasar los mejores veranos de mi vida y conocer a grandes personas. Entre ellas, Irenucu que después del tiempo, de la distancia y de nuestro “erasmus” sigues ahí. También a mis queridos Uclesitos, Ana, Mai, Ernest, Aida, Jaime, Galle, Moni, Sergi, Sara y Dani, demasiados momentos y muy intensos los que hemos vivido juntos. Gracias por aguantar mis puntos de fuga y mis “isabeladas”. Muchos viajes, Riaza, Valencia, Bilbao,...y sobre todo nuestro mágico monasterio de Uclés, que lo que ha unido este lugar perdure durante mucho tiempo.

También dar gracias a mi tutor, Jesús, por su apoyo y ayuda durante esta etapa.

Y por último quiero dedicar este proyecto a esas personas que ya no están entre nosotros, mi madre, mis abuelos y Luis. Vosotros desde ahí arriba me habéis dado la fuerza suficiente para llegar a ser quien soy y llegar hasta donde he llegado. Este proyecto es vuestro.

OS QUIERO!

INDICE DE CONTENIDOS

| | | |
|---------|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Introducción..... | 1 |
| 1.1 | Motivación..... | 1 |
| 1.2 | Objetivos..... | 1 |
| 1.3 | Organización de la memoria..... | 2 |
| 2 | Antecedentes..... | 3 |
| 2.1 | Introducción..... | 3 |
| 2.2 | Métodos de detección de puntos de fuga..... | 4 |
| 2.2.1 | Espacio de trabajo..... | 4 |
| 2.2.1.1 | Plano de la imagen..... | 4 |
| 2.2.1.2 | Esfera Gaussiana (esfera unidad) | 5 |
| 2.2.1.3 | Plano proyectivo | 7 |
| 2.2.1.4 | Otros espacios..... | 7 |
| 2.2.2 | Información de la imagen | 7 |
| 2.2.3 | Tipo de estrategia..... | 8 |
| 2.2.3.1 | Clustering y estimación | 8 |
| 2.2.3.2 | Estrategias mixtas | 9 |
| 2.2.4 | Número de puntos de fuga..... | 10 |
| 2.3 | Clasificación de métodos de detección de puntos de fuga | 10 |
| 2.4 | Conclusión | 11 |
| 3 | Diseño..... | 13 |
| 3.1 | Preprocesamiento de la imagen | 13 |
| 3.2 | Métodos de detección de puntos de fuga..... | 16 |
| 3.2.1 | Método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide ... | 16 |
| 3.2.1.1 | Ajuste a una senoide | 16 |
| 3.2.1.2 | Ajuste a dos senoideos..... | 19 |
| 3.2.2 | Método de la Esfera Gaussiana | 21 |
| 3.2.2.1 | Extracción de las líneas principales de la imagen | 22 |
| 3.2.2.2 | Normalización de las coordenadas de la imagen..... | 22 |
| 3.2.2.3 | Definición de las circunferencias correspondientes a las líneas detectadas | 24 |
| 3.2.2.4 | Primer sistema de votación..... | 27 |
| 3.2.2.5 | Segundo sistema de votación..... | 29 |
| 3.3 | Cálculo de homografías | 30 |
| 3.3.1 | Homografía con correspondencia de cuatro puntos | 31 |
| 3.3.2 | Homografía a partir de dos puntos de fuga..... | 34 |
| 4 | Resultados..... | 37 |
| 4.1 | Resultados de los métodos de detección de puntos de fuga | 37 |
| 4.1.1 | Ajuste a senoide..... | 37 |
| 4.1.1.1 | Ajuste a una senoide | 37 |
| 4.1.1.2 | Ajuste a dos senoideos..... | 40 |
| 4.1.2 | Esfera Gaussiana..... | 48 |
| 4.1.2.1 | Análisis crítico..... | 50 |
| 4.2 | Resultados del cálculo de homografías | 53 |
| 4.2.1 | Homografía con correspondencia de cuatro puntos | 53 |
| 4.2.2 | Homografía a partir de dos puntos de fuga..... | 55 |
| 5 | Conclusiones y trabajo futuro..... | 57 |
| 5.1 | Conclusiones..... | 57 |
| 5.2 | Trabajo futuro | 58 |

| | |
|------------------------------------|-------|
| Referencias | 59 |
| Glosario | 61 |
| Anexos..... | LXIII |
| A Anexo-Transformada de Hough..... | LXIII |

INDICE DE FIGURAS

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 2.1-1: REPRESENTACIÓN LÍNEAS DE FUGA Y PUNTOS DE FUGA FINITOS E INFINITOS. | 3 |
| FIGURA 2.2-1: REPRESENTACIÓN DE LA ESFERA GAUSSIANA. | 6 |
| FIGURA 2.3-1: CLASIFICACIÓN DE MÉTODOS DE DETECCIÓN DE PUNTOS DE FUGA. | 10 |
| FIGURA 3.1-1: IMAGEN RGB. | 13 |
| FIGURA 3.1-2: IMAGEN A ESCALA DE GRISES. | 14 |
| FIGURA 3.1-3: IMAGEN PROCESADA CON EL ALGORITMO DE CANNY. | 14 |
| FIGURA 3.1-4. TRANSFORMADA DE HOUGH DE FIGURA 3-3. | 15 |
| FIGURA 3.2-1: PRINCIPALES LÍNEAS IMAGEN. | 16 |
| FIGURA 3.2-2: PICOS TRANSFORMADA DE HOUGH FIGURA 3-5. | 17 |
| FIGURA 3.2-3: AJUSTE A PICOS TRANSFORMADA DE HOUGH. | 18 |
| FIGURA 3.2-4: ESQUEMA MÉTODO ESFERA GAUSSIANA. | 21 |
| FIGURA 3.2-5: LÍNEAS PRINCIPALES DE PARTIDA MÉTODO ESFERA GAUSSIANA. | 22 |
| FIGURA 3.2-6: CORRESPONDENCIAS PLANO IMAGEN – ESFERA GAUSSIANA. | 24 |
| FIGURA 3.2-7: VISUALIZACIÓN DE UNA ROTACIÓN REPRESENTADA POR UN EJE Y UN ÁNGULO DE EULER. | 25 |
| FIGURA 3.2-8: REPRESENTACIÓN DE LA ROTACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA. | 26 |
| FIGURA 3.2-9: REPRESENTACIÓN ORIENTATIVA DE LOS INTERVALOS DEL SISTEMA DE VOTACIÓN. | 27 |
| FIGURA 3.2-10: CELDAS EN EL PLANO DE LA IMAGEN DEL PRIMER SISTEMA DE VOTACIÓN. | 28 |
| FIGURA 3.3-1: REPRESENTACIÓN HOMOGRAFÍA. | 30 |
| FIGURA 3.3-2: HOMOGRAFÍA Y HOMOGRAFÍA INVERSA. | 33 |
| FIGURA 4.1-1: RESULTADO FINAL PUNTO DE FUGA DEL AJUSTE A UNA SINUSOIDE. | 37 |
| FIGURA 4.1-2: RECTAS PRINCIPALES DE LA IMAGEN Y POSICIÓN RESULTANTE DEL PUNTO DE FUGA. | 38 |
| FIGURA 4.1-3: COMPARACIÓN PUNTO DE FUGA RESULTANTE DEL AJUSTE A UNA SINUSOIDE Y PUNTO DE FUGA DE REFERENCIA. | 39 |
| FIGURA 4.1-4: IMAGEN DE PARTIDA PARA AJUSTE A DOS SINUSOIDES. | 40 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 4.1-5: RESULTADO FINAL PUNTOS DE FUGA RESULTANTES DEL AJUSTE A DOS SINUSOIDES. | 41 |
| FIGURA 4.1-6: PUNTOS DE FUGA DE REFERENCIA. | 41 |
| FIGURA 4.1-7: RECTAS DETECTADAS EN LA ORIENTACIÓN VERTICAL..... | 42 |
| FIGURA 4.1-8: RECTAS DETECTADAS EN LA ORIENTACIÓN HORIZONTAL..... | 42 |
| FIGURA 4.1-9: AJUSTE A PICOS CORRESPONDIENTES A RECTAS EN ORIENTACIÓN VERTICAL. | 43 |
| FIGURA 4.1-10: AJUSTE A PICOS CORRESPONDIENTES A RECTAS EN ORIENTACIÓN HORIZONTAL. . | 43 |
| FIGURA 4.1-11: COMPARACIÓN PUNTOS DE FUGA RESULTANTE DEL AJUSTE A DOS SINUSOIDES Y PUNTOS DE FUGA DE REFERENCIA. | 44 |
| FIGURA 4.1-12: SEGUNDA IMAGEN DE PARTIDA. | 45 |
| FIGURA 4.1-13: RECTAS DETECTADAS..... | 45 |
| FIGURA 4.1-14: AJUSTE A PICOS CORRESPONDIENTES A RECTAS EN ORIENTACIÓN VERTICAL. | 46 |
| FIGURA 4.1-15: AJUSTE A PICOS CORRESPONDIENTES A RECTAS EN ORIENTACIÓN HORIZONTAL. . | 46 |
| FIGURA 4.1-16: COMPARACIÓN PUNTOS DE FUGA RESULTANTE DEL AJUSTE A DOS SINUSOIDES Y PUNTOS DE FUGA DE REFERENCIA. | 47 |
| FIGURA 4.1-17: RECTAS PRINCIPALES DE LA IMAGEN. | 48 |
| FIGURA 4.1-18: CIRCUNFERENCIAS CORRESPONDIENTES A LAS RECTAS PRINCIPALES. | 49 |
| FIGURA 4.1-19: RESULTADO PUNTO DE FUGA TRAS PRIMER PROCESO DE VOTACIÓN. | 49 |
| FIGURA 4.1-20: RESULTADO FINAL PUNTO DE FUGA TRAS SEGUNDO PROCESO VOTACIÓN. | 50 |
| FIGURA 4.1-21: COMPARACIÓN PUNTO DE FUGA TRAS PRIMER PROCESO DE VOTACIÓN Y PUNTO DE FUGA DE REFERENCIA. | 50 |
| FIGURA 4.1-22: COMPARACIÓN PUNTO DE FUGA TRAS SEGUNDO PROCESO DE VOTACIÓN Y PUNTO DE FUGA DE REFERENCIA..... | 51 |
| FIGURA 4.1-23: COMPARACIÓN PUNTO DE FUGA TRAS PRIMER Y SEGUNDO PROCESO DE VOTACIÓN, Y PUNTO DE FUGA DE REFERENCIA. | 52 |
| FIGURA 4.1-24: DIVISIÓN IMAGEN CORRESPONDIENTE AL PRIMER PROCESO DE VOTACIÓN..... | 52 |
| FIGURA 4.2-1: PUNTOS DE PARTIDA Y SUS PUNTOS CORRESPONDIENTES TRAS LA HOMOGRAFÍA... | 53 |
| FIGURA 4.2-2: IMAGEN DE PARTIDA ANTERIOR A LA HOMOGRAFÍA. | 54 |
| FIGURA 4.2-3: IMAGEN FINAL TRAS LA HOMOGRAFÍA. | 54 |

| | |
|------------------------------------------------------------|-------|
| FIGURA 4.2-4: DOS PUNTOS DE FUGA..... | 55 |
| FIGURA 4.2-5: VISUALIZACIÓN DE LAS COMPROBACIONES. | 56 |
| FIGURA A-1: (A) PLANO XY (B) ESPACIO DE PARÁMETROS AB..... | LXIII |
| FIGURA A-2: ESPACIO AB..... | LXIV |
| FIGURA A-3: ESPACIO RHO-THETA | LXV |
| FIGURA A-4: TRANSFORMADA DE HOUGH DE UNA IMAGEN..... | LXVI |

1 Introducción

1.1 Motivación

En cierto tipo de dominios de aplicación del análisis de secuencias de vídeo es frecuente encontrar grabaciones de planos inclinados (por ejemplo, carreteras en el análisis de tráfico rodado, una pista de tenis en el análisis de eventos deportivos, etc.) sobre los que transitan los objetos de interés (coches y tenistas en los ejemplos anteriores).

Por motivos de eficiencia y de cara a simplificar los algoritmos de análisis, resultaría especialmente útil que el eje de la cámara fuera perpendicular al plano de interés, con lo que el plano de imagen sería paralelo a dicho plano. Sin embargo, esto es habitualmente inviable, en unos casos por imprecisiones en la colocación de la cámara, en otros por la dificultad de situar la cámara en tal posición y en otros incluso por la imposibilidad de hacerlo, por ejemplo, por ser imprescindible la posición exacta del plano de interés (caso de la matrícula de un coche).

Una solución a este problema consiste en efectuar sobre cada imagen de la secuencia una transformación proyectiva (homografía), que resulta en una modificación del punto de vista de la cámara tal que el plano inclinado pasa a ser paralelo al plano de imagen, que era el objetivo buscado. Una vía para obtener los parámetros de dicha transformación es el cálculo de los dos puntos de fuga de las rectas situadas en dicho plano. El objetivo de este proyecto es implementar y evaluar técnicas de localización de estos puntos de fuga.

1.2 Objetivos

El objetivo de este proyecto es la obtención automática de los puntos de fuga de secuencias de vídeo para la modificación del punto de vista de imágenes. Dado que una secuencia de vídeo se compone de una serie de imágenes, los algoritmos de detección de puntos de fuga se basarán en imágenes. El trabajo realizado se basará principalmente en imágenes de carreteras y de matrículas.

En primer lugar se plantea un pequeño estudio y análisis de los distintos métodos de detección de puntos de fuga existentes. De esta manera se presenta una clasificación de las distintas técnicas hasta ahora existentes.

Uno de los objetivos principales es implementar métodos de detección puntos de fuga. Tras el estudio de las técnicas existentes, se eligen dos métodos que son los que van a ser el punto clave de este proyecto.

Otro de los puntos importantes, es el de realizar un cambio de perspectiva u homografía; para ello se presenta el caso simplificado de la correspondencia de cuatro puntos entre ambos planos.

Una vez desarrollado en detalle los métodos de detección de puntos de fuga y el cálculo de homografías, se realiza un análisis de los resultados obtenidos.

1.3 Organización de la memoria

La estructura de la memoria de este Proyecto Fin de Carrera consta de los siguientes capítulos:

En el Capítulo 1 se realiza una breve introducción en la que se presenta: la motivación que ha llevado a la realización de este proyecto, así como lo objetivos del mismo y la organización de la memoria.

En el Capítulo 2 se realiza un estudio de los distintos métodos de detección de puntos de fuga. Así mismo, estas técnicas se clasifican atendiendo a diferentes aspectos, conceptos que también son desarrollados a lo largo de este capítulo.

En el Capítulo 3 se desarrolla el diseño de los distintos métodos elegidos tras el estudio hecho en el Capítulo 2. En primer lugar se presenta un preprocesamiento previo a ambos métodos. En segundo lugar se desarrolla el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a una senoide, con sus dos variantes. Según si la finalidad sea la búsqueda de un punto de fuga o dos, se realizará el ajuste a una senoide o a dos, respectivamente. En segundo lugar se desarrolla el método de la Esfera Gaussiana. Por último, se presenta el desarrollo del cálculo de homografías dada la correspondencia de cuatro puntos y para el caso de la presencia de dos puntos de fuga en la imagen.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados de aplicar los distintos métodos implementados en unos casos sobre imágenes reales y en otros sobre imágenes sintéticas. Tras la obtención de resultados, se realiza un análisis crítico de cada uno de los métodos.

En el Capítulo 5 se presentan las conclusiones del proyecto y las posibles líneas de mejora del mismo.

2 Antecedentes

2.1 Introducción

Al llevar a cabo una proyección en perspectiva de un espacio tridimensional en el plano de la imagen, un conjunto de líneas en el espacio converge en el plano de la imagen en un único punto. Este punto de intersección es conocido como punto de fuga. Un punto de fuga puede ser un punto finito (real) o un punto infinito (ideal) en el plano de la imagen. Los puntos de fuga que caen sobre el mismo plano en la escena definen una línea en la imagen, la llamada línea de fuga.

El conocimiento de los puntos de fuga es un paso importante para la interpretación 3D, aportando información significativa que se obtiene de la escena real, información tal como la distancia entre objetos, las dimensiones de objetos, en definitiva la estructura tridimensional de la escena.

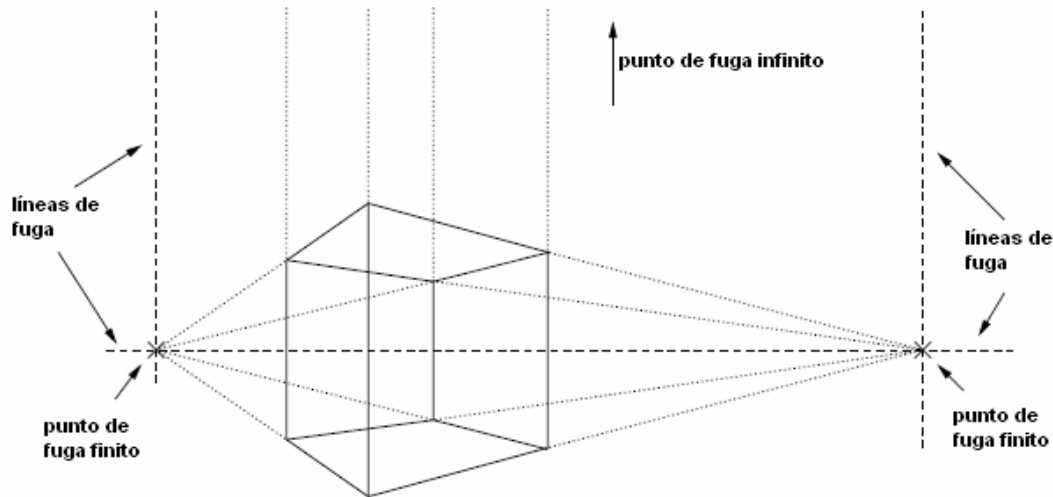


Figura 2.1-1: Representación líneas de fuga y puntos de fuga finitos e infinitos.

Un entorno hecho por el hombre tiene dos propiedades características: muchas líneas en la escena son paralelas y varios bordes en la escena son ortogonales. En entornos de interior esto es verdad para estanterías, puertas, ventanas. En entornos de exterior, calles, edificios y carreteras satisfacen este supuesto. Esto significa que los puntos de fuga proporcionan información sobre la estructura 3D de la escena. Si por ejemplo la geometría de la cámara es conocida, cada punto de fuga corresponde a una orientación de la escena y viceversa.

2.2 Métodos de detección de puntos de fuga

A lo largo de los siguientes apartados se describirán los métodos más significativos para la detección de puntos de fuga. Serán descritos y clasificados atendiendo a diversos aspectos. En primer lugar, el espacio de trabajo en el que los métodos hacen su labor: detectar puntos de fuga significa obtener los valores de los parámetros que caracterizan estos puntos. Por consiguiente, el tipo de parametrización determina el espacio de trabajo, o espacio de análisis sobre el cual los algoritmos buscan los puntos de fuga, como por ejemplo el espacio de Hough, que se verá más adelante. En segundo lugar, la información de la imagen que es utilizada, puesto que diferentes características de la imagen como líneas, segmentos de líneas, bordes o gradientes de píxeles, pueden ser utilizadas para determinar puntos de fuga. Otro criterio importante es el tipo de estrategia. La detección de puntos de fuga requiere dos pasos: *clustering* o agrupamiento, que se refiere a la selección de características de la imagen que llevan a un punto de fuga común; y la etapa de estimación, que dado un conjunto de características de la imagen, determina un punto de fuga común. Sin embargo, estos pasos se pueden hacer de distintas maneras y en consecuencia han surgido diferentes técnicas.

Tras un estudio detallado de los métodos de detección de puntos de fuga, se presenta una tabla que recopila los trabajos más relevantes y destaca las contribuciones de investigación de cada uno.

2.2.1 Espacio de trabajo

En primer lugar, se analizan los métodos de detección de puntos de fuga atendiendo al espacio de trabajo sobre el que realizan su labor.

Los puntos de fuga se pueden describir matemáticamente de diversos modos. Por un lado constituyen entidades de la imagen 2D, pero por otro lado, corresponden a las direcciones del espacio 3D. Por lo tanto, es necesario realizar una clasificación según el tipo de parametrización que utilicen, como es el caso del espacio de Hough por ejemplo.

2.2.1.1 Plano de la imagen

Muchos autores han elegido el plano de la imagen como espacio de trabajo, como Caprile y Torre [1], McLean y Koyyuri [2], Sekita [3], y más recientemente Minagawa et al. [4], Suttorp y Bücher [5].

La primera idea de utilizar los puntos de fuga para calibrar una cámara fue de Caprile y Torre [1]. El método propuesto se basa en el punto de vista de un cubo. Se pueden recuperar tres puntos de fuga de la imagen del cubo. A partir de las propiedades de estos puntos de fuga se pueden calcular los parámetros intrínsecos de la cámara (distancia focal, proyección del eje óptico, etc) y a partir de ellos, hacer una reconstrucción 3D de la escena.

McLean y Koyyuri [2], Sekita [3], y Minagawa et al [4], sin restringirse a la búsqueda de un único punto de fuga, estiman la posición de los puntos de fuga mediante procesos de optimización que consideran distancias de error sobre el plano de la imagen.

En el trabajo de Suttorp y Bücher [5] se asume que los puntos de fuga en escenas de carreteras normalmente caen dentro de los límites de la imagen, de manera que es suficiente trabajar en el plano de la imagen para estimar su posición.

2.2.1.2 Esfera Gaussiana (esfera unidad)

La esfera, como espacio de trabajo, ha sido utilizada, por diversos autores como Barnard [6], Magee y Aggarwal [7], Quan y Mohr [8], Collins y Weiss [9], Lutton et al [11] o Shufelt [12].

Barnard [6] propone proyectar el plano de la imagen, que por definición es ilimitado aunque en la práctica no lo es, sobre la esfera unidad (también conocida como esfera Gaussiana), centrada en el centro óptico de la cámara.

A cada segmento de línea se le hace corresponder un plano formado por el segmento de línea en la imagen y el centro de la esfera. De la intersección de este plano con la esfera unidad resulta una circunferencia máxima que recorre la superficie de la esfera. De esta manera, cada segmento de línea en la imagen corresponde con una circunferencia en la esfera unidad, centrada en el centro óptico. Las intersecciones de estas circunferencias se corresponden con los puntos de fuga de las líneas que las generaron.

Para obtener las intersecciones, cada punto de cada una de las circunferencias correspondientes a los segmentos de línea detectados en la imagen, vota sobre la esfera unidad. Así, al final del proceso, es decir, cuando todas las circunferencias correspondientes a todas las líneas detectadas en la imagen, hayan votado sobre la esfera, se buscarán los puntos que tengan más votos, es decir, los puntos en los que intersecten más circunferencias. Esos puntos sobre la esfera serán considerados como las direcciones de los puntos de fuga. Esas direcciones sobre la esfera corresponderán a los puntos de fuga en el plano de la imagen.

Una de las grandes ventajas de este método es que los puntos de fuga se obtienen en un espacio limitado. Esto permite que las operaciones se simplifiquen y por lo tanto se puedan tratar de la misma manera tanto los puntos de fuga finitos como los infinitos.

De cara al proceso de votación, la superficie de la esfera se divide en celdas (en las cuales los puntos de las circunferencias votarán). La división que propone Barnard [6] es en intervalos regulares tanto en φ como en θ . Esto genera celdas de diferente superficie, es decir, que las celdas no tienen el mismo área. Ello provoca que la cuenta de los votos dependa de un enfoque estadístico que tenga en cuenta las diferentes áreas de las celdas.

Para resolver este problema se han propuesto divisiones irregulares de la esfera. Una de las posibles soluciones, propuesta por Quan y Mohr [8], es dividir la esfera desde una resolución baja hasta una resolución alta, utilizando la Transformada de Hough jerárquica. Por su parte, Lutton [11] propone una división "semiregular", basada en una división en intervalos uniforme en φ y desigual en θ .

Una de las principales desventajas de los trabajos de Quan y Mohr [8], y de Lutton [11], se encuentra en que al transferir información desde la imagen a un espacio limitado, las distancias entre líneas y puntos no se conservan.

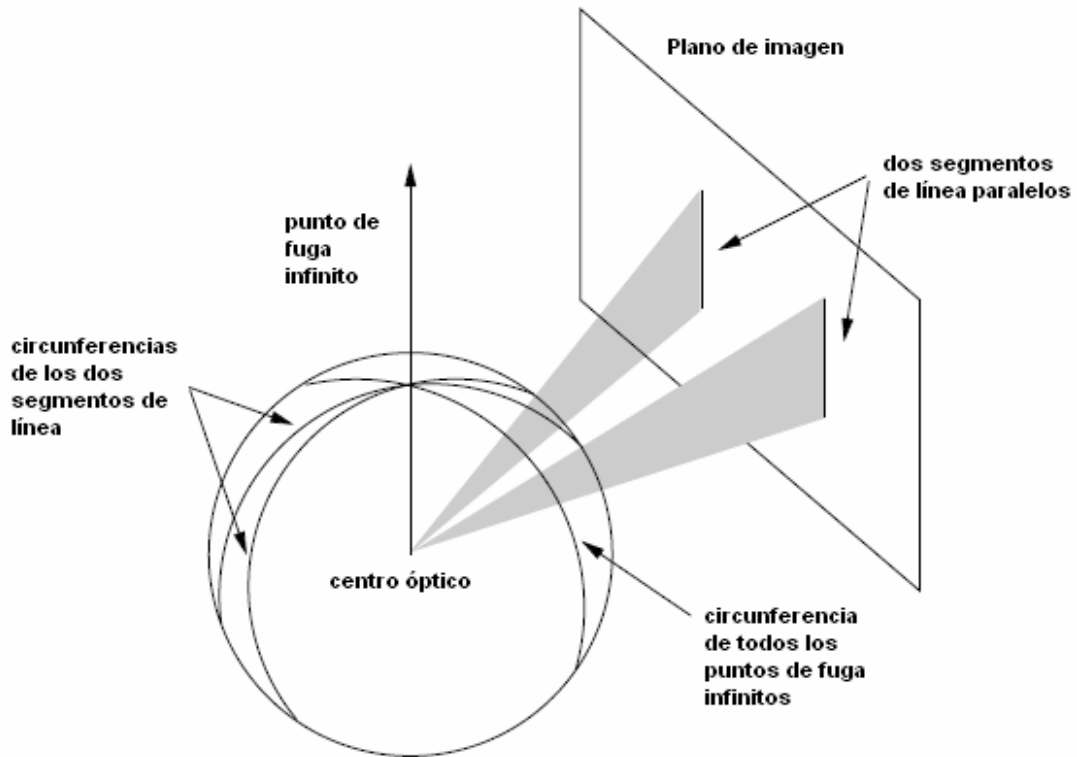


Figura 2.2-1: Representación de la esfera Gaussiana.

Collins y Weiss [9] utilizaron una combinación de técnicas para presentar un método que combina la velocidad computacional alta obtenida por Barnard [6] y la precisión de Magee y Aggarwal [7].

Shufelt [12] introduce una mejora en el método de la esfera Gaussiana, integrando el conocimiento de geometría en la búsqueda de puntos de fuga. A diferencia de otros autores, Shufelt [12] investiga en el contexto de fotogrametría aérea.

El esquema de detección de puntos de fuga propuesto por Magee y Aggarwal [7] es similar al método de Barnard [6], por el hecho de que utiliza la esfera Gaussiana como espacio de trabajo. Sin embargo, la esfera no se utiliza como espacio acumulador. Con este método se identifican todas las intersecciones de segmentos de línea en la esfera Gaussiana, formando una lista de todas las intersecciones de cada par de segmentos de línea. Después, se lleva a cabo una etapa de clustering (agrupación), en la que se identifican intersecciones comunes como posibles puntos de fuga.

En primer lugar, una de las grandes ventajas de este método radica en que la exactitud del punto de fuga estimado no es dependiente de la cuantificación de la esfera Gaussiana, es decir, en como sea la división en celdas de la esfera. En segundo lugar, este método permite considerar cada intersección de forma individual. De esta manera, las intersecciones que no tienen sentido deben ser rechazadas como posibles puntos de fuga. Esto no es posible cuando se utilizan espacios acumuladores, que consideran sólo segmentos de líneas en lugar de intersecciones. Como inconveniente de este método se encuentra, el gran coste computacional que conlleva.

En conclusión, la principal ventaja del método de la esfera Gaussiana es el poder llevar todo tipo de punto de fuga, tanto finito como infinito, a un espacio limitado.

2.2.1.3 Plano proyectivo

Como una alternativa al plano de la imagen, y como una manera de formalizar matemáticamente la parametrización de la esfera Gaussiana, surgieron una serie de trabajos que se basan en el plano proyectivo. La búsqueda de los puntos de fuga en el plano proyectivo requiere que se aumente la dimensión de los puntos de fuga, considerando la representación en coordenadas homogéneas.

El plano proyectivo es una transformación directa desde el plano de la imagen. Trabajar en el plano proyectivo tiene grandes ventajas como:

- Conserva las distancias originales entre puntos y líneas, ya que no trabaja en un espacio limitado, como la esfera Gaussiana o el espacio de Hough.
- No utiliza técnicas basadas en espacios acumuladores.
- Es capaz de detectar todo tipo de puntos de fuga, tanto finitos como infinitos.
- No es necesario el conocimiento de los parámetros de la cámara.

El plano proyectivo ha sido utilizado para la detección de puntos de fuga por varios autores como Kanatani [13], Liebowitz [14], Pflugfelder [15], Rother [16].

2.2.1.4 Otros espacios

Como alternativa para trabajar con puntos de fuga en el infinito surgieron otros espacios transformados. Tuytelaars [17] et al. definió una partición calculada con la Transformada de Hough que consideraba tres subespacios limitados. Estos subespacios eran utilizados para detectar tanto puntos de fuga como líneas de fuga. Seo [18] et al. y Almansa et al. [19] propusieron enfoques similares. El trabajo de Cantoni [20] se centra en la Transformada de Hough de los puntos de la imagen. Los puntos de fuga se representan como sinusoides. Dichas sinusoides se obtienen a través de un ajuste de mínimos cuadrados. Más adelante, en el apartado 3.2.1, se hará uso de este enfoque propuesto por Cantoni [20] para el diseño de uno de los métodos de detección de puntos de fuga que se llevan a cabo en este Proyecto Fin de Carrera.

2.2.2 Información de la imagen

El cálculo de puntos de fuga requiere de la obtención de características de la imagen, de tal manera que estas características de la imagen determinan el conjunto de líneas que podrían intersectar en un punto de fuga común. Estas características pueden ser gradientes de píxeles (píxeles con un gradiente de intensidad significativo, calculado por ejemplo por el operador de Sobel), líneas (que se pueden obtener fácilmente a través de la Transformada de Hough) o segmentos de línea.

De las características de la imagen más utilizadas, están los segmentos de línea. Muchos autores han utilizado los segmentos de línea, como Barnard [6], Collins [9], Brillault-O'Mahony [10], Shufelt [12], Antone y Teller, Rother [16], Liebowitz [14], Kosecká y Zhang [22], Almansa et al. [19], Hu et al. [23], Seo et al. [18], Suttorp y Bücher [5], Trinh y Jo [24], Kalantari et al. [25] y Pflugfelder [15]. Otro autores como Tuytelaar et al. [17], Minagawa et al. [4] y Cantoni et al. [20] han utilizado puntos, otros como Schindler y Dellaert [26], y Barinova et al. [27] han utilizado bordes o gradientes de píxeles, McLean y Koyyuri [2] han utilizado líneas, y Ribeiro y Hancock [28] han utilizado texturas.

2.2.3 Tipo de estrategia

En las estrategias de detección de puntos de fuga se pueden distinguir normalmente dos pasos fundamentales, denominados clustering y estimación. En primer lugar, se clasifican las características de la imagen en grupos o clusters que comparten un punto de fuga común. Y en segundo lugar, a partir de la información del grupo se estima la posición del punto de fuga.

Los pasos de clustering y estimación, se pueden realizar de distintas maneras y se pueden clasificar en propuestas iterativas y no iterativas. Las estrategias iterativas se pueden clasificar también en robustas (basadas en RANSAC) y enfoques óptimos (basados en EM).

En los siguientes apartados, se describen las propuestas más relevantes en lo que a tipo de estrategia se refiere.

2.2.3.1 Clustering y estimación

Los métodos de clustering se pueden clasificar en aquellos métodos que utilizan algoritmos de clustering como k-means y en aquellos que hacen uso de espacios acumuladores en los que se buscan los máximos. En los métodos de estimación se requiere la definición de una función de coste o función de error entre las características de la imagen y el punto de fuga. Esta función de error se minimiza utilizando métodos de optimización.

Los trabajos más antiguos referentes a los métodos de clustering, seguían las propuestas de Barnard [6] de utilizar la esfera Gaussiana como espacio acumulador. Algunos autores han utilizado este método para el cálculo de la posición de los puntos de fuga, otros lo han utilizado para calcular la posición de las celdas más votadas. La precisión de estos métodos depende básicamente en la resolución de la división de la esfera.

Varios autores buscaron la manera de reducir el error asociado a las diferentes dimensiones de las celdas. Entre ello, Lutton et al. [11] con su propuesta de la división "semi-regular" de la esfera. Y Quan y Mohr [8] que propusieron un esquema que utilizaba la Transformada de Hough jerárquica.

Tuytelaars et al. [17] también hizo uso de espacios de acumulación para la detección de puntos de fuga. Este método utiliza tres Transformadas de Hough en cascada, que transforman puntos de borde en líneas, líneas en intersección de puntos (de fuga), y después líneas de fuga. Una gran ventaja se encuentra en que este método no sólo calcula la posición de los puntos de fuga y de las líneas de fuga que los unen, sino que también propone una transformación que trabaja con puntos en el infinito. De la misma manera que la esfera Gaussiana, el espacio de acumulación es limitado, por lo tanto las celdas más lejanas al centro de los espacios de Hough definidos cubren regiones mas grandes en el plano de la imagen.

Almansa et al. [19] propone una división del plano de la imagen de manera que cada celda acumuladora tenga la misma probabilidad de que una línea de la imagen pase a través de ella.

Algunos autores han utilizado una variedad de técnicas de clustering. Kosecká y Zhang [22], McLean y Koyyuri [2], y Seo et al. [18], para obtener los clusters iniciales sobre los cuales se iba a operar, realizaron un análisis del histograma de orientaciones de los segmentos de línea. De manera alternativa, Magee y Aggarwal [7] calcularon todos los puntos de intersección entre todos los segmentos de línea sobre la esfera Gaussiana buscando los clusters utilizando k-means. Por su parte, Barinova [27] utilizó Mean-Shift, mientras que Ribeiro y Hancock [28] utilizaron una transformación basada en textura sobre la que votar usando componentes espectrales en la esfera.

Dado un cluster, la estimación del punto de fuga requiere la definición de una función de error. Esta función ilustra el error que existe entre un punto de fuga y la característica de la imagen que se espera que pase por ese punto de fuga. Por lo tanto, el error de un punto de fuga con respecto a todos los elementos del cluster se puede calcular y se puede minimizar para encontrar el punto de fuga óptimo.

El trabajo de Caprile y Torre [1] fue uno de los primeros trabajos que utilizó funciones de error. En sí no define una función de error explícita sino que obtiene el punto de fuga como media del conjunto de intersecciones de todos los pares de segmentos de líneas en el cluster. McLean y Koyyuri [2] propusieron un enfoque basado en métodos de optimización. Brillault- O'Mahony [10] y Shufelt [12] introdujeron el concepto de modelo de error para los segmentos de línea. Además, Shufelt [12] propuso modelar los segmentos de línea como franjas de la esfera con la finalidad de estimar el punto de fuga.

Rother [16] utiliza una función de error definida como la suma de los cuadrados de las distancias entre los puntos finales de los segmentos de línea y la línea formada por el punto de fuga y el punto medio del segmento de línea. Liebowitz [14] aclara que el método propuesto por Rother [16] no es óptimo y por su parte propone un método basado en mínimos cuadrados no lineales.

2.2.3.2 Estrategias mixtas

Muchos autores hacen uso de estrategias mixtas iterativas, que realizan los pasos de clustering y estimación como un proceso alterno. Las técnicas más utilizadas en este campo son las estrategias robustas, como RANSAC y sus variantes, y estrategias de optimización, como el algoritmo EM.

Los métodos que se basan en RANSAC (RANdom Sampling And Consensus), seleccionan suficientes conjuntos de características de la imagen, para calcular un candidato a punto de fuga y después encontrar un conjunto de características que sean coherentes con este candidato. El punto de fuga puede ser reestimado considerando la información que dan todos los elementos del grupo. Pflugfelder [15] hace uso de RANSAC para determinar más de un punto de fuga, para ello debe eliminar los segmentos de línea que fueron utilizados para calcular un punto de fuga y se reinicia la iteración RANSAC en busca de nuevos puntos de fuga. Este proceso se repite hasta que no hay segmentos de línea suficientes para determinar nuevos puntos de fuga.

El algoritmo EM (Expectation-Maximization), a diferencia de RANSAC, asigna con una probabilidad particular cada segmento de línea a diferentes puntos de fuga. Se requiere conocer inicialmente el número de puntos de fuga a determinar. Por lo tanto, el proceso termina cuando se conoce la posición de todos los puntos de fuga.

El trabajo de Schindler y Dellaert [26] es propuesto como un modelo EM, que no requiere de información adicional sobre el escenario (conocido como mundo Atlanta), al contrario que otros trabajos que buscan tres puntos de fuga que se corresponden con las tres direcciones ortogonales del espacio Euclídeo (conocido como mundo Manhattan).

Una de las grandes desventajas del algoritmo EM es que se requiere el conocimiento previo del número de puntos de fuga. Kosecká y Zhang [22] son capaces de solucionar este problema, a partir de una etapa inicial de clustering basada en histograma de orientaciones. Otra de las desventajas es, que el algoritmo EM es muy sensible a la inicialización, de manera que si las posiciones de los puntos de fuga son inicializadas lejos del objetivo mínimo, el algoritmo es propenso a quedarse atascado en los alrededores de un mínimo incorrecto. Antone y Teller [21], Kosecká y Zhang [22], y Minagawa et al. [4] utilizan como método de inicialización la Transformada de Hough.

2.2.4 Número de puntos de fuga

El número de puntos de fuga que se busca obtener depende de la aplicación para la que se utilice. Para la rectificación de planos, se requiere del conocimiento de dos puntos de fuga. Sin embargo, para la autocalibración de una cámara se necesitan al menos tres puntos de fuga.

Hay métodos que adaptan modelos asumiendo la existencia de un único punto de fuga, aunque se puedan obtener muchos puntos de fuga aplicando ciertas aproximaciones. Este es el caso de RANSAC que elimina el conjunto de características utilizadas para calcular el primer punto de fuga, con el objetivo de calcular el siguiente punto de fuga. Otros métodos consideran múltiples puntos de fuga, de manera que son calculados de forma simultánea.

Estos métodos se adaptan para considerar relaciones ficticias entre los puntos de fuga, como Coughlan y Yuille [29] con la hipótesis del mundo Manhattan, que aprovechan la suposición de que existen tres puntos de fuga y que son ortogonales entre sí. De manera similar, Schindler y Dellaert [26] con la hipótesis del mundo Atlanta asumen la presencia de muchos conjuntos independientes de tres puntos de fuga ortogonales entre sí.

2.3 Clasificación de métodos de detección de puntos de fuga

En esta tabla, extraída de la tesis doctoral de Marcos García Nieto, *Detection and tracking of vanishing points in dynamic environments*, se presenta una clasificación sobre los métodos de detección de puntos de fuga más relevantes.

| Ref. | Year | Image features | Workspace | Contribution | Num. Vps. |
|-------------|------|------------------|-------------------|-----------------------------------------------|------------|
| Barnard | 1983 | LSegs. | Sphere | Hough accumulation on sphere surface | 3 |
| Magee | 1984 | - | Sphere | Search for clusters of intersections. | - |
| Quan | 1989 | - | Sphere | Hierarchical Hough transform | - |
| Caprile | 1990 | Vps. | Image plane | Vps. matching | - |
| Collins | 1990 | Clustered LSegs. | Sphere | Bingham statistics | 1 |
| Brillault | 1991 | LSegs. | - | Error model using LSegs. length | - |
| Lutton | 1994 | - | Sphere | Semiregular sphere quantification | 3 orth. |
| McLean | 1995 | Lines | Image plane | Cluster and estimate approach | 1 |
| Tuytelaars | 1998 | Points | Hough | Cascaded Hough transform | N and Vls. |
| Shufelt | 1999 | LSegs. | Sphere | Voting scheme using swath error model | - |
| Antone | 2000 | LSegs. | Sphere | EM algorithm, angle error model | N |
| Minagawa | 2000 | Points | Image plane | EM algorithm for lines and Vps. and Vl. | N and Vl. |
| Ribeiro | 2000 | Texture | Sphere | Spectral voting and search for maxima | N |
| Rother | 2000 | LSegs. | Image plane | Mid-point error model, unbounded search | 3 |
| Cantoni | 2001 | Points | Hough/Image plane | Voting and least squares sinusoid | 1 |
| Liebowitz | 2001 | LSegs. | Projective plane | Optimal MLE solution for LSegs. | 1 |
| Košecká | 2003 | LSegs. | Unc. Sphere | EM algorithm, outliers control and refinement | N |
| Almansa | 2003 | LSegs. | Image plane | Equiprobable vanishing regions | N |
| Schindler | 2004 | Edge points | Projective plane | EM algorithm, Atlanta world | N |
| Hu | 2006 | LSegs. | Image plane | Convex hull | N |
| Seo | 2006 | LSegs. | ICIS | Inverted Coordinate Image Space | N |
| Suttorp | 2006 | LSegs. | Image plane | Kalman tracking for road environment | 1 |
| Trinh | 2006 | LSegs. | Projective plane | MSAC estimation | 3 |
| Barinova | 2007 | Edges | Unc. Sphere | Class-specific edges, Mean Shift and EM | 3 |
| Kalantari | 2008 | LSegs. | Unc. Sphere | RANSAC clustering | N |
| Pflugfelder | 2008 | LSegs. | Projective plane | Online scheme with EM algorithm | N |

LSegs. : Line segments; Vps. : Vanishing points; Vl. : Vanishing line; - : Unknown or unspecified; Unc. : Uncalibrated

Figura 2.3-1: Clasificación de métodos de detección de puntos de fuga.

2.4 Conclusión

Una vez hecho un repaso a los trabajos más representativos acerca de los métodos de detección de puntos de fuga, como conclusión se van a presentar los dos métodos seleccionados para llevar a cabo en este proyecto fin de carrera.

El primer método es el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide. En este caso, este método es elegido por su simplicidad y por la precisión en la detección de los puntos de fuga. Esta técnica se basa en la búsqueda del punto de fuga dentro de los límites del plano de la imagen.

El segundo método elegido es el método de la esfera Gaussiana. Una de las grandes aportaciones de este trabajo es la posibilidad de detectar puntos de fuga fuera del plano de la imagen o en el infinito, además de detectarlos dentro del plano de la imagen. También, que partiendo de un espacio ilimitado este método es capaz de mapearlo en un espacio limitado como es el de la esfera unidad.

La finalidad de este proyecto es rectificar planos, para ello es necesario el conocimiento de dos puntos de fuga. Los dos métodos seleccionados son capaces de encontrar dos puntos de fuga. Sin embargo, el método elegido para encontrar dos puntos de fuga, es el de ajuste de los picos de la Transformada de Hough, en este caso, a dos senoideos. Este método es elegido por una mayor precisión en la búsqueda de la posición del punto de fuga, en comparación con el método de la esfera Gaussiana.

En resumen, la elección de un método u otro depende de las necesidades. Si la necesidad es detectar con mayor precisión la posición del punto de fuga dentro de la imagen se utilizará el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide. Por el contrario, si es necesario encontrar puntos de fuga fuera del plano de la imagen o en el infinito, se optará por el método de la Esfera Gaussiana.

3 Diseño

En este capítulo se van a desarrollar los dos métodos elegidos para la detección de puntos de fuga, así como el preprocesamiento requerido de la imagen. Los dos métodos elegidos son: el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide y el método de la Esfera Gaussiana. En el primer método desarrollado se podrá distinguir entre un ajuste a una senoide o a dos, dependiendo de si la finalidad es encontrar uno o dos puntos de fuga.

Por otro lado, también se lleva a cabo un desarrollo de las técnicas utilizadas para realizar el cambio de perspectiva de una imagen. Este cambio de perspectiva se realiza mediante homografías. Los dos casos de homografías, que en este capítulo se desarrollan, dependen de los datos previos a realizar la homografía. El primer caso, es en el que se conocen 4 puntos de una imagen y sus correspondientes 4 puntos tras realizar la homografía. En el segundo caso, se dispone del conocimiento de la posición de dos puntos de fuga.

3.1 Preprocesamiento de la imagen

Antes de llevar a cabo todos los procesos que llevan a la obtención del punto de fuga, es necesario preparar la imagen para ello. El proceso comienza con una imagen RGB, que es convertida a escala de grises. Una vez obtenida la imagen en escala de grises, se aplica el algoritmo de detección de bordes de Canny. Tras esta operación se detectan los bordes más relevantes de la imagen. Por último se aplica la Transformada de Hough, cuyo resultado es la obtención de las rectas principales de la imagen.

A continuación, se explica más detalladamente el proceso anteriormente citado.



Figura 3.1-1: Imagen RGB.

Se parte de una imagen RGB ver Figura 3-1, por ello es necesario un preprocesamiento previo de la imagen. La Transformada de Hough requiere como entrada una imagen binaria. Para su obtención, se convierte en escala de grises la imagen original. Como resultado se obtiene una imagen, en la cual los valores de los píxeles varían entre 0 (negro) y 255 (blanco).



Figura 3.1-2: Imagen a escala de grises.

A partir de aquí, se aplica el algoritmo de Canny, que tiene como objetivo asignar 1 o 0 a cada píxel, según forme o no parte de un contorno, y de lo cual resulta una imagen binaria, en la que se han detectado los bordes de la imagen.

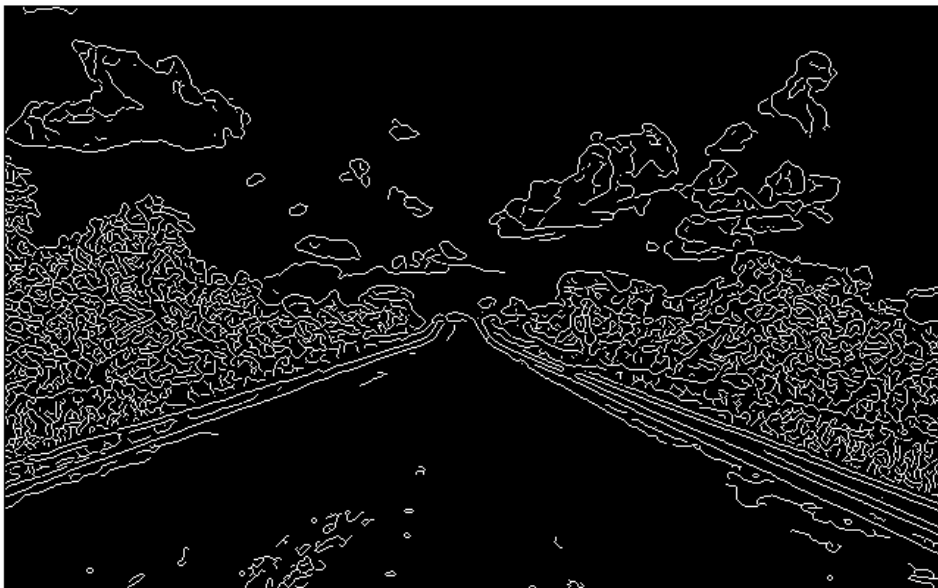


Figura 3.1-3: Imagen procesada con el algoritmo de Canny

Una vez realizado este preprocesamiento, se lleva a cabo la Transformada de Hough. Como resultado, se obtiene una matriz del espacio de parámetros, cuyas filas y columnas se corresponden con los valores de ρ y θ respectivamente. Una recta en el plano (x, y) se representa en el plano (ρ, θ) a partir de la siguiente expresión:

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

Siendo ρ la longitud de una normal desde el origen hasta la recta, y θ es el ángulo que forma la normal a la recta y el eje X.

Más adelante, en el Anexo C se explicarán más detalladamente el funcionamiento de la Transformada de Hough.

Los elementos de la Transformada de Hough representan las celdas acumuladoras. Inicialmente, el valor de cada una de estas celdas es 0. Para cada punto a 1 de la imagen se calcula ρ para cada valor de θ . ρ es redondeado a la fila más cercana posible de la transformada de Hough y esa celda acumuladora es incrementada. Al final de este proceso, un valor Q de la transformada de Hough en la fila i y columna j significa que Q puntos en el plano XY caen sobre la línea especificada por $\rho(i)$ y $\theta(j)$. Los valores de los picos de la Transformada de Hough representan líneas potenciales en la imagen de entrada. (ver en más detalle el Anexo C referente a la Transformada de Hough).

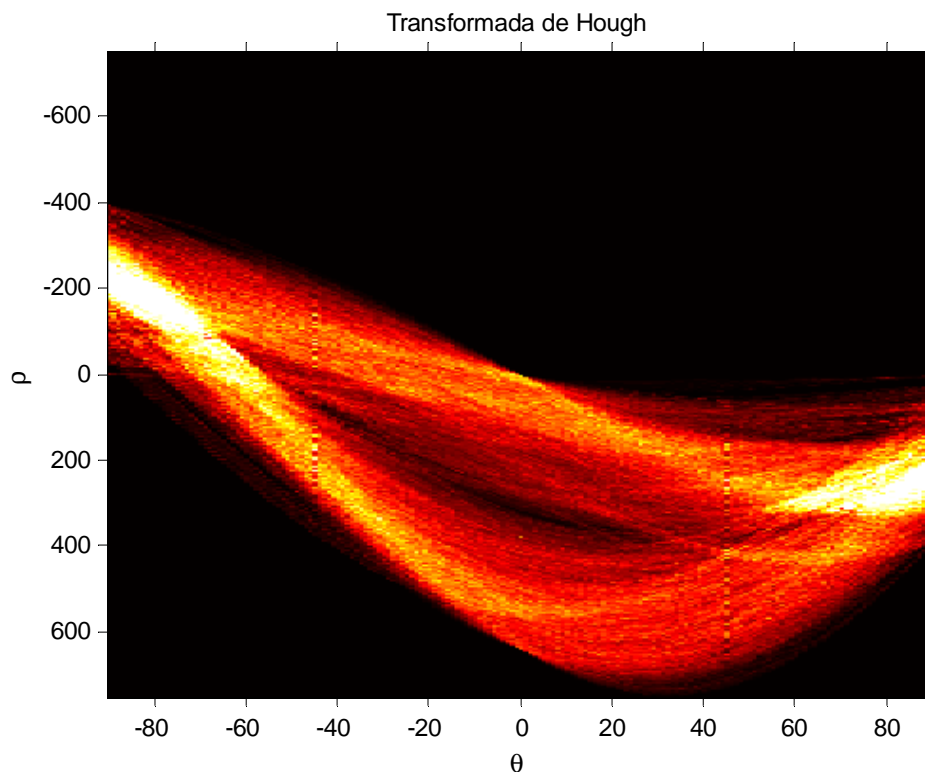


Figura 3.1-4. Transformada de Hough de Figura 3-3.

Según el método utilizado para obtener los puntos de fuga de la imagen, se requerirá la obtención de dos o más líneas de la imagen. Por ello, dependiendo de las necesidades del método se deberán variar ciertos parámetros del decisor de la herramienta que se utiliza para obtener la Transformada de Hough. Esto llevará a la obtención de dos o más líneas en la imagen. Estos parámetros son los siguientes:

- El número de picos o máximos de la Transformada de Hough a localizar.
- El umbral o número de votos a partir del cual un pico en la Transformada de Hough es considerado como tal.

3.2 Métodos de detección de puntos de fuga

3.2.1 Método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide

El preprocesamiento necesario para llevar a cabo este método tiene como objetivo obtener las líneas principales de la imagen. Estas líneas deben ser aquellas que la definan de la mejor manera, y variarán según las necesidades de cada caso.

Los casos de estudio con este método son: imágenes con un punto de fuga, como es el caso de las imágenes de carreteras, y aquellas con dos puntos de fuga, como las imágenes de matrículas de automóviles. Son estos dos casos los que a continuación se estudian.

Para el caso de imágenes con un punto de fuga se realizará un ajuste a una senoide, mientras que en el caso de dos puntos de fuga el ajuste será a dos senooides.

3.2.1.1 Ajuste a una senoide

La finalidad, en este caso, es la obtención de un único punto de fuga. Las imágenes sobre las que se analizará este método, serán imágenes de carreteras, en las que el punto de fuga se encuentre en los límites del plano de la imagen.

En líneas generales, para comenzar se debe llevar a cabo un preprocesamiento de la imagen, que tiene como objetivo preparar la imagen para que pueda ser tratada. Posteriormente, a la imagen ya tratada se le aplica la Transformada de Hough. Las correspondencias que existen entre el plano de la imagen y el de Hough, son las siguientes: un punto en el plano de la imagen se corresponde con una senoide en el plano de Hough, y un punto en el plano de Hough es una recta en la imagen. Como resultado de la Transformada de Hough, se obtienen una serie de picos o máximos. Los picos suponen puntos donde intersectan varias senooides, lo que corresponde a rectas de la imagen. Si varias rectas de la imagen fugan a un mismo punto, en el espacio de Hough indica que varios máximos forman parte de una misma senoide. Por lo tanto, el procedimiento consiste en que los picos obtenidos tras aplicar la Transformada de Hough deben ser ajustados a una senoide. Este ajuste a una senoide se realiza entonces, porque esta senoide en el plano de Hough se corresponderá con el punto de fuga en el plano de la imagen.

Es necesario obtener las líneas principales de la carretera. Para ello se lleva a cabo un procesamiento previo de la imagen a tratar, anteriormente explicado.

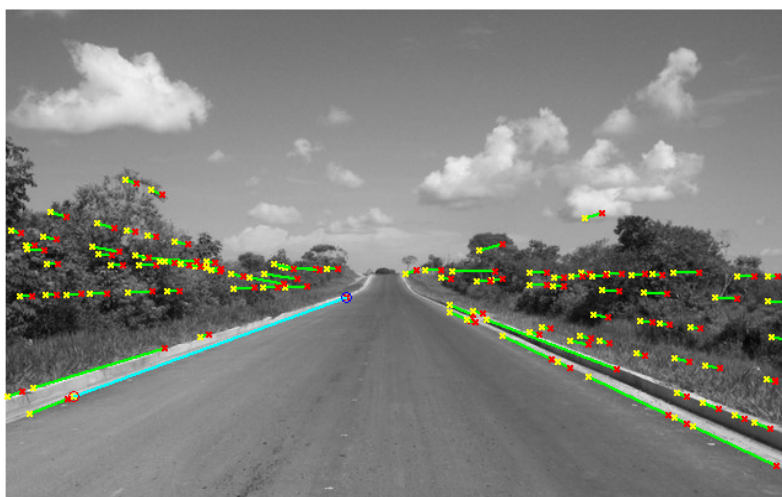


Figura 3.2-1: Principales líneas imagen.

Una vez obtenidas estas líneas y la correspondiente Transformada de Hough, se buscarán los picos en el plano $\rho-\theta$. Un pico consiste en un punto en el plano de la transformada de Hough en el que intersectan varias sinusoides, por ello estos picos representan las líneas potenciales de la imagen. El punto de intersección de estas líneas potenciales en el plano de la imagen debería ser el punto de fuga. Cada pico (que supone un punto en el plano $\rho-\theta$) consiste en una recta detectada en la imagen.

El principal problema está ahora, en que se dispone de un conjunto de picos de la Transformada de Hough que suponen muestras y no una función continua. Por lo tanto, la solución se encuentra en convertir estas medidas discretas, es decir, los picos de la Transformada de Hough en una muestra continua que las herramientas numéricas puedan manejar.

El objetivo es entonces, encontrar una técnica que obtenga una función, que se ajuste de la mejor manera a los picos de la Transformada de Hough, en el sentido de minimizar el error cuadrático.

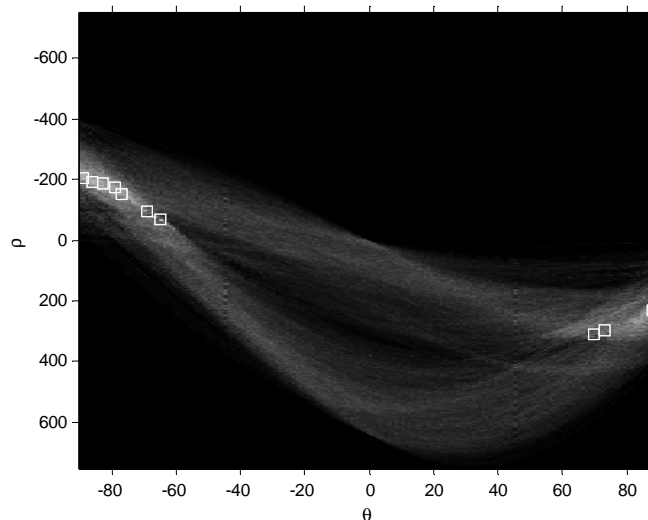


Figura 3.2-2: Picos Transformada de Hough

Este tipo de ajuste se lleva a cabo mediante mínimos cuadrados (idea propuesta por Cantoni[20]), que tiene como condición la de minimizar el error cuadrático. Esta minimización se puede llevar a cabo por cualquier tipo de función. Aunque la forma más sencilla es realizar el ajuste a un polinomio, en este caso es necesario hacerlo a una senoide.

Se requiere que el ajuste sea a una senoide, por la correspondencia que hay entre el plano de la imagen y el plano $\rho-\theta$, es decir, que una senoide en el plano $\rho-\theta$ consiste en un punto en la imagen. Por lo tanto, la senoide que por mínimos cuadrados se ajuste mejor a los picos obtenidos, será la que nos determinará el punto de fuga correspondiente en la imagen.

Un caso particular de ajuste de curvas, mediante combinación lineal de funciones, es el llamado polinomio trigonométrico de grado m . Un polinomio trigonométrico de grado m es una función polinómica $P_m(x)$ obtenida mediante la combinación lineal de funciones trigonométricas ($\cos(x), \cos(2x), \dots, \cos(mx), \sin(x), \sin(2x), \dots, \sin(mx)$) según la siguiente expresión:

$$P_m(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^m a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx)$$

Según el teorema de la serie de Fourier discreta de la función $f(x)$, los coeficientes del polinomio trigonométrico $P_m(x)$ que mejor se ajustan, en el sentido de los mínimos cuadrados, al conjunto de puntos $\{(x_k, y_k)\}$ en este caso los picos de la Transformada de Hough, vienen dados por :

$$a_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \cos(jx), \quad j = 0, 1, \dots, m$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f(x_k) \text{sen}(jx), \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Gracias a la serie de Fourier, se consigue el ajuste de los picos a una senoide.

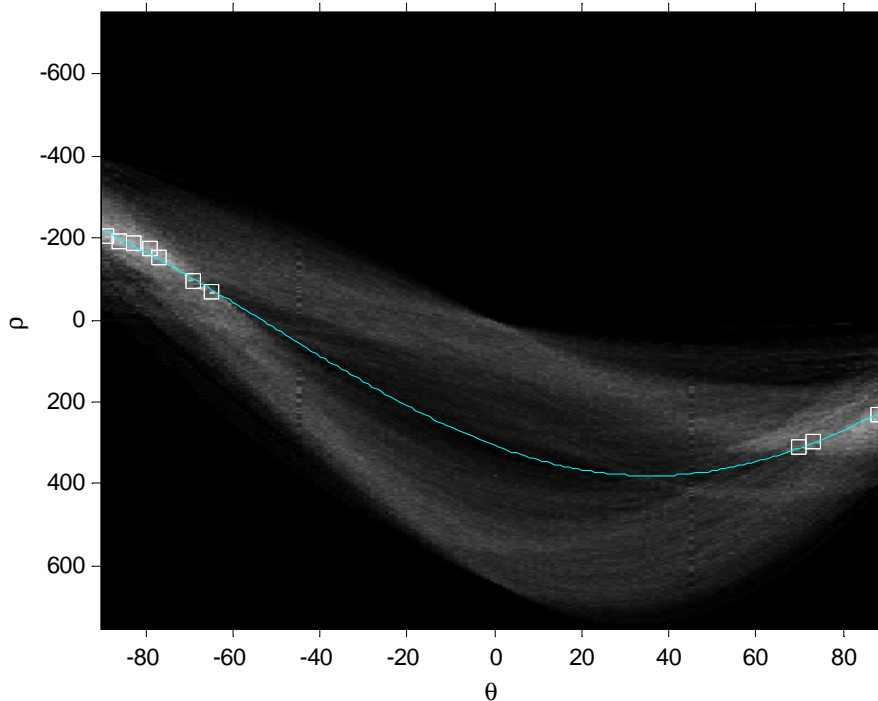


Figura 3.2-3: Ajuste a picos Transformada de Hough.

Dado que la curva obtenida es combinación de varias sinusoides, es imposible encontrar la correspondencia de esta curva con un punto en el plano de la imagen. Por ello, una vez ajustados los picos a una senoide, es necesario muestrear esta función, dado que no podemos tomar infinitos puntos de esta senoide, además el coste computacional de un muestreo en demasiados puntos sería demasiado grande.

El muestreo llevado a cabo será en pasos de 1° . Es decir, se obtendrá para cada θ variando entre -90° y 90° , su correspondiente valor de ρ . Cada muestra que se corresponde con un par $\rho-\theta$, representa una recta en la imagen.

El siguiente paso es entonces, trasladar cada par $\rho-\theta$ a la imagen, es decir, definir las rectas en la imagen que se corresponden con cada muestra en el plano $\rho-\theta$. Para ello, se halla la ecuación de cada recta mediante la siguiente expresión:

$$y = \left(-\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) x + \left(\frac{\rho}{\sin \theta} \right)$$

En este caso, x e y determinarán las coordenadas (en píxeles) en el plano de la imagen.

Ya que nuestra finalidad es encontrar la posición en píxeles del punto de fuga, es necesaria la definición de un sistema de votación. Cada par $\rho-\theta$ supondrá una recta en la imagen. Cada una de estas rectas en la imagen atravesará una serie de píxeles. El objetivo es que cada una de las rectas vote sobre cada uno de los píxeles que atraviese. Por ello, se hace necesaria la definición de un sistema de votación de las mismas dimensiones que la imagen.

Para definir este sistema, se genera una matriz de la misma dimensión que la imagen, e inicialmente su valor será 0.

Cada recta (correspondiente a cada muestra $\rho-\theta$ de la senoide ajustada a los picos de la Transformada de Hough) está definida en el plano de la imagen. Se hace variar x desde 1 hasta la dimensión X de la imagen, y se obtiene su coordenada Y sobre la imagen. De esta manera, se obtienen los píxeles por los que pasa cada una de las rectas.

El sistema de votación se basa en que cada vez que una recta atraviese un píxel, la misma coordenada en la matriz de votación se incrementa en una unidad.

Una vez que se han evaluado todas las rectas en el sistema de votación, se busca el valor máximo en la matriz. La posición en la que se encuentra este valor máximo de la matriz de votación es la que nos da la posición en píxeles del punto de fuga.

Una de las grandes limitaciones de este método es que sólo es capaz de encontrar los puntos de fuga dentro de los límites de la imagen. Esta limitación radica en que el sistema de votación se define con las mismas dimensiones que la imagen, por ello la búsqueda del máximo en esta matriz se limita a las dimensiones de aquella.

Una forma de poder salvar esta limitación sería la de aumentar las dimensiones de la imagen, pero dado que no se puede aumentar las dimensiones de la imagen hasta el infinito, se plantea utilizar el método de la Esfera Gaussiana.

3.2.1.2 Ajuste a dos senoideas

En este caso, el objetivo es obtener dos puntos de fuga. Las imágenes sobre las que se basará el análisis serán imágenes de matrículas de automóviles, en las que se encuentran presentes dos puntos de fuga dentro de los límites de la imagen.

De la misma manera que en el caso del ajuste a una senoide, es necesario un preprocesamiento previo de la imagen. En este caso, es necesario obtener las líneas principales que definen la matrícula. Al menos se necesitan obtener dos líneas en la orientación horizontal de la matrícula y otras dos en la orientación vertical.

La obtención de las líneas principales de la matrícula, al igual que en el caso del ajuste a una senoide, se basa en la Transformada de Hough.

Cada senoide en el plano $\rho-\theta$ se corresponde con un punto en la imagen. Si varios puntos están alineados (formando una recta), las senoideas correspondientes a cada uno de estos puntos se cortarían todas en el mismo punto en el plano $\rho-\theta$, este punto determinará los parámetros ρ y θ de la recta.

En el caso de imágenes de matrículas de automóviles, habrá líneas en dos orientaciones, vertical y horizontal. Y resulta evidente que en este caso habrá una de las orientaciones que prevalezca sobre la otra. Este hecho hace posible que se puedan separar los picos correspondientes a una orientación o a otra.

Para ello, a partir de los picos de la Transformada de Hough obtenidos, se realiza un ajuste inicial a una senoide. Este primer ajuste es el que servirá de ayuda para discernir entre las líneas de una orientación u otra.

Una vez realizado este primer ajuste, se calcula la distancia de cada uno de los picos a la senoide. Los puntos con mayor distancia a esta senoide se corresponden a los picos con menor valor, es decir, aquellos correspondientes a las líneas en orientación vertical.

De esta manera, a partir de las distancias de los picos a la senoide, se pueden clasificar las líneas de una orientación u otra.

Tras la clasificación de los picos en función de su distancia, se vuelve a realizar otro ajuste. Esta vez se ajusta cada grupo de picos por separado, por un lado los picos correspondientes a las líneas de orientación horizontal y por otro lado los que corresponden a las líneas de orientación vertical. Es necesario al menos obtener dos picos para cada una de las orientaciones; sino obtuviésemos por lo menos dos picos se deberían variar los parámetros de la Transformada de Hough, tales como por ejemplo el umbral a partir del cual un pico es considerado como tal o el número de picos a detectar para poder resolver este problema. En el caso de obtener dos o más picos, no será necesario variar los parámetros del decisor de la herramienta que se utiliza para obtener la Transformada de Hough, habría que repetir los valores de los picos. Es decir, en el caso de orientación horizontal se comenzaría repitiendo aquellos picos cuya distancia a la senoide fuese menor, sin embargo en el caso de orientación vertical se repetirían los picos cuya distancia fuese mayor.

Una vez obtenido el número de picos suficientes para realizar el ajuste en cada caso, se vuelve a ajustar a una senoide cada grupo de picos. De esta manera, se obtendrán finalmente dos senoideas.

Cada una de estas senoideas es muestreada y se obtienen las rectas correspondientes a cada una de estas muestras. Estas rectas son las que deberán votar; en este caso se definen dos matrices de votación, ambas con las mismas dimensiones que la imagen. El funcionamiento del sistema de votación será el mismo que el que se explicó en el caso de un punto de fuga. (ver apartado 3.2.1.1)

Por último, se busca el valor máximo en cada una de las matrices de votación. La posición de cada uno de estos máximos se corresponderá con la posición de los dos puntos de fuga en la imagen.

En este caso, al igual que el ajuste a una senoide la limitación está en que los puntos de fuga deben encontrarse dentro de los límites de la imagen.

Como posible solución, sería proseguir con el método de la Esfera Gaussiana. La idea sería definir dos esferas.

Otra de las posibles soluciones sería aumentar las dimensiones de la imagen con el fin de ser más preciso en la obtención de la posición del punto de fuga. Este aumento de las dimensiones se debe llevar a cabo antes del preprocesamiento de la imagen. Después de esto, el proceso es igual que en el caso de encontrarse los puntos de fuga dentro de los límites de la imagen.

Esta opción de aumentar las dimensiones de la imagen es válida siempre que los puntos de fuga no estén en el infinito (que correspondería con el caso de rectas paralelas), y cuando la posición de los puntos de fuga no se encuentre muy alejada de los límites de la imagen, porque un gran aumento en estas dimensiones conllevaría un gran coste computacional.

3.2.2 Método de la Esfera Gaussiana

A continuación se muestra una figura representativa de cómo llegar a la obtención del punto de fuga mediante el método de la esfera Gaussiana.

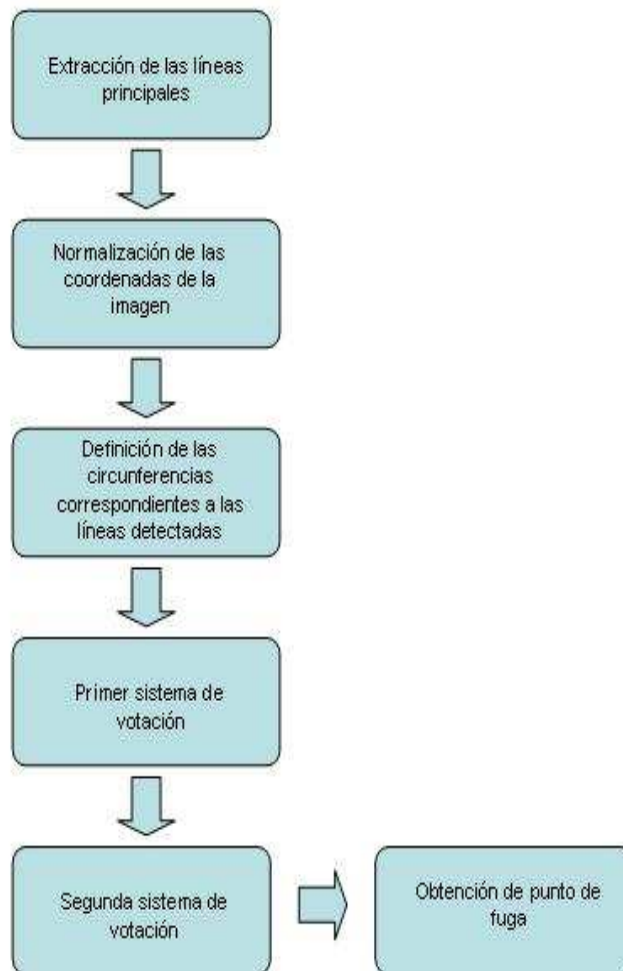


Figura 3.2-4: Esquema método Esfera Gaussiana.

Según se vió en la sección 2.2.1.2, el método de la Esfera Gaussiana se centra básicamente en proyectar el plano de la imagen, que por definición es ilimitado aunque en la práctica no lo es, sobre la esfera unidad, centrada en el centro óptico de la cámara.

Para ello se deben seguir una serie de pasos. Estos pasos están detallados a continuación.

3.2.2.1 Extracción de las líneas principales de la imagen

El objetivo en este módulo es conseguir las dos líneas principales de la imagen, que se corresponden con los bordes de la carretera. Para la obtención de las dos líneas principales de la imagen, habrá que buscar los dos picos de la Transformada de Hough con mayor número de votos, es decir, los picos con mayor valor.



Figura 3.2-5: Líneas principales de partida método Esfera Gaussiana.

3.2.2.2 Normalización de las coordenadas de la imagen

En primer lugar, se sitúa la imagen en el espacio 3D. Las coordenadas X e Y se corresponden con las coordenadas de los píxeles, mientras que la coordenada Z es 1 para todos los puntos de la imagen.

Una vez situado el plano de la imagen en el espacio tridimensional, surge la necesidad de normalizar las coordenadas de la imagen entre -1 y 1, dado que las coordenadas de la esfera Gaussiana o esfera unidad están definidas entre estos valores. El hecho de que se normalicen las coordenadas de la imagen se realiza porque seguidamente se va a proceder a trasladar las líneas principales de la imagen a la esfera unidad. Y para ello, las coordenadas de estas líneas deben estar normalizadas.

En ausencia de calibración de la cámara, es decir, cuando no se conocen los parámetros internos de la cámara, se puede utilizar (según se propone en el artículo Efficient Computation of Vanishing Points) la matriz de transformación A, que tiene la forma siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{f^*} & 0 & -\frac{o_x^*}{f^*} \\ 0 & \frac{1}{f^*} & -\frac{o_y^*}{f^*} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Antes del proceso que nos llevará a la obtención del punto de fuga, se transforman los comienzos y finales de las rectas detectadas de la imagen por medio de la transformación que viene dada por A. Esta transformación es similar al hecho de que la cámara estuviera calibrada.

La elección de la matriz de transformación A viene determinada por la dimensión de la imagen. Se asume que el centro óptico es el centro de la imagen y que los píxeles son cuadrados (k=1).

Según (artículo Efficient Computation of Vanishing Points) la distancia focal en unidades de píxeles (f^*) se corresponde con el número de filas, o_x^* se corresponde con la mitad del número de filas y o_y^* con la mitad del número de columnas.

Gracias a la matriz A quedan transformadas las coordenadas de los comienzos y finales de las líneas detectadas. Esta transformación sigue la siguiente expresión:

$$\tilde{x} = Ax'$$

Siendo x' las coordenadas de la imagen sin transformar y \tilde{x} las coordenadas transformadas.

3.2.2.3 Definición de las circunferencias correspondientes a las líneas detectadas

Habiéndose normalizado los puntos de comienzo y final de cada una de las líneas detectadas en la imagen, se quiere definir un plano por cada línea. Este plano debe contener: el eje de coordenadas, el punto de comienzo y el punto final de cada línea.

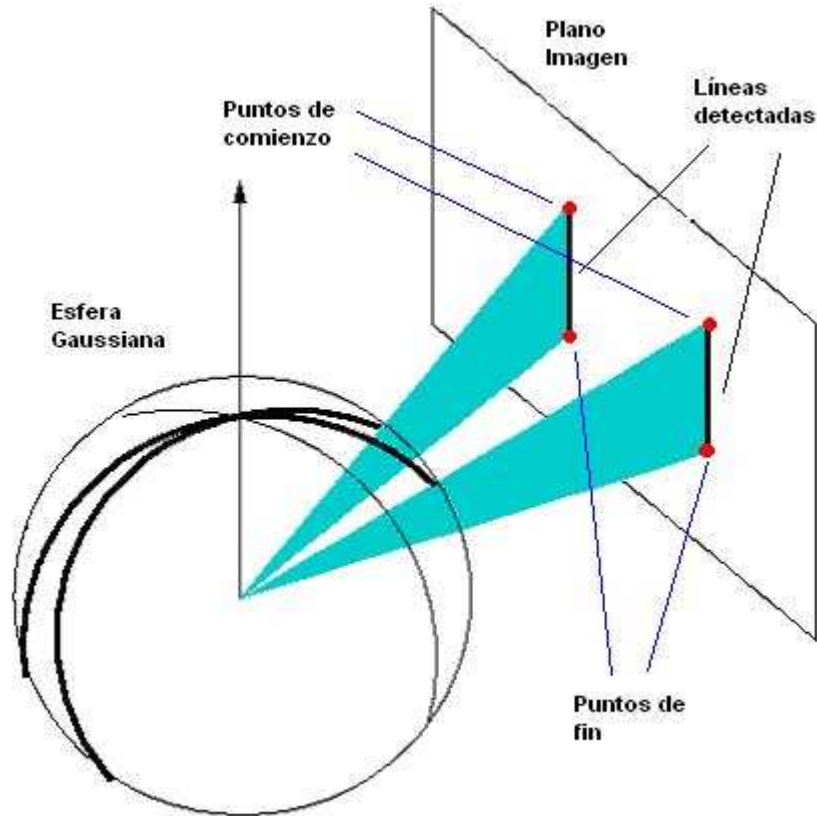


Figura 3.2-6: Correspondencias plano imagen – Esfera Gaussiana

La intersección de dicho plano con la esfera Gaussiana, forma una circunferencia de radio unidad y centrada en el origen de coordenadas. Cada línea detectada en la imagen tendrá su correspondiente circunferencia sobre la esfera.

La finalidad es encontrar el punto de intersección de las circunferencias sobre la esfera, para lo cual se hace uso de un sistema de votación. Para que exista la posibilidad de votar, es necesario conocer la expresión analítica de cada una de las circunferencias en R^3 .

Se requiere representar en el espacio de 3 dimensiones las circunferencias correspondientes a las líneas detectadas en la imagen. Para ello se propone el siguiente método. Se parte de una circunferencia de expresión conocida: una circunferencia de radio 1, con centro en el eje de coordenadas y definida en el plano XY. Dicha circunferencia viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}x &= \cos(\theta) \\y &= \text{sen}(\theta) \\z &= 0\end{aligned}$$

Variando θ entre $-\pi$ y π .

Es necesaria una matriz de rotación, que rote la circunferencia definida en el plano XY al plano correspondiente a cada línea de la imagen.

La representación eje-ángulo de una rotación, también conocida como coordenadas exponenciales de una rotación, parametriza una rotación gracias a dos valores: un vector unitario indicando la dirección del eje, y un ángulo que describe la magnitud de rotación alrededor de ese eje. La rotación ocurre por el sentido prescrito por la regla de la mano derecha.

Esta representación se desarrolla a partir del Teorema de Rotación de Euler, que implica que cualquier rotación o secuencia de rotaciones de un cuerpo rígido en el espacio de tres dimensiones es equivalente a una rotación pura alrededor de un único eje fijo.

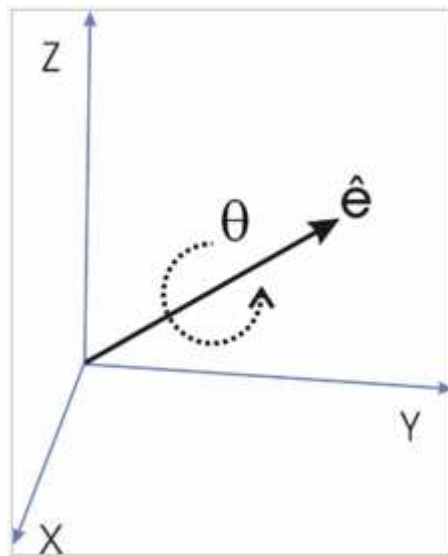


Figura 3.2-7: Visualización de una rotación representada por un eje y un ángulo de Euler.

A partir de cada plano definido por: el origen de coordenadas y cada recta detectada en la imagen, se consigue hallar:

- El eje de rotación (u). Conociendo cada uno de los planos que forman el origen de coordenadas y cada una de las rectas de la imagen, el eje de rotación u es un vector unitario en la dirección del corte de cada uno de estos planos con el plano XY, es decir, con el plano en el que se encuentra la circunferencia de partida que se quiere rotar.
- El ángulo de rotación (θ). Conociendo cada uno de los planos que forman el origen de coordenadas y cada una de las rectas de la imagen, θ es el ángulo que forma la normal a cada uno de estos planos con el eje Z.

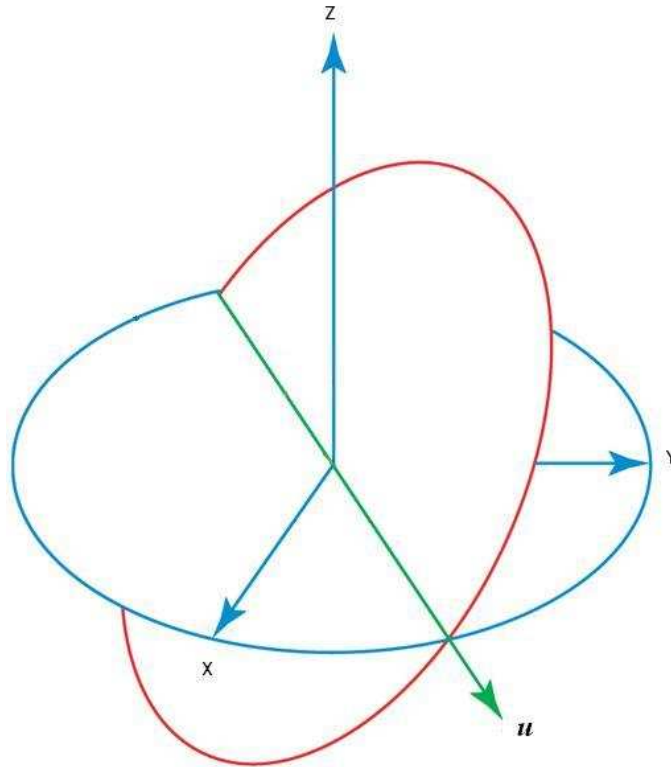


Figura 3.2-8: Representación de la rotación de la circunferencia.

Dado el vector unitario $u = (u_x, u_y, u_z)$, donde $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1$, la matriz que rota un ángulo θ alrededor de un eje en la dirección de u es:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta + u_x^2 (1 - \cos \theta) & u_x u_y (1 - \cos \theta) - u_z \operatorname{sen} \theta & u_x u_z (1 - \cos \theta) + u_y \operatorname{sen} \theta \\ u_y u_x (1 - \cos \theta) + u_z \operatorname{sen} \theta & \cos \theta + u_y^2 (1 - \cos \theta) & u_y u_z (1 - \cos \theta) - u_x \operatorname{sen} \theta \\ u_z u_x (1 - \cos \theta) - u_y \operatorname{sen} \theta & u_z u_y (1 - \cos \theta) + u_x \operatorname{sen} \theta & \cos \theta + u_z^2 (1 - \cos \theta) \end{pmatrix}$$

Esta es la forma matricial del Teorema de Rotación de Rodrigues.

Una vez obtenida la matriz de rotación, el siguiente objetivo es rotar cada punto de la circunferencia definida en el plano XY.

Ahora se disponen en una matriz B las coordenadas de todos los puntos de la circunferencia de partida, de tal manera que en la primera fila se encuentra la coordenada X de todos los puntos, en la segunda fila la coordenada Y y en la tercera fila la coordenada Z . Por lo tanto, la operación de rotación de todos los puntos de la circunferencia se puede definir como la acción de un operador lineal (representado por la matriz de rotación R) actuando sobre la matriz B (multiplicando a esta matriz).

$$RB = B'$$

Siendo B la matriz con las coordenadas de todos los puntos de la circunferencia de partida, y B' la matriz con las coordenadas de todos los puntos de la circunferencia rotada.

En definitiva, cada punto de la circunferencia de partida será rotado desde el plano XY al plano objetivo, gracias al producto de la matriz de rotación por las coordenadas del punto.

El siguiente paso es encontrar el punto (sobre la esfera Gaussiana) donde se cortan el mayor número de las circunferencias.

3.2.2.4 Primer sistema de votación

La necesidad de un sistema de votación nace por el hecho de que las circunferencias definidas en 3D, no son continuas (aunque en su apariencia si lo sean). Es decir, que para su representación se han tenido que tomar una serie de muestras. Y por lo tanto, el punto de corte de esas circunferencias no tiene porque coincidir exactamente con el valor de las muestras tomadas.

Cada circunferencia en el espacio de 3 dimensiones consta de una serie de muestras que la definen. Estas muestras dependen del número de puntos con los que se haya definido la circunferencia de partida en el plano XY.

Estos puntos en su representación cartesiana constan de coordenadas X, Y y Z, sin embargo es necesario extraer de cada uno sus coordenadas esféricas.

El objetivo de extraer las coordenadas esféricas de cada punto es definir un sistema de votación dependiente de φ y θ , es decir, solo dependiente de dos variables, ya que el radio en todos los casos es 1. De la otra manera, si el sistema de votación estuviese definido en coordenadas cartesianas, dependería de tres variables, y por lo tanto el coste computacional y la dificultad aumentarían notablemente.

Los valores de φ variarán entre $-\pi$ y π , y los valores de θ entre $-\pi/2$ y $\pi/2$.

La finalidad de definir un sistema de votación es encontrar el punto en el que se cortan las circunferencias en el espacio 3D.

Para ello, se define una matriz de votación cuyas filas se corresponden con los intervalos de φ y cuyas columnas con los intervalos de θ . En la siguiente figura se ilustra como se han definido los intervalos tanto de φ como de θ . Esta figura es orientativa, ya que las celdas aunque en la figura parezcan iguales no lo son, sino que tienen diferente área.



Figura 3.2-9: Representación orientativa de los intervalos del sistema de votación.

El criterio por el que se han definido los intervalos de esta manera, es porque al tratarse de coordenadas esféricas, intervalos equiespaciados en grados de φ y de θ , como ya apuntó Lutton(...) no se corresponden con el mismo área. Por lo tanto, se propone una división “semiregular” igual que la que propone Lutton [11], basada en una división en intervalos uniformes en φ y desigual en θ .

El sistema de votación funciona de la siguiente manera. Se van a evaluar todos los puntos (muestras) de cada circunferencia. Cada vez que un punto (definido por su φ y su θ) se encuentre dentro de cierto intervalo de φ y de θ , la celda del sistema de votación correspondiente a esos intervalos se incrementará en una unidad.

Este proceso se realizará sobre el espacio de 3 dimensiones, no sobre la imagen. Por ello el sistema recorrerá toda la esfera Gaussiana. Sin embargo, la región de interés se limitará a la semiesfera cuyos valores de z sean mayores o iguales a 0. Es esta parte de la esfera la que, una vez encontrado el máximo en el segundo sistema de votación, proyectará sobre la imagen.

En el sistema de votación se buscará la celda más votada, dado que debería coincidir o aproximarse al punto de corte de las circunferencias. Esta celda se corresponderá con una región de la imagen.

Como se explicó anteriormente, se definieron unos intervalos en el sistema de votación para los cuales, el área de las regiones de la imagen que correspondían a estos intervalos eran aproximadamente iguales. La razón de esto radica en que si se dividiese la imagen en intervalos de la misma longitud (en grados) para φ y de la misma longitud para θ , las regiones cercanas al centro de la imagen tendrían menos área que las de los extremos. No resultaría entonces, un sistema efectivo para lo que concierne en este caso. Dado que podría apuntar como celda más votada una celda que no estuviese cercana al punto de fuga, sólo por el simple hecho de que esa región tuviera mayor área.

La siguiente figura ilustra las regiones en las que quedaría la imagen, tal y como se ha definido la división.

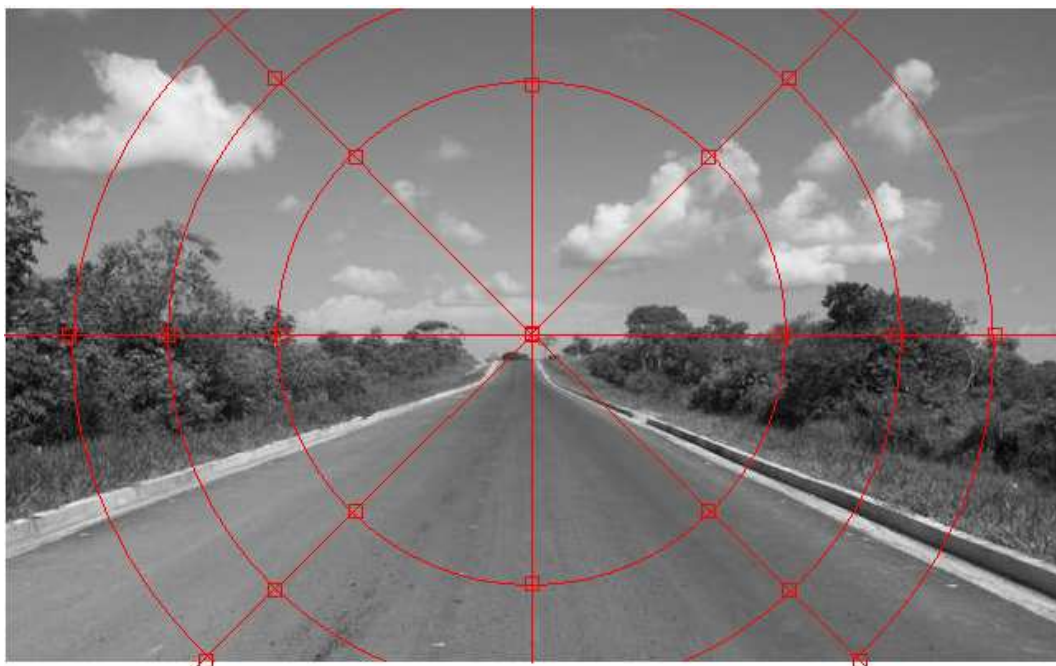


Figura 3.2-10: Celdas en el plano de la imagen del primer sistema de votación.

Las regiones en las que se divide la imagen son demasiado grandes para llegar a encontrar con precisión la localización del punto de fuga. Por ello es necesario definir un segundo sistema de votación.

3.2.2.5 Segundo sistema de votación

Este segundo sistema de votación se centrará en las celdas más votadas. Su objetivo será:

- A partir de las celdas más votadas en el primer sistema de votación, tomar el comienzo y final de intervalo tanto de φ como de θ .
- Dividir estos intervalos en partes más pequeñas. A diferencia del primer sistema de votación, estas divisiones serán en intervalos iguales.
- Recorrer con las circunferencias estos intervalos, y que voten de la misma manera que lo hacían en el primer sistema de votación, pero en este caso solo en esos intervalos. El resto de intervalo no son de interés.

Una vez terminado este segundo sistema de votación, tendremos por cada celda más votada (en el primer sistema de votación) una matriz de votación. Se busca en cada una de estas matrices la celda más votada. De cada celda más votada se obtendrá un determinado intervalo de φ y de θ .

El vector que apunta a la imagen, dando la localización del punto de fuga, se encuentra tanto a la mitad del intervalo de φ como del de θ . Es decir, en el centro de la celda más votada en este segundo sistema de votación.

A partir de este punto determinado por su φ y su θ en coordenadas esféricas se obtienen sus correspondientes coordenadas cartesianas.

Finalmente, se obtendrá la inversa de la matriz de transformación A, y se multiplicará por las coordenadas cartesianas obtenidas. Esta operación dará como resultado la localización del punto de fuga en la imagen.

La gran ventaja del método de la esfera Gaussiana está en que es capaz de encontrar puntos de fuga fuera de los límites de la imagen, incluso en el infinito. Cuando el punto de fuga cae dentro de los límites de la imagen, el resultado es efectivo ya que el punto de fuga se encuentra en esa región, pero no da un resultado exacto. Por ello, para imágenes cuyo punto o puntos de fuga se encuentren dentro de los límites de la imagen, se preferirá el método de ajuste a sinusoides.

3.3 Cálculo de homografías

El objetivo en este apartado es exponer cómo obtener a partir de una imagen, otra con un cambio de perspectiva, es decir, la obtención de otra imagen como si estuviese tomada desde otro punto de vista. Este cambio de perspectiva se lleva a cabo a través de una homografía.

En geometría, se denomina homografía a toda transformación proyectiva que determina una correspondencia entre dos figuras geométricas planas, de forma que a cada uno de los puntos y las rectas de una de ellas le corresponden, respectivamente, un punto y una recta de la otra.

Existe una relación entre puntos de dos imágenes tomadas de diferentes ángulos si los puntos caen en el mismo plano 3D.

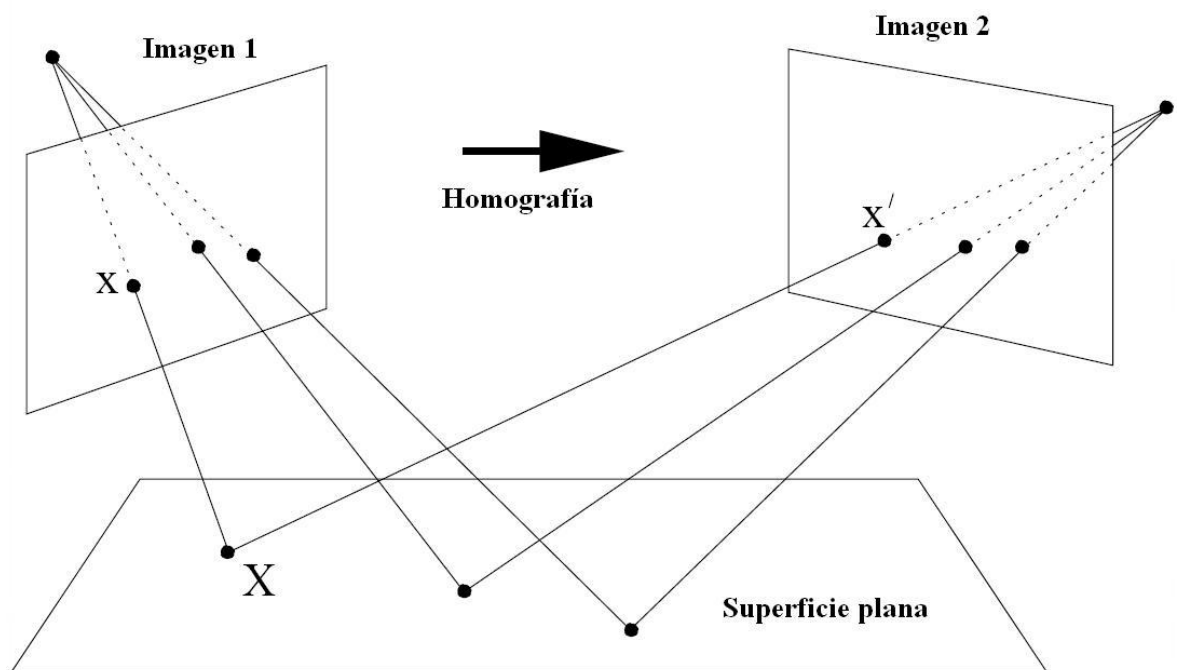


Figura 3.3-1: Representación homografía

La relación puede venir representada como una matriz de transformación 3x3, la matriz de homografía plana H . Esta relación viene dada por la siguiente expresión:

$$X' = HX$$

Donde X es la proyección de un punto en una imagen y X' es la proyección del mismo punto en la otra imagen tomada desde otro ángulo. Tanto X como X' están expresados en coordenadas homogéneas. Y siendo:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

La expresión anterior se puede desarrollar de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

De la expresión anterior, que nos relaciona un punto de una imagen y el punto tras haber realizado la homografía, resultan tres ecuaciones dependientes de los parámetros de la matriz de homografía H. De estas tres ecuaciones, solo dos de ellas son linealmente independientes ya que las coordenadas de un punto solo tienen dos grados de libertad. Por esta razón, cada correspondencia de puntos fija dos restricciones sobre la matriz H.

Por otro lado la matriz H tiene 9 parámetros, pero está definida salvo por un factor de escala (h_{33}). Por ello solo tiene 8 parámetros independientes. De esta manera, es posible conocer los 8 parámetros independientes que conforman la matriz H a partir de la correspondencia de 4 puntos.

Este último caso, el de la correspondencia de 4 puntos es el que a continuación se va a estudiar.

3.3.1 Homografía con correspondencia de cuatro puntos

La situación de partida es una imagen, que se ha generado con la intención de estudiar el caso más simple de una homografía. Este caso es el de la correspondencia de cuatro puntos.

Se parte de un algoritmo para determinar H dados un conjunto de 4 puntos y sus correspondencias, $X_i \leftrightarrow X'_i$. La ecuación $X' = HX$ se puede expresar en términos del producto vectorial como $X'_i \times (HX_i) = 0$. Siendo $X'_i = (x'_i, y'_i, z'_i)$ y $X_i = (x_i, y_i, z_i)$.

A continuación se desarrolla la ecuación expresada en términos del producto vectorial para la correspondencia de 4 puntos.

En primer lugar se desarrolla (HX_i) .

$$HX_i = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i \\ h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i \\ h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i \end{bmatrix}$$

En segundo lugar se expande la expresión $X'_i \times (HX_i)$.

$$X'_i \times (HX_i) = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i \\ h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i \\ h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i \end{bmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} & i & & j & & k \\ & x_i' & & y_i' & & z_i' \\ h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i & & h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i & & h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i & & \end{vmatrix} =$$

$$= i[(h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i)y_i' - (h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i)z_i'] +$$

$$j[(h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i)z_i' - (h_{31}x_i + h_{32}y_i + h_{33}z_i)x_i'] +$$

$$k[(h_{21}x_i + h_{22}y_i + h_{23}z_i)x_i' - (h_{11}x_i + h_{12}y_i + h_{13}z_i)y_i']$$

Expresando el resultado del producto vectorial en forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -(z_i'x_i) & -(z_i'y_i) & -(z_i'z_i) & (y_i'x_i) & (y_i'y_i) & (y_i'z_i) \\ (z_i'x_i) & (z_i'y_i) & (z_i'z_i) & 0 & 0 & 0 & -(x_i'x_i) & -(x_i'y_i) & -(x_i'z_i) \\ -(y_i'x_i) & -(y_i'y_i) & -(y_i'z_i) & (x_i'x_i) & (x_i'y_i) & (x_i'z_i) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El caso que se estudia en este apartado es la correspondencia de 4 puntos, por ello a la matriz anterior se le ha dado el nombre de A e imponiendo esa correspondencia de 4 puntos tiene la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -(z_1'x_1) & -(z_1'y_1) & -(z_1'z_1) & (y_1'x_1) & (y_1'y_1) & (y_1'z_1) \\ (z_1'x_1) & (z_1'y_1) & (z_1'z_1) & 0 & 0 & 0 & -(x_1'x_1) & -(x_1'y_1) & -(x_1'z_1) \\ -(y_1'x_1) & -(y_1'y_1) & -(y_1'z_1) & (x_1'x_1) & (x_1'y_1) & (x_1'z_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(z_2'x_2) & -(z_2'y_2) & -(z_2'z_2) & (y_2'x_2) & (y_2'y_2) & (y_2'z_2) \\ (z_2'x_2) & (z_2'y_2) & (z_2'z_2) & 0 & 0 & 0 & -(x_2'x_2) & -(x_2'y_2) & -(x_2'z_2) \\ -(y_2'x_2) & -(y_2'y_2) & -(y_2'z_2) & (x_2'x_2) & (x_2'y_2) & (x_2'z_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(z_3'x_3) & -(z_3'y_3) & -(z_3'z_3) & (y_3'x_3) & (y_3'y_3) & (y_3'z_3) \\ (z_3'x_3) & (z_3'y_3) & (z_3'z_3) & 0 & 0 & 0 & -(x_3'x_3) & -(x_3'y_3) & -(x_3'z_3) \\ -(y_3'x_3) & -(y_3'y_3) & -(y_3'z_3) & (x_3'x_3) & (x_3'y_3) & (x_3'z_3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(z_4'x_4) & -(z_4'y_4) & -(z_4'z_4) & (y_4'x_4) & (y_4'y_4) & (y_4'z_4) \\ (z_4'x_4) & (z_4'y_4) & (z_4'z_4) & 0 & 0 & 0 & -(x_4'x_4) & -(x_4'y_4) & -(x_4'z_4) \\ -(y_4'x_4) & -(y_4'y_4) & -(y_4'z_4) & (x_4'x_4) & (x_4'y_4) & (x_4'z_4) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La expresión $X_i' \times (HX_i) = 0$ se transforma en $Ah = 0$, siendo h un vector columna y que tiene la siguiente forma $h = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32} \ h_{33}]$. Los elementos del vector h son precisamente los parámetros de la matriz de homografía H .

Hay que tener en cuenta que tanto z_i como z_i' son 1, dado que se trata de coordenadas de la imagen.

A partir de la matriz A es posible conocer los parámetros de la matriz de homografía H , porque precisamente el núcleo de A es la solución de h (parámetros de la matriz de homografía). Es posible obtener solución de A , siempre y cuando no más de 2 puntos de los 4, estén alineados.

Conocidos los parámetros de la matriz de homografía, es posible relacionar una imagen y la correspondiente al cambio de perspectiva. El objetivo es entonces, a partir de una imagen y gracias a H , obtener otra imagen resultado de aplicar la homografía sobre la imagen inicial.

Aplicación de la homografía:

Para ello, se dispone en una matriz las coordenadas de todos los píxeles de la imagen inicial, de manera que en la primera fila de esta matriz se encuentra la coordenada x de todos los píxeles, en la segunda fila la coordenada y y los elementos de la tercera fila se encuentran todos a 1, ya que se trata de coordenadas homogéneas sobre la imagen. Esta matriz tendrá tantas columnas como píxeles tenga la imagen.

Sería coherente obtener la imagen resultado de la homografía, multiplicando H por la matriz que contiene las coordenadas de todos los píxeles. Una vez obtenidas las nuevas coordenadas de los píxeles, el valor que se le asignaría sería el que tiene el píxel del que proviene, es decir, el píxel de partida anterior a aplicarle la homografía.

Sin embargo, de esta operación podrían resultar coordenadas de píxeles cuyo valor no fuese entero. Por ello, no se sabría a que píxel de la nueva imagen asignar el valor del píxel de partida y sería necesario interpolar. El problema es que para realizar esta interpolación no se puede saber a priori de que vecinos se dispone, por el mismo problema señalado.

Por esta razón la manera de proceder es la siguiente. Se parte de las coordenadas de los píxeles de la imagen tras realizar la homografía. Se establece entonces la relación entre estas coordenadas y las de la imagen de partida. Esta relación es la siguiente:

$$X = H^{-1} X'$$

Siendo H^{-1} la inversa de la matriz H .

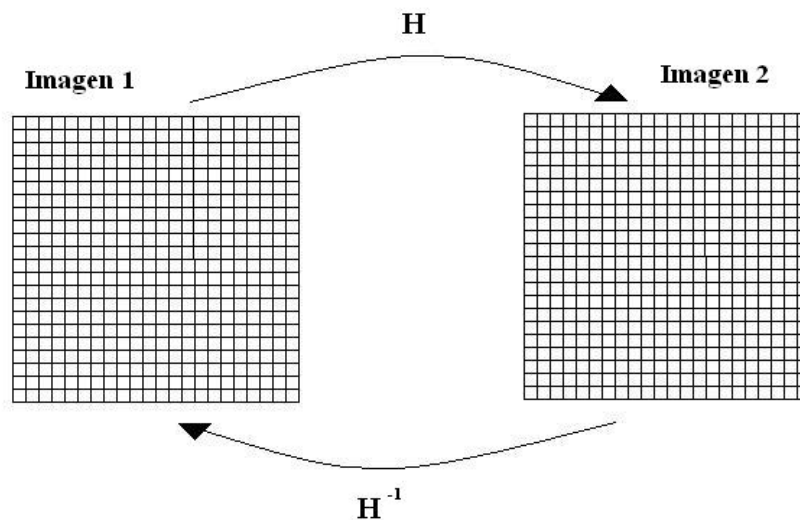


Figura 3.3-2: Homografía y homografía inversa.

De esta manera, las coordenadas de la Imagen 1 resultan de aplicar H^{-1} sobre la Imagen 2. El valor de los píxeles de la Imagen 1 es conocido o fácilmente interpolable ya que es la imagen de partida. Por lo tanto la manera de proceder es la siguiente. A un píxel de la Imagen 2 se le aplica la matriz H^{-1} y se obtiene sus correspondientes coordenadas en la Imagen 1. A partir de estas coordenadas, se busca el valor del píxel en la Imagen 1 y se asigna este valor al píxel de la Imagen 2 del que se partía. La operación es la misma para todos los píxeles de la imagen, siempre y cuando las coordenadas de la Imagen 1 que resulten estén dentro del rango del tamaño de la Imagen 1. En el caso de obtener coordenadas fuera de este rango, el valor que se le asigna al píxel es 0 (negro).

Es posible también, que de la operación de la ecuación ($X=H^{-1}X'$...) se obtengan coordenadas de píxeles no enteras. En este caso, se ha optado por redondear hacia abajo la coordenada del píxel no entera.

Finalmente, tras haber realizado todo el proceso sobre todos los píxeles, se obtiene la imagen resultado de aplicar la homografía.

3.3.2 Homografía a partir de dos puntos de fuga

La situación de partida es una imagen, que se ha generado con la intención de estudiar el caso que concierne en este Proyecto Fin de Carrera. Este caso es el de la presencia en la imagen de 2 puntos de fuga.

La manera de trabajar con 2 puntos de fuga es muy similar a la de la correspondencia de 4 puntos, pero con alguna variante que se presentará a continuación.

Ahora, existen 2 correspondencias de puntos. Por lo tanto la matriz A queda expresada de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -(z'_1 x_1) & -(z'_1 y_1) & -(z'_1 z_1) & (y'_1 x_1) & (y'_1 y_1) & (y'_1 z_1) \\ (z'_1 x_1) & (z'_1 y_1) & (z'_1 z_1) & 0 & 0 & 0 & -(x'_1 x_1) & -(x'_1 y_1) & -(x'_1 z_1) \\ -(y'_1 x_1) & -(y'_1 y_1) & -(y'_1 z_1) & (x'_1 x_1) & (x'_1 y_1) & (x'_1 z_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(z'_2 x_2) & -(z'_2 y_2) & -(z'_2 z_2) & (y'_2 x_2) & (y'_2 y_2) & (y'_2 z_2) \\ (z'_2 x_2) & (z'_2 y_2) & (z'_2 z_2) & 0 & 0 & 0 & -(x'_2 x_2) & -(x'_2 y_2) & -(x'_2 z_2) \\ -(y'_2 x_2) & -(y'_2 y_2) & -(y'_2 z_2) & (x'_2 x_2) & (x'_2 y_2) & (x'_2 z_2) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por un lado, se tienen los 2 puntos de fuga detectados en la imagen que se corresponden con las coordenadas $X_i = (x_i, y_i, z_i)$ y por otro lado sus correspondencias que se corresponden con $X'_i = (x'_i, y'_i, z'_i)$. Para los puntos detectados en la imagen, al tratarse de puntos sobre la propia imagen la coordenada $z_i = 1$. La correspondencia de estos 2 puntos de fuga es lo que por definición se corresponden los puntos de fuga, que son puntos en el infinito. Al punto de fuga detectado en la imagen en la dirección X le corresponderá el punto $(1,0,0)$ y al de la dirección Y le corresponderá $(0,1,0)$.

De la misma manera que en el caso del cálculo de homografías para la correspondencia de 4 puntos, para obtener los parámetros de la matriz de homografía H hay que obtener el núcleo de la matriz A .

Únicamente con la información que proporcionan los dos puntos de fuga detectados en la imagen y sus correspondencias, no es posible reconstruir la imagen como en el caso de la correspondencia de cuatro puntos. En este caso se realizan una serie de comprobaciones adicionales, y son las siguientes:

- Al aplicar H sobre el punto de fuga en la dirección X , las coordenadas Y y Z del punto resultante deben ser 0.
- Al aplicar H sobre el punto de fuga en la dirección Y , las coordenadas X y Z del punto resultante deben ser 0.
- Las imágenes en las que hay presentes 2 puntos de fuga, existe una figura de un trapezoide (en este Proyecto Fin de Carrera la supuesta matrícula) que consta de 4 puntos que conforman las 4 esquinas. Las comprobaciones que se han de observar son que estos 4 puntos que conforman un trapezoide tras aplicarles H conforman un rectángulo.

4 Resultados

En este capítulo se van a presentar una serie de ejemplos resultantes de aplicar sobre imágenes, en primer lugar los métodos de detección de puntos de fuga y en segundo lugar los de cálculo de homografías.

4.1 Resultados de los métodos de detección de puntos de fuga

4.1.1 Ajuste a senoide

Dependiendo del tipo de imagen, se va a realizar el ajuste a una o a dos senooides.

4.1.1.1 Ajuste a una senoide

El tipo de imágenes sobre las que se aplica este método de detección de puntos de fuga, son aquellas en las que a priori se sabe que está presente un único punto de fuga y que se encuentra situado dentro de los límites de la imagen.

En este caso se ha probado el método sobre imágenes de carreteras.

Se lleva a cabo el preprocesamiento de la imagen necesario para llevar a cabo el ajuste a una senoide. A partir de aquí, se obtiene la Transformada de Hough y sus correspondientes picos.

Tras llevar a cabo el ajuste y después de un proceso de votación resulta el punto de fuga de la imagen, cuya posición representada en píxeles es (311,219).



Figura 4.1-1: Resultado final punto de fuga del ajuste a una senoide.

4.1.1.1.1 Análisis crítico

De cara a poder analizar los resultados obtenidos, se debe tener un valor de referencia con el que poder ser comparado. Para ello, se han identificado manualmente las dos líneas principales de la imagen resultantes de aplicar la Transformada de Hough. Se traza entonces la prolongación de estas rectas hasta que ambas se corten. Este punto de corte es el punto de fuga de referencia con el que se van a comparar los distintos resultados de los métodos implementados.

En la siguiente imagen se muestra, el punto de fuga obtenido mediante el método de ajuste a una senoide de los picos de la Transformada de Hough y el punto de corte (punto de fuga de referencia para el análisis).



Figura 4.1-2: Rectas principales de la imagen y posición resultante del punto de fuga.

De cara a comprobar la efectividad del método implementado, no solo visualmente, y de una manera más precisa, se va a hallar el punto donde cortan las rectas obtenidas por la Transformada de Hough. Para ello, se procede a obtener de cada una de ellas la ecuación de la recta, y se llevará a cabo la resolución del sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, siendo estas incógnitas la posición del punto de fuga. De esta manera el punto de fuga obtenido es el píxel (311'5317,221'0310).

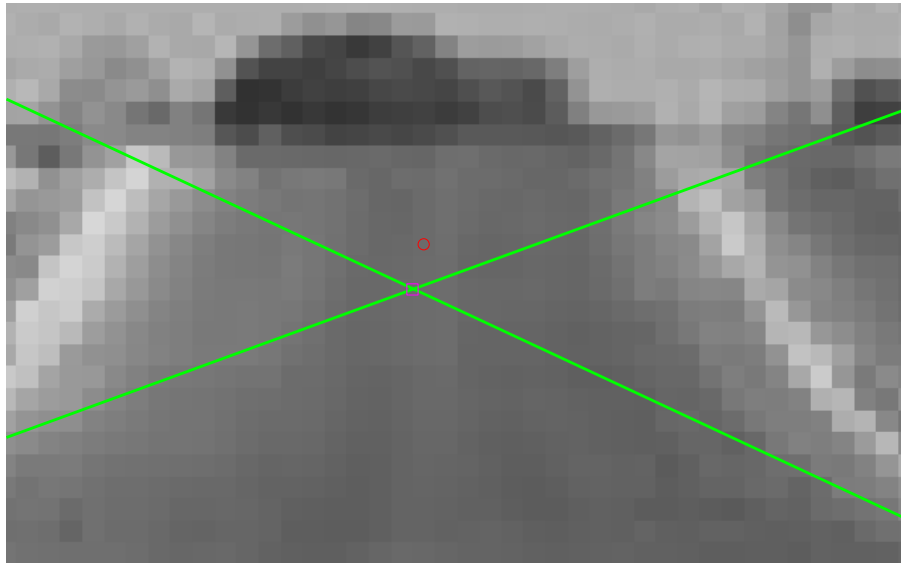


Figura 4.1-3: Comparación punto de fuga resultante del ajuste a una senoide y punto de fuga de referencia.

En esta imagen se ha hecho un zoom en la zona de interés para observar más en detalle el punto de fuga de referencia (representado con un cuadrado) y el punto de fuga obtenido mediante el método implementado (representado con un círculo).

El proceso de votación que se lleva a cabo para obtener la posición del punto de fuga es a nivel de píxel. El hecho de que el proceso de votación sea a nivel de píxel quiere decir que las celdas en las que se divide la imagen para el proceso de votación son del mismo área. Por lo tanto, la probabilidad de poder caer en una celda u otra es la misma, a diferencia que en el método de la esfera Gaussiana en el que el proceso de votación se veía afectado por el hecho de que las celdas en las que se dividía la imagen fueran de diferente área. Por otro lado, que la votación sea a nivel de píxel influye en la precisión del resultado, es decir, que no se puede obtener un resultado más preciso dentro del píxel.

Como se puede comprobar a partir de la figura anterior, el resultado obtenido a partir del método de ajuste de una senoide es efectivo, ya que difiere del punto de fuga de referencia en dos píxeles en la coordenada Y.

La limitación principal de este método es que la búsqueda del punto de fuga se restringe a los límites de la imagen. Esto se debe a que el proceso de votación se limita a votar sobre los píxeles de la imagen, es decir, que no contempla votar sobre puntos fuera de la imagen.

4.1.1.2 Ajuste a dos sinusoides

El tipo de imágenes sobre las que se aplica este método de detección de puntos de fuga, son aquellas en las que a priori se sabe que están presentes dos puntos de fuga y que se encuentran situados dentro de los límites de la imagen.

Para probar este método se han utilizado imágenes sintéticas que simulen el entorno en que puede encontrarse una matrícula, como la siguiente:

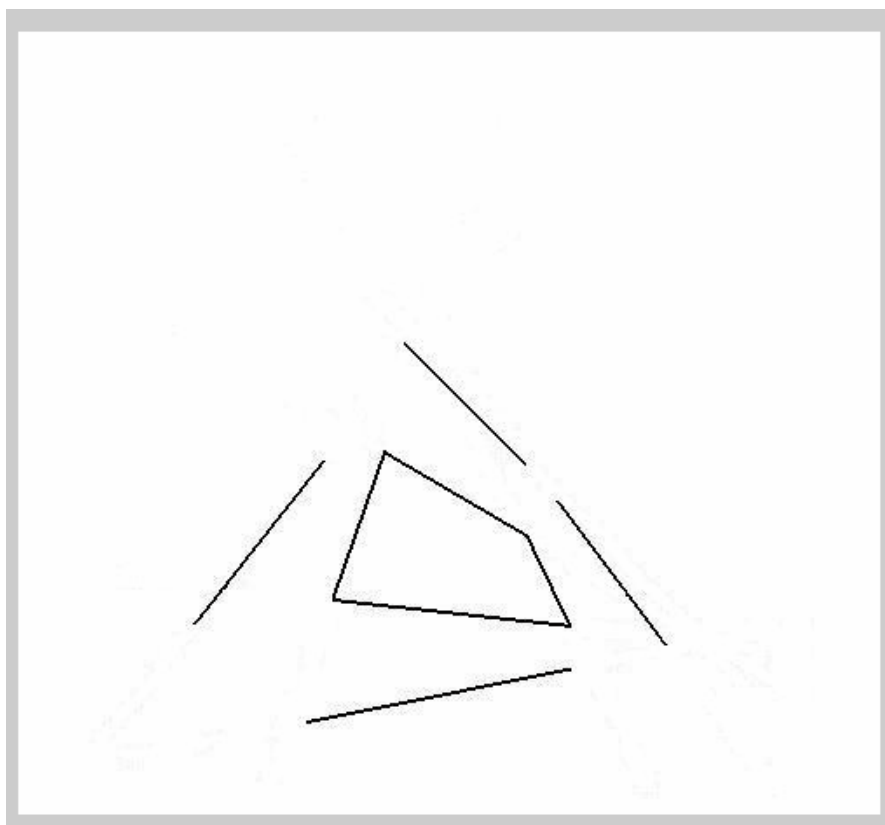


Figura 4.1-4: Imagen de partida para ajuste a dos sinusoides.

En primer lugar se lleva a cabo el preprocesamiento de la imagen, detectándose así los picos de la Transformada de Hough, que se corresponden con las principales rectas detectadas en la imagen.

A partir de estos, se disciernen entre los picos que corresponden a las rectas que apuntan al punto de fuga con orientación vertical, y los que corresponden al punto de fuga en la orientación horizontal.

Con cada grupo de picos por separado se realiza el ajuste a una sinusoides, y su consiguiente proceso de votación, obteniéndose los dos siguientes puntos de fuga.

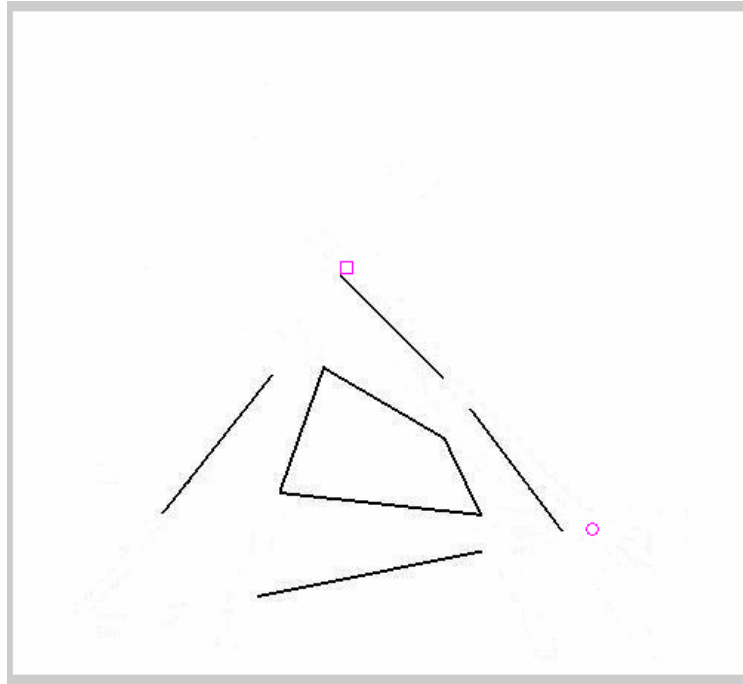


Figura 4.1-5: Resultado final puntos de fuga resultantes del ajuste a dos sinusoides.

4.1.1.2.1 Análisis crítico

Para poder comparar los dos puntos de fuga resultantes del ajuste a dos sinusoides, se busca el punto de intersección de las rectas que fugan a cada uno de los puntos. Estos dos valores serán los puntos de fuga que se utilizarán como referencia. En la siguiente imagen se muestran estas rectas y ambos puntos de fuga.

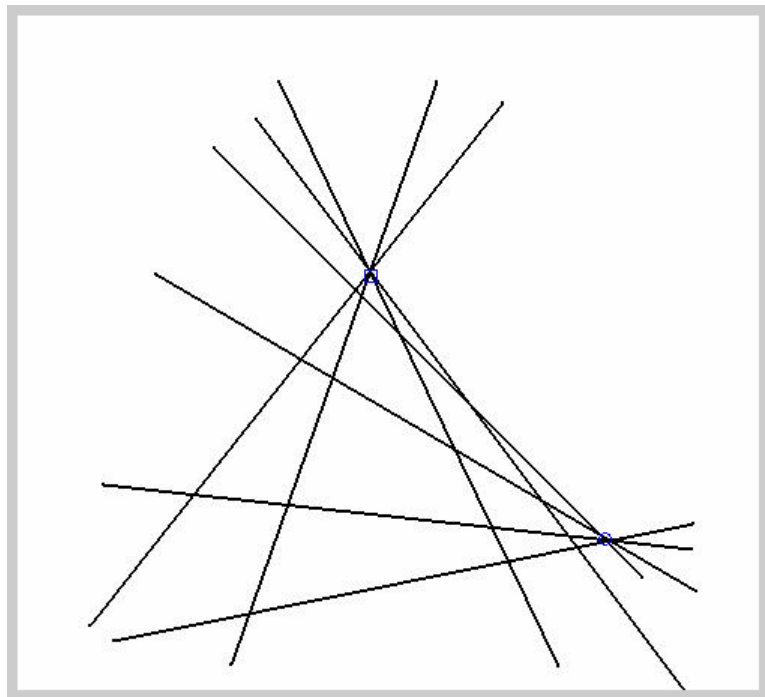


Figura 4.1-6: Puntos de fuga de referencia.

Los dos puntos de fuga tiene las siguientes coordenadas: (236,174) el punto de fuga de referencia que está representado con un cuadrado, y (392,349) el que está representado con un círculo.

En las dos siguientes figuras se muestran las rectas detectadas mediante la Transformada de Hough.

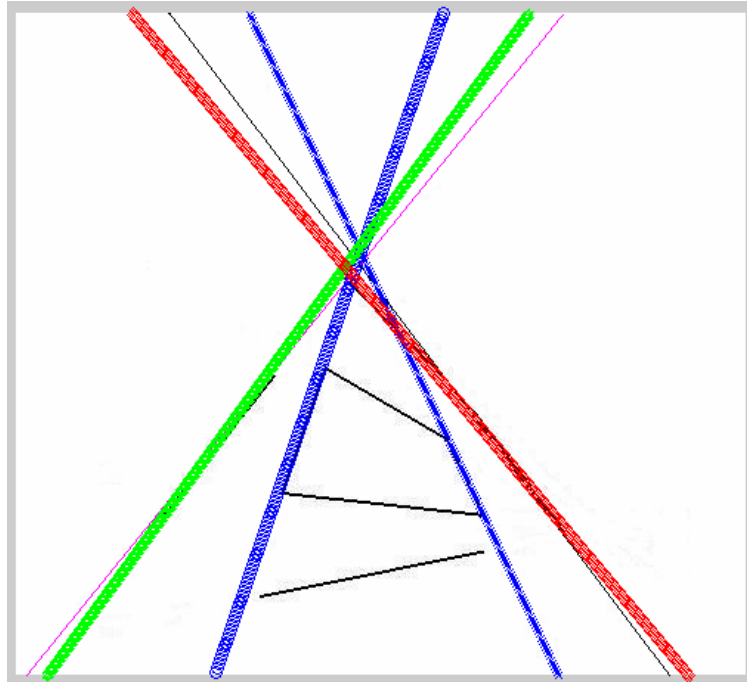


Figura 4.1-7: Rectas detectadas en la orientación vertical.

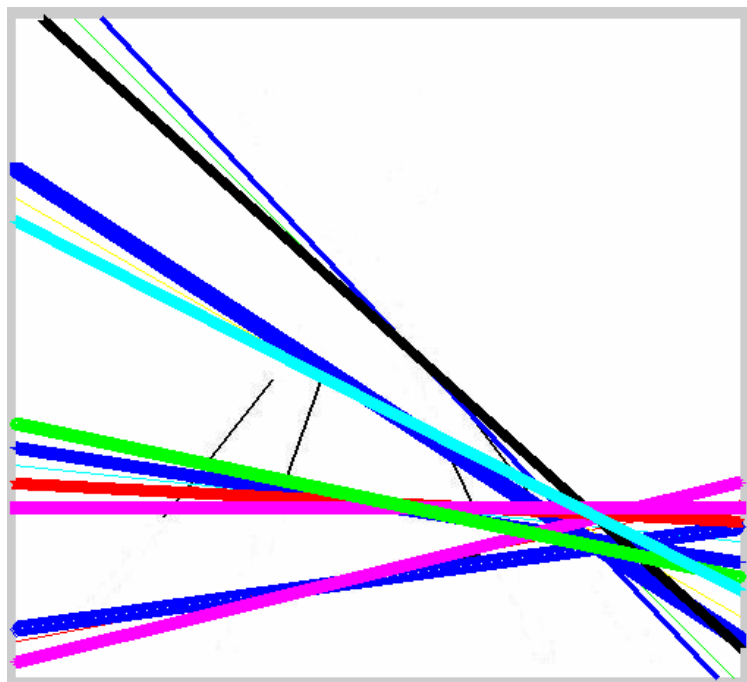


Figura 4.1-8: Rectas detectadas en la orientación horizontal.

Estas rectas se corresponden a una serie de picos en el espacio de Hough, y a continuación se muestran estos picos y su correspondiente ajuste.

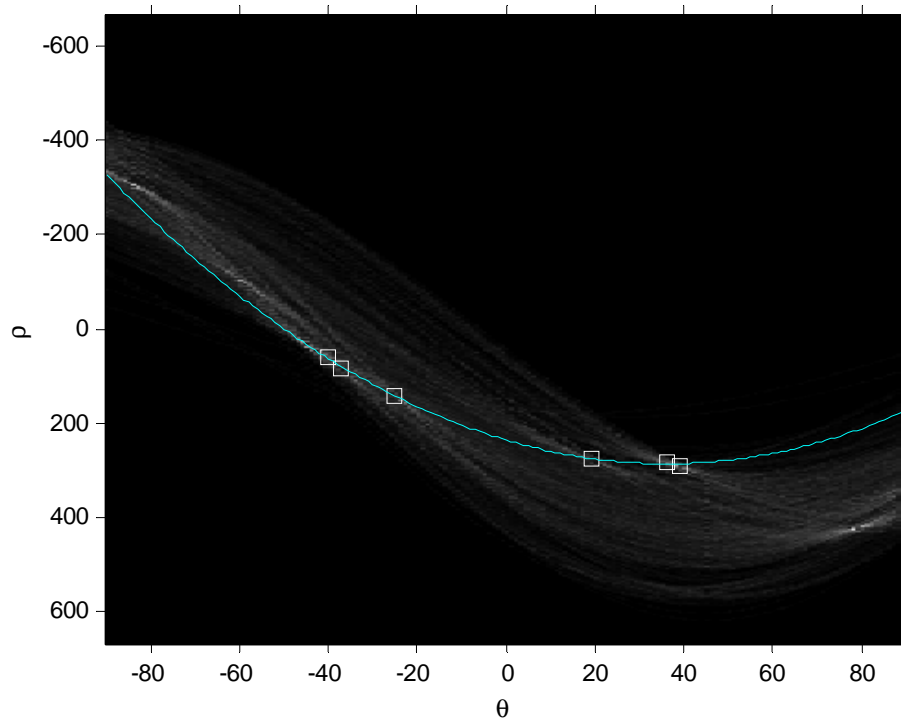


Figura 4.1-9: Ajuste a picos correspondientes a rectas en orientación vertical.

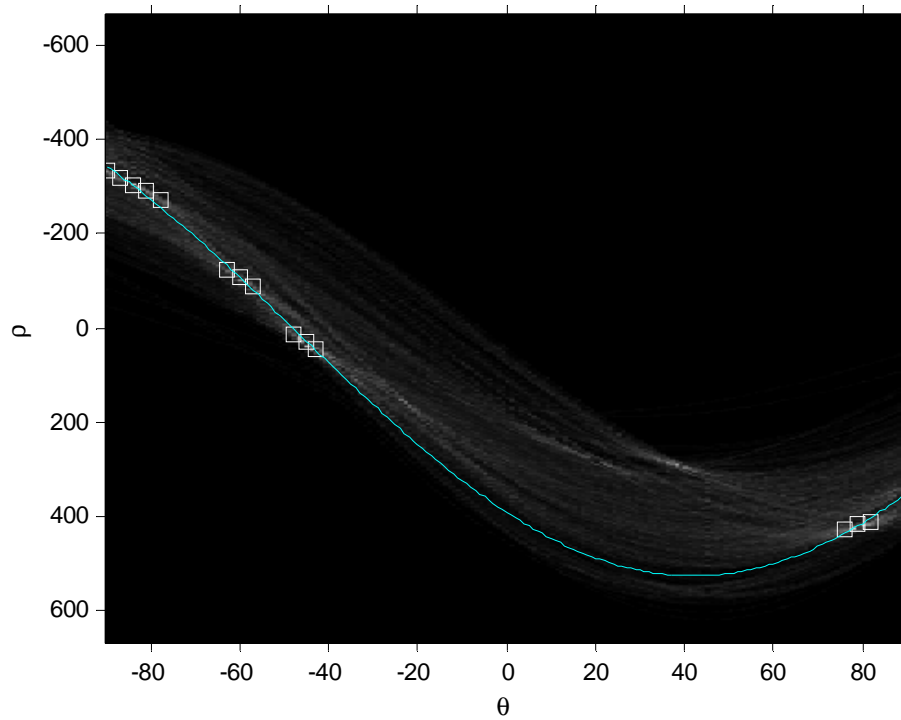


Figura 4.1-10: Ajuste a picos correspondientes a rectas en orientación horizontal.

Tras el proceso de votación correspondiente de cada caso, resultan los siguientes puntos de fuga.

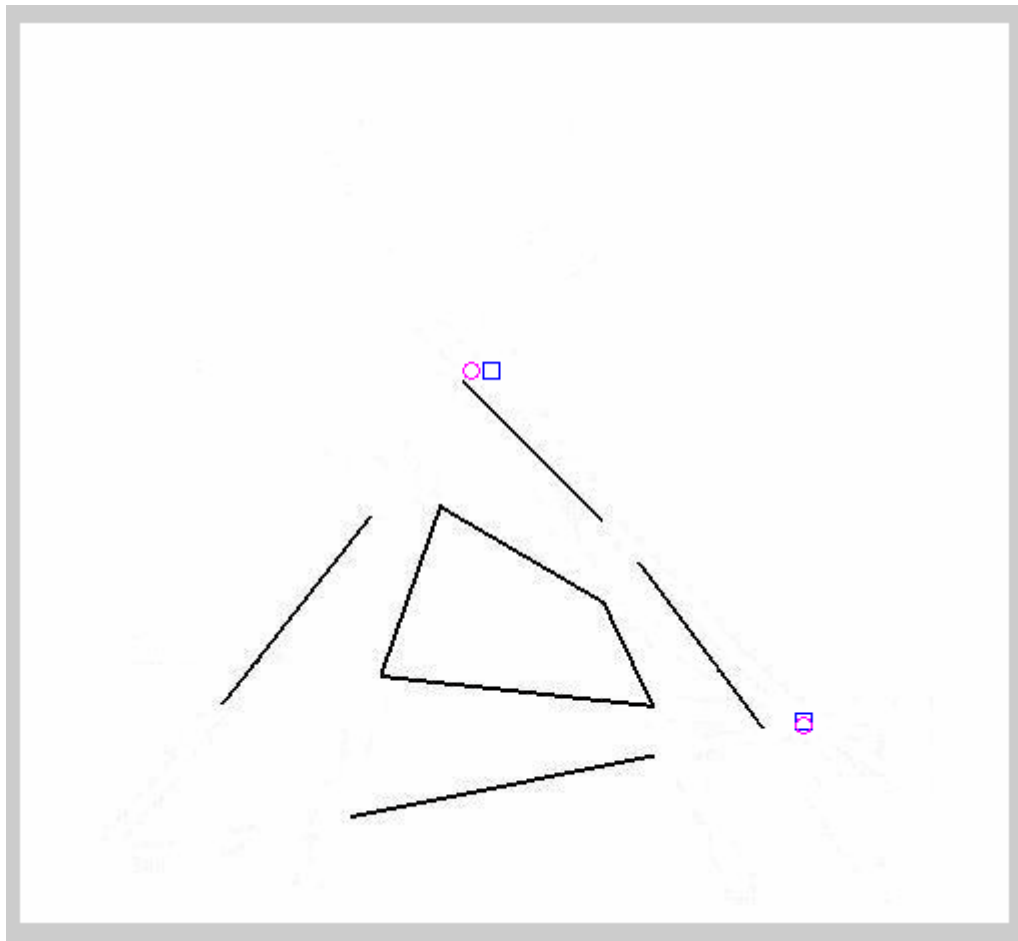


Figura 4.1-11: Comparación puntos de fuga resultante del ajuste a dos sinusoides y puntos de fuga de referencia.

Aquí se pueden observar los puntos de fuga de referencia representados con un cuadrado, y los puntos de fuga resultante de cada uno de los ajustes representados con un círculo. Las coordenadas de éstos últimos son (226,174) y (392,351).

Los puntos obtenidos mediante este método difieren poco de los puntos de fuga de referencia. El que difiere en mayor número de píxeles, se debe a que el número de picos para realizar el ajuste ha sido menor. Este hecho se produce, porque hay una ligera predominancia de las rectas en el otro sentido. Esta predominancia hace que se detecten mayor número de picos correspondientes a una dirección que a la otra.

El tipo de imagen analizada anteriormente, aún tratándose de una imagen sintética, simula de manera aproximada a una matrícula. Ya que aparecen los bordes que definen la matrícula, y además líneas que fugan en los puntos donde fugan los bordes de la supuesta matrícula.

Sin embargo, existen otro tipo de imágenes en las que aparecen solo los bordes que definen la supuesta matrícula. Este tipo de imagen es la que se va a analizar a continuación.

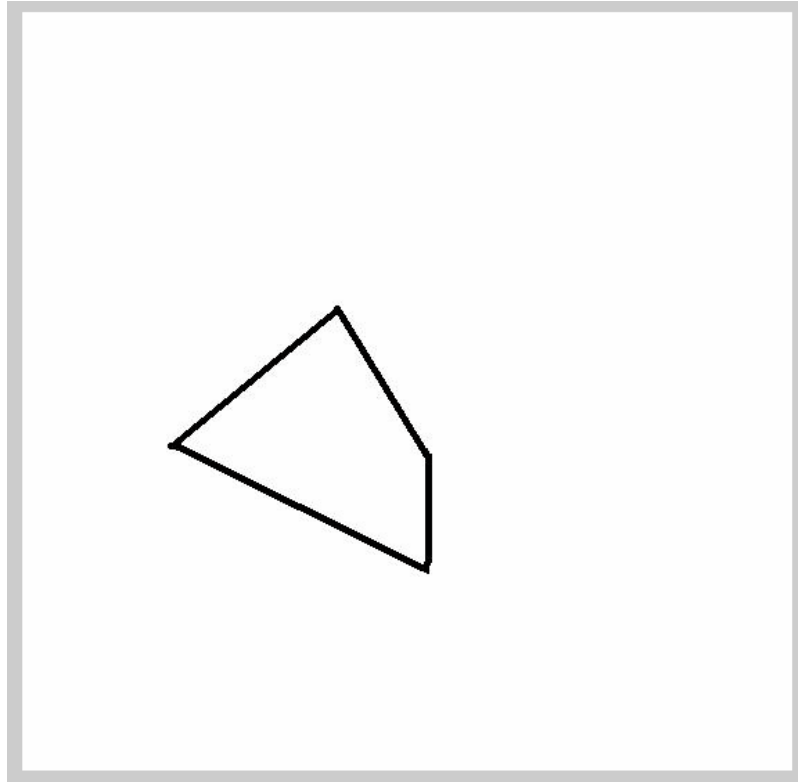


Figura 4.1-12: Segunda imagen de partida.

De aplicar la Transformada de Hough, y obtener sus correspondientes picos, resultan las siguientes líneas:

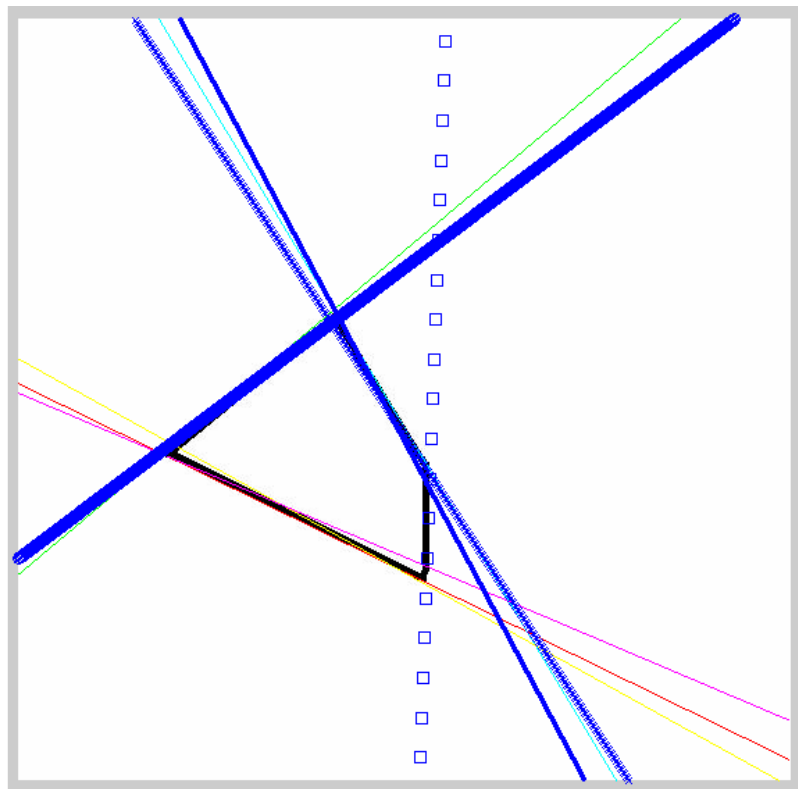


Figura 4.1-13: Rectas detectadas.

En las figuras que se muestran a continuación aparecen los dos ajustes, correspondientes a los picos en cada una de las dos direcciones.

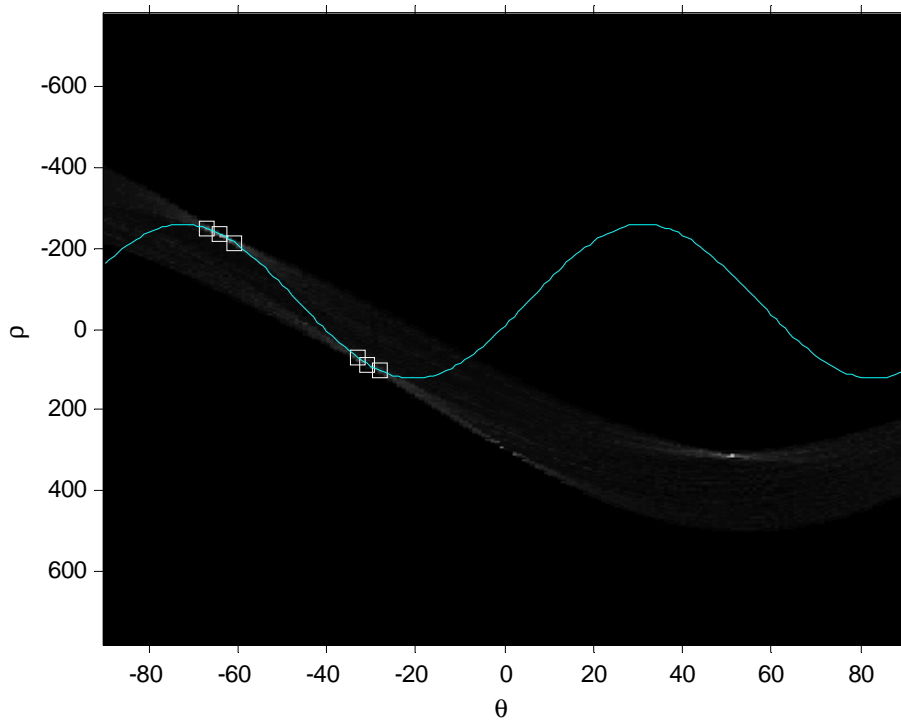


Figura 4.1-14: Ajuste a picos correspondientes a rectas en orientación vertical.

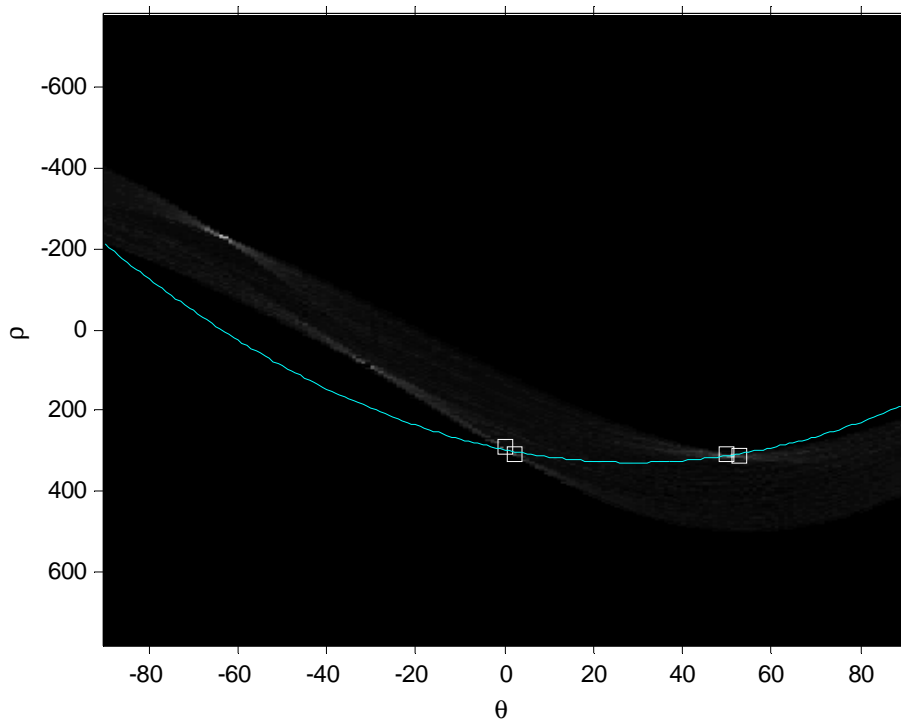


Figura 4.1-15: Ajuste a picos correspondientes a rectas en orientación horizontal.

Cada pico en el espacio de Hough con un θ y ρ dados, define una recta en el espacio de la imagen. Rectas con poca abertura entre ellas tendrán θ muy próximos, lo que provoca que en el espacio de Hough los picos se encuentren concentrados en la misma zona.

Este hecho provoca que el ajuste resultante no sea tan acertado como en el primer tipo de imágenes, y en consecuencia, los puntos de fuga resultantes tampoco sean tan acertados.

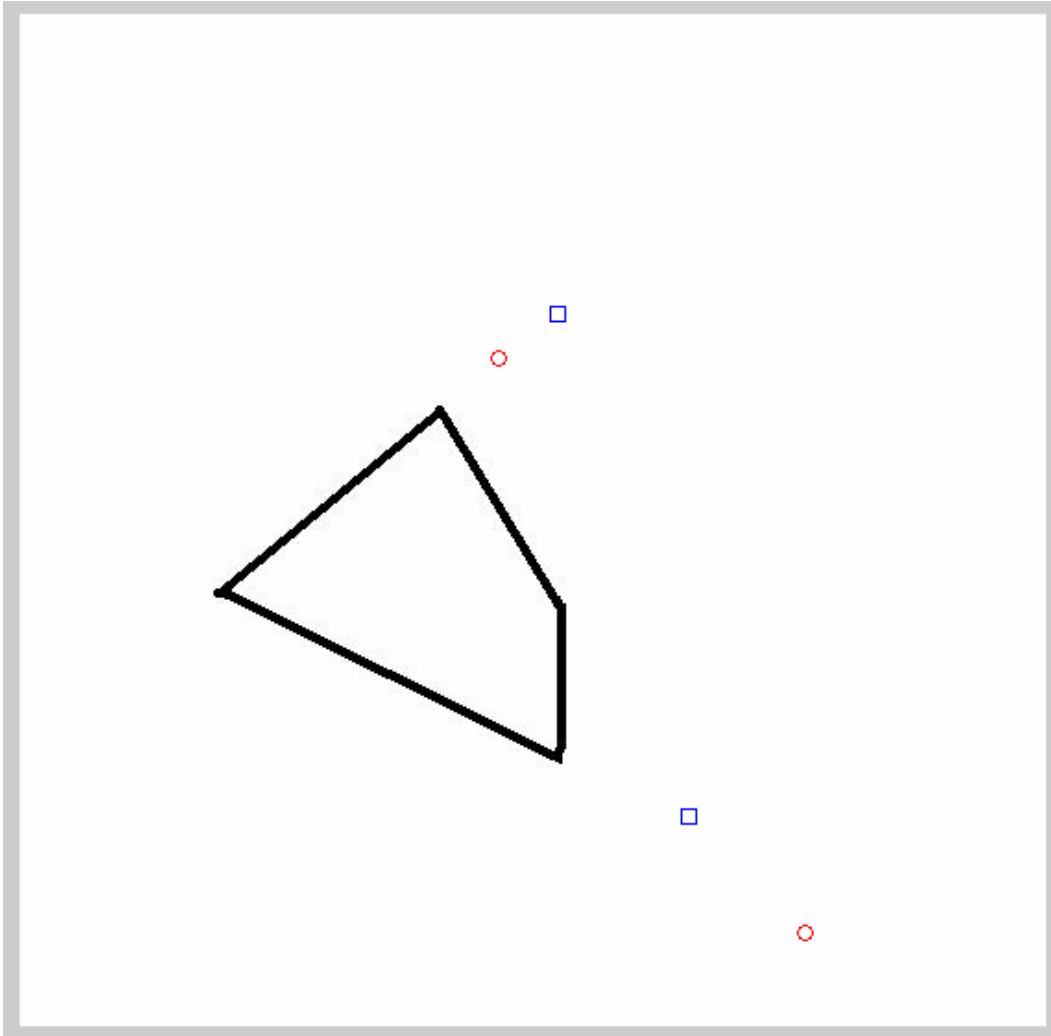


Figura 4.1-16: Comparación puntos de fuga resultante del ajuste a dos sinusoides y puntos de fuga de referencia.

De cara a analizar los resultados obtenidos con este tipo de imágenes, se han hallado los dos puntos de fuga de referencia. Para hallar estos dos puntos, se ha seguido el mismo procedimiento que se utilizó en el análisis del ajuste a una sinusoides.

Resolviendo los dos sistemas de dos ecuaciones, cada uno con las dos ecuaciones de las rectas que definen la supuesta matrícula, se obtienen los puntos de fuga de referencia con las siguientes coordenadas en píxeles: (363,435) y (292,163). Estos puntos son los que en la figura anterior vienen representados con un cuadrado.

Por otra parte, los puntos de fuga resultantes de los ajustes son: (426,498) y (260,187), y en la figura anterior vienen representados por un círculo.

4.1.2 Esfera Gaussiana

Se presenta ahora el resultado de aplicar el método de la Esfera Gaussiana sobre la misma imagen que se presentó en el caso del método de ajuste a una senoide.

En primer lugar se lleva a cabo el preprocesamiento de la imagen necesario para aplicar el método de la Esfera Gaussiana. A partir de aquí, se obtiene la Transformada de Hough y sus correspondientes picos.

Para comenzar el proceso, se detectan las dos líneas principales que definen la carretera que son las siguientes:

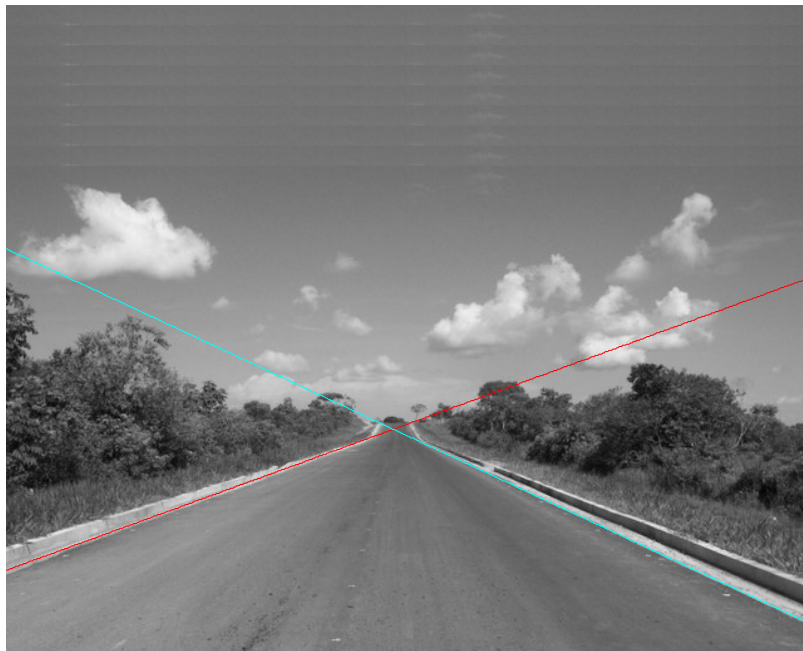


Figura 4.1-17: Rectas principales de la imagen.

Estas rectas detectadas en la imagen son trasladadas a la Esfera Gaussiana en forma de circunferencias. En la siguiente figura se ilustran dichas circunferencias sobre la esfera unidad.

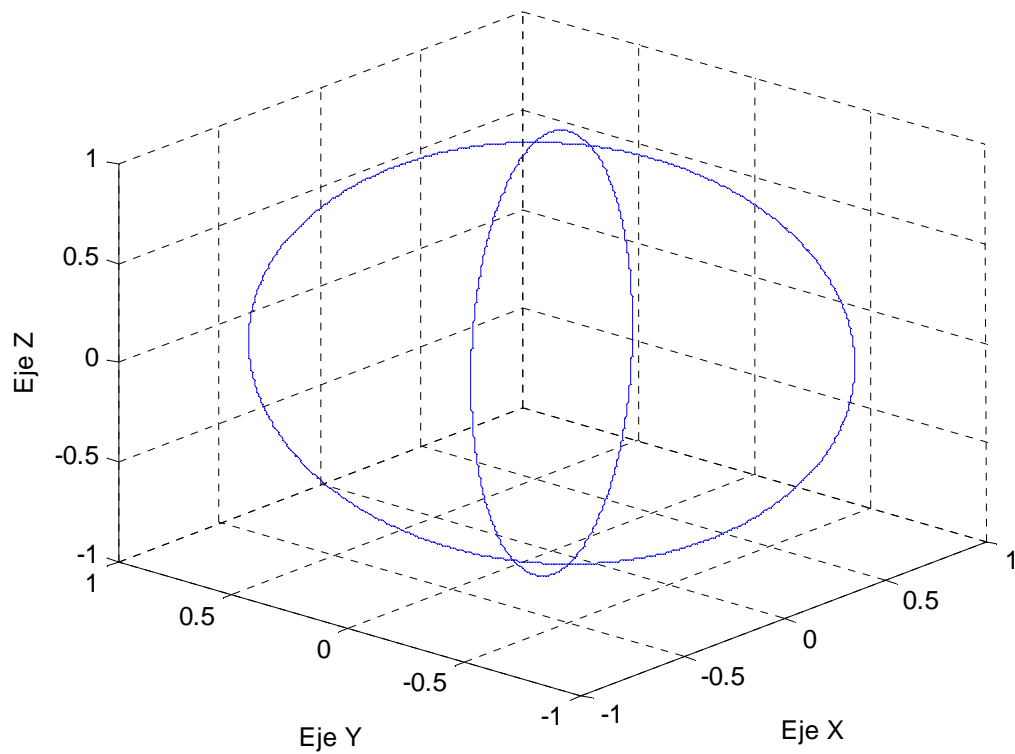


Figura 4.1-18: Circunferencias correspondientes a las rectas principales.

El resultado obtenido tras el primer proceso de votación es el siguiente:



Figura 4.1-19: Resultado punto de fuga tras primer proceso de votación.

Después del segundo proceso de votación la posición del punto de fuga es la siguiente:



Figura 4.1-20: Resultado final punto de fuga tras segundo proceso votación.

4.1.2.1 Análisis crítico

Con la finalidad de analizar los resultados se procede a comparar la posición del punto de fuga de referencia con la posición del punto de fuga que se ha obtenido mediante el método de la Esfera Gaussiana. El valor de la posición del punto de fuga de referencia se calcula de la misma manera que se hizo en el caso del ajuste a una senoide.

En primer lugar, en la siguiente figura se muestra un zoom de la imagen de la zona de interés en la que aparecen las dos líneas principales de la carretera, el punto de fuga de referencia representado mediante un cuadrado y el punto de fuga resultante tras el primer proceso de votación representado mediante un círculo.

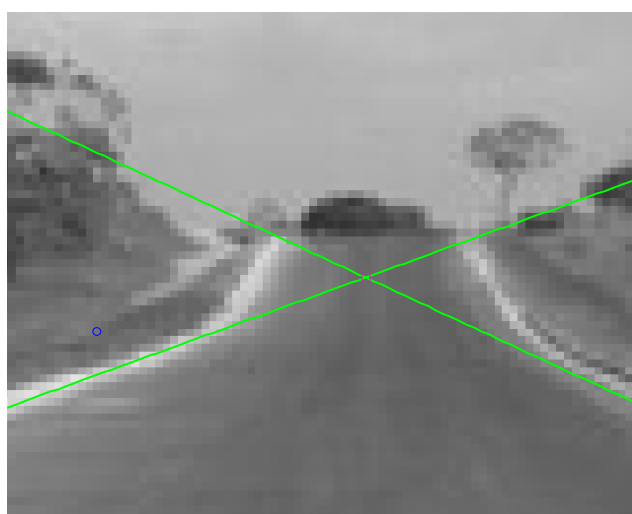


Figura 4.1-21: Comparación punto de fuga tras primer proceso de votación y punto de fuga de referencia.

La posición del punto de fuga de referencia es el píxel (309.9327, 338.9553) y la posición resultante del primer proceso de votación es (275,346).

En la siguiente figura se muestra un zoom de la imagen con la zona de interés, en ella se representan las dos líneas principales de la carretera, el punto de fuga de referencia representado mediante un cuadrado, y el punto de fuga obtenido tras el segundo proceso de votación representado mediante un círculo.

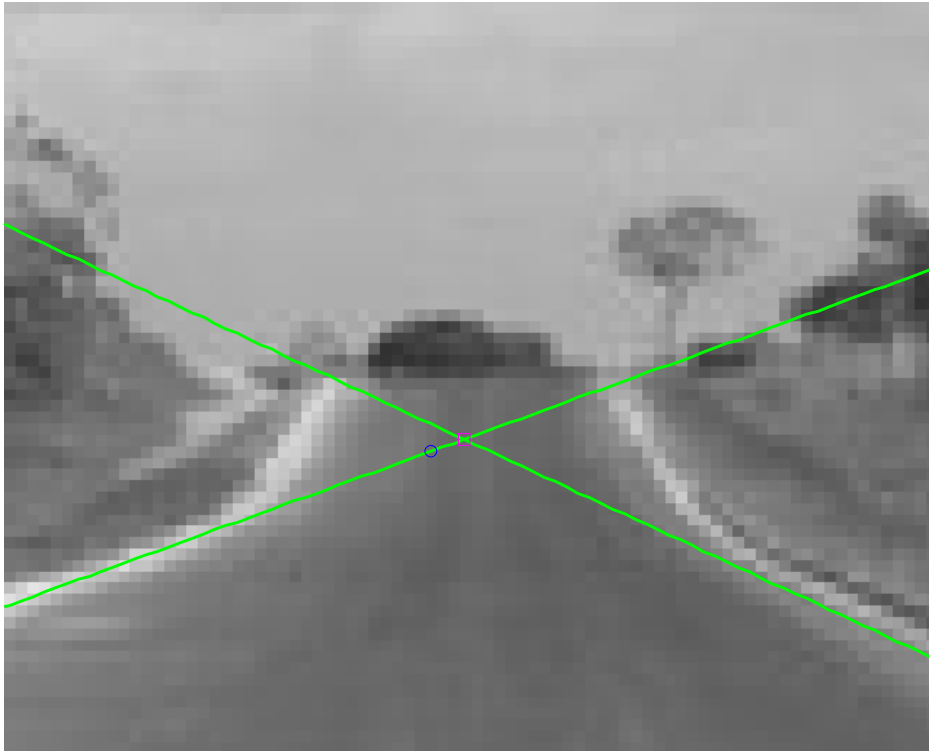


Figura 4.1-22: Comparación punto de fuga tras segundo proceso de votación y punto de fuga de referencia.

La posición resultante del segundo proceso de votación es (307, 340).

Como se puede comprobar, la posición del punto de fuga tras el segundo proceso de votación resulta más precisa que la que se obtiene tras el primer proceso de votación, muestra de ello es la siguiente figura en la que se representan: el punto de fuga de referencia (representado por un cuadrado), el punto de fuga tras el primer proceso de votación (representado por un círculo) y el punto de fuga resultante del segundo proceso de votación (representado por un rombo).



Figura 4.1-23: Comparación punto de fuga tras primer y segundo proceso de votación, y punto de fuga de referencia.

En este método ninguno de los sistemas de votación son a nivel de píxel, y en este caso las celdas no son exactamente del mismo área. Este hecho puede producir efectos sobre imágenes cuyo punto de fuga caiga en el centro de la imagen.

En la siguiente figura se pueden observar las celdas sobre las que vota el primer proceso de votación:

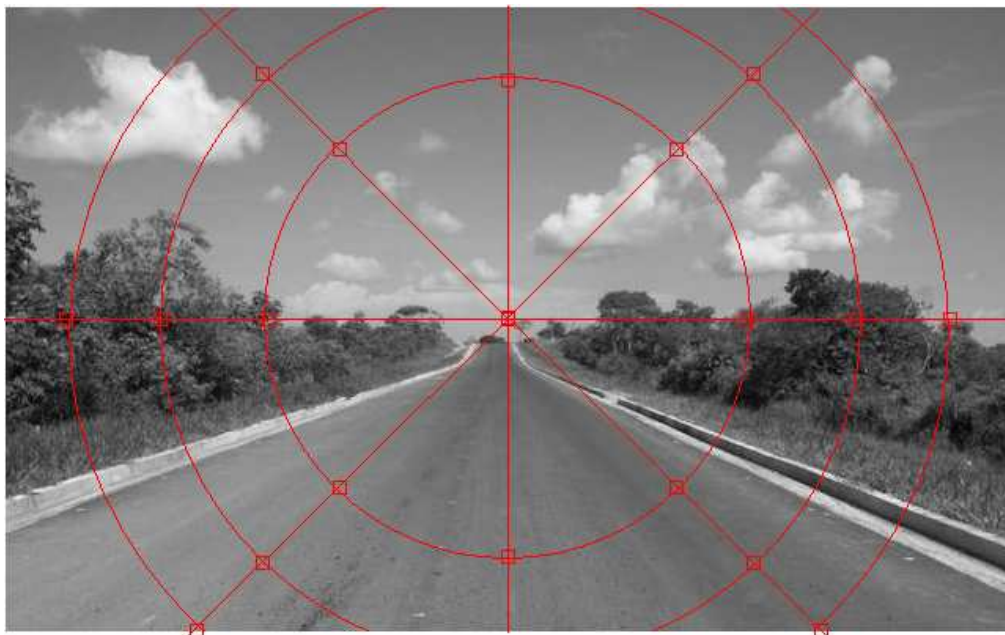


Figura 4.1-24: División imagen correspondiente al primer proceso de votación.

Debido a esta división, en la zona del centro de la imagen la diferencia entre una celda y otra es muy pequeña. Por ello, es fácil que las circunferencias (que existen en la esfera Gaussiana cuyos puntos votan sobre este sistema de votación) puedan caer en una celda u otra, y no ser del todo preciso en el resultado debido a esta pequeña diferencia entre celdas en esa zona. Por ello, este método no resulta muy efectivo para imágenes en las que el punto de fuga se encuentre en la zona central de la imagen.

Por lo tanto, resultará una opción más acertada que con imágenes cuyo punto de fuga se encuentre en la zona de central, se utilice el método de ajuste a una senoide.

4.2 Resultados del cálculo de homografías

4.2.1 Homografía con correspondencia de cuatro puntos

Se presentan ahora los resultados obtenidos tras realizar una homografía teniendo como información previa la correspondencia de cuatro puntos.

El tipo de imágenes que se utilizan para este tipo de cálculo de homografías, son imágenes sintéticas. En la imagen sobre la que se va a aplicar la homografía figura un trapecoide, sus cuatro esquinas son los cuatro puntos de partida. Este tipo de imágenes aunque sean sintéticas quieren simular una supuesta matrícula vista en perspectiva, de ahí que la elección de la figura sea un trapecoide. Los cuatro puntos obtenidos tras la homografía deben formar un rectángulo, que simularía a una matrícula en la que el plano de la imagen sería paralelo al plano grabado.

En la figura siguiente se muestran los cuatro puntos de partida y sus correspondientes cuatro puntos tras realizar la homografía:

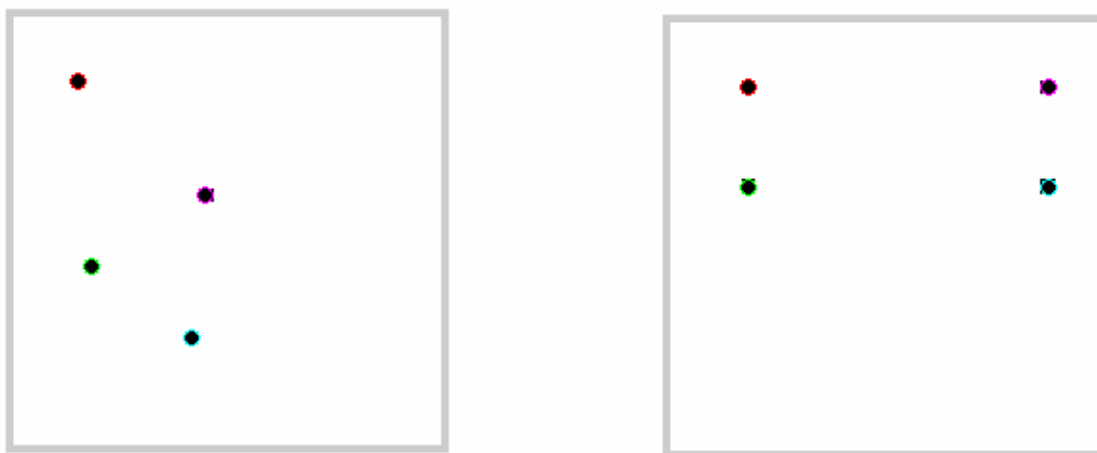


Figura 4.2-1: Puntos de partida y sus puntos correspondientes tras la homografía.

Tanto los puntos de partida como sus correspondencias se imponen, y a partir de ellos es calculada la matriz de homografía H .

Además de todo esto, para poder visualizar la imagen tras el cambio de perspectiva es necesaria una imagen de partida, que contenga los cuatro puntos anteriormente señalados y que formen parte de las cuatro esquinas del trapezoide. Dicha imagen es la siguiente:

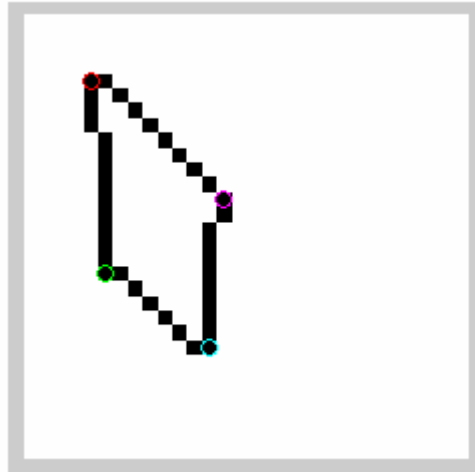


Figura 4.2-2: Imagen de partida anterior a la homografía.

Siguiendo el esquema mencionado en el capítulo de implementación, la obtención de la imagen tras aplicar la homografía, se realiza a partir de la matriz de homografía inversa. Los resultados obtenidos una vez terminado todo el proceso, se plasma en la imagen siguiente:



Figura 4.2-3: Imagen final tras la homografía.

4.2.2 Homografía a partir de dos puntos de fuga

En el caso del cálculo de homografías a partir de dos puntos de fuga la imagen de partida también va a ser sintética. Con la finalidad de llevar a cabo una serie de comprobaciones, en la imagen estará presente un trapezoide y las líneas que conforman este trapezoide fugarán en dos puntos dentro de los límites de la imagen, que son los dos puntos de fuga detectados en la dirección X e Y. Estos dos puntos de fuga son la información de la que se dispone para realizar la homografía.

A continuación se presenta la imagen que se ha utilizado para realizar todas las comprobaciones:

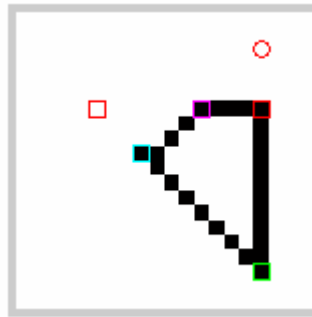


Figura 4.2-4: Dos puntos de fuga.

En la figura anterior aparecen marcados los dos puntos de fuga en rojo, con un círculo el punto de fuga en la dirección X y con un cuadrado el de la dirección Y. Además están marcadas las esquinas del trapezoide.

En este cálculo de homografías, a diferencia del caso de la correspondencia de 4 puntos, se va a disponer únicamente de la información que proporcionan los 2 puntos de fuga. Siguiendo las pautas explicadas en el apartado 3.3.2, se construirá la matriz A y hallando el núcleo de esta, se obtienen los parámetros de la matriz de homografía H.

El proceso que se lleva a cabo ahora es, aplicar la matriz H sobre cada uno de los puntos de fuga detectados en la imagen. Estos dos puntos son: $x_1 = (17,3,1)$ y $x_2 = (6,7,1)$. La operación llevada a cabo y su correspondiente resultado obtenido se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} Hx_1 &= (1,0,0) \\ Hx_2 &= (0,1,0) \end{aligned}$$

Los resultados son precisamente los puntos de fuga en el infinito.

Tras esta comprobación se realiza una segunda, que consiste en que los 4 puntos que conforman las esquinas del trapezoide en la imagen de partida (p_1, p_2, p_3 y p_4) se transformen en las 4 esquinas de un rectángulo. Los puntos que se obtienen tras esta comprobación son los siguientes:

$$Hp_1 = (22.9147, -16.784, 1)$$

$$Hp_2 = (22.9147, -8.5299, 1)$$

$$Hp_3 = (2.4238, -18.8017, 1)$$

$$Hp_4 = (2.4238, -8.5299, 1)$$

Siendo $p_1 = (13, 7, 1)$, $p_2 = (17, 7, 1)$, $p_3 = (9, 10, 1)$ y $p_4 = (17, 18, 1)$.

En la siguiente figura se puede visualizar la disposición de los puntos tras la homografía:



Figura 4.2-5: Visualización de las comprobaciones.

5 Conclusiones y trabajo futuro

En este capítulo se desarrollan las conclusiones resultantes del presente Proyecto Fin de Carrera. Así mismo se van a presentar las líneas de mejora del presente proyecto para posibles trabajos futuros.

5.1 Conclusiones

En este trabajo se ha optado por realizar un estudio de los métodos de detección de puntos de fuga existentes. A la hora de la implementación se han elegido únicamente dos métodos.

La razón por la que se ha escogido el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a una senoide radica en su simplicidad y en la precisión en la búsqueda del punto de fuga dentro de los límites de la imagen.

El motivo que ha llevado a la elección del método de la Esfera Gaussiana se encuentra en el hecho de que este método es capaz de detectar puntos de fuga incluso fuera de los límites de la imagen, además de puntos de fuga en el infinito.

A continuación se van a exponer las conclusiones a las que se ha llegado después de su implementación.

Tras la implementación y el análisis resultantes del método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a senoide se han llegado a las siguientes conclusiones:

- La búsqueda de puntos de fuga se restringe a los límites de la imagen.
- La precisión de este método es a nivel de píxel, debido a que las celdas que componen el proceso de votación son los mismos píxeles que forman parte de la imagen.
- El proceso de votación no se ve afectado por el área de las celdas que componen este sistema, dado que todas ellas tienen el mismo área.
- En la búsqueda de dos puntos de fuga, la precisión del resultado se ve afectada por el tipo de imagen sobre a la cual se aplique. En imágenes sintéticas que simulen el entorno en el que puede encontrarse una matrícula se obtienen mejores resultados que en imágenes sintéticas en las que aparecen únicamente los supuestos bordes de la matrícula.
- Este método resulta más preciso en la búsqueda de un único punto de fuga (imágenes de carreteras), que en la obtención de la posición de dos puntos de fuga (imágenes de matrículas).
- En la búsqueda de un único punto de fuga situado en la propia imagen, se elegirá el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a una senoide en lugar del método de la Esfera Gaussiana.

Tras la implementación y el análisis resultantes del método de la Esfera Gaussiana se han llegado a las siguientes conclusiones:

- La búsqueda de puntos de fuga no se restringe a los límites de la imagen. Este método es capaz de detectar los puntos de fuga fuera de la imagen, incluso en el infinito.
- El proceso de votación se ve afectado por el área de las celdas que componen el primer proceso de votación, debido a que de la división “semirregular” en los ángulos resultan celdas que no son exactamente del mismo área.
- Gran influencia de la división de la imagen del primer proceso de votación en la búsqueda de puntos de fuga en la zona central de la imagen.

Otra parte clave de este trabajo es el cálculo de homografías. La idea inicial era aprovechar la información que proporcionan los puntos de fuga, y utilizarla para el cálculo de homografías. Sin embargo, únicamente el conocimiento de la posición de dos puntos de fuga resulta insuficiente para el cálculo de homografías.

Como opción en el cálculo de homografías se analiza el caso en el que se conoce la correspondencia de cuatro puntos. Tras el estudio de este caso, se concluye que no se puede visualizar la imagen resultado de la homografía sin el conocimiento del factor de escala.

5.2 Trabajo futuro

Como líneas de trabajo futuro derivado de este proyecto se proponen las siguientes:

- Implementación y análisis de resultados de métodos distintos a los desarrollados en este proyecto.
- Estudio de técnicas alternativas para la detección de dos puntos de fuga, y comparación con los resultados obtenidos mediante el método de ajuste de los picos de la Transformada de Hough a dos sinusoides.
- Estudio del uso del método de la Esfera Gaussiana para la búsqueda de dos puntos de fuga, mediante la definición de dos esferas, una para cada uno de los dos conjuntos de rectas que se corresponden con las dos direcciones hacia las que fugan las principales líneas de la imagen.
- Estudio de alternativas a la división “semirregular” desarrollada en el proceso de votación del método de la Esfera Gaussiana, y comparación con los resultados aquí expuestos.
- Búsqueda de técnicas que mejoren la precisión en la detección de puntos de fuga dentro de los límites de la imagen utilizando el método de la Esfera Gaussiana.

Referencias

- [1] B. Caprile y V. Torre. Using vanishing points for camera calibration. *International Journal of Computer Vision*, (3): 127-140, 1990.
- [2] C. F. McLean y D. Koyyuri. Vanishing point detection by line clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17 (11): 1090-1095, 1995.
- [3] I. Sekita. On fitting several lines using the em algorithm. En *CVVC*, págs 107-109, 1994.
- [4] A. Minagawa, N. Tagawa, T. Moriya, y T. Gotoh. Vanishing point and vanishing line estimation with line clustering. *IEICE Transactions Inf. & Syst.*, E83-D(7), 2000.
- [5] T. Suttorp y T. Bücher. Robust vanishing point estimation for driver assistance. En *IEEE Proc. Intelligent Transportation Systems Conference*, págs 1550-1555, 2006.
- [6] S. T. Barnard. Interpreting perspectiva images. *Artificial Intelligence Journal*, 21(4) : 435-462, 1983.
- [7] M. J. Magee y J. K. Aggarwal. Determining vanishing points from perspective images. *CVGIP*, 26:256-267, 1984.
- [8] L. Quan y R. Mohr. Determining perspectiva structures using hierarchical Hough transform. *Pattern Recognition Letters*, 9:279-286, 1989.
- [9] R. Collins. Vanishing point calculation as statistical on the unit sphere. En *Proc. International Conference on Computer Vision*, págs 400-403, 1990.
- [10] B. Brillault- O'Mahony. New method for vanishing point detection. *Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding*, 54(2):289-300, 1991.
- [11] E. Lutton, H. Maître, y J. Lopez-Krahe. Contribution to the determination of vanishing points using Hough transform. *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(4): 430-438, 1994.
- [12] J. A. Shufelt. Performance evaluation and analysis of vanishing point detection techniques. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(3): 282-288, 1999.
- [13] K. Kanatani. *Statistical optimization for geometric computatio*. Elsevier, 1996.
- [14] D. Liebowitz. *Camera calibration and reconstruction of geometry*. PhD thesis, University of Oxford, June 2001.
- [15] R. Pflugfelder. *Self-calibrating cameras in video surveillance*. PhD thesis, Graz University of Technology, 2008.
- [16] C. Rother. A new approach for vanishing point detection in architectural environments. En *Proc. 11th British Machine Vision Conference*, págs 382-391, 2000.
- [17] T. Tuytelaars, M. Proesmans, y L. Van Gool. The cascaded Hough transform. En *IEEE Proc. Internacional Conference on Image Processing*, págs 736-739, 1998.
- [18] K.-S. Seo, J.-H. Lee, y H.-M. Choi. An efficient detection of vanishing points using inverted coordinates image space. *Pattern Recognition Letters*, 27(2):102-108, 2006.
- [19] A. Almansa, A. Desolneux, y S. Vamech. Vanishing point detection without any a priori information. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(4):502-507, 2003.
- [20] V. Cantoni, L. Lombarda, M. Porta, y N. Sicard. Vanishing point detection: representation analysis and new approaches. En *Proc. International Conference on Image Analysis and Processing*, págs 26-28, 2001.
- [21] M. E. Antone y S. Teller. Automatic recovery of relative camera rotations for urban scenes. En *Proc. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2, págs 282-289, 2000.
- [22] J. Kosecka y W. Zhang. Video compass. En *Proc. European Conference on Computer Vision*, LNCS 23501, págs 476-491, 2003.
- [23] J. Hu, S. You, y U. Neumann. Vanishing hull. En *3DPVT'06: Proc. Int. Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission*, págs 448-455, 2006.
- [24] H.-H. Trinh y K.-H. Jo. Image-based structural analysis of building using line segments and their geometrical vanishing points. En *SICE-ICASE International Joint Conference*, págs 566-571, 2006.
- [25] K. Kalantari, F. Jung, N. Paparoditis, y J.-P. Guedon. Robust and automatic vanishing points detection with their uncertainties from a single uncalibrated image, by planes extraction on the unit sphere. En *Int. Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, volume 37-3A, págs 203-208, 2008.
- [26] G. Schindler y F. Dellaert. Atlanta world: An expectation maximization framework for simultaneous low-level edge grouping and camera calibration in complex man-made

- environments. En Proc. Conf. On Computer Vision and Pattern Recognition, págs 203-209, 2004.
- [27] O. Barinova, A. Kuzmishkina, A.Vezhnevets, y V. Vezhnevets. Learning class specific edges for vanishing point estimation. En Proc. Of Graphicon, págs 162-165, 2007.
- [28] E. Ribeiro y E. R. Hancock. Perspectiva pose from spectral voting. En IEEE Proc. Conference Computer Vision and Pattern Recognition, volume 1, págs 656-662, 2000.
- [29] J. Coughlan y A.Yuille. Manhattan world: Compass direction forma a single image by bayesian inference. En Proc. Internacional Conference on Computer Vision, págs 941-947, 1999.

Glosario

| | |
|--------|-------------------------------|
| RANSAC | RANdom Sampling And Consensus |
| EM | Expectation-Maximization |

Anexos

A Anexo-Transformada de Hough

La Transformada de Hough (HT) fue propuesta por Paul Hough en 1962 y patentada por IBM. Ha resultado ser una herramienta estándar en visión por computador para la detección de líneas rectas, círculos y elipses.

Consideremos un punto $(x_i; y_i)$ y una recta definida mediante ese punto y su pendiente de la forma $y_i = ax_i + b$. Existen infinitas rectas que pasan por el punto $(x_i; y_i)$ y satisfacen la ecuación para infinitos valores de a y b . Sin embargo, si escribimos esta ecuación de la forma $b = -x_i a + y_i$ y definimos el plano ab (también llamado espacio de parámetros) tenemos la ecuación de una única recta para un punto $(x_i; y_i)$ fijo. Además, para un segundo punto $(x_j; y_j)$ también existe una recta en el espacio de parámetros ab asociada con él. Esta segunda recta se cruza con la recta asociada a $(x_i; y_i)$ en $(a_0; b_0)$ donde a_0 representa la pendiente y b_0 el desplazamiento de la recta que contiene a los puntos $(x_i; y_i)$ y $(x_j; y_j)$ en el plano xy . De hecho, todos los puntos contenidos en la recta del espacio xy tienen rectas asociadas a ellos en el espacio de parámetros ab . Por lo tanto, cada punto en el espacio xy de la imagen se corresponde a una recta en el espacio de parámetros ab y cada punto en el espacio ab se corresponde con una recta en el espacio xy .

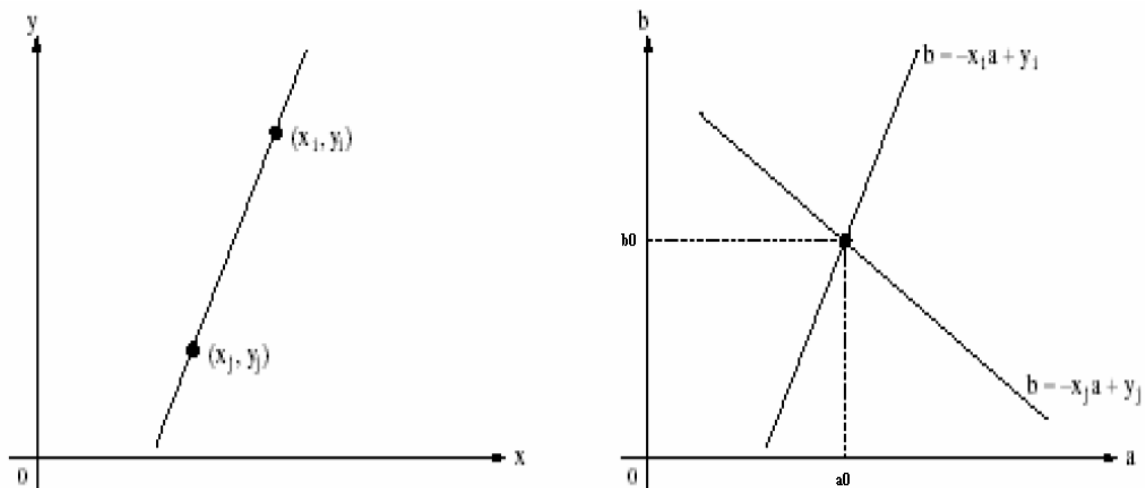


Figura A-1: (a) Plano xy (b) Espacio de parámetros ab

El atractivo de la transformada de Hough proviene de subdividir el espacio de parámetros en celdas acumuladoras, donde (a_{\min}, a_{\max}) y (b_{\min}, b_{\max}) son los rangos esperados para la pendiente y la ordenada al origen. La celda de coordenadas (i, j) con un valor de acumulador $A(i, j)$ corresponde al cuadrado asociado con las coordenadas (a_i, b_j) del espacio de parámetros. Inicialmente se ponen todos los acumuladores a cero. Entonces para cada punto (x_k, y_k) de la imagen, permitimos que el parámetro a pueda tomar cualquier valor de entre los a_i permitidos y calculamos b usando la ecuación $b = -x_i a + y_i$. Los valores resultantes para el parámetro b se redondean hasta los b_j permitidos. Si para un valor a_p resultó un valor b_q se tiene que $A(p, q) = A(p, q) + 1$.

Al final, un valor de M en el acumulador $A(i, j)$ significa que M puntos del plano xy caen sobre la recta $y = a_i x + b_j$. La precisión en la colinealidad de estos puntos depende del número de celdas del espacio de parámetros.

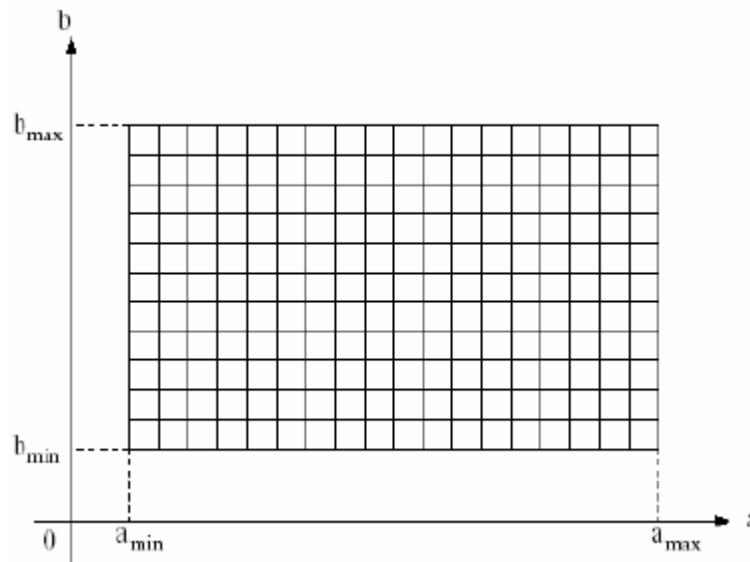


Figura A-2: Espacio ab

Un problema de la representación cartesiana de la recta es que tanto la pendiente como la ordenada en el origen tienden a infinito conforme la recta se acerca a posiciones verticales. Para evitar este problema se usa la representación polar (normal) de la recta:

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta$$

Siendo ρ (longitud de una normal desde el origen hasta la línea) y θ (ángulo de ρ con respecto al eje X) los nuevos parámetros que determinan los puntos que pasan por x_i e y_i estando θ acotado en el intervalo $[0, \pi]$.

Esto corresponde a una senoide en el plano (ρ, θ) , la cual es única para ese punto. Si las curvas correspondientes a dos puntos intersectan en un punto, la localización de este punto de intersección (en el espacio de Hough) corresponde con una línea en el plano imagen que pasa por ambos puntos. En general, un conjunto de puntos que forman una línea recta producirán sinusoides que intersectarán en los parámetros (ρ, θ) correspondientes a esa línea. Por ello, un problema de detección de puntos colineales se convierte en un problema de búsqueda de curvas concurrentes.

El uso de la representación (ρ, θ) para construir la tabla de acumuladores es similar al método explicado para las rectas en la forma pendiente y ordenada al origen. A cada punto del plano xy corresponde ahora una senoide en el plano $\rho\theta$ en lugar de una recta. Al igual que antes, M puntos colineales a la recta $\rho_i = x \cos \theta_j + y \sin \theta_j$ darán lugar a M sinusoides que se cortan en el punto (ρ_i, θ_j) en el espacio de parámetros. Incrementando θ y calculando ρ obtendremos M entradas en el acumulador $A(i, j)$ correspondiente al par (ρ_i, θ_j) .

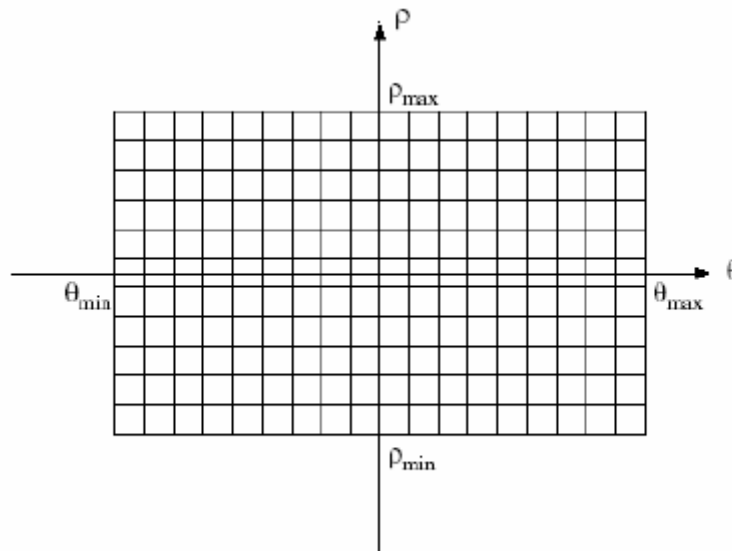


Figura A-3: Espacio rho-theta

El rango de representación de θ es: $\pm 90^\circ$ y el rango para ρ es: $[\pm \sqrt{2D}]$, donde D es la diagonal de la imagen.

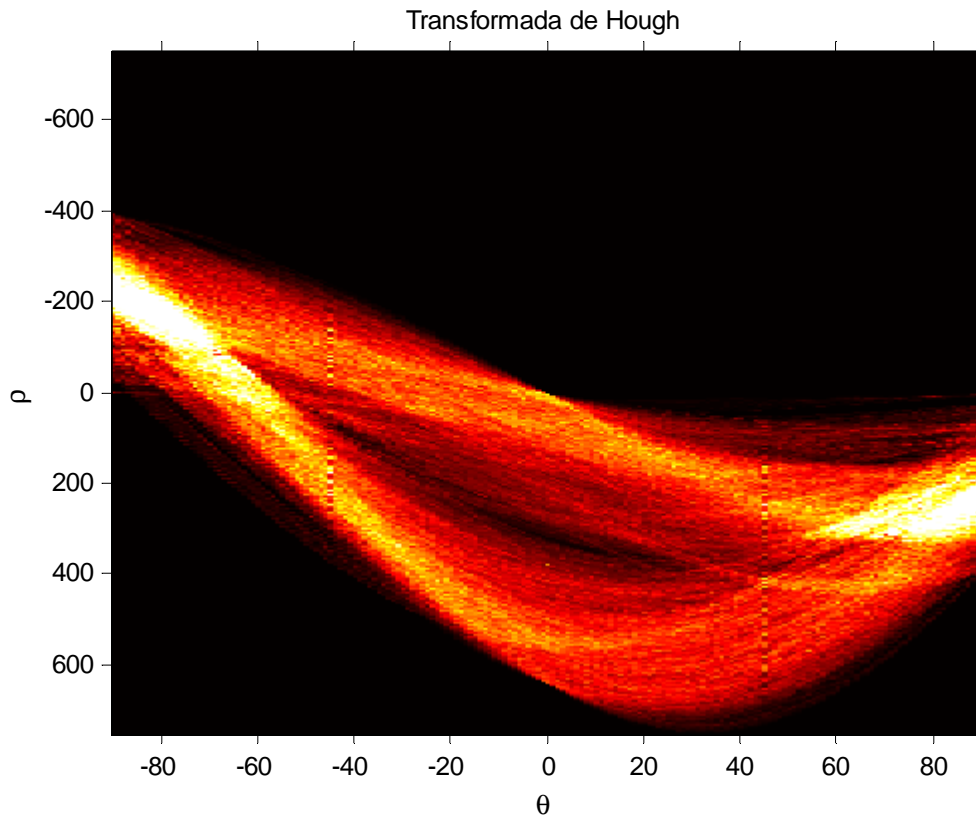


Figura A-4: Transformada de Hough de una imagen

Una vez encontrados los máximos locales en las celdas acumuladoras, se trasladan al plano de la imagen. Obteniendo así las líneas principales de la imagen.

Comparada con otras técnicas, la Transformada de Hough presenta una alta robustez, ya que utiliza información global, lo cual permite detectar líneas aunque sean discontinuas o estén parcialmente ocultas.

PRESUPUESTO

1) Ejecución Material

- Compra de ordenador personal (Software incluido)..... 2.000 €
- Alquiler de impresora láser durante 6 meses 50 €
- Material de oficina 150 €
- Total de ejecución material 2.200 €

2) Gastos generales

- 21 % sobre Ejecución Material 462 €

3) Beneficio Industrial

- 6 % sobre Ejecución Material 132 €

4) Honorarios Proyecto

- 640 horas a 15 € / hora..... 9600 €

5) Material fungible

- Gastos de impresión..... 60 €
- Encuadernación..... 200 €

6) Subtotal del presupuesto

- Subtotal Presupuesto..... 12060 €

7) I.V.A. aplicable

- 21 % Subtotal Presupuesto..... 2532,6 €

8) Total presupuesto

- Total Presupuesto..... 14592,6 €

Madrid, Septiembre de 2012

El Ingeniero Jefe de Proyecto

Fdo.: Maria Isabel Murcia Rosas
Ingeniero Superior de Telecomunicación

PLIEGO DE CONDICIONES

Este documento contiene las condiciones legales que guiarán la realización, en este proyecto, de un sistema de obtención automática de puntos de fuga para la modificación del punto de vista. En lo que sigue, se supondrá que el proyecto ha sido encargado por una empresa cliente a una empresa consultora con la finalidad de realizar dicho sistema. Dicha empresa ha debido desarrollar una línea de investigación con objeto de elaborar el proyecto. Esta línea de investigación, junto con el posterior desarrollo de los programas está amparada por las condiciones particulares del siguiente pliego.

Supuesto que la utilización industrial de los métodos recogidos en el presente proyecto ha sido decidida por parte de la empresa cliente o de otras, la obra a realizar se regulará por las siguientes:

Condiciones generales

1. La modalidad de contratación será el concurso. La adjudicación se hará, por tanto, a la proposición más favorable sin atender exclusivamente al valor económico, dependiendo de las mayores garantías ofrecidas. La empresa que somete el proyecto a concurso se reserva el derecho a declararlo desierto.

2. El montaje y mecanización completa de los equipos que intervengan será realizado totalmente por la empresa licitadora.

3. En la oferta, se hará constar el precio total por el que se compromete a realizar la obra y el tanto por ciento de baja que supone este precio en relación con un importe límite si este se hubiera fijado.

4. La obra se realizará bajo la dirección técnica de un Ingeniero Superior de Telecomunicación, auxiliado por el número de Ingenieros Técnicos y Programadores que se estime preciso para el desarrollo de la misma.

5. Aparte del Ingeniero Director, el contratista tendrá derecho a contratar al resto del personal, pudiendo ceder esta prerrogativa a favor del Ingeniero Director, quien no estará obligado a aceptarla.

6. El contratista tiene derecho a sacar copias a su costa de los planos, pliego de condiciones y presupuestos. El Ingeniero autor del proyecto autorizará con su firma las copias solicitadas por el contratista después de confrontarlas.

7. Se abonará al contratista la obra que realmente ejecute con sujeción al proyecto que sirvió de base para la contratación, a las modificaciones autorizadas por la superioridad o a las órdenes que con arreglo a sus facultades le hayan comunicado por escrito al Ingeniero Director de obras siempre que dicha obra se haya ajustado a los preceptos de los pliegos de condiciones, con arreglo a los cuales, se harán las modificaciones y la valoración de las diversas unidades sin que el importe total pueda exceder de los presupuestos aprobados. Por consiguiente, el número de unidades que se consignan en el proyecto o en el presupuesto, no podrá servirle de fundamento para entablar reclamaciones de ninguna clase, salvo en los casos de rescisión.

8. Tanto en las certificaciones de obras como en la liquidación final, se abonarán los trabajos realizados por el contratista a los precios de ejecución material que figuran en el presupuesto para cada unidad de la obra.

9. Si excepcionalmente se hubiera ejecutado algún trabajo que no se ajustase a las condiciones de la contrata pero que sin embargo es admisible a juicio del Ingeniero Director de obras, se dará conocimiento a la Dirección, proponiendo a la vez la rebaja de precios que el Ingeniero estime justa y si la Dirección resolviera aceptar la obra, quedará el contratista obligado a conformarse con la rebaja acordada.

10. Cuando se juzgue necesario emplear materiales o ejecutar obras que no figuren en el presupuesto de la contrata, se evaluará su importe a los precios asignados a otras obras o materiales análogos si los hubiere y cuando no, se discutirán entre el Ingeniero Director y el contratista, sometiéndolos a la aprobación de la Dirección. Los nuevos precios convenidos por uno u otro procedimiento, se sujetarán siempre al establecido en el punto anterior.

11. Cuando el contratista, con autorización del Ingeniero Director de obras, emplee materiales de calidad más elevada o de mayores dimensiones de lo estipulado en el proyecto, o sustituya una clase de fabricación por otra que tenga asignado mayor precio o ejecute con mayores dimensiones cualquier otra parte de las obras, o en general, introduzca en ellas cualquier modificación que sea beneficiosa a juicio del Ingeniero Director de obras, no tendrá derecho sin embargo, sino a lo que le correspondería si hubiera realizado la obra con estricta sujeción a lo proyectado y contratado.

12. Las cantidades calculadas para obras accesorias, aunque figuren por partidaalzada en el presupuesto final (general), no serán abonadas sino a los precios de la contrata, según las condiciones de la misma y los proyectos particulares que para ellas se formen, o en su defecto, por lo que resulte de su medición final.

13. El contratista queda obligado a abonar al Ingeniero autor del proyecto y director de obras así como a los Ingenieros Técnicos, el importe de sus respectivos honorarios facultativos por formación del proyecto, dirección técnica y administración en su caso, con arreglo a las tarifas y honorarios vigentes.

14. Concluida la ejecución de la obra, será reconocida por el Ingeniero Director que a tal efecto designe la empresa.

15. La garantía definitiva será del 4% del presupuesto y la provisional del 2%.

16. La forma de pago será por certificaciones mensuales de la obra ejecutada, de acuerdo con los precios del presupuesto, deducida la baja si la hubiera.

17. La fecha de comienzo de las obras será a partir de los 15 días naturales del replanteo oficial de las mismas y la definitiva, al año de haber ejecutado la provisional, procediéndose si no existe reclamación alguna, a la reclamación de la fianza.

18. Si el contratista al efectuar el replanteo, observase algún error en el proyecto, deberá comunicarlo en el plazo de quince días al Ingeniero Director de obras, pues transcurrido ese plazo será responsable de la exactitud del proyecto.

19. El contratista está obligado a designar una persona responsable que se entenderá con el Ingeniero Director de obras, o con el delegado que éste designe, para todo relacionado con ella. Al ser el Ingeniero Director de obras el que interpreta el proyecto, el contratista deberá consultarle cualquier duda que surja en su realización.

20. Durante la realización de la obra, se girarán visitas de inspección por personal facultativo de la empresa cliente, para hacer las comprobaciones que se crean oportunas. Es

obligación del contratista, la conservación de la obra ya ejecutada hasta la recepción de la misma, por lo que el deterioro parcial o total de ella, aunque sea por agentes atmosféricos u otras causas, deberá ser reparado o reconstruido por su cuenta.

21. El contratista, deberá realizar la obra en el plazo mencionado a partir de la fecha del contrato, incurriendo en multa, por retraso de la ejecución siempre que éste no sea debido a causas de fuerza mayor. A la terminación de la obra, se hará una recepción provisional previo reconocimiento y examen por la dirección técnica, el depositario de efectos, el interventor y el jefe de servicio o un representante, estampando su conformidad el contratista.

22. Hecha la recepción provisional, se certificará al contratista el resto de la obra, reservándose la administración el importe de los gastos de conservación de la misma hasta su recepción definitiva y la fianza durante el tiempo señalado como plazo de garantía. La recepción definitiva se hará en las mismas condiciones que la provisional, extendiéndose el acta correspondiente. El Director Técnico propondrá a la Junta Económica la devolución de la fianza al contratista de acuerdo con las condiciones económicas legales establecidas.

23. Las tarifas para la determinación de honorarios, reguladas por orden de la Presidencia del Gobierno el 19 de Octubre de 1961, se aplicarán sobre el denominado en la actualidad "Presupuesto de Ejecución de Contrata" y anteriormente llamado "Presupuesto de Ejecución Material" que hoy designa otro concepto.

Condiciones particulares

La empresa consultora, que ha desarrollado el presente proyecto, lo entregará a la empresa cliente bajo las condiciones generales ya formuladas, debiendo añadirse las siguientes condiciones particulares:

1. La propiedad intelectual de los procesos descritos y analizados en el presente trabajo, pertenece por entero a la empresa consultora representada por el Ingeniero Director del Proyecto.

2. La empresa consultora se reserva el derecho a la utilización total o parcial de los resultados de la investigación realizada para desarrollar el siguiente proyecto, bien para su publicación o bien para su uso en trabajos o proyectos posteriores, para la misma empresa cliente o para otra.

3. Cualquier tipo de reproducción aparte de las reseñadas en las condiciones generales, bien sea para uso particular de la empresa cliente, o para cualquier otra aplicación, contará con autorización expresa y por escrito del Ingeniero Director del Proyecto, que actuará en representación de la empresa consultora.

4. En la autorización se ha de hacer constar la aplicación a que se destinan sus reproducciones así como su cantidad.

5. En todas las reproducciones se indicará su procedencia, explicitando el nombre del proyecto, nombre del Ingeniero Director y de la empresa consultora.

6. Si el proyecto pasa la etapa de desarrollo, cualquier modificación que se realice sobre él, deberá ser notificada al Ingeniero Director del Proyecto y a criterio de éste, la empresa consultora decidirá aceptar o no la modificación propuesta.

7. Si la modificación se acepta, la empresa consultora se hará responsable al mismo nivel que el proyecto inicial del que resulta el añadirla.

8. Si la modificación no es aceptada, por el contrario, la empresa consultora declinará toda responsabilidad que se derive de la aplicación o influencia de la misma.

9. Si la empresa cliente decide desarrollar industrialmente uno o varios productos en los que resulte parcial o totalmente aplicable el estudio de este proyecto, deberá comunicarlo a la empresa consultora.

10. La empresa consultora no se responsabiliza de los efectos laterales que se puedan producir en el momento en que se utilice la herramienta objeto del presente proyecto para la realización de otras aplicaciones.

11. La empresa consultora tendrá prioridad respecto a otras en la elaboración de los proyectos auxiliares que fuese necesario desarrollar para dicha aplicación industrial, siempre que no haga explícita renuncia a este hecho. En este caso, deberá autorizar expresamente los proyectos presentados por otros.

12. El Ingeniero Director del presente proyecto, será el responsable de la dirección de la aplicación industrial siempre que la empresa consultora lo estime oportuno. En caso contrario, la persona designada deberá contar con la autorización del mismo, quien delegará en él las responsabilidades que ostente.