

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR



PROYECTO FIN DE CARRERA

**EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES UTILIZANDO TÉCNICAS
DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES**

Ingeniería de Telecomunicación

Alejandra Fernández Huertas

Mayo 2012

Evaluación de evidencias forenses utilizando técnicas de reconocimiento de patrones

AUTOR: Alejandra Fernández Huertas

TUTOR: Daniel Ramos Castro

Área de Tratamiento de Voz y Señales (ATVS)

Dpto. de Tecnología Electrónica y de las Comunicaciones

Escuela Politécnica Superior

Universidad Autónoma de Madrid

Mayo 2012



RESUMEN

En este Proyecto se han estudiado diferentes modelos que puedan mejorar el rendimiento de las técnicas de evaluación de evidencias forenses ante falta de datos y valores atípicos.

Los diferentes métodos propuestos se han probado sobre bases de datos de perfiles químicos de vidrios, procedentes de casos reales analizados en el Instituto de Investigación Forense de Cracovia (Polonia).

En primer lugar, se han combinado las diferentes combinaciones de perfiles químicos de estas bases de datos mediante regresión logística lineal sobre valores de relaciones de verosimilitudes (*Likelihood Ratio*, LR). Por la ya mencionada falta de datos y la aparición de valores atípicos, el sistema no funciona correctamente. Por tanto, se necesitan técnicas robustas a estos problemas.

Posteriormente, se ha pasado a evaluar diferentes métodos de mejora del rendimiento. Las primeras técnicas empleadas fueron las de generación de datos mediante distribuciones probabilísticas combinadas con regresión logística lineal: funciones gaussianas multidimensionales, funciones de densidad kernel y modelos de mezcla de gaussianas. A través de un estudio comparativo se demuestra que con tan pocos datos este tipo de modelado no resulta apropiado.

Después se han empleado técnicas discriminativas de regresión logística lineal con regularización: una que aplica regresión sobre los LR de cada perfil químico por separado y otra sobre todo el conjunto de LR. Debido a la aparición de valores atípicos en las bases de datos, los métodos anteriores no son capaces de mejorar suficientemente el rendimiento del sistema, por lo que se siguen buscando métodos más robustos.

Por último, se proponen técnicas que pretenden hacer frente a estos valores atípicos mediante el algoritmo *Pool Adjacent Violators* combinado con la Regla de Sucesión de Laplace. Por un lado, métodos que usan esta técnica sobre los LR de cada perfil químico y después los suma o los pondera, y por otro lado un método que usa esta técnica sobre LR multivariados de todos los perfiles químicos.

Las técnicas propuestas se han comparado, en diferentes casuísticas, entre sí y con otros métodos propuestos por la literatura como modelos multivariantes completos y modelos gráficos de reducción de dimensionalidad. Tras esta comparación se observan mejoras obtenidas al emplear las técnicas propuestas en el trabajo.

PALABRAS CLAVE

Evidencia forense, relaciones de verosimilitudes, multivariabilidad, *outlier*, vidrios, regresión logística lineal, *Pool Adjacent Violators*.

ABSTRACT

In this Master Thesis several models have been studied to improve the performance in forensic evaluation of evidence with sparse data and moderately high dimensions.

The different methods suggested have been tested in a real glass database of chemical composition, from the Institute of Forensic Research Krakow (Poland).

Firstly, some combinations of chemical profiles have been combined using linear logistic regression in Likelihood Ratio values (LR). Due to the sparse data and the existence of outliers already mentioned, the system does not work properly. Therefore robust techniques are needed in order to solve these problems.

In order to upgrade the performance, some methods have been evaluated. Firstly with data generation using probabilistic distributions combined with linear logistic regression: multidimensional gaussian functions, kernel density estimate functions and gaussian mixture models. Through this comparative study, it has been proved the inappropriate modeling in sparse conditions.

Later, discriminative techniques of regularized linear logistic regression have been employed: regression over LR of each chemical component, and regression over all LR group. Due to the existence of some outliers in databases, previous methods are not able to improve system performance enough. For this reason, it is needed to find robust methods.

Finally, some methods that use Pool Adjacent Violators algorithm mixed with Laplace Succession Rule have been proposed. In one way, using this technique over LR of each chemical component and then adding or weighting them, and in the other way, using this technique over multivariate LR of all the chemical profiles.

All the suggested methods have been compared, in different casuistry, between and within other methods proposed in the literature, like complete multivariate models and graphical models of dimension reduction. After this comparison, an improvement has been observed because of the techniques suggested in this thesis.

KEY WORDS

Forensic evidence, likelihood ratio, multivariate, outlier, glass, linear logistic regression, Pool Adjacent Violators.

«Lo que empuja a la investigación y da energía a quien se dedica a ella, no nace de una capacidad lógico-deductiva, sino de una energía afectiva: la que hace al hombre amar el ser, desear conocer la realidad e interesarse por su posible significado.»

Marco Bersanelli. Astrofísico.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a Daniel Ramos haberme acogido para hacer este proyecto final de carrera. He aprendido mucho de él en este año y pico, no sólo profesionalmente sino sobre todo en el terreno personal. Por tantas tutorías de apoyo y comprensión, y también por tantas risas en el laboratorio. Gracias de corazón, Dani.

El proyecto final de carrera no es sólo un trámite por el que tenemos que pasar. Es una ocasión más para seguir creciendo como personas. Para mí ha sido así, y gracias a este crecimiento he podido reconocer mejor todas las cosas que he aprendido en estos siete años de carrera.

Por ello, no puedo dejar de agradecer a mis amigos que hayan estado a mi lado en estos años. Los que me conocéis sabéis que me encanta estar rodeada de gente estupenda, así que la lista puede ser larga y los agradecimientos concretos interminables. Amigos de Coslada, de CL y de la EPS, todos habéis puesto un grano de arena en mi vida y espero que lo sigáis haciendo.

En último lugar, los más importantes. Mis padres, Víctor y Rosario, y mis hermanos: Vitín, (Alicia también), Ana, Raquel y Charo. Sabéis que os quiero muchísimo y que sois imprescindibles para mí. Sin vosotros habría dejado la carrera en el verano de primero, pero supisteis animarme porque intuía que esto era para mí y que podía conseguirlo (eso y que estaréis esperando el transportador de partículas hasta que me muera).

Gracias a todos.

GLOSARIO DE ACRÓNIMOS

ADN	Ácido Desoxirribonucleico
DET	Detection Error Trade-off
DCF	Detection Cost Function
ECE	Empirical Cross Entropy
FA	False Alarm
FDP	Función Densidad de Probabilidad
FR	False Rejection
GMF	Graphical Model Factorization
GMM	Gaussian Mixture Model
GRIM	Glass Refractive Index Measurement
IES	<i>Instytut Ekspertyz Sądowych</i> (Instituto de Investigación Forense, Cracovia)
KDF	Kernel Density Function
LA-ICP-MS	Laser Ablation – Inductively Coupled Plasma – Mass Spectrometry
LR	Likelihood Ratio (Relación de verosimilitudes)
LLR	Linear Logistic Regression
MVG	MultiVariate Gaussian density function
MVLR	MultiVariate Likelihood Ratio
MVLR-PAV	MultiVariate Likelihood Ratio - Pool Adjacent Violators
MVK	MultiVariate Kernel density estimation
PAV	Pool Adjacent Violators
RLLR	Regularized Linear Logistic Regression
SEM-EDX	Scanning Electron Microscopy - Energy Dispersive X-ray
UVLR	UniVariate Likelihood Ratio
UVLR-RLLRG	UniVariate Likelihood Ratio – Regularized Logarithmic Linear Logistic Regression Group
UVLR-RLLRS	UniVariate Likelihood Ratio – Regularized Logarithmic Linear Logistic Regression Sum
UVLR-PAVM	UniVariate Likelihood Ratio Pool Adjacent Violators Mean
UVLR-PAVS	UniVariate Likelihood Ratio Pool Adjacent Violators Sum

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN	II
PALABRAS CLAVE	II
ABSTRACT	III
KEY WORDS	III
AGRADECIMIENTOS	VI
GLOSARIO DE ACRÓNIMOS	VIII
ÍNDICE DE CONTENIDO	X
ÍNDICE DE FIGURAS	XIV
ÍNDICE DE TABLAS	XXII
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1.MOTIVACIÓN	1
1.2.OBJETIVOS	2
1.3.CONTRIBUCIONES	2
1.4.SEGUIMIENTO TEMPORAL DEL PROYECTO	4
1.5.ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA	4
2 EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES	8
2.1.RECONOCIMIENTO ESTADÍSTICO DE PATRONES PARA EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES	8
2.2.TIPOS DE EVIDENCIA	11
2.3.RELACIONES DE VEROSIMILITUDES	12
2.4.ESTADO DEL ARTE EN ANÁLISIS FORENSE CON VIDRIOS	15
2.5.EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS CON SEM-EDX	16
3 ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA CON RELACIONES DE VEROSIMILITUDES (LR)	18
3.1.MÉTODOS DE CÁLCULO DE LR	18
3.1.1.Relación de verosimilitudes multivariante	18
3.1.2.Modelo gráfico de factorización	19
3.2.ESTUDIOS Y MEDIDAS DE RENDIMIENTO DE LR	21
3.2.1.Discriminación y calibración de puntuaciones.....	21
3.2.2.Curvas DET	23
3.2.3.Curvas ECE.....	24
3.2.4.Función de coste C_{llr}	27

ÍNDICE DE CONTENIDO

4 MÉTODOS ROBUSTOS DE ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA	30
4.1.MÉTODOS ROBUSTOS A LA FALTA DE DATOS	31
4.1.1.Modelos de generación de datos.....	33
4.1.2.Regresión logística lineal con regularización	36
4.2.MÉTODOS ROBUSTOS A LA APARICIÓN DE <i>OUTLIERS</i>	39
4.2.1. <i>Pool Adjacent Violators</i> con Regla de Sucesión de Laplace	39
5 EXPERIMENTOS Y RESULTADOS	44
5.1.BASES DE DATOS	44
5.2.VALIDACIÓN CRUZADA	47
5.3.EXPERIMENTOS CON MÉTODOS ROBUSTOS A LA FALTA DE DATOS	52
5.3.1.Modelos de generación de datos.....	52
5.3.2.Regresión logística lineal regularizada.....	57
5.3.2.1.Base de datos de ventanas.....	57
5.3.2.2.Base de datos de envases	61
5.3.3.Modelo gráfico de factorización	64
5.3.3.1.Base de datos de ventanas.....	64
5.3.3.2.Base de datos de envases	66
5.4.EXPERIMENTOS CON MÉTODOS ROBUSTOS A LA APARICIÓN DE <i>OUTLIERS</i>	67
5.4.1. <i>Pool Adjacent Violators</i> con Regla de Sucesión de Laplace	68
5.4.1.1.Base de datos de ventanas.....	68
5.4.1.2.Base de datos de envases	73
5.4.2.GMF con <i>Pool Adjacent Violators</i> con Regla de Sucesión de Laplace.....	76
5.5.RESULTADOS COMPARATIVOS CON TODO EL CONJUNTO DE MÉTODOS	76
5.5.1.Base de datos de ventanas	76
5.5.2.Base de datos de envases	79
6 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	84
6.1.CONCLUSIONES	84
6.2.TRABAJO FUTURO	86
REFERENCIAS	88
A.MÉTODO MVLR	92
B.GRÁFICAS Y TABLAS	94
B1.EXPERIMENTOS CON LR DE VENTANAS	94
B2.EXPERIMENTOS CON LR DE ENVASES	99

B3.EXPERIMENTOS CON MODELOS DE GENERACIÓN DE DATOS (MVG, MVK, GMM)..... 103

B4.EXPERIMENTOS DEL CASO MULTIVARIANTE CON RLLR Y PAV (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, MVLR-FULL, GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV) 110

B5.EXPERIMENTOS DEL CASO BIVARIANTE Na-Si CON RLLR (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG) Y VARIOS COEFICIENTES DE REGULARIZACIÓN ($\lambda=0,1,10$) 114

B6.EXPERIMENTOS DEL CASO BIVARIANTE Na-Si CON TODOS LOS MÉTODOS (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, MVLR-FULL, GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV) 122

C.PRESUPUESTO..... 130

D.PLIEGO DE CONDICIONES 132

E.PUBLICACIONES 137

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Ejemplo de reconocimiento de patrones con biometría de huella dactilar. 10

Figura 2.2: Ciclo de diseño de un sistema de reconocimiento de patrones. 10

Figura 2.3: Extracción de fragmentos de vidrio a partir de una ventana (muestras *control*) y de una camiseta (muestras *recovered*). 13

Figura 3.1: Ejemplos de distribución multivariante normal (izquierda) y distribución multivariante de kernels gaussianos (derecha) en dos dimensiones. 19

Figura 3.2: Ejemplo de Modelo Gráfico de 3 dimensiones. 20

Figura 3.3: Ejemplo de probabilidades de falsas alarmas (*false alarm*) y de falsos rechazos (*false rejection*) a partir de las distribuciones de *scores target* y de *scores non-target*. 22

Figura 3.4: Ejemplo de curva DET. 23

Figura 3.5: Puntuación de la bondad de un sistema a partir de las probabilidades a posteriori que arroja: con hipótesis del fiscal cierta (izquierda) y con hipótesis de la defensa cierta (derecha). 24

Figura 3.6: Gráfica ejemplo de *Empirical Cross Entropy* (ECE). 26

Figura 3.7: Ejemplo de curvas ECE para los LR *target* (*same-source*, izquierda) y los LR *non-target* (*different-source*, derecha) de la variable Ca (calcio) en los fragmentos de vidrio de la base de datos que se emplea en el proyecto. 27

Figura 4.1: Diagrama de métodos propuestos para evaluación de la evidencia. 30

Figura 4.2: Divergencia en el entrenamiento de LLR debido a valores LR separables. . 33

Figura 4.3: Funciones de estimación de densidad de probabilidad con kernels gaussianos para un factor *smoothing h* de valor 0.05 (izquierda) y 0.005 (derecha). 34

Figura 4.4: Ejemplo modelo de mezcla de dos gaussianas en dos dimensiones. 36

Figura 4.5: Efecto de la regularización sobre un conjunto de relaciones de verosimilitudes, para valores de λ 0 y 1. 37

Figura 4.6: Diagrama de bloques de los dos métodos de regresión logística lineal regularizada: UVLR-RLLRS (derecha) y UVLR-RLLRG (izquierda). 38

Figura 4.7: Transformaciones RLLR (izquierda) y PAV (derecha) del *target* correspondiente a la variable sodio de una muestra de la base de datos de ventanas. 40

Figura 4.8: Transformación con PAV del *target* correspondiente a la variable sodio de la muestra 8 en la base de datos de vidrios de ventanas. 41

Figura 4.9: Transformación con PAV con Regla de Sucesión de Laplace del *target* correspondiente a la variable sodio de la muestra 8 en la base de datos de vidrios de ventanas. 42

Figura 5.1: Diagrama de métodos propuestos para evaluación de la evidencia a partir de diferentes valores de relaciones de verosimilitud (LR). 45

Figura 5.2: Histogramas de la distribución de $LR(Na)$ (<i>same-source</i> y <i>diferent-source</i>) en las muestras de la base de datos obtenida con UVLR en fragmentos de ventanas (izquierda) y en fragmentos de envases (derecha).	46
Figura 5.3: Histogramas de la distribución de LR_{total} (<i>same-source</i> y <i>diferent-source</i>) de las muestras de la base de datos obtenida con MVLR-full en fragmentos de ventanas (izquierda) y en fragmentos de envases (derecha).	47
Figura 5.4: Diagrama de aplicación de <i>jackknife</i> sobre comparaciones <i>target</i> (izquierda) y <i>non-target</i> (derecha) con el método UVLR-RLLRS.....	48
Figura 5.5: Diagrama de aplicación de <i>jackknife</i> sobre comparaciones <i>target</i> (izquierda) y <i>non-target</i> (derecha) con el método UVLR-RLLRG.	49
Figura 5.6: Diagrama de aplicación de <i>jackknife</i> sobre comparaciones <i>target</i> (izquierda) y <i>non-target</i> (derecha) con el método UVLR-PAVS.....	50
Figura 5.7: Diagrama de aplicación de <i>jackknife</i> sobre comparaciones <i>target</i> (izquierda) y <i>non-target</i> (derecha) con el método MVLR-PAV.....	51
Figura 5.8: Función de densidad de probabilidad multivariante gaussiana (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los <i>scores target</i> de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.	53
Figura 5.9: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVG (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).	53
Figura 5.10: Función de densidad de probabilidad multivariante de kernels gaussianos (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los <i>scores target</i> de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.	54
Figura 5.11: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVK (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).	54
Figura 5.12: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVK con covarianza de [22] (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).	55
Figura 5.13: Función de densidad de probabilidad multivariante de mezcla de 32 gaussianas (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los <i>scores target</i> de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.....	56
Figura 5.14: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con GMM de 32 gaussianas (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).	56
Figura 5.15: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.	58
Figura 5.16: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.	59

Figura 5.17: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full..... 59

Figura 5.18: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full..... 60

Figura 5.19: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$) y MVLR-full, en este orden. 60

Figura 5.20: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full. 61

Figura 5.21: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full. 62

Figura 5.22: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full..... 62

Figura 5.23: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full..... 63

Figura 5.24: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full..... 63

Figura 5.25: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full..... 64

Figura 5.26: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full..... 65

Figura 5.27: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full. 65

Figura 5.28: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full..... 66

Figura 5.29: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full..... 66

Figura 5.30: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full. ... 67

Figura 5.31: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full. 68

Figura 5.32: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full. 69

Figura 5.33: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full..... 69

Figura 5.34: Transformación de PAV con Regla de Sucesión de Laplace del *non-target* correspondiente a la variable Na de la combinación de dos muestras de la base de datos de vidrios de ventanas..... 70

Figura 5.35: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLR-full.....	70
Figura 5.36: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLR-full.....	71
Figura 5.37: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.	72
Figura 5.38: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.	72
Figura 5.39: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full.	73
Figura 5.40: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full.	73
Figura 5.41: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVLR-PAVM y MVLR-full.....	74
Figura 5.42: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLR-full.....	74
Figura 5.43: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.	75
Figura 5.44: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.	75
Figura 5.45: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.....	76
Figura 5.46: Diagrama de barras, para fragmentos de ventanas, de los valores C_{llr} (unión de las barras amarillas y rojas), $C_{llr}^{cal} = C_{llr} - C_{llr}^{min}$ (barra amarilla) y C_{llr}^{min} (barra roja) de los de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.....	77
Figura 5.47: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.	78
Figura 5.48: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.....	79
Figura 5.49: Diagrama de barras, para fragmentos de envases, de los valores C_{llr} (unión de las barras amarillas y rojas), $C_{llr}^{cal} = C_{llr} - C_{llr}^{min}$ (barra amarilla) y C_{llr}^{min} (barra roja) de los de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.....	80
Figura 5.50: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.	81

Figura B.1: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 94

Figura B.2: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 95

Figura B.3: Curvas ECE de los valores LR *target (same-source)* para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full. 96

Figura B.4: Curvas ECE de los valores LR *non-target (different-source)* para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 97

Figura B.5: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 99

Figura B.6: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 100

Figura B.7: Curvas ECE de los valores LR *target (same-source)* para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full. 101

Figura B.8: Curvas ECE de los valores LR *non-target (different-source)* para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full..... 102

Figura B.9: Curvas ECE para los valores LR de la base de datos de ventanas, obtenidos con UVLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al). 103

Figura B.10: Curvas ECE para los valores LR *target (same-source)* de la base de datos de ventanas, obtenidos con UVLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al). 104

Figura B.11: Curvas ECE para los valores LR *non-target (different-source)* de la base de datos de ventanas, obtenidos con UVLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al). 105

Figura B.12: Contorno de las FDP de LR *target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 2 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al). 106

Figura B.13: Contorno de las FDP de LR *non-target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 2 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al). 106

Figura B.14: Contorno de las FDP de LR <i>target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 4 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	107
Figura B.15: Contorno de las FDP de LR <i>non-target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 4 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	107
Figura B.16: Contorno de las FDP de LR <i>target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 8 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	108
Figura B.17: Contorno de las FDP de LR <i>non-target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 8 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	108
Figura B.18: Contorno de las FDP de LR <i>target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 16 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	109
Figura B.19: Contorno de las FDP de LR <i>non-target</i> de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 16 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).	109
Figura B.20: Curvas ECE para los valores LR <i>target</i> de la base de datos de ventanas, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.	110
Figura B.21: Curvas ECE para los valores LR <i>non-target</i> de la base de datos de ventanas, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.	111
Figura B.22: Curvas ECE para los valores LR <i>target</i> de la base de datos de envases, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.	112
Figura B.23: Curvas ECE para los valores LR <i>non-target</i> de la base de datos de envases, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.	113
Figura B.24: Gráfica DET, para fragmentos de ventanas, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).	114
Figura B.25: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).	115

Figura B.26: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 116

Figura B.27: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 117

Figura B.28: Gráfica DET, para fragmentos de envases, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 118

Figura B.29: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 119

Figura B.30: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 120

Figura B.31: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 121

Figura B.32: Curvas DET, para fragmentos de ventanas, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 122

Figura B.33: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 123

Figura B.34: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 124

Figura B.35: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 125

Figura B.36: Curvas DET, para fragmentos de envases, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 126

Figura B.37: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 127

Figura B.38: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 128

Figura B.39: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si). 129

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1: Cronograma del Proyecto Final de Carrera.....	4
Tabla 4.1: Ejemplo de aplicación del algoritmo PAV con 11 valores LR (8 <i>target</i> y 3 <i>non-target</i>).....	40
Tabla B.1: Principales <i>outliers</i> encontrados en los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Mg, Al, Si, K, Ca y Fe).	98

1

INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

El reconocimiento de patrones, realizar acciones basándose en las categorías de patrones de datos, puede parecer algo muy técnico dicho de este modo, pero en realidad es algo que el hombre ha realizado durante toda su existencia [1].

Somos capaces de reconocer personas, entender un lenguaje, diferenciar objetos... Y esto es posible a que automáticamente examinamos patrones con los que hacemos un juicio. Es este reconocimiento automático el que se aplica en el diseño de máquinas como identificadores de huella dactilar [2], reconocedores del habla [3] o detectores de eventos mediante video-vigilancia [4].

Las técnicas estadísticas de reconocimiento de patrones ya se están utilizando en el ámbito de las ciencias forenses, concretamente para realizar comparaciones entre pruebas encontradas en la escena del crimen y otras relacionadas con un sospechoso (huellas, grabaciones de voz, vidrios...) [5]. Estas técnicas, basadas en procedimientos puramente científicos, aportan una valoración más cuantitativa de los datos presentes en un caso (lo que se conoce como prueba o evidencia) que otros enfoques clásicos como la evaluación basada en la experiencia del perito o en paradigmas de identificación [6].

Una de las desventajas de la utilización de modelos estadísticos para la evaluación de evidencias forenses es la falta de datos representativos para obtener funciones de probabilidad informativas y generales. Este hecho se agrava cuando el número de variables implicadas crece, efecto que se conoce en reconocimiento de patrones como “Maldición de la Alta Dimensión” [7]. El establecimiento de modelos robustos a este efecto es fundamental a la hora de implantar estas técnicas tan beneficiosas en campos en los que la adquisición de datos es muy costosa en tiempo y recursos, como es el caso del análisis forense de vidrios [8].

La motivación de este proyecto, por tanto, es estudiar los diferentes modelos que puedan mejorar el rendimiento de las técnicas de evaluación de evidencias forenses en condiciones de falta de datos y dimensiones moderadamente altas. Se utilizarán técnicas de evaluación de evidencias forenses en un marco bayesiano, basadas en relaciones de verosimilitudes, consideradas como el estándar a seguir en este ámbito

[9]. Concretamente, se va a realizar el estudio sobre una base de datos de perfiles químicos de fragmentos de vidrio de tamaño milimétrico cedida por el Instituto de Investigación Forense de Cracovia (Polonia) con fines de investigación, y utilizada en casos forenses reales.

1.2. OBJETIVOS

Para realizar el cálculo de las relaciones de verosimilitudes eficazmente, el proyecto utilizará técnicas de regresión logística lineal. Este método es uno de los más populares y mejor estudiados para combinar evidencias procedentes de sistemas biométricos, y se utilizará en este proyecto para combinar evidencias procedentes de las distintas variables químicas extraídas de los vidrios [10].

Cabe la posibilidad de que el conjunto de entrenamiento de la regresión logística lineal no sea suficientemente grande como para obtener una convergencia satisfactoria. Es por ello que se implementarán técnicas de regularización para mitigar este problema, así como técnicas de generación de datos mediante distribuciones probabilísticas. Entre ellos, funciones gaussianas multidimensionales, funciones de densidad kernel o modelos de mezcla de gaussianas.

Tras ello, se estudiará el rendimiento de la regresión logística en diferentes casuísticas, comparada con otros métodos propuestos en la literatura como el uso de modelos multivariantes completos o modelos gráficos de reducción de dimensionalidad [8].

Durante la ejecución del proyecto, se han encontrado valores atípicos en las bases de datos, denominados *outliers*, que generan problemas en el entrenamiento de la regresión logística lineal.

Por ello, se ha procedido a estudiar diferentes métodos que pretenden reducir estos valores dañinos, mejorando así el rendimiento de la evaluación de evidencias. Esto se consigue con el algoritmo *Pool Adjacent Violators* combinado con la Regla de Sucesión de Laplace.

Por tanto, los objetivos de este proyecto final de carrera son:

- Revisión del estado del arte en evaluación de evidencias forenses.
- Estudio de una base de datos de fragmentos de vidrios utilizada por Zadora y Ramos previamente en [8], cedida por el Instituto de Investigación Forense de Cracovia, Polonia (*Instytut Ekspertyz Sądowych*, IES).
- Estudio y propuesta de diferentes métodos robustos a falta de datos y valores atípicos en base de datos.
- Comparación de los métodos estudiados con otros métodos propuestos en la literatura (modelos gráficos y análisis multivariante completo).

1.3. CONTRIBUCIONES

CONTRIBUCIONES ORIGINALES

Se pueden destacar como contribuciones originales de este proyecto:

- Estudio experimental que muestra la robustez de los siguientes métodos en bases de datos pequeñas:
 - Fusión de relaciones de verosimilitudes univariantes con regresión logística lineal.
 - Post-calibración de relaciones de verosimilitudes multivariantes con el algoritmo *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace.
- Estudio experimental que muestra la robustez de los métodos que aplican *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace, cuando aparecen valores atípicos en las bases de datos de evidencias forenses.

OTRAS CONTRIBUCIONES

Además de las contribuciones anteriores, el trabajo realizado con este proyecto se puede resumir en:

- Estudio del arte en evaluación de evidencias forenses mediante técnicas de reconocimiento de patrones. Además, se concreta este estudio sobre la evaluación forense con vidrios.
- Generación de código *Matlab* para la realización de estudios experimentales mediante diferentes métodos:
 - Regresión logística lineal: Código basado en el realizado por T. Minka, disponible en <http://www.stat.cmu.edu/~minka/papers/logreg/>, y en la información de los artículos [11], [12] y [10]. Se hace uso también de la implementación realizada en el *toolkit* de *Matlab Focal*, disponible en <http://www.dsp.sun.ac.za/~nbrummer/focal/>.
 - Generación de datos mediante funciones de densidad de probabilidad multivariantes gaussianas, multivariantes de kernels gaussianos y modelos de mezclas de gaussianas: Basado en la información aportada por [1] y el *toolkit* de código *Netlab*.
 - Regresión logística lineal regularizada: Se amplía el código de regresión logística lineal para añadir regularización al entrenamiento, según se señala en [12].
 - Algoritmo *Pool Adjacent Violators*: Basado en el *toolkit* de código *Matlab FoCal*, creado por N. Brümmer.
 - *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace: Ampliación del código anterior para añadir la Regla de Sucesión de Laplace al entrenamiento, según se indica en [13]. Se hace uso también de la implementación realizada en el *toolkit* de *Matlab Focal*.
 - Código para realizar el análisis de los valores de relaciones de verosimilitudes obtenidos con los métodos anteriores.
- Estudio de la discriminación y la calibración lograda con los métodos anteriores de extracción de relaciones de verosimilitudes. Se realiza sobre dos bases de datos de vidrios con pocos valores, con varios valores atípicos y procedentes de dos tipos de vidrios (ventanas y envases). Para ello se emplea el software de análisis de datos realizado por el grupo ATVS, parte del mismo se encuentra en <http://arantxa.ii.uam.es/~dramos>.

1.4. SEGUIMIENTO TEMPORAL DEL PROYECTO

En el siguiente cronograma se presenta el trabajo realizado por el alumno durante la ejecución del proyecto:

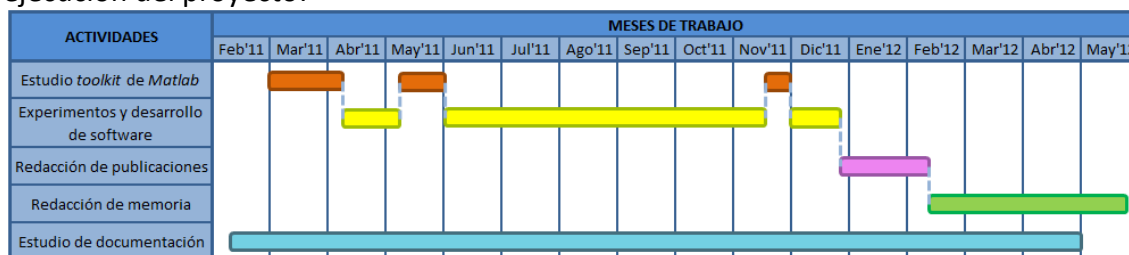


Tabla 1.1: Cronograma del Proyecto Final de Carrera.

1. Estudio de documentación: Como se observa en el cronograma, durante toda la ejecución del proyecto, el alumno se ha documentado sobre los experimentos realizados y su base teórica. Esto ha sido fundamental para entender bien la motivación y los objetivos del presente proyecto.
2. Estudio *Toolkit* de *Matlab*: En un principio, el alumno se ha familiarizado con los *toolkit* de *Matlab* necesarios para realizar los experimentos:
 - Código realizado por T. Minka para implementación de LLR y el realizado por el grupo ATVS para los estudios con DET, ECE y C_{llr} .
 - *Toolkit Netlab* para generación de datos con modelos de mezclas de gaussianas.
 - *Toolkit Focal* para aplicación del algoritmo PAV, creado por N. Brümmer.
3. Experimentos y desarrollo de software: Posteriormente, se han realizado experimentos sobre las dos bases de datos de vidrios cedidas por el IES. Todo el código desarrollado se ha organizado para su uso posterior.
4. Redacción de publicaciones y Redacción de memoria: Cuando se han finalizado los experimentos, se ha procedido a redactar una aproximación de la publicación que va a ser enviada a la revista *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* (con un factor de impacto JCR 2.222), una contribución al próximo congreso de *European Academy of Forensic Science* (EAFS), y la presente memoria.

1.5. ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA

En este trabajo se presenta un estudio de diferentes métodos propuestos para mejorar los resultados de la evaluación de evidencias forenses que emplean bases de datos multivariantes de pequeño tamaño y con valores atípicos u *outliers*, como es el análisis forense en vidrios.

En primer lugar se proponen técnicas basadas en regresión logística lineal (LLR) que fusionan valores de relaciones de verosimilitudes (LR) en una dimensión. Por un lado, a partir de LR obtenidos con modelos de generación de datos (MVG, MVK y GMM) y, por otro lado, mediante regresión logística lineal regularizada (UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG) a partir de LR obtenidos con el método MVLR en una dimensión (UVLR).

En segundo lugar se compararan los resultados con la aplicación de modelos gráficos de factorización (GMF) para calcular las LR del conjunto total de variables mediante reducción de dimensionalidad.

Y en tercer lugar, se proponen técnicas que pretenden hacer frente a la aparición de *outliers* mediante el algoritmo *Pool Adjacent Violators* (PAV) combinado con la Regla de Sucesión de Laplace. Éste método se aplica, a valores de LR individuales, tras lo cual se realiza su suma o media (UVLR-PAVS y UVLR-PAVM); y también a valores de LR multivariantes (MVLR-PAV).

La memoria de este proyecto final de carrera está presentada de la siguiente forma:

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN:

Este capítulo muestra la motivación para la realización de este proyecto, los objetivos que se pretenden seguir durante su desarrollo y las contribuciones del mismo.

CAPÍTULO 2. EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES:

En este capítulo se pretende dar una perspectiva de la evaluación de evidencias forenses: el uso del reconocimiento de patrones, algunos tipos de evidencias que se pueden encontrar en el ámbito forense, y algunas herramientas con las que se realiza la evaluación de evidencias, como son las relaciones de verosimilitudes.

Además se quiere analizar el estado del arte de la evaluación forense en vidrios. La cual se emplea en este proyecto con el objetivo de mejorar las técnicas de evaluación en condiciones de falta de datos y dimensiones moderadamente altas.

CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA CON RELACIONES DE VEROSIMILITUDES (LR):

Una vez introducidas las relaciones de verosimilitudes en el capítulo anterior, se pasa a explicar algunos métodos de obtención de las mismas que se han empleado en este trabajo: MVLR y GMF.

Posteriormente, se presentan varias herramientas que miden tanto la discriminación como la calibración de relaciones de verosimilitudes (DET, ECE Y C_{lr}), definiendo previamente en qué consisten estas medidas.

CAPÍTULO 4. MÉTODOS ROBUSTOS DE ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA:

Con los métodos MVLR y GMF, expuestos en el capítulo anterior, se obtuvieron valores LR de fragmentos de vidrios. Estos datos forman las bases de datos empleadas en este proyecto, las cuales han sido cedidas por el Instituto de Investigación Forense de Cracovia, Polonia (*Instytut Ekspertyz Sądowych*, IES) y se estudian en mayor profundidad en el capítulo 5.

Las técnicas propuestas en este capítulo utilizan los valores LR cedidos para intentar mejorar los resultados de una evaluación de evidencias con falta de datos y dimensiones moderadamente altas.

CAPÍTULO 5. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS:

Antes de mostrar los experimentos realizados en este proyecto, en este capítulo se describen las dos bases de datos utilizadas: medidas de relación de verosimilitud sobre vidrios procedentes de ventanas y de envases, cedidos por el IES.

A partir de las relaciones de verosimilitudes de las bases de datos anteriores, se muestran los resultados de los experimentos realizados con los métodos presentados en el capítulo anterior.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO:

Finalmente, en este capítulo se resumen las conclusiones observadas a partir de las relaciones de verosimilitud obtenidas con los métodos de análisis de evidencias propuestos en el capítulo 5. Además se aportan algunas líneas de trabajo futuras.

2

EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES

Con ciencia forense nos referimos a la aplicación de métodos científicos a la investigación de procesos legales. Una de las áreas de la ciencia forense es la criminalística, que tiene como objeto el reconocimiento, identificación, individualización y evaluación de las pruebas físicas generadas por la actividad criminal [14].

Se entiende por individualización determinar la identidad o clase de una persona u objeto que la haga única dentro de todas las consideradas, mientras que la identificación determina cuál es esa identidad o clase. Pero en la ciencia forense, el término identificación tiene como último sentido la individualización [15].

Sin embargo, aunque el objetivo último es individualizar, nos encontramos ante el problema de que la evidencia no puede decir con total probabilidad que dos muestras pertenecen o provienen de una misma persona u objeto. Únicamente se puede dar un grado de apoyo no categórico [5]. Por todo lo anterior, se emplea el reconocimiento estadístico de patrones en la evaluación de estas pruebas dentro de un proceso pericial.

2.1. RECONOCIMIENTO ESTADÍSTICO DE PATRONES PARA EVALUACIÓN DE EVIDENCIAS FORENSES

El reconocimiento de patrones se refiere a la extracción de características de objetos para su clasificación o caracterización. Algunos ejemplos relevantes son las previsiones meteorológicas, el reconocimiento de voz o el análisis de imágenes médicas para detección de enfermedades.

Aunque el reconocimiento de patrones ha sido empleado por el hombre desde hace tiempo, la evolución de la tecnología ha propiciado el aumento del número de aplicaciones prácticas y su automatización.

Un patrón característico del objeto a clasificar se puede representar matemáticamente con un valor escalar o vectorial concreto. Que este valor se asocie a una clase determinada y no a otra, puede tratarse como una decisión basada en el análisis

estadístico. Por ello, la clasificación de patrones ha venido utilizando la estadística en el diseño de sus sistemas.

Un sistema de reconocimiento de patrones puede trabajar en dos modos: identificación y verificación. En el primer caso, el objetivo es asociar una muestra a uno de los N patrones o modelos disponibles. Es, por tanto, una comparación uno-contra-muchos o uno-contra-N.

Por el contrario, la verificación o autenticación tiene como objetivo decidir si una determinada muestra pertenece o no a una clase determinada. Es, por tanto, una comparación uno-contra-uno, donde la salida es una decisión binaria basada en la comparación de una puntuación de similitud con un determinado umbral de decisión.

Para realizar la clasificación, los sistemas de reconocimiento siguen un esquema de diferentes fases. Veamos cómo funciona este esquema con un ejemplo dentro del campo biométrico, la verificación de huella dactilar [1]:



1. Captación: En primer lugar se realiza una captura de los datos a examinar. En este ejemplo se podrían recoger las huellas dactilares mediante dactilogramas [2].
2. Pre-procesamiento: Después de recoger los datos, se pre-procesa la señal para simplificar la información encontrada y eliminar el ruido que pueda tener asociado, en la medida de lo posible. En el ejemplo, se segmenta la imagen, etc.
3. Extracción de características: En esta fase se obtienen las características que identifican el patrón. Deben ser características:
 - Discriminativas: con valores similares para patrones procedentes de la misma clase y diferentes para patrones de clases diferentes.
 - Invariantes: en huella dactilar, por ejemplo, traslación y rotación de la imagen.

En el caso de las huellas dactilares, se suelen emplear las minucias de la huella, que indican partes especiales de las crestas de la huella (terminaciones, bifurcaciones, etc.) [2]:

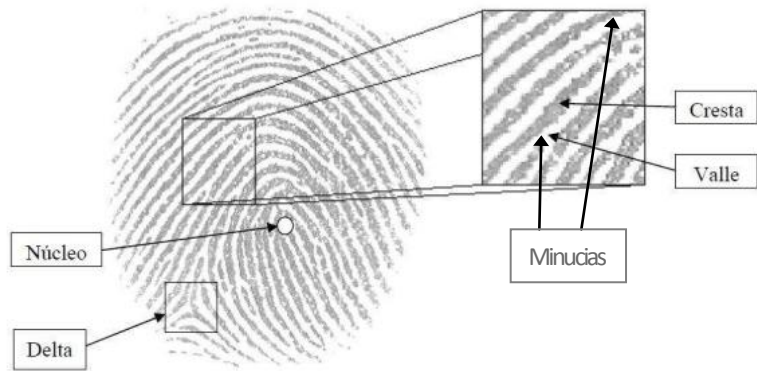


Figura 2.1: Ejemplo de reconocimiento de patrones con biometría de huella dactilar.

4. Generación del modelo: Se obtiene una representación de las características que permitan la comparación entre patrones. Este modelado es en general estadístico.
5. Comparación de patrones: Las características, o sus modelos, se comparan para dos patrones diferentes. Tras realizar esta comparación se obtiene una puntuación que da un valor de cómo de similares son las huellas.
6. Clasificación: Por último se realiza la decisión de asignar los patrones a una de las clases. En este caso de verificación de huella dactilar; se asigna la comparación de los patrones de huella a las clases de “misma identidad” o “diferente identidad”.

Aunque normalmente un sistema de reconocimiento realiza los pasos anteriores en sentido descendente, algunos vuelven a pasos anteriores con el objetivo de mejorar la clasificación.

Para realizar la clasificación o identificación del patrón, es necesaria la creación de un modelo que sea capaz de diferenciar de la mejor forma estos patrones. Para ello, se sigue el siguiente ciclo de diseño [1]:

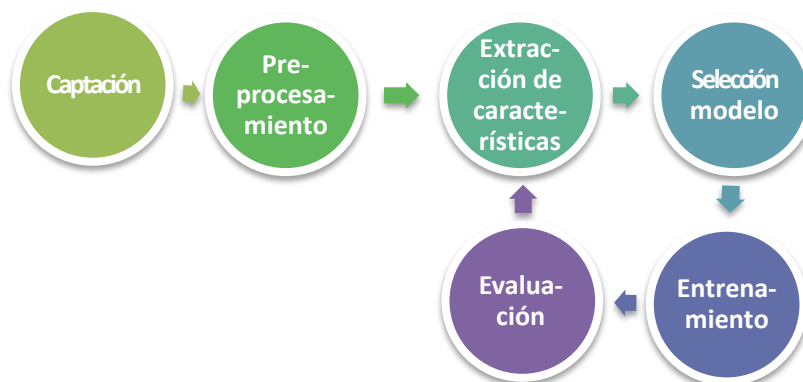


Figura 2.2: Ciclo de diseño de un sistema de reconocimiento de patrones.

1. Captación, pre-procesamiento y extracción de características: Para hacer el diseño se deben emplear unos datos de entrenamiento lo más similares posible a los que se van a clasificar después. Por ello, es necesario capturar, pre-procesar y extraer las características de dichos patrones de entrenamiento igual que se ha descrito antes en el esquema de fases.
2. Selección del modelo: Es muy importante elegir un modelo que sea capaz de realizar la clasificación correctamente, aunque éste se puede mejorar durante el diseño regresando a pasos anteriores.
3. Entrenamiento: Se crea el modelo seleccionado con unos datos de entrenamiento, en este caso con las características del conjunto de huellas que componen la base de datos de entrenamiento. El entrenamiento puede ser:
 - Supervisado: Se conocen a priori las clases a las que pertenecen los datos. En este ejemplo, la identidad y el dedo del que proviene la huella, o si un par de huellas pertenece o no al mismo dedo.
 - No supervisado: El propio sistema identifica las clases.
4. Evaluación: Finalmente se analizan los resultados del entrenamiento con el modelo realizado. De esta forma se puede mejorar la clasificación y solucionar problemas volviendo a pasos anteriores.

Además del análisis de huellas dactilares visto, se pueden encontrar muchos tipos de evidencias forenses con los que se emplea el reconocimiento de patrones. Se enumerarán algunas de ellas en el siguiente apartado para comprender mejor el campo en el que está enfocado este proyecto.

2.2. TIPOS DE EVIDENCIA

En un juicio donde se investiga un delito se pretende decidir, a partir de un conjunto de datos y de otra información del delito, qué ha sucedido y tomar una decisión consecuente. Para ello se recurre a científicos forenses o peritos que evalúan estos datos con el fin de determinar su relación con el sospechoso. Posteriormente, el tribunal da un veredicto a partir de los datos aportados por el perito y otra información relevante al caso.

Los datos con los que trabaja el perito, conocidos como evidencia, son de una gran variedad de tipos. Por ejemplo:

ADN

Los perfiles de ADN de una persona se obtienen a través de muestras de sangre, saliva, cabello o piel. La posibilidad de que dos personas tengan el mismo perfil de ADN es muy pequeña, a menos que sean gemelos monocigóticos, por lo que se suele utilizar bastante en estudios forenses debido a su alto poder de discriminación.



HUELLA DACTILAR



A través del estudio de los puntos característicos de las huellas dactilares, se puede extraer información sobre la identidad de una persona. Gracias a su gran poder discriminativo, a su invariabilidad con la edad o a su facilidad de adquisición, es muy usado en evaluación forense.

VOZ

Las propiedades acústicas de la voz, producidas por las cuerdas y el tracto vocales, se pueden emplear también en la identificación forense. La voz es un rasgo biométrico fácil de obtener, pero también cambia a lo largo del tiempo y está sujeto a una gran variabilidad.



ARMAS DE FUEGO



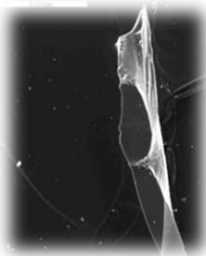
El tipo de arma, las características del cañón, las marcas dejadas en las balas, etc., son algunos de los datos que se examinan en un contexto pericial para determinar la relación de estos datos con un sospechoso.

DOCUMENTOS MANUSCRITOS

La identificación mediante documentos manuscritos es otro de los estudios forenses más comunes. Sin embargo, una importante desventaja es la fiabilidad de la evaluación en los casos de copia.



VIDRIOS



La aparición de fragmentos de vidrio en muchos escenarios de crimen, hace que este tipo de evidencia se haya desarrollado bastante. A través del análisis químico y físico de los fragmentos, se puede extraer información sobre la procedencia del vidrio. Este tipo de análisis se estudiará más adelante por su importancia en este proyecto.

2.3. RELACIONES DE VEROSIMILITUDES

Antes de cualquier clasificación es necesario realizar una decisión. Sin embargo, en un proceso legal, la decisión no está al alcance del perito, sino que es tomada por el juez.

Por otro lado, la certeza absoluta en una evaluación forense por parte del perito no existe, por lo que se entiende que el análisis estadístico tenga un papel primordial en la criminalística.

En este aspecto, en la comunidad de la ciencia forense muchas voces abogan durante años por un denominado Cambio de Paradigma [16], con una motivación principal en los avances científicos en el ámbito de la evaluación de muestras de ADN. Este cambio consiste en una transición de los procedimientos utilizados en identificación forense

para adecuarlos a un método más científico que cumpla con unos requisitos de transparencia y testabilidad.

Es a partir de la introducción del método estadístico de relaciones de verosimilitudes (likelihood ratio, LR), por parte de Poncarè, Darboux y otros a finales del siglo XIX, y más aún por la introducción de evidencias de ADN en los Tribunales a mediados de los años 80, cuando este cambio hacia métodos estadísticos basados en datos ha sido más fuerte [7].

En el contexto pericial, se toman dos clases de muestras: las de origen conocido (toma indubitada, o *control*), y las que de origen desconocido (toma dubitada, en inglés *questioned*, o *recovered*) [7].

Ambas clases pueden estar tanto en relación con un sospechoso como en relación con la escena del crimen. Por ejemplo, se pueden tener fragmentos de vidrios procedentes de una ventana de un coche (muestras dubitadas en el escenario del crimen) y compararlos con los encontrados en la camiseta de un sospechoso (muestras indubitadas en el sospechoso), como en la Figura 2.3. O tener marcas de huellas digitales en la ventana (muestras dubitadas en escenario del crimen) y compararlas con la huella de un supuesto delincuente (muestras indubitadas en el sospechoso).

En el proceso de decisión judicial, la decisión se debe tomar siguiendo un marco estadístico basado en la probabilidad de las dos hipótesis siguientes:

- H_p : hipótesis del fiscal (por ejemplo, vidrios procedentes del mismo objeto)
- H_d : hipótesis de la defensa (por ejemplo, vidrios procedentes de objetos diferentes)

Además se trabaja con dos tipos de información:

- E : evidencia, muestras *control* y *recovered* (en nuestro caso, a partir de la evidencia, se obtienen datos de concentraciones elementales químicas de vidrios)
- I : información no relacionada con la evidencia (empleada por el tribunal para otros usos como selección de poblaciones, etc.)



Figura 2.3: Extracción de fragmentos de vidrio a partir de una ventana (muestras *control*) y de una camiseta (muestras *recovered*).

El método de LR se basa en el Teorema de Bayes, que relaciona probabilidades marginales de dos sucesos A y B, $Pr(A)$ y $Pr(B)$, con la probabilidad condicional de B conocido A, $Pr(B|A)$, de la siguiente forma:

$$Pr(B|A) = \frac{Pr(B)Pr(A|B)}{Pr(A)} \quad (2.1)$$

Traduciendo este modelo a nuestro problema, tenemos [7]:

$$Pr(H_p|E, I) = \frac{Pr(E|H_p, I)Pr(H_p|I)}{Pr(E|I)} \quad (2.2) \quad Pr(H_d|E, I) = \frac{Pr(E|H_d, I)Pr(H_d|I)}{Pr(E|I)} \quad (2.3)$$

Si dividimos las probabilidades (2.2) y (2.3), podemos introducir el valor LR en estas ecuaciones:

$$\frac{Pr(H_p|E, I)}{Pr(H_d|E, I)} = \frac{Pr(E|H_p, I) Pr(H_p|I)}{Pr(E|H_d, I) Pr(H_d|I)} = LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)} \quad (2.4)$$

Para obtener los LR de la ecuación (2.4), las probabilidades de esa ecuación se sustituyen por las funciones de densidad de probabilidad correspondientes a las observaciones. Esto se puede justificar porque la división de funciones de densidad de medidas continuas (como índices de refracción o concentración de elementos químicos de fragmentos de vidrio), sobre un intervalo infinitesimal, equivalen a la división de probabilidades sobre esas medidas. Es decir, un valor LR_i es:

$$LR_i = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} = \frac{f(E_i|H_p, I)}{f(E_i|H_d, I)} \quad (2.5)$$

- $f(E_i|H_p, I)$: la función de densidad de probabilidad de la evidencia conociendo la información I y que se cumple la hipótesis del fiscal. Esta función es obtenida por el perito a partir de observaciones de evidencias de una población de objetos de características similares a las de las muestras, pero sabiendo que todas están formadas por materiales pertenecientes a la misma fuente. Lo mismo para la hipótesis de la defensa, pero en este caso sabiendo que todas las muestras pertenecen a fuentes diferentes.
- $f(H_p|I)$: la función de densidad de probabilidad de la hipótesis del fiscal a partir de la información no relacionada con la evidencia (probabilidad a priori). Es calculada por la persona encargada de investigar los hechos sin tener en cuenta la evidencia. En general esa persona será el juez, ya que el perito no está en condiciones de hacer valoraciones que no consideren la evidencia. Lo mismo para la hipótesis de la defensa.
- $f(H_p|E, I)$: la función de densidad de probabilidad de la hipótesis del fiscal conociendo la evidencia y la información sobre el caso (probabilidad a posteriori). Es obtenida exclusivamente por el tomador de decisiones (en nuestro caso el juez o el jurado, ya que de nuevo el científico forense no está en posición de evaluarla). Lo mismo para la hipótesis de la defensa.
- LR_i : la relación de verosimilitudes es calculada por el científico forense a partir de la evidencia. Valores de LR por debajo de 1 apoyarán la hipótesis de la defensa, mientras que superiores a éste apoyarán a la del fiscal. Además, cuanto más alejado esté el LR de 1, más fuerte será el apoyo.

Algunas de las ventajas del uso de las relaciones de verosimilitudes son:

- Asistir a los expertos forenses en la evaluación del peso de la evidencia, tanto para generar resultados como para expresar los mismos de una forma clara.
- Ayudar a los jueces y al personal no experto en reconocimiento forense a interpretar los resultados que han hallado los expertos.
- Separar de una manera eficaz los roles del experto que evalúa el peso de la evidencia de forma objetiva y el del tribunal que opina sobre la información previa y posterior a la evidencia.
- Dejar a un lado las decisiones categóricas y subjetivas mediante el uso de probabilidades como grado de creencia.

Por otro lado, la teoría bayesiana de relaciones de verosimilitudes ha obtenido varias críticas, algunas de las cuales han sido falsamente enunciadas [5]:

- Las bases de datos necesarias para evaluar la rareza de la evidencia son, en algunos casos, informales por ser obtenidas mediante el conocimiento del experto. Esta crítica se puede defender por ser las evidencias de sentido común, en tales casos, difícilmente medibles.
- Las evidencias evaluadas en el LR provienen de diferentes expertos, y éstas se deben estudiar conjuntamente. Esta crítica sucede en cualquier método de evaluación de evidencias.
- El establecimiento de las bases de datos en una población concreta puede no ser la más adecuada para la evaluación del caso. Pero esta variación puede no crear un impacto tan grande en los valores de verosimilitudes calculados. Estudios en este sentido son de gran valor [8].

A pesar de estas observaciones, los métodos de evaluación estadística como el bayesiano son demostrablemente racionales para cuantificar el valor de la evidencia disponible, la mayoría de los demás terminan siendo intuiciones, conjeturas o presentando manifiestos errores de razonamiento [5].

2.4. ESTADO DEL ARTE EN ANÁLISIS FORENSE CON VIDRIOS

La aplicación de la estadística en la evaluación forense de vidrios está siendo cada vez más utilizada [17]. Se emplea en escenarios como robos en locales, altercados domésticos, accidentes de tráfico y otros contextos donde se pueden encontrar tanto cristales como otro tipo de vidrios. En estos casos, es común encontrar fragmentos en relación con un sospechoso, por ejemplo en su ropa, y fragmentos en la escena del crimen. Para poder responder con mayor precisión a preguntas como si los fragmentos corresponden a la misma pieza de vidrio, se recurre a los métodos estadísticos.

Hay varias características que se pueden extraer de los vidrios para su comparación: color, densidad, tamaño, etc. Debido al pequeño tamaño de los mismos (0.1–0.5 mm), su extracción suele resultar dificultosa e incluso dañina para los fragmentos, lo cual conlleva problemas cuando se requiere la repetición de experimentos. El índice de refracción o la concentración de elementos químicos (sodio, magnesio, aluminio, etc.)

son menos sensibles a estos problemas, por lo que se emplean frecuentemente en estos casos [17].

En un principio, la evaluación mediante índice de refracción se ha utilizado más que la que emplea composición química. Esto es debido a que la segunda requiere de un instrumental más sofisticado y costoso, y a una mayor complicación matemática [18]. Pero a medida que se han realizado avances en el campo científico y en el análisis estadístico, la evaluación con concentraciones elementales ha aumentado en número [19]. Será esta última evaluación la que se emplee en el presente proyecto, la cual extrae la concentración respecto al oxígeno de los elementos sodio, magnesio, aluminio, silicio, potasio, calcio y hierro, elementos principales y discriminantes de los vidrios.

Dentro de las técnicas que comparan el índice de refracción, GRIM (*Glass Refractive Index Measurement*) es una popularmente empleada (p. ej. [18]). Para la concentración elemental, SEM-EDX (*Scanning Electron Microscopy and Energy Dispersive X-ray*) ha venido obteniendo buenos resultados de discriminación (p. ej. [20]). Estos métodos tienen la ventaja de poder utilizar fragmentos pequeños, pero a cambio, dan menos información sobre los elementos químicos que componen los mismos. Se ha demostrado que, por ejemplo, en una tarea de identificación, aunque algunos objetos se clasifican de forma errónea, con esta información ambos métodos presentan un rendimiento aceptable [21].

Otros métodos de análisis elemental de fragmentos de vidrio, son fluorescencia de rayos láser X y μ (μ -X-ray fluorescence) [22] o ablación por láser con fuente de plasma acoplada inductivamente y espectrómetro de masas (LA-ICP-MS) [23]. Ambos requieren fragmentos de vidrio más grandes que los analizados en el ámbito forense (0.5 mm), por lo que se desestiman para este trabajo y no se profundiza más en ellos.

2.5. EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS CON SEM-EDX

Aunque no es objeto del PFC describir el método SEM-EDX, se esboza aquí el funcionamiento básico del mismo, y se invita a profundizarse en las referencias para más detalle.

Este método examina la morfología y la composición elemental de objetos. El microscopio electrónico de barrido utiliza haces de electrones para producir una resolución espacial alta y una gran profundidad de campo de las imágenes de muestra. Mediante estas imágenes se obtiene información sobre la topografía y el estado químico, magnético y electrónico de la muestra [24].

Por otro lado, la espectrometría con energía dispersiva de rayos X identifica las concentraciones de elementos presentes en la muestra mediante su correlación con las intensidades de los picos en el espectro medible [25].

SEM-EDX es un método multivariante, ya que identifica un conjunto de variables en la muestra que se examina. Cuando el número de variables implicadas (dimensionalidad) es grande, los modelos estadísticos basados en estos datos pueden no ser representativos por necesitar muchos datos para su entrenamiento, o incluso presentar problemas patológicos. Este efecto se conoce en reconocimiento de patrones como “Maldición de la Alta Dimensión” [1].

Otra complicación de la escasez de los datos en altas dimensiones, es el hecho de que el modelo sea más sensible a valores atípicos comúnmente llamados *outliers*. Además, cuantas más variables estén envueltas en la evaluación, más sensible es el conjunto de datos a estos valores [8].

A parte de estos problemas, para hacer estimaciones robustas en la evaluación estadística de la evidencia, se necesita que la base de datos de vidrios sea grande y así tener datos representativos. En análisis de vidrios, la obtención de tantos datos es difícil por la complejidad de la extracción de características, pues necesita muchos recursos y tiempo, además del instrumental adecuado.

Todo lo anterior provoca que la evaluación forense de vidrios necesite métodos robustos a los efectos de falta de datos y *outliers*.

3

ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA CON RELACIONES DE VEROSIMILITUDES (LR)

3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO DE LR

Como se ha comentado anteriormente, uno de los objetivos de este proyecto es buscar métodos de evaluación de evidencias robustos a falta de datos y a dimensiones moderadamente altas. Dos de las técnicas básicas que se han utilizado como referencia para ello son: *Multivariate Likelihood Ratio* (MVLRL) y *Graphical Model Factorization* (GMF).

3.1.1. Relación de verosimilitudes multivariante

MVLRL (*Multivariate Likelihood Ratio*) se utiliza en estudios forenses donde las variables a observar son multivariantes y continuas, como es la evaluación forense de vidrios. En estos casos, la toma encontrada en relación con el sospechoso y la encontrada en la escena del crimen nunca pueden llegar a ser iguales, por lo que se observa la semejanza de las dos tomas y la probabilidad de encontrar piezas similares en una población adecuada [5].

Para ello, Aitken y Lucy [9] propusieron considerar toda la incertidumbre en la obtención de la distribución de probabilidad de la población para el cálculo del LR. Este valor LR ha sido definido en el apartado 2.3 como el cociente entre la función densidad de probabilidad de muestras formadas por materiales pertenecientes a la misma fuente y la función densidad de probabilidad de muestras formadas por materiales pertenecientes a fuentes diferentes:

$$LR_i = \frac{f(E_i|H_p,I)}{f(E_i|H_d,I)} \quad (3.1)$$

Mediante un desarrollo bayesiano, se llega a la expresión analítica del valor de la evidencia que se describe en profundidad en el anexo A.

A pesar de la complejidad del cálculo y de la problemática en la obtención de una población adecuada, consiguen buenas medidas del valor de la evidencia.

En este proyecto se utilizan LR obtenidos para una sola variable, UVLR (*UniVariate Likelihood Ratio*) y para todas las variables, MVLR-full (*MultiVariate Likelihood Ratio*). Concretamente se emplean los LR obtenidos en el estudio [8], que toman una distribución multivariante normal para fragmentos procedentes de la misma fuente (*within-group distribution*) y una distribución multivariante de kernels gaussianos para fragmentos de fuentes diferentes (*between-group distribution*).

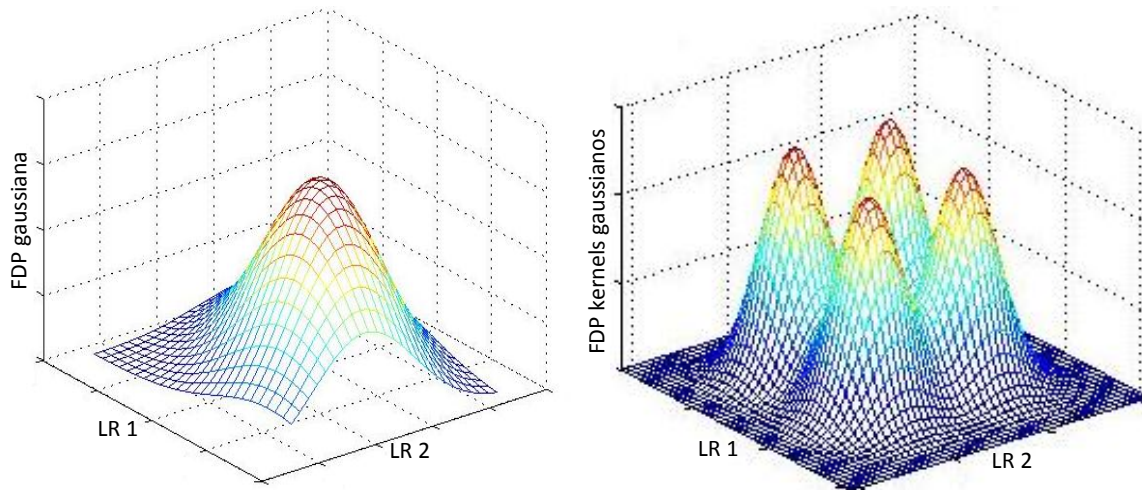


Figura 3.1: Ejemplos de distribución multivariante normal (izquierda) y distribución multivariante de kernels gaussianos (derecha) en dos dimensiones.

3.1.2. Modelo gráfico de factorización

El modelo gráfico de factorización (*Graphical Model Factorization, GMF*) es una técnica de reducción de dimensionalidad basada en la teoría de grafos.

GMF calcula la función densidad de probabilidad de un conjunto de variables, agrupándolas en regiones de menor dimensión, y multiplicando después sus funciones entre sí, proceso que se denomina factorización. Para no suponer independencia entre las variables consideradas, ya que en la mayoría de los casos existe correlación entre ellas, la agrupación se realiza según la matriz de covarianza del conjunto total.

Lo que se propone, es emplear el modelo gráfico para calcular las relaciones de verosimilitudes del conjunto total de variables procedentes de componentes químicas de los fragmentos de vidrio. Esto se ha utilizado en [26] y posteriormente en [8], donde se tenía un total de siete variables.

Este método puede ser aplicado a otro tipo de evidencias o a otras áreas diferentes a la ciencia forense.

Veamos el procedimiento de GMF con un ejemplo sencillo de dimensión 3. Tenemos las variables A, B y C, cuyos coeficientes de correlación son 0.1 entre A y B, 0.8 entre B y C, y 0.6 entre A y C. Se procede a agrupar en una región las variables cuyo coeficiente de correlación entre ellas es el mayor de todo el conjunto. Este proceso se repite

sucesivamente hasta que todas las variables tengan una región asociada o no se pueda agrupar el conjunto de todas las variables en más grupos. En el ejemplo, se agrupa primero B con C y luego A con C, tal y como se observa en la siguiente figura:

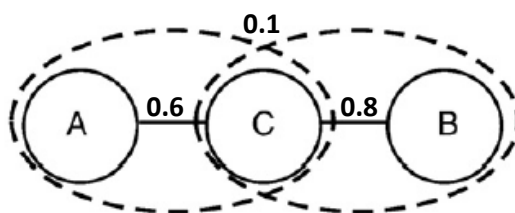


Figura 3.2: Ejemplo de Modelo Gráfico de 3 dimensiones. Como se indica en la figura, las tres variables A, B y C tienen coeficientes de correlación: entre A y C de 0.6, entre A y B de 0.1, y entre C y B de 0.8.

La factorización de la función densidad de probabilidad es:

$$f(R_i|S_i) = \frac{f(R_i)}{f(S_i)} \quad (3.2)$$

Donde R_i es el subconjunto i -ésimo de variables (nodos) donde todas están conectadas entre sí, y S_i es el nodo o conjunto de nodos que unen el subconjunto i -ésimo con los demás.

En el ejemplo, hay dos subconjuntos R_i , (A, C) y (B, C), y un subconjunto S_i , C. Por lo que la factorización será:

$$f(R_i|S_i) = \frac{f(A,C)f(B,C)}{f(C)} \quad (3.3)$$

Si se emplean los modelos gráficos en el análisis forense de evidencias, la factorización para unas evidencias A, B y C corresponderá con:

$$LR_{total} = \frac{f(A,B,C|H_p)}{f(A,B,C|H_d)} = \frac{f(A,C|H_p)f(B,C|H_p)/f(C|H_p)}{f(A,C|H_d)f(B,C|H_d)/f(C|H_d)} = \frac{LR(A,C)LR(B,C)}{LR(C)} \quad (3.4)$$

De esta forma se consigue combinar conjuntos de evidencias resaltando las dependencias entre ellas de modo visual e intuitivo. Lo cual es un método sencillo que no requiere conocer la teoría matemática subyacente.

Para este proyecto, se ha utilizado el trabajo realizado en [8]. En el cual, se utilizan los LR obtenidos mediante UVLR o MVLR sobre una o dos componentes químicas respectivamente, para calcular el siguiente LR total del conjunto:

$$LR_{total} = \frac{LR(Na,Si)LR(K,Na)LR(Al,Fe)LR(Al,K)LR(Ca,Na)LR(Ca,Mg)}{LR(Na)^2 LR(K)LR(Al)LR(Ca)} \quad (3.5)$$

3.2. ESTUDIOS Y MEDIDAS DE RENDIMIENTO DE LR

Antes de seguir con este apartado es necesario describir en detalle qué es un *score*, definido en el capítulo 2, ya que los estudios de rendimiento que aquí se presentan también se emplean con estos valores.

Un *score* es la puntuación obtenida al comparar una muestra *recovered* y una muestra *control*. Cuanto más alto sea, más se apoya a la hipótesis del fiscal frente a la hipótesis de la defensa.

Pero a diferencia de un valor LR, un *score* no informa del grado de apoyo de la hipótesis, mientras que como ya se ha explicado, un LR sí. En ese sentido, se puede decir que un LR es un *score* que está normalizado, y que además tiene una interpretación probabilística.

Una vez aclarado este punto, vamos a presentar las herramientas de medida del rendimiento de valores LR que se emplean en este proyecto.

3.2.1. Discriminación y calibración de puntuaciones

La decisión de que una hipótesis sea cierta o no para un cierta puntuación (*score*), depende de si ésta sobrepasa o no un determinado umbral. El proceso de determinar ese umbral para que la decisión sea buena es la calibración. Mientras que la capacidad de un *score* para discriminar entre hipótesis *target* (las muestras proceden de la misma fuente) o *non-target* (las muestras proceden de fuentes diferentes) es el llamado poder de discriminación o simplemente discriminación [27].

Para determinar ambas medidas de rendimiento, se estudian dos tipos de errores de clasificación: falsos negativos o falsos rechazos (FR, *False Rejection*) y falsos positivos o falsas alarmas (FA, *False Alarm*). La probabilidad de FR indica la probabilidad de detectar una comparación como clase *non-target* cuando es *target*, y la de FA lo contrario.

En la siguiente gráfica puede verse gráficamente esta explicación. En ella se representan la función densidad de probabilidad (FDP) de los *scores target* y la de los *non-targets* de un determinado conjunto de *scores*. La probabilidad de FR coincide con el área por debajo de la curva FDP de los *scores target* que queda a la izquierda del umbral de decisión establecido (área verde). Mientras que la probabilidad de FA se sitúa bajo el área de la curva FDP de los *non-target* a la derecha del umbral de decisión (área amarilla):

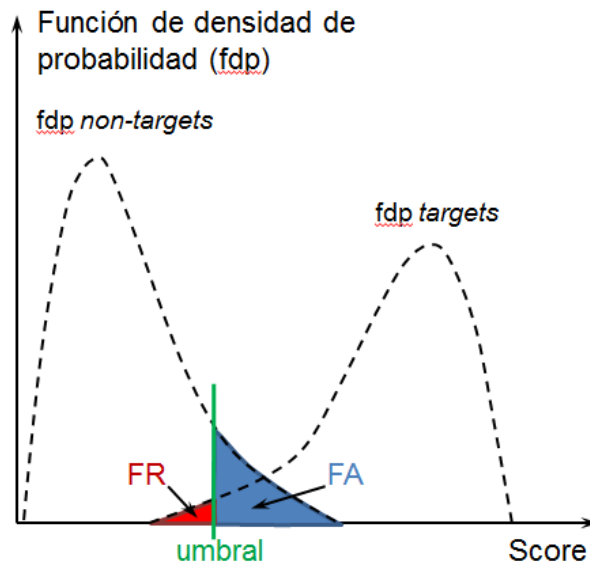


Figura 3.3: Ejemplo de probabilidades de falsas alarmas (*false alarm*) y de falsos rechazos (*false rejection*) a partir de las distribuciones de *scores target* y de *scores non-target*.

En una gráfica, como la DET que se verá en el apartado 3.2.2, donde se representen la distribución de FR y la de FA, se puede definir el umbral adecuado a un sistema concreto. La calibración, es decir, la calidad de la decisión, será buena en tanto el umbral elegido minimice una determinada función de coste de las decisiones tomadas por el mismo.

La calibración se debe medir teniendo en cuenta dos complicaciones:

- La distribución de *targets* y *non-targets* puede ser diferente a la obtenida con los datos que se tienen: Si esto sucede, el umbral tendría que cambiar para que la decisión fuera buena.
- Los errores de FR y FA podrían tener consecuencias diferentes. Por ejemplo, una FA en un sistema que permite el paso en una zona restringida será peor que un FR, ya que en el primer caso se está dejando pasar a alguien no autorizado mientras que en el segundo se le deniega el acceso a alguien autorizado.

Una de estas funciones de coste de los errores es la función de detección de coste (*Detection Cost Function*, DCF), propuesta por el NIST en 1996 [28]:

$$C_{det}(P_{FR}, P_{FA}) = C_{FR}P_{FR}P_{tar} + C_{FA}P_{FA}(1 - P_{tar}) \quad (3.6)$$

Donde:

- Las probabilidades de error P_{FR} y P_{FA} son determinadas a partir de los *scores* de entrenamiento que se tienen (ver Figura 3.3).
- La probabilidad a priori de un *score target* P_{tar} y los costes de los errores C_{FR} y C_{FA} son fijados por el diseñador del sistema de clasificación u obtenidos a partir de otra información relacionada. Un ejemplo de obtención de C_{FR} y C_{FA} puede

ser a partir de unas medidas de la frecuencia de entrada de empleados en una compañía donde hay instalado un sistema de acceso biométrico. La evaluación NIST de 1966 empleó los valores de $C_{FR} = 10$, $C_{FA} = 1$ y $P_{tar} = 1\%$.

Con esta función, el diseñador decide un umbral θ que minimice C_{det} . Este umbral tiene una forma analítica si el valor utilizado para la decisión es un logaritmo de LR y no un simple *score*. Se denomina “umbral de Bayes” [1] y tiene la forma:

$$\theta = \log \left(\frac{P_{tar} C_{FR}}{1-P_{tar} C_{FA}} \right) \quad (3.7)$$

Vemos entonces que C_{det} es una medida de discriminación y de calibración en función del umbral de Bayes definido en la ecuación (3.7). De discriminación porque depende de las probabilidades P_{FA} y P_{FR} y, por tanto, de la buena o mala separación entre *scores target* y *non-target*. Y una medida de la calibración, por la situación del umbral de Bayes (ecuación 3.7) de forma que se minimice la función de coste del sistema (ecuación 3.6). Es decir, cuando peor sea C_{det} en un determinado umbral, peor calibración presentará para un conjunto de *scores* determinado.

3.2.2. Curvas DET

Las gráficas DET (*Detection Error Tradeoff*) pretenden observar la discriminación que presenta un conjunto de valores de *scores* o LR proveniente de un determinado método de cálculo, mediante la representación de la probabilidad de FR (*False Rejection Probability*) frente a la de FA (*False Acceptance Probability*) [28].

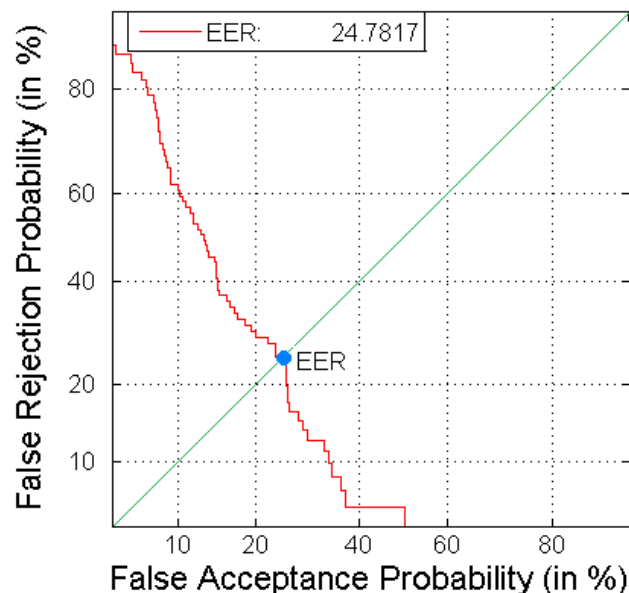


Figura 3.4: Ejemplo de curva DET.

Con estas curvas se puede estudiar también el valor EER (*Equal Error Rate*). Este valor es el punto donde $FR=FA$, y coincide con la intersección entre la curva DET y la diagonal de los ejes de la gráfica.

Debido a que el EER es un valor que resume el significado de la curva DET, se va a emplear para comparar la discriminación que consiguen los diferentes métodos que se han empleado.

Para más detalles se recomienda la lectura de [27].

3.2.3. Curvas ECE

Mediante las curvas ECE (*Empirical Cross-Entropy*) se quiere estudiar, además del poder de discriminación, la calibración del proceso de evaluación de evidencias. Esto se hace mediante la representación de la entropía cruzada, con la que se muestra la cantidad media de información que se necesita para conocer el verdadero valor de la hipótesis, es decir, si la hipótesis correcta es la del fiscal o la del defensor.

Para evaluar cómo de bueno es un LR, se puede partir de las funciones de probabilidad a posteriori que da el sistema, con sus valores de LR y una determinada probabilidad a priori. Estas funciones deberían asignar una puntuación baja al LR que apoye fuertemente una hipótesis contraria a la real. Por ejemplo, si se da un peso muy alto a la probabilidad de que dos fragmentos proceden de la misma ventana cuando en realidad son de ventanas diferentes, ese LR será muy malo.

La representación de la bondad de los *scores* o LR del sistema puede realizarse de la siguiente forma:

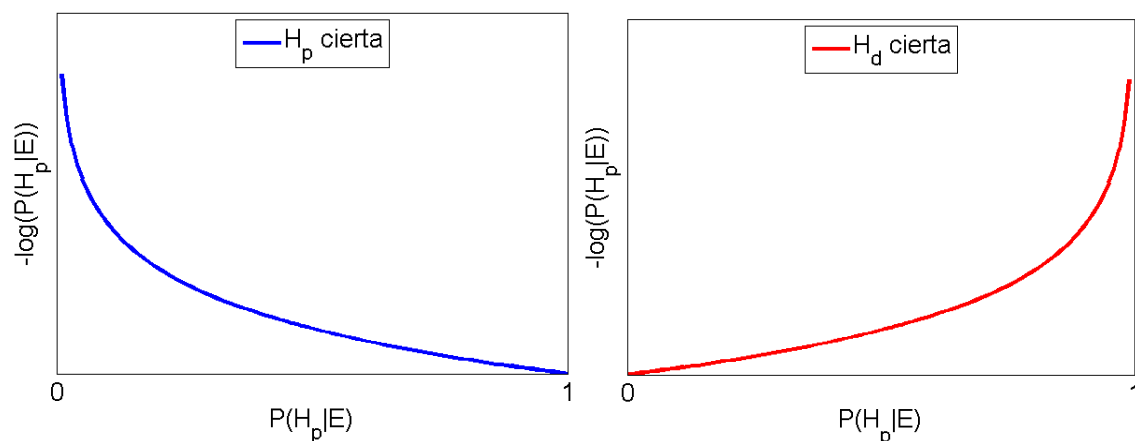


Figura 3.5: Puntuación de la bondad de un sistema a partir de las probabilidades a posteriori que arroja: con hipótesis del fiscal cierta (izquierda) y con hipótesis de la defensa cierta (derecha).

La Figura 3.5 representa la denominada Regla de Puntuación Logarítmica [29] que asigna los siguientes valores a cada hipótesis:

- H_p cierta: $-\log_2(Pr(H_p|E_i))$
- H_d cierta: $-\log_2(Pr(H_d|E_i))$

La formulación correspondiente a la Figura 3.5, que da una medida de la bondad de un sistema, puede expresarse como:

$$puntuación\ bondad = -\frac{1}{N_p} \sum_{i \in H_p} \log_2(Pr(H_p|E_i)) - \frac{1}{N_d} \sum_{j \in H_d} \log_2(Pr(H_d|E_j)) \quad (3.8)$$

Con la ecuación anterior, se pretenden promediar los N_p valores LR que apoyan la hipótesis del fiscal ($Pr(H_p|E_i)$) y los N_d valores LR que apoyan la hipótesis de la defensa ($Pr(H_d|E_j)$).

Otra forma similar de medir la bondad de los LR es empleando la función de entropía cruzada (*Empirical Cross-Entropy*, ECE), la información media de un LR para unas probabilidades a priori $Pr(H_p)$ y $Pr(H_d)$ dadas [30]:

$$\begin{aligned} ECE &= \frac{Pr(H_p)}{N_p} \sum_{i \in H_p} \log(Pr(H_p|E_i)) + \frac{Pr(H_d)}{N_d} \sum_{j \in H_d} \log(Pr(H_d|E_j)) \\ &= \frac{Pr(H_p)}{N_p} \sum_{i \in H_p} \log\left(1 + \frac{1}{LR_i \frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}}\right) + \frac{Pr(H_d)}{N_d} \sum_{j \in H_d} \log\left(1 + LR_j \frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}\right) \quad (3.9) \end{aligned}$$

La ecuación anterior expresa la puntuación de bondad de la ecuación (3.8) pero ahora ponderando los LR mediante las probabilidades a priori $Pr(H_p)$ y $Pr(H_d)$. Además, se sustituyen las probabilidades a posteriori ($Pr(H_p|E_i)$ y $Pr(H_d|E_j)$) para que estén en función de los valores LR_i o LR_j y de las probabilidades a priori $Pr(H_p)$ y $Pr(H_d)$.

Tras estos cambios, se consigue que toda la ecuación esté expresada en términos de los valores LR_i , LR_j , $Pr(H_p)$ y $Pr(H_d)$. Esto resulta útil para estudiar la calibración de un proceso de evaluación de evidencias, ya que se puede representar la bondad de un LR (con la función ECE) en función de unas probabilidades a priori ($Pr(H_p)$ y $Pr(H_d)$). De esta forma se quita la decisión de fijar estas probabilidades, las cuales no pueden ser calculadas por el científico forense.

La representación de la función ECE en un rango de probabilidades a priori es la denominada gráfica ECE, y tiene la siguiente forma:

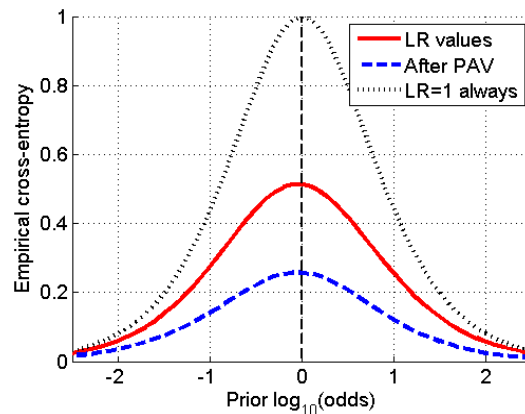


Figura 3.6: Gráfica ejemplo de *Empirical Cross Entropy* (ECE).

En la Figura 3.6 se muestra la ECE de los LR obtenidos con el método a evaluar (en rojo continuo), de los LR calibrados con el algoritmo *Pool Adjacent Violators* (PAV, en azul discontinuo) y de un sistema neutral que obtiene siempre $LR = 1$ (en negro punteado). Todo ello en función de las probabilidades a priori mediante:

$$Prior \log_{10}(odds) = \text{logit} \left(Pr(H_p) \right) = \log \left(\frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)} \right) \quad (3.10)$$

Cuanto más baja sea la curva experimental (la roja sólida de los LR), tomando como referencia el sistema neutral, menor información media se necesita para conocer qué hipótesis es la correcta en un caso. Si esta curva roja es más baja que la negra, el sistema que se ha evaluado será mejor que el neutral.

Por otro lado, cuánto más baja esté la curva azul discontinua respecto a la experimental, peor calibración tiene el método representado en comparación con el que se podría obtener con PAV. Es decir, mayores pérdidas de calibración tiene el sistema.

Una extensión de las gráficas ECE es la representación de la entropía de cada uno de los LR del método a evaluar. Con estas curvas de entropía se pretende observar qué información está dando cada uno de los LR del sistema. De igual forma que con la curva experimental de la Figura 3.6, cuanto más bajas sean las curvas de los LR en la Figura 3.7, mejor serán estos LR.

Se suele representar por un lado las curvas ECE de los *target* y por otro lado las curvas de los *non-target*:

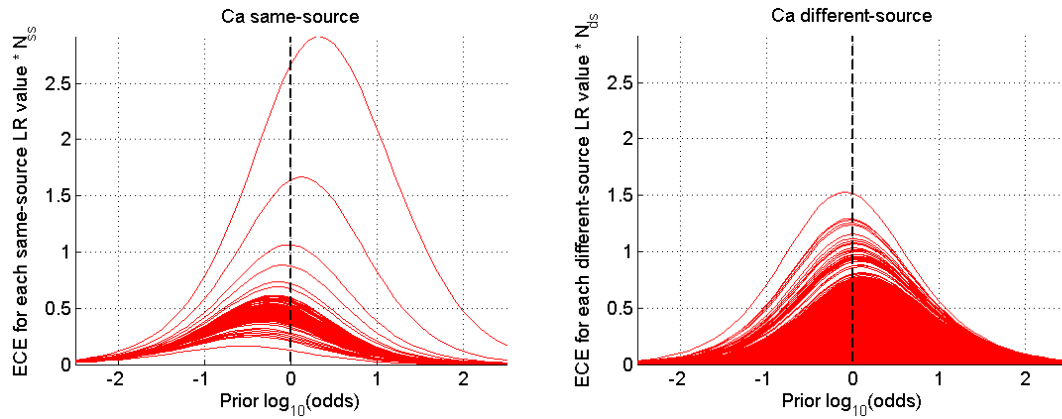


Figura 3.7: Ejemplo de curvas ECE para los LR *target* (*same-source*, izquierda) y los LR *non-target* (*different-source*, derecha) de la variable Ca (calcio) en los fragmentos de vidrio de la base de datos que se emplea en el proyecto.

Para profundizar más en esta representación se recomienda leer [30] o [31].

3.2.4. Función de coste C_{llr}

Es también interesante para este estudio hacer uso de la función de coste de log-LR (*Logarithmic Likelihood Ratio Cost*, C_{llr}) que dice cómo de buena es la información aportada por el sistema en términos de coste de decisión [13].

La función de coste de log-LR se expresa para un conjunto de *scores* concreto con la ecuación [27]:

$$C_{llr} = \frac{1}{2\log 2} \left(\frac{1}{N_{tar}} \sum_{tar} \log(1 + e^{-\log(LR_{tar})}) + \frac{1}{N_{ntar}} \sum_{ntar} \log(1 + e^{\log(LR_{ntar})}) \right) \quad (3.11)$$

En esta ecuación, similar a la 3.8, se normaliza el conjunto de LR con un término para los *scores target* $\left(\frac{1}{2\log 2 N_{tar}}\right)$ y otro para los *scores non-target* $\left(\frac{1}{2\log 2 N_{ntar}}\right)$.

Si se parte de esta ecuación de la función ECE (3.9) se puede observar que la función C_{llr} (3.12) es el resultado de particularizar ECE en $\log\left(\frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}\right) = 0$:

$$\begin{aligned} ECE &= \frac{Pr(H_p)}{N_p} \sum_{i \in H_p} \log \left(1 + \frac{1}{LR_i \frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}} \right) - \frac{Pr(H_d)}{N_d} \sum_{j \in H_d} \log \left(1 + LR_j \frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)} \right) = \\ &= \frac{Pr(H_p)}{N_p} \sum_{i \in H_p} \log \left(1 + e^{-\log(LR) - \log\left(\frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}\right)} \right) - \frac{Pr(H_d)}{N_d} \sum_{j \in H_d} \log \left(1 + e^{\log(LR) + \log\left(\frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}\right)} \right) \quad (3.12) \end{aligned}$$

También se puede observar esta relación entre las dos funciones gráficamente. Si se fija $\log\left(\frac{Pr(H_p)}{Pr(H_d)}\right) = 0$ en la Figura 3.6, el valor de la curva roja coincide con C_{llr} y el de la curva azul con C_{llr}^{min} en ese punto. Cuanto menor sean estos valores, mejor es el sistema.

El valor C_{lir}^{min} muestra la discriminación del sistema. Además, el solapamiento de los *scores target* y *non-target* generados por el sistema, se puede considerar una generalización de la información aportada por EER. Ver [32] para una explicación detallada de esto.

Los valores de C_{lir} (ecuación 3.12) muestran el rendimiento del sistema o método que se está empleando para obtener los LR:

- $C_{lir} = 0$: Sistema que obtiene LR que clasifican perfectamente entre la hipótesis del fiscal o la hipótesis de la defensa. Es decir, $LR = \infty$ para los *scores target* y $LR = 0$ para los *non-target*. Esto no es realizable en la práctica.
- $0 < C_{lir} < 1$: Sistema que obtiene LR aceptables, mejores cuanto más cercano a 0 se encuentre C_{lir} .
- $C_{lir} = 1$: Sistema neutral (no da información sobre la hipótesis).
- $C_{lir} > 1$: Es mejor no emplear el sistema, pues los LR dan información engañosa.

Se recomienda la lectura de [10] para profundizar más en las propiedades de C_{lir} .

4

MÉTODOS ROBUSTOS DE ANÁLISIS DE LA EVIDENCIA

Según se ha descrito en el primer capítulo, la motivación principal de este proyecto es estudiar diferentes métodos que puedan mejorar el rendimiento de las técnicas de evaluación de evidencias forenses en condiciones de falta de datos y aparición de valores atípicos (*outliers*).

En los siguientes apartados de este capítulo se explicarán los diferentes métodos que se han realizado. La Figura 4.1 es un cuadro resumen de los mismos:

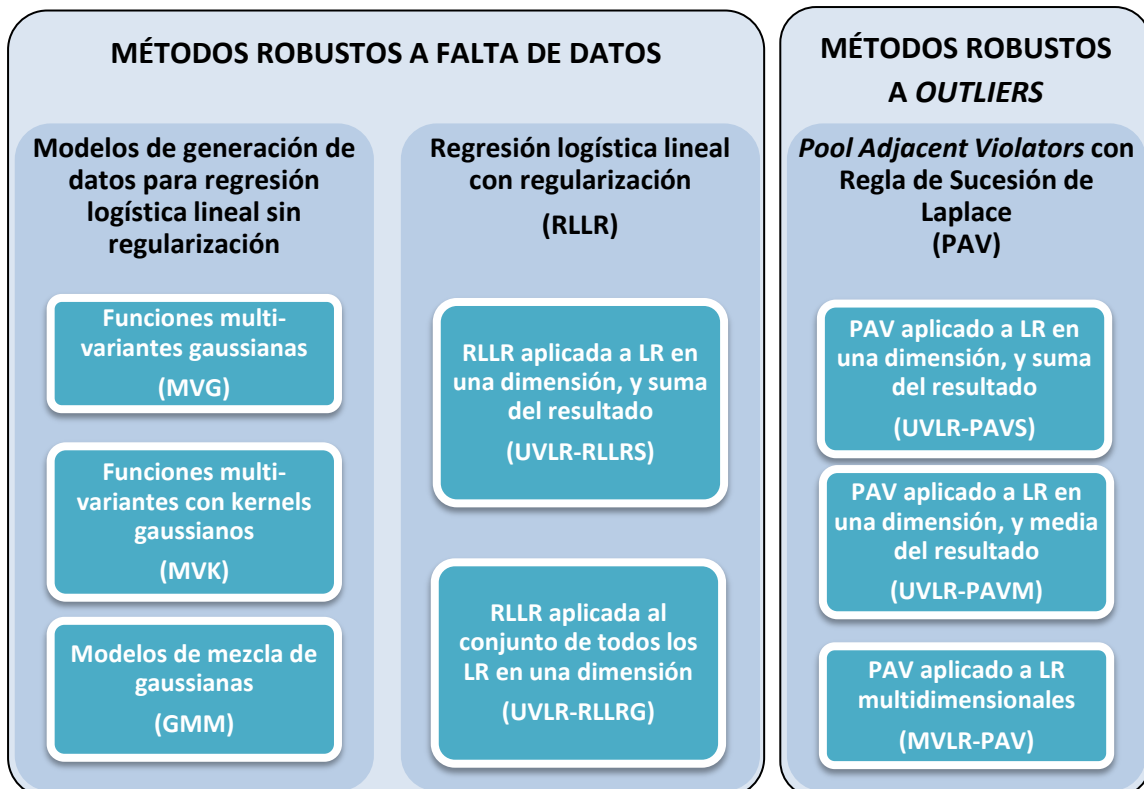


Figura 4.1: Diagrama de métodos propuestos para evaluación de la evidencia.

4.1. MÉTODOS ROBUSTOS A LA FALTA DE DATOS

Como hemos visto, muchas de las evaluaciones de evidencias que se realizan, trabajan con bases de datos más pequeñas que las necesarias para que la evaluación sea buena.

Un ejemplo de bases de datos pequeñas son las que emplean perfiles químicos de vidrios, descritas en el capítulo 2. Estas bases de datos resultan útiles para nuestra problemática, condiciones de falta de datos y dimensiones moderadamente altas, ya que las evidencias son difíciles de obtener y manejan diversas variables.

Para solucionar este problema, este proyecto pretende proponer técnicas que evalúen evidencias de forma robusta a partir de valores LR calculados con los métodos UVLR o MVLR (descritos en 3.1) combinados mediante regresión logística lineal.

El método de regresión logística lineal (*Linear Logistic Regression*, LLR) es uno de los más populares y mejor estudiados para combinar evidencias procedentes de sistemas biométricos, por ejemplo diferentes técnicas de reconocimiento de locutores, como en [10] y [33]. Por esta razón, se podría emplear también para combinar la evidencia procedente de las distintas variables químicas extraídas de los vidrios.

La metodología de LLR parte de la ecuación (2.4), en la que se definía la relación de verosimilitudes o LR:

$$\frac{Pr(H_p|E,I)}{Pr(H_d|E,I)} = \frac{Pr(E|H_p,I) Pr(H_p|I)}{Pr(E|H_d,I) Pr(H_d|I)} = LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)} \quad (2.4)$$

y realiza las siguientes transformaciones:

$$\frac{Pr(H_p|E,I)}{Pr(H_d|E,I)} = \frac{Pr(H_p|E,I)}{1-Pr(H_p|E,I)} = LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)} \quad (4.1)$$

$$Pr(H_p|E,I) = \left(1 - Pr(H_p|E,I)\right) LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)} \quad (4.2)$$

$$Pr(H_p|E,I) \left(1 + LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right) = LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)} \quad (4.3)$$

$$Pr(H_p|E,I) = \frac{1}{1 + \left(LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)^{-1}} = \frac{1}{1 + e^{-\log(LR) - \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)}} \quad (4.4)$$

El modelo de regresión logística lineal trata de ponderar el exponencial de la ecuación (4.4), y la de su homóloga para la hipótesis de la defensa, con una función lineal dependiente de los scores s_{1j}, \dots, s_{Nj} y los pesos w_j :

$$f_j(w, s) = w_0 + w_1 s_{1j} + \dots + w_N s_{Nj} = -\log(LR) - \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right) \quad (4.5)$$

donde:

w_i : peso del score s_i

s_{ij} : score de la variable i para la muestra j

En la base de datos de vidrios que se emplea en el trabajo, el score s_{ij} es la concentración de la componente química i , respecto a la de oxígeno, para el fragmento de vidrio j . Esto se explicará más detalladamente en el apartado 5.1.

La función (4.5) se optimiza gracias a los pesos calculados a partir de un conjunto de *scores* de entrenamiento, como se explicará a continuación. Mediante esta optimización se consigue calibrar el conjunto de *scores* transformándolos en valores LR de tal forma que se obtenga una $\Pr(H_p|E, I)$ lo más cercana a 1 para vidrios procedentes de la misma fuente (*scores target*), y una $\Pr(H_p|E, I)$ lo más cercana a 0 para vidrios de fuentes diferentes (*scores non-target*). Gracias a este mecanismo, también se puede emplear LLR para post-calibrar LR en vez de *scores*, tal y como se hace en este proyecto.

El vector de pesos se calcula optimizando la función de probabilidad $\Pr(H_p|E, I)$ y $\Pr(H_d|E, I)$ y sumándolas después. Esta optimización se realiza mediante estimación por máxima verosimilitud (*Maximum Likelihood Estimation*), es decir, maximizando la siguiente función respecto a los pesos w [12]:

$$l(w) = \sum_{i \in tar} \log \left(\Pr(H_p|e_i, I) \right) + \sum_{j \in \text{ntar}} \log \left(\Pr(H_d|e_j, I) \right) \quad (4.6)$$

En este trabajo, se ha optado por emplear el algoritmo de optimización del Gradiente Conjugado Ascendente, propuesto por T. P. Minka en [11], para maximizar estas ecuaciones.

Para entender mejor cómo se realiza el cálculo de los pesos, referirse a [11].

Puede suceder que los *scores target* estén muy separados de los *non-target*, debido a que la base de datos es demasiado pequeña. Cuando esto ocurre, los pesos w de la ecuación (4.5) (calculados en la etapa de entrenamiento de LLR) resultan muy grandes y, por tanto, los LR calculados también lo son. Veamos esto en una gráfica:

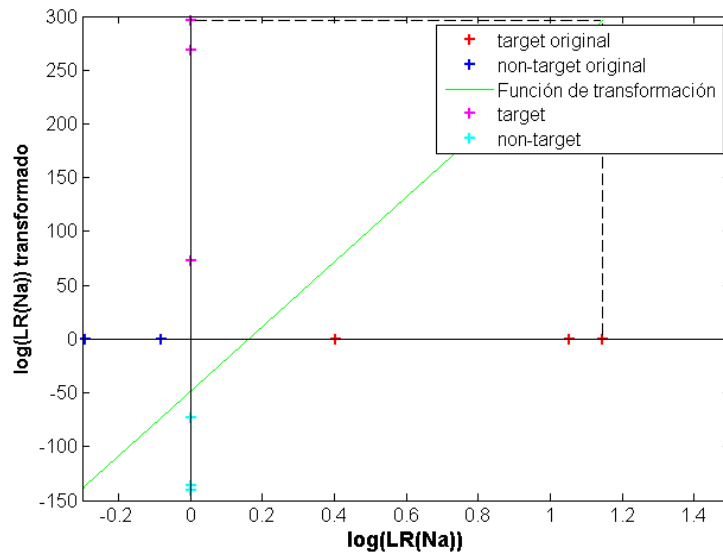


Figura 4.2: Divergencia en el entrenamiento de LLR debido a valores LR separables.

En la Figura 4.2, se pueden observar tres LR *target* y tres *non-target* muy separados entre ambas clases (en el eje de ordenadas, *non-target* negativos y *target* positivos). Mediante el entrenamiento de la LLR, estos LR se transforman en valores *target* muy altos y en valores *non-target* muy bajos (en el eje de abscisas), lo cual generará problemas.

Lo que acabamos de ver sucede en la base de datos que se emplea en este proyecto, tal y como se ve en el apartado 5.1, y puede dar problemas en la evaluación de evidencias.

Para solucionar esto se han probado dos métodos:

- Modelos de generación de datos aplicados a regresión logística lineal
- Regresión logística lineal regularizada

4.1.1. Modelos de generación de datos

Estos modelos calculan una función de densidad de probabilidad (FDP) a partir de los LR obtenidos mediante UVLR. Mediante esta función se generan más datos que se ajusten a la distribución calculada.

Con esta generación se pretende aumentar el tamaño de la base de datos de LR requerida por la evaluación de evidencias para posteriormente entrenar un modelo de LLR que combine dichos LR individuales.

Las distribuciones que se han probado son las gaussianas multivariantes, las multivariantes de kernels gaussianos y los modelos de mezclas de gaussianas.

FUNCIONES MULTIVARIANTES GAUSSIANAS

Las funciones de densidad de probabilidad gaussiana multivariantes (en inglés *MultiVariate Gaussian density function*, MVG en adelante), o también denominadas normales multivariantes, son muy comunes en estadística ya que modelan muchas variaciones naturales.

Tienen la representación gráfica de la Figura 3.1 (izquierda) y la siguiente representación matemática:

$$\mathcal{N}(x|\mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu)^T \Sigma^{-1}(x - \mu)\right\} \quad (4.7)$$

donde x es un vector de datos de dimensión D , μ el vector de medias de la variable aleatoria X , y Σ la matriz de covarianzas de X .

En nuestro caso, el vector x representa los LR de cada variable implicada, para una hipótesis dada (H_p o H_d). Por ejemplo, en la base de datos de vidrios utilizada en este proyecto (descrita en el apartado 5.1) estos valores serán los LR *target* (o *non-target* para la MVG de la distribución de los *non-target*) obtenidos con el método UVLR.

FUNCIONES MULTIVARIANTES DE KERNELS GAUSSIANOS (MVK)

El segundo modelado que se ha probado es el basado en estimación de densidad de probabilidad multivariante de los vectores x de LR para una hipótesis dada (H_p o H_d) utilizando kernels gaussianos (en inglés *MultiVariate Kernel Density Estimation*, MVK en adelante).

Tiene la representación gráfica de la Figura 3.1 (derecha) para kernel gaussianos (aunque la FDP puede ser de otro tipo), y la representación matemática general:

$$f(x|h) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (4.8)$$

donde x es un vector de datos de dimensión D , $K(\bullet)$ es el kernel asignado a cada x , y $h > 0$ es un parámetro de suavizado del kernel (*smoothing* en inglés). Este parámetro h controla la anchura de los kernels y el ajuste de los mismos a los datos:

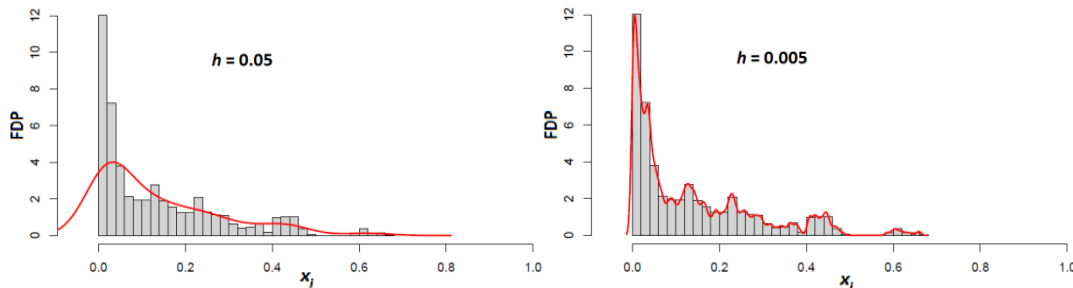


Figura 4.3: Funciones de estimación de densidad de probabilidad con kernels gaussianos para un factor *smoothing* h de valor 0.05 (izquierda) y 0.005 (derecha).

En el proyecto, para cada LR se calcula un kernel gaussiano que tiene como media (centro del kernel) el vector x_i de valores LR $\left(K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\right)$. En cuanto a la matriz de covarianzas, es la misma para todos los kernels y en un principio se calculó con el factor de *smoothing*, obtenido con todos los LR mediante la función de Matlab *ksdensity*, multiplicado por la matriz identidad:

$$\Sigma = h I = h \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Debido a los resultados obtenidos, que se analizarán en el siguiente capítulo, finalmente se ha empleado la covarianza obtenida con el vector x_i de valores LR multiplicada por el factor de *smoothing* propuesto en [9]:

$$h = \left(\frac{4}{2p+1}\right)^{1/(p+4)} m^{-1/(p+4)} \quad (4.10)$$

donde m es el número de muestras y p es la dimensión de las mismas. En la base de datos que se va a emplear, descrita en el apartado 5.1, m es 81 para *targets* y 3321 para *non-targets*, y p es 7, correspondiente al número de variables químicas que se obtienen de las muestras. Con este factor h , la matriz de covarianza utilizada es:

$$\Sigma = cov(x)h = cov(x) \left(\frac{4}{2p+1}\right)^{1/(p+4)} m^{-1/(p+4)} \quad (4.11)$$

MODELOS DE MEZCLA DE GAUSSIANAS (GMM)

Por último, se han probado los modelos de mezcla de gaussianas (en inglés *Gaussian Mixture Model*, GMM en adelante). Un modelo de mezcla de gaussianas es una FDP formada por una suma ponderada de densidades de probabilidad gaussianas. Se suelen emplear en sistemas biométricos, especialmente en sistemas de reconocimiento de locutores.

Se representa matemáticamente con la fórmula:

$$f(x|w) = \sum_{i=1}^N w_i g(x|\mu_i, \Sigma_i) \quad (4.12)$$

donde w_i es el peso que se le da a cada una de las N funciones gaussianas $g(x|\mu_i, \Sigma_i)$ cuya forma es:

$$g(x|\mu_i, \Sigma_i) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \frac{1}{|\Sigma_i|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1}(x - \mu_i)\right\} \quad (4.13)$$

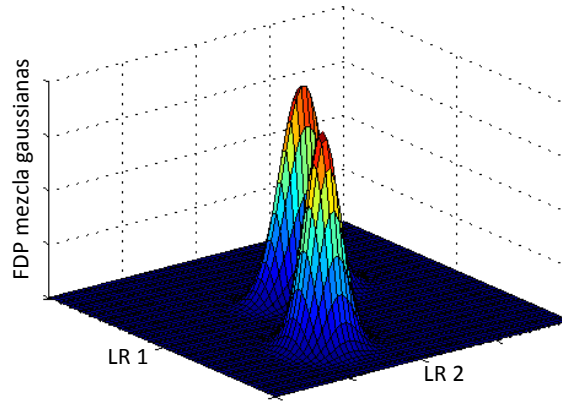


Figura 4.4: Ejemplo modelo de mezcla de dos gaussianas en dos dimensiones.

En nuestro caso se han calculado FDP con diferentes números de mezclas y obteniendo μ_i , Σ_i y w_i mediante el conocido algoritmo de maximización de la esperanza matemática (*Expectation Maximization*, EM) a partir de los LR originales [1].

4.1.2. Regresión logística lineal con regularización

Como alternativa a los métodos de generación de datos para poder entrenar correctamente modelos de LLR, se ha propuesto el uso de regresión logística lineal regularizada (RLLR, *Regularized Linear Logistic Regression*).

El uso de la regularización se justifica cuando los *scores target* de entrenamiento de la LLR están muy separados de los *non-target* (como en la Figura 4.2). Esto hace que los valores de los pesos w de la ecuación 4.5, que se calculan en la etapa de entrenamiento de LLR, resulten muy grandes, y puede que tiendan a infinito haciendo divergir el entrenamiento de la LLR. Recordamos que esta ecuación es:

$$f_j(w, s) = w_0 + w_1 s_{1j} + \dots + w_N s_{Nj} = -\log(LR) - \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right) \quad (4.5)$$

Para solucionar este problema, la regularización añade un factor λ en la obtención de los pesos. Lo cual se hace a partir de las ecuaciones (4.4), (4.6) y sus homólogas para la hipótesis de la defensa. Se vuelven a mostrar aquí por conveniencia:

$$Pr(H_p|e_i, I) = \frac{1}{1 + \left(LR \frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)^{-1}} = \frac{1}{1 + e^{-\log(LR) - \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)}} \quad (4.4)$$

$$l(w) = \sum_{i \in tar} \log\left(Pr(H_p|e_i, I)\right) + \sum_{j \in ntar} \log\left(Pr(H_d|e_j, I)\right) \quad (4.6)$$

Las probabilidades a posteriori $Pr(H_p|e_i, I)$ y $Pr(H_d|e_j, I)$ de la ecuación (4.6) se sustituyen por sus equivalentes en la ecuación (4.4) y se añade un factor de regularización λ . De esta forma se obtiene la función objetivo del entrenamiento de RLLR:

$$l(w) = - \sum_{i \in tar} \log\left\{1 + \exp\left[-\log(LR_{tar}) - \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)\right]\right\} - \sum_{i \in ntar} \log\left\{1 + \exp\left[\log(LR_{ntar}) + \log\left(\frac{Pr(H_p|I)}{Pr(H_d|I)}\right)\right]\right\} - \frac{\lambda}{2} \|w\|^2 \quad (4.14)$$

Según aumenta el valor de λ de la ecuación anterior, la magnitud del valor absoluto de los pesos ($\|w\|$) será menor, la transformación lineal en la Figura 4.5 tendrá menos pendiente y, por tanto, los LR transformados ($LR_{transf.}$) tendrán un valor absoluto menor. Mientras que si λ es menor, ocurrirá lo contrario:

$$\lambda \uparrow \Rightarrow l(w) \downarrow \Rightarrow \|w\| \downarrow \Rightarrow \|LR_{transf.}\| \downarrow$$

Si sucede que los valores LR transformados con RLLR (recalibrados) tienen un valor absoluto muy grande, estos LR se convertirán en valores dañinos al análisis de la evidencia (denominados valores atípicos u *outliers*, descritos más detalladamente en 4.2) debido a que son valores que están apoyando una hipótesis contraria a la que deberían. Este fenómeno se intenta evitar aplicando la regularización con un valor λ alto.

En la siguiente figura se puede ver la transformación realizada por RLLR de los LR (eje de abscisas) a LR recalibrados (eje de ordenadas):

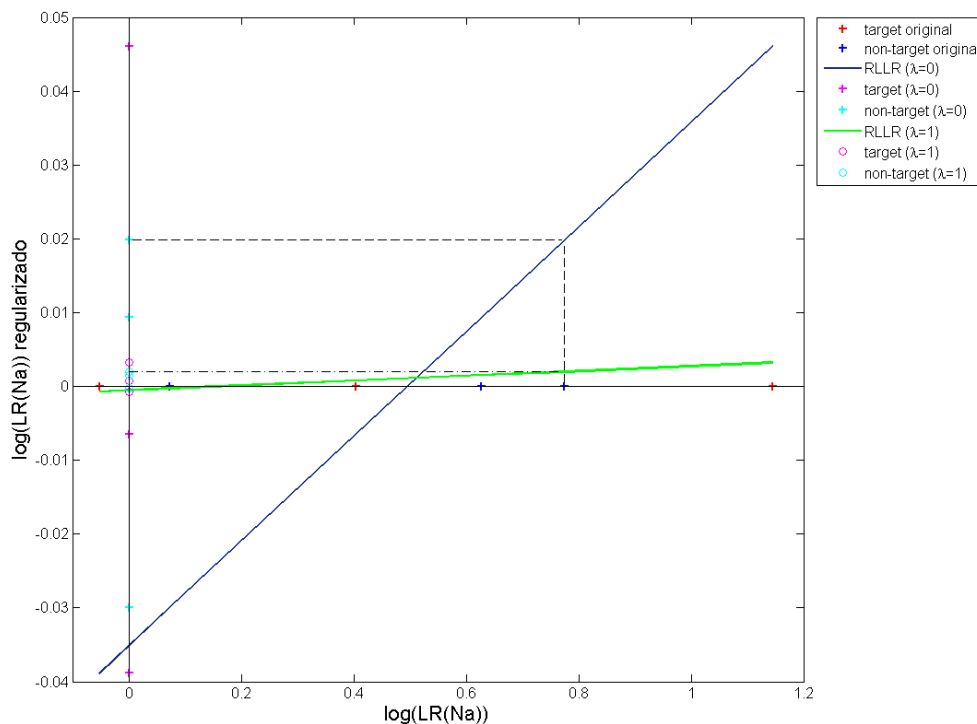


Figura 4.5: Efecto de la regularización sobre un conjunto de relaciones de verosimilitudes, para valores de λ 0 y 1.

En esta figura se observa que la disminución del valor absoluto de los LR recalibrados (aumento de λ) corresponde con un acercamiento al origen de coordenadas. Es lo que sucede cuando el LR *non-target* más alto del ejemplo queda recalibrado con un valor absoluto menor cuando se emplea un valor λ igual a 1 en vez de 0.

Para entender cómo funcionan los dos métodos de regresión logística lineal regularizada que se proponen (UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG), se explica brevemente la

obtención del valor LR entre una muestra *control* \bar{x}_i y una *recovered* \bar{y}_i , a partir de la ecuación (2.5):

$$LR_i = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} = \frac{f(E_i|H_p, I)}{f(E_i|H_d, I)} \quad (2.5)$$

$$LR^{muestra_i} = \frac{f(\bar{x}_i, \bar{y}_i | H_p)}{f(\bar{x}_i, \bar{y}_i | H_d)} = \frac{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_p)}{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_d)} \quad (4.15)$$

UVLR-RLLRS asume independencia entre los elementos que componen las muestras, por lo que la ecuación (4.17) quedaría de la siguiente forma (en escala logarítmica, se convierte en una suma):

$$LR^{muestra_i} = \frac{f(x_{i,Elem1}, y_{i,Elem1} | H_p)}{f(x_{i,Elem1}, y_{i,Elem1} | H_d)} \cdot \dots \cdot \frac{f(x_{i,Elem7}, y_{i,Elem7} | H_p)}{f(x_{i,Elem7}, y_{i,Elem7} | H_d)} = LR_{Elem1}^{muestra_i} \cdot \dots \cdot LR_{Elem7}^{muestra_i} \quad (4.16)$$

En cambio, UVLR-RLLRG calcula el LR_{total} con todos los elementos a la vez, tomando cada LR como si fuera un score en la ecuación (4.6) correspondiente con el modelo lineal:

$$LR^{muestra_i} = \frac{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_p)}{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_d)} \quad (4.17)$$

Tanto el LR de la ecuación (4.19) como cada uno de los LR individuales de la ecuación (4.18) se han obtenido usando RLLR sobre los LR de la base de datos que se emplea en el proyecto y utilizando la técnica *jackknife* (descritas ambas en el siguiente capítulo).

Se realiza el mismo procedimiento para el resto de muestras o fragmentos de la base de datos, tal y como se observa en el siguiente diagrama:

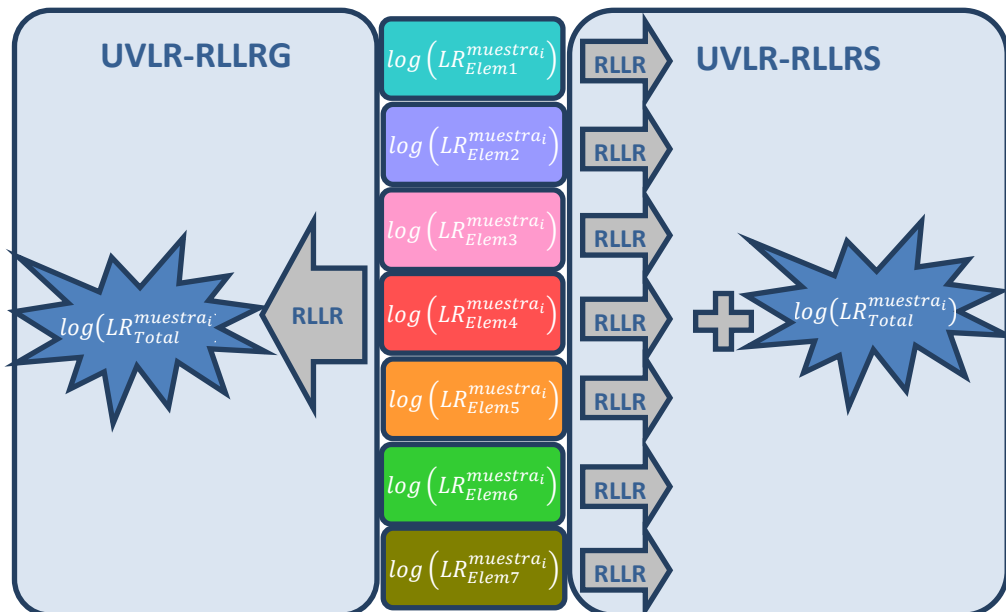


Figura 4.6: Diagrama de bloques de los dos métodos de regresión logística lineal regularizada: UVLR-RLLRS (derecha) y UVLR-RLLRG (izquierda).

4.2. MÉTODOS ROBUSTOS A LA APARICIÓN DE *OUTLIERS*

Tal y como se ha explicado en el capítulo 2, la escasez de datos en altas dimensiones tiene como una consecuencia que el modelo sea más sensible a valores atípicos comúnmente llamados *outliers*.

Según [34], un *outlier* es una observación que parece desviarse considerablemente del conjunto de muestras en el cual se produce. En nuestro caso, serán valores *outliers*: los LR *target/non-target* muy bajos o muy altos.

Estos valores pueden generar problemas en la evaluación de evidencias cuando apoyan fuertemente la hipótesis contraria a la que deberían apoyar, es decir, cuando aparece:

- un LR *target* con un valor muy bajo: apoya mucho la hipótesis de la defensa en vez del fiscal $\left(LR_i \downarrow\downarrow = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} \downarrow\downarrow \Rightarrow Pr(E_i|H_p, I) \ll Pr(E_i|H_d, I) \right)$.
- un LR *non-target* con un valor muy alto: apoya mucho la hipótesis del fiscal en vez de la defensa $\left(LR_i \uparrow\uparrow = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} \uparrow\uparrow \Rightarrow Pr(E_i|H_p, I) \gg Pr(E_i|H_d, I) \right)$.

En la base de datos de fragmentos de vidrio empleada en este proyecto (descrita en el apartado 5.1) se encuentran varios valores atípicos, debidos a medidas erróneas sobre los fragmentos u otras circunstancias ajenas a este trabajo. Es por ello que resulta interesante trabajar con ella para encontrar métodos robustos a la aparición de *outliers*.

Los métodos de regresión logística, vistos en el apartado anterior, no son capaces de reducir estos valores atípicos, tal y como se explicará a continuación. Es por ello que se propone el empleo del algoritmo PAV combinado con la Regla de Sucesión de Laplace [13].

4.2.1. *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace

El propósito de emplear la técnica PAV (*Pool Adjacent Violators*) combinada con la Regla de Sucesión de Laplace es hacer la estrategia de calibración más flexible mediante una transformación escalonada, en vez de con una transformación lineal tal y como hacía LLR. Además, se limita el valor máximo de los LR de salida, evitando valores de LR muy altos que, de apoyar a la hipótesis incorrecta, serían muy dañinos para el rendimiento del método de evaluación de evidencias.

Para entender el efecto de aplicar PAV con Regla de Sucesión de Laplace, vamos a centrarnos en un LR *outlier* de la base de datos de ventanas usada en el proyecto (descrita en el apartado 5.1):

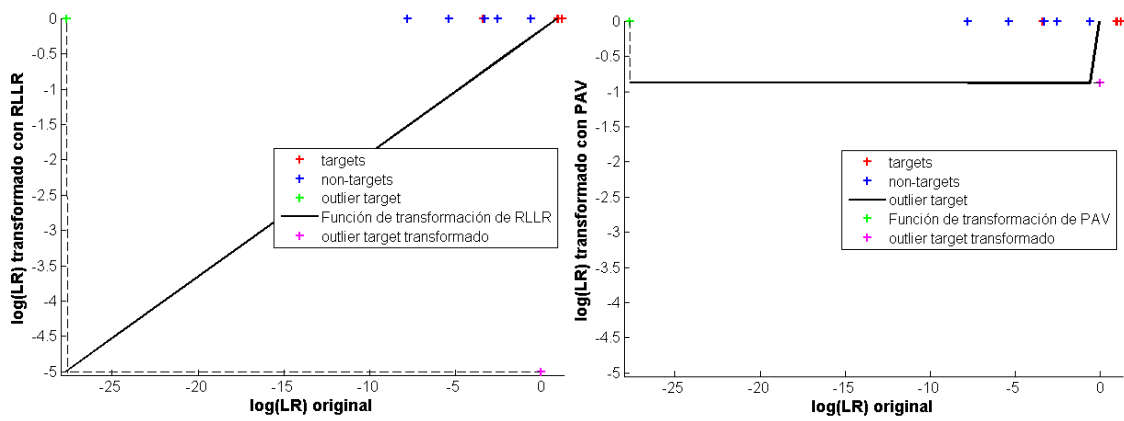


Figura 4.7: Transformaciones RLLR (izquierda) y PAV (derecha) del *target* correspondiente a la variable sodio de una muestra de la base de datos de ventanas.

En la figura anterior se presentan varios LR *target* y *non-target* correspondientes a las medidas de la variable sodio sobre varios fragmentos de vidrio de la base de datos de ventanas utilizada en el proyecto. Se observa también un LR *target* (cruz verde) que tiene un valor muy negativo, es por tanto un valor atípico u *outlier*. Este valor se transforma con RLLR en un valor mucho más bajo que con PAV (cruz magenta en la gráfica izquierda y derecha respectivamente).

El algoritmo PAV se utiliza para asignar un LR a cada uno de los *scores* o LR que componen un sistema, de forma que se optimice la calibración del mismo. Esta optimización se traduce en que la transformación resultante sea no decreciente, tal y como se explica detalladamente en [32]. En nuestro caso, lo que se asignan son valores LR optimizados a partir de unos LR de partida.

Veamos los pasos que sigue PAV con un ejemplo (siguiendo [13] y [35]):

Orden	LR inicial	Tipo LR	Probabilidades a posteriori			
			Inicial	Paso 1	Paso 2	Paso 3
0	0.27	target	1	1/2	1/2	1/2
1	0.3	n-target	0	1/2	1/2	1/2
2	0.35	target	1	1	2/3	2/3
3	0.4	target	1	1	2/3	2/3
4	0.45	n-target	0	0	2/3	2/3
5	0.5	target	1	1	1	3/4
6	0.55	target	1	1	1	3/4
7	0.6	target	1	1	1	3/4
8	0.7	n-target	0	0	0	3/4
9	0.8	target	1	1	1	1
10	0.9	target	1	1	1	1

Tabla 4.2: Ejemplo de aplicación del algoritmo PAV con 11 valores LR (8 *target* y 3 *non-target*).

1. Calcula probabilidades a posteriori a partir de LR y una probabilidad a priori arbitraria, por ejemplo, si se emplea la probabilidad a priori $\Pr(H_p|I) = 0.5$:

$$\log\left(\frac{\Pr(H_p|E,I)}{\Pr(H_d|E,I)}\right) = \log(LR) + \log\left(\frac{\Pr(H_p|I)}{1-\Pr(H_p|I)}\right) \quad (4.18)$$

2. Ordena dichas probabilidades a posteriori de forma ascendente. En el ejemplo, de 0.27 a 0.9.
3. Asigna unas probabilidades a posteriori ideales, según lo estudiado anteriormente:
 - $\Pr(H_p|E, I) = 1$ para los LR *target*.
 - $\Pr(H_p|E, I) = 0$ para los LR *non-target*.
4. Junta iterativamente LR adyacentes en función de las probabilidades asociadas. Si las probabilidades de estos LR adyacentes decrecen en vez de crecer, es decir que violan la monotonicidad, las reemplaza por su media. Realiza esta operación de agrupamiento y reemplazamiento hasta que toda la secuencia de LR sea monótona creciente.

En el ejemplo, primero se agrupan los LR 0 y 1, y como sus relaciones de probabilidad disminuyen, ambas se reemplazan por la media: $1/2$. En el paso 2, sucede lo mismo para las secuencia de LR 2 a 4, por lo que se sustituyen por su media $(1 + 1 + 0)/3 = 2/3$. En el último paso, el grupo formado por los LR 5 a 8 se sustituye por su media $(1 + 1 + 1 + 0)/4 = 3/4$. Finalmente se ha conseguido que la secuencia completa sea creciente $(1/2, 2/3, 3/4, 1)$.
5. Se calculan los valores $\log(LR)$ finales con las probabilidades a priori antes fijadas ($\Pr(H_p|I)$ y $\Pr(H_d|I)$):

$$\log(LR) = \log\left(\frac{\Pr(H_p|E,I)}{\Pr(H_d|E,I)}\right) - \log\left(\frac{\Pr(H_p|I)}{\Pr(H_d|I)}\right) \quad (4.19)$$
6. Se deshace el paso 2 para que los valores $\log(LR)$ calculados en el paso 5 correspondan a los LR originales.

El algoritmo PAV usado en el proyecto no es el originalmente propuesto para el cálculo óptimo de una transformación de calibración, ya que si se da el caso de tener que calibrar un LR *outlier* que no está contenido en los datos de entrenamiento de PAV, éste se transformaría en un log-LR infinito, lo cual puede dar problemas. Veamos un ejemplo gráfico:

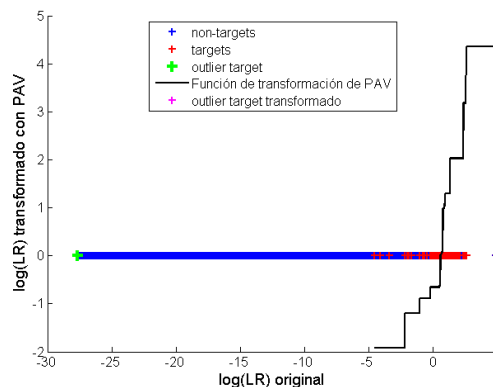


Figura 4.8: Transformación con PAV del *target* correspondiente a la variable sodio de la muestra 8 en la base de datos de vidrios de ventanas.

En la figura anterior se puede ver la transformación de un LR *target* con PAV cuando este método se ha entrenado con el resto de LR que componen la base de datos analizada (de nuevo la descrita en el apartado 5.1). Como este LR no se encontraba en el conjunto de entrenamiento y se trata de un *target* muy negativo (un *outlier* que apoya mucho la hipótesis incorrecta), PAV lo transforma o mapea en un valor infinito (en Matlab aparece como NaN, *not-a-number*, por lo cual no se refleja en la gráfica).

Para solucionar esto, se usa un procedimiento basado en la Regla de Sucesión de Laplace [36] que contempla el caso de encontrar un *score target* muy bajo y un *score non-target* muy alto. Esto se hace insertando un *target* en $-\infty$ y un *non-target* en $+\infty$ antes de aplicar PAV. En el caso representado en la figura 4.8 se ha visto un ejemplo de *score target* muy bajo.

Tras añadir la Regla de Sucesión de Laplace al algoritmo PAV, el mismo *target* de la Figura 4.8 se transforma en un valor cercano a -4. Lo cual se puede observar en la figura siguiente:

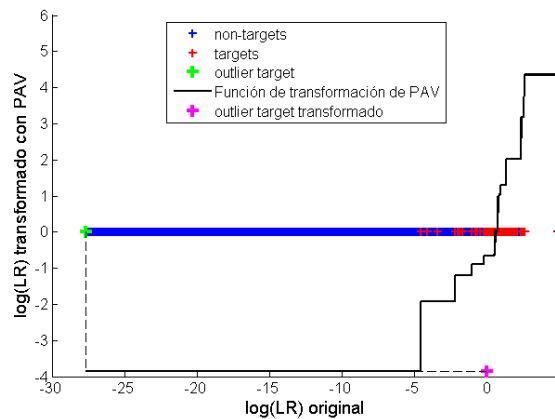


Figura 4.9: Transformación con PAV con Regla de Sucesión de Laplace del *target* correspondiente a la variable sodio de la muestra 8 en la base de datos de vidrios de ventanas.

La Regla de Sucesión de Laplace aplicada a PAV se traduce en la inserción de una probabilidad a posteriori de 1 y otra de 0 (en ese orden) al principio y también al final de la secuencia completa. De esta forma, se está añadiendo al conjunto de entrenamiento un *score non-target* muy alto ($Pr(H_p|E, I) = 1$) y un *score target* muy bajo ($Pr(H_p|E, I) = 0$). En nuestro ejemplo, el añadir un *target* muy bajo hace que el *outlier* de la figura 4.9 se mapee en un LR que no transforma en infinito, como sucede en la figura 4.8.

Este procedimiento tiene un mínimo efecto en las probabilidades a posteriori ($Pr(H_p|E, I)$ y $Pr(H_d|E, I)$) y en los $\log(LR)$ empleados en el algoritmo PAV, en zonas de los LR a calibrar donde se dispone de datos de entrenamiento para PAV suficientes, y a la vez consigue mantener los valores $\log(LR)$ resultantes en un intervalo finito.

Para profundizar más sobre este algoritmo referirse a [35] o [32].

En este trabajo se utiliza esta técnica de tres formas:

- MVLR-PAV (*Multivariate Likelihood Ratio and Pool Adjacent Violators*): Se aplica PAV con Regla de Sucesión de Laplace a los log-LR resultado de utilizar MVLR-full.
- UVLR-PAVS (*Univariate Likelihood Ratio and Pool Adjacent Violators Sum*): Se aplica el algoritmo PAV con Regla de Sucesión de Laplace a los log-LR individuales de concentraciones químicas por separado (MVLR sobre una variable) y después se suman.
- UVLR-PAVM (*Univariate Likelihood Ratio and Pool Adjacent Violators Mean*): Igual que el anterior pero con la media de los log-LR calibrados.

5

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

5.1. BASES DE DATOS

En este proyecto se han empleado dos bases de datos de perfiles químicos de vidrios procedentes del Instituto de Investigación Forense de Cracovia, Polonia (*Instytut Ekspertyz Sądowych*, IES) [8].

Estas bases de datos resultan útiles para el objetivo del proyecto porque la composición elemental de los vidrios que se analizan es difícil de obtener y, por tanto se trata de bases de datos pequeñas y con algunos errores en las medidas que producen valores atípicos. La causa de esta complejidad se describía en los apartados 2.4 y 2.5.

El análisis químico de los fragmentos se obtuvo por el IES con la técnica SEM-EDX, explicada en el apartado 2.5, para dos tipos de vidrios de procedencia polaca: 156 fragmentos de ventanas (78 de edificios y 86 de coches) y 56 de envases. Estos dos tipos de vidrios son los que conforman las dos bases de datos con las que se van a realizar los experimentos.

Para cada fragmento, en las dos bases de datos, se obtuvieron 4 medidas de siete variables que muestran la concentración de un elemento (sodio, Na; magnesio, Mg; aluminio, Al; silicio, Si; potasio, K; calcio, Ca; o hierro, Fe) sobre la del elemento oxígeno (O). A partir de ahora denominaremos estas variables con el acrónimo del primer elemento. Por ejemplo, la variable de la concentración de sodio sobre oxígeno será la variable "Na", y su valor LR asociado será "LR(Na)" o "LR_{Na}".

Aunque nunca se va a encontrar una concentración de oxígeno nula en un vidrio, sí puede suceder que la concentración del otro elemento que compone la variable lo sea. Por ejemplo, que no se encuentren partículas de hierro en el fragmento. En este caso, se cambia el LR, asociado a la variable inexistente en el fragmento, a un valor pequeño (10^{-12}) para que no haya problemas en la evaluación.

Finalmente, los valores cedidos por el IES, que se utilizan en los experimentos de este trabajo, son LR obtenidos de tres formas diferentes:

- UVLR sobre cada una de las 7 variables de forma individual (sodio, magnesio, aluminio, silicio, potasio, calcio e hierro). Estos valores LR se emplean en los experimentos con modelos de generación de datos (MVG, MVK, GMM), con regresión logística lineal regularizada en una dimensión (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG), y con *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace en una dimensión (UVLR-PAVS, UVLR-PAVG).
- MVLR-full, es decir, MVLR sobre todas las variables de forma grupal. Estos valores LR se emplean en los experimentos con *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace en múltiples dimensiones (MVLR-PAV).
- GMF sobre todas las variables. A partir de los valores LR obtenidos mediante UVLR o MVLR, sobre una o dos componentes químicas respectivamente, se calcula el siguiente LR total del conjunto mediante factorización:

$$LR_{total} = \frac{LR(Na, Si)LR(K, Na)LR(Al, Fe)LR(Al, K)LR(Ca, Na)LR(Ca, Mg)}{LR(Na)^2LR(K)LR(Al)LR(Ca)}$$

La Figura 5.1 es un resumen de los diferentes métodos que utilizan los valores LR obtenidos con UVLR, MVLR o una combinación de ambos:

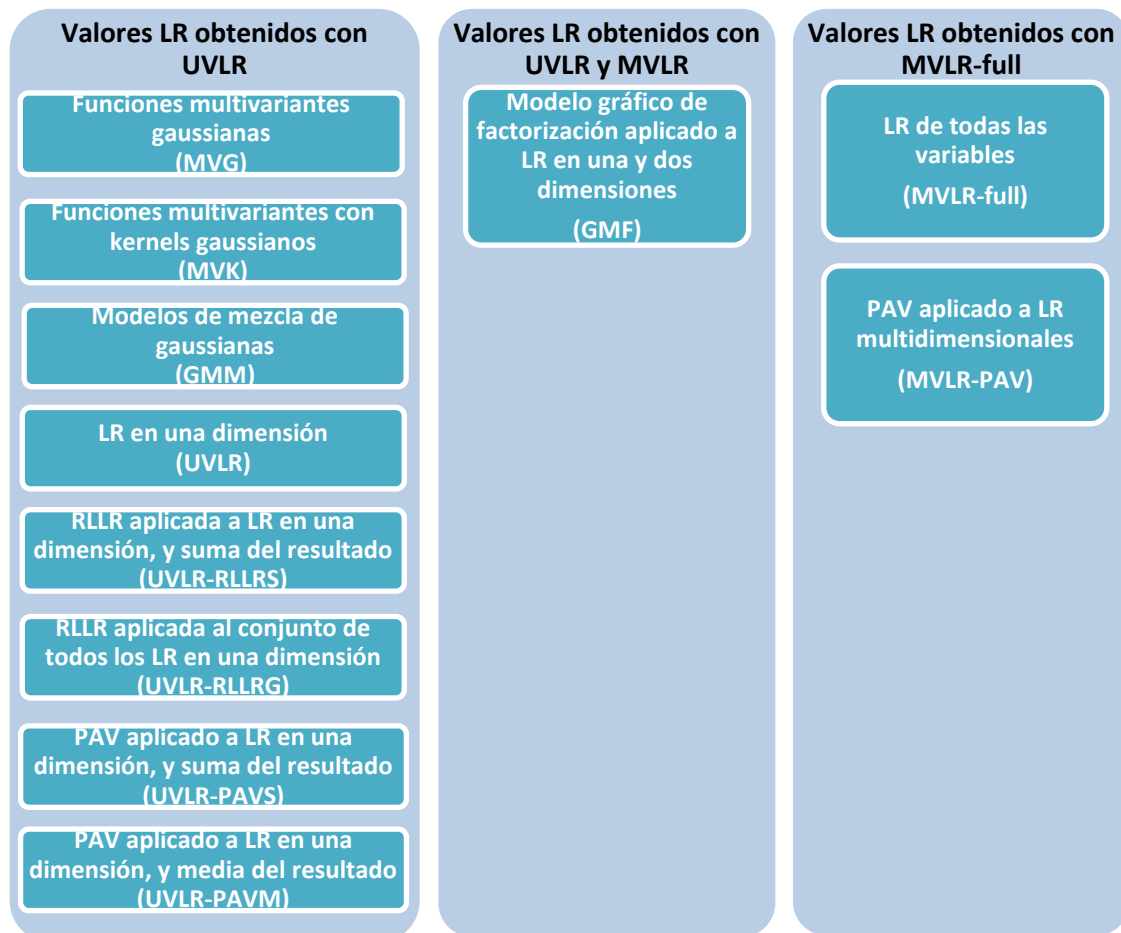


Figura 5.1: Diagrama de métodos propuestos para evaluación de la evidencia a partir de diferentes valores de relaciones de verosimilitud (LR).

Se han realizado experimentos con los diferentes métodos propuestos en la figura anterior. Algunos de los resultados obtenidos con cada uno de estos métodos se comparan en este capítulo frente a los obtenidos con MVLR-full, el cual denominaremos sistema *baseline*. Un sistema *baseline* es un sistema del que se parte y a partir del cual se pretenden ofrecer mejoras. En este caso las mejoras son que los LR sean discriminantes y estén bien calibrados cuando existe una falta de datos y aparecen valores atípicos en las bases de datos.

Antes de realizar los experimentos, se ha procedido a observar la distribución de los *scores* LR obtenidos con UVLR y MVLR-full, es decir, con relaciones de verosimilitudes univariantes o multivariantes sobre las componentes químicas respectivamente.

Primero estudiamos la distribución de los valores LR obtenidos con UVLR sobre la base de datos de ventanas y la de envases. Por ejemplo, para la variable sodio tenemos la distribución:

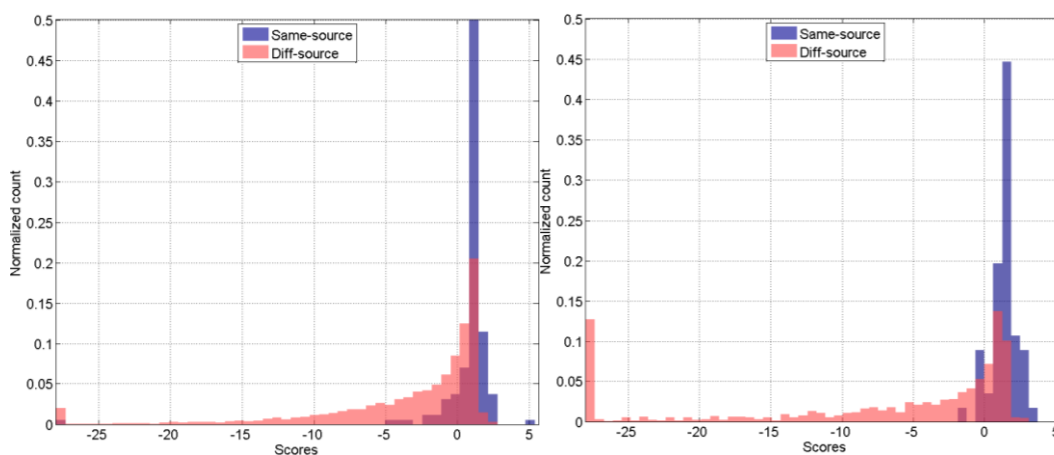


Figura 5.2: Histogramas de la distribución de LR_{Na} (*same-source* y *diferent-source*) en las muestras de la base de datos obtenida con UVLR en fragmentos de ventanas (izquierda) y en fragmentos de envases (derecha).

En la Figura 5.2 se pueden ver algunos valores atípicos (u *outliers*) que pueden empeorar la evaluación de evidencias: LR *non-target* altos (*diff-source* en figuras), y LR *target* bajos (*same-source* en figuras). Estos últimos son menores en número que los primeros.

Recordemos que un *target* debe apoyar la hipótesis del fiscal, correspondiente a un valor LR alto, pero algunos valores que aparecen en la base de datos están dando mucho peso a que se cumpla la hipótesis contraria:

$$LR_i \uparrow \uparrow = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} \uparrow \uparrow \Rightarrow Pr(E_i|H_p, I) \gg Pr(E_i|H_d, I)$$

En la base de datos de envases (Figura 5.2 derecha) aparecen menos valores atípicos.

Por otro lado, para MVLR-full los *outliers* no son tan fuertes como antes y su número decrece bastante. Sobre todo hay menos *non-target outliers*, y menos *outliers* en general, en la base de datos de envases:

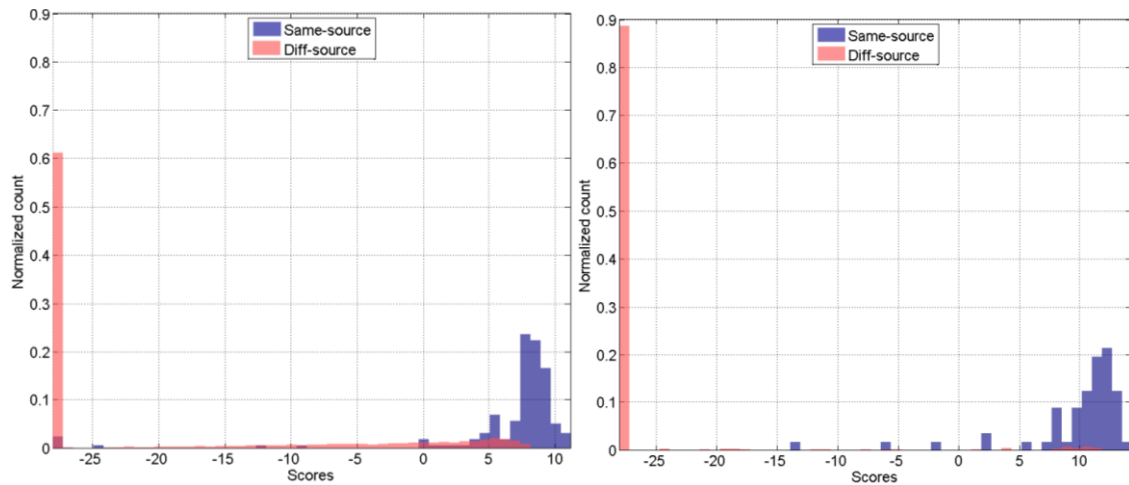


Figura 5.3: Histogramas de la distribución de LR_{total} (*same-source* y *diferent-source*) de las muestras de la base de datos obtenida con MVLR-full en fragmentos de ventanas (izquierda) y en fragmentos de envases (derecha).

5.2. VALIDACIÓN CRUZADA

Los métodos de regresión logística lineal regularizada y de PAV con Regla de Sucesión de Laplace (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV) emplean la técnica de validación cruzada o *jackknife* sobre las bases de datos.

Esta técnica es de gran utilidad, tal y como su nombre refleja (“navaja multiusos”). En este caso, realiza el entrenamiento con la misma base de datos que la fusión pero sin contener, en cada paso, los objetos presentes en el enfrentamiento. De esta forma se obtienen resultados honestos y más realistas, ya que los datos empleados para entrenar los modelos no son los mismos que los datos de prueba [1].

En los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM se parte de los valores LR obtenidos mediante UVLR sobre cada una de las 7 variables de forma individual. Mientras que en el método MVLR-PAV se parte de los LR obtenidos con MVLR-full, es decir, MVLR sobre todas las variables de forma grupal. En todos los casos, los valores LR son de la base de datos de ventanas y de la de envases, descritas en el apartado anterior.

Veamos como se aplica *jackknife* en los cinco métodos.

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

En el caso de UVLR-RLLRS se obtiene un LR para cada concentración química y muestra, de la forma que se acaba de explicar, y después se suman todos estos valores resultando el vector fusión final:

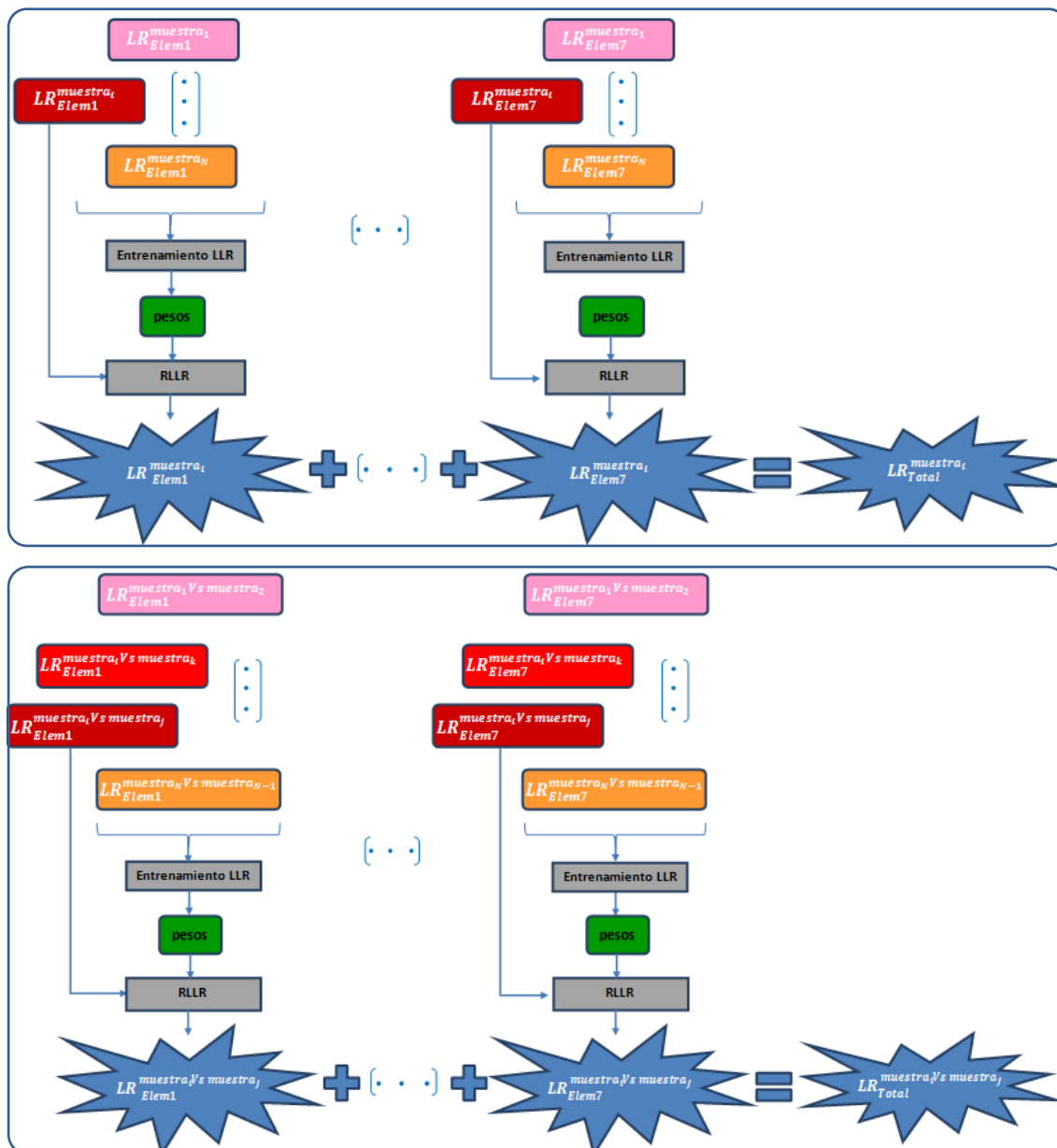


Figura 5.4: Diagrama de aplicación de *jackknife* sobre comparaciones *target* (superior) y *non-target* (inferior) con el método UVLR-RLLRS.

En la figura anterior, se puede observar la aplicación de *jackknife* a un LR *target* ($LR_{Total}^{muestra_i}$, superior) y a un LR *non-target* ($LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$, inferior) obtenidos con UVLR-RLLRS. Se realiza en tres pasos:

1. Entrenando LLR, para cada variable de un elemento, con todos los LR menos los que contienen a la $muestra_i$ (en *targets*) y también a la $muestra_j$ (en *non-targets*), que son las muestras a comparar.
2. Se aplican los pesos obtenidos al $LR_{Elemk}^{muestra_i}$ (en *targets*) o $LR_{Elemk}^{muestra_i Vs muestra_j}$ (en *non-targets*).

- Se suman los vectores de cada muestra, que están compuestos por siete valores LR, resultando un vector $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1}, \dots, LR_{Total}^{muestra_N}\}$ (para *targets*) o $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1 Vs muestra_2}, \dots, LR_{Total}^{muestra_{N-1} Vs muestra_N}\}$ para (*non-targets*). En las figuras sólo se muestra la obtención de $LR_{Total}^{muestra_i}$ y $LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$.

En cambio, para el caso UVLR-RLLRG se calcula un único vector de LR para todas las concentraciones:

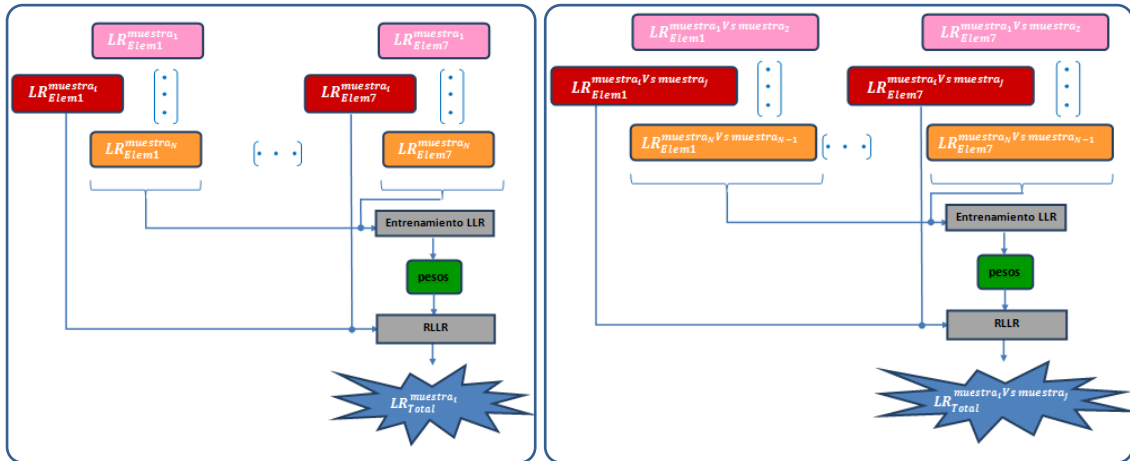


Figura 5.5: Diagrama de aplicación de *jackknife* sobre comparaciones *target* (izquierda) y *non-target* (derecha) con el método UVLR-RLLRG.

En la figura anterior, se puede observar la aplicación de *jackknife* a un LR *target* ($LR_{Total}^{muestra_i}$, izquierda) y a un LR *non-target* ($LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$, derecha) obtenidos con UVLR-RLLRG. Se realiza en dos pasos:

- Entrenando LLR, para todas las variables de los elementos a la vez, con todos los LR menos los que contienen a la *muestra_i* (en *targets*) y también a la *muestra_j* (en *non-targets*).
- Se aplican los pesos obtenidos a los $LR_{Elemk}^{muestra_i}$ (en *targets*) o $LR_{Elemk}^{muestra_i Vs muestra_j}$ (en *non-targets*) para todas las variables de los elementos a la vez, resultando un vector $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1}, \dots, LR_{Total}^{muestra_N}\}$ (para *targets*) o $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1 Vs muestra_2}, \dots, LR_{Total}^{muestra_{N-1} Vs muestra_N}\}$ (para *non-targets*). En las figuras sólo se muestra la obtención de $LR_{Total}^{muestra_i}$ y $LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$.

Por otro lado, los métodos UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV también utilizan *jackknife*. En este caso transformando un LR en cada iteración mediante la función de transformación que se obtiene entrenando PAV con el resto de los LR.

La diferencia con las figuras anteriores es la sustitución del entrenamiento de LLR por el de PAV, los pesos de LLR por la función de transformación, y la aplicación de RLLR por la de PAV.

Veamos los diagramas para UVLR-PAVS:

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

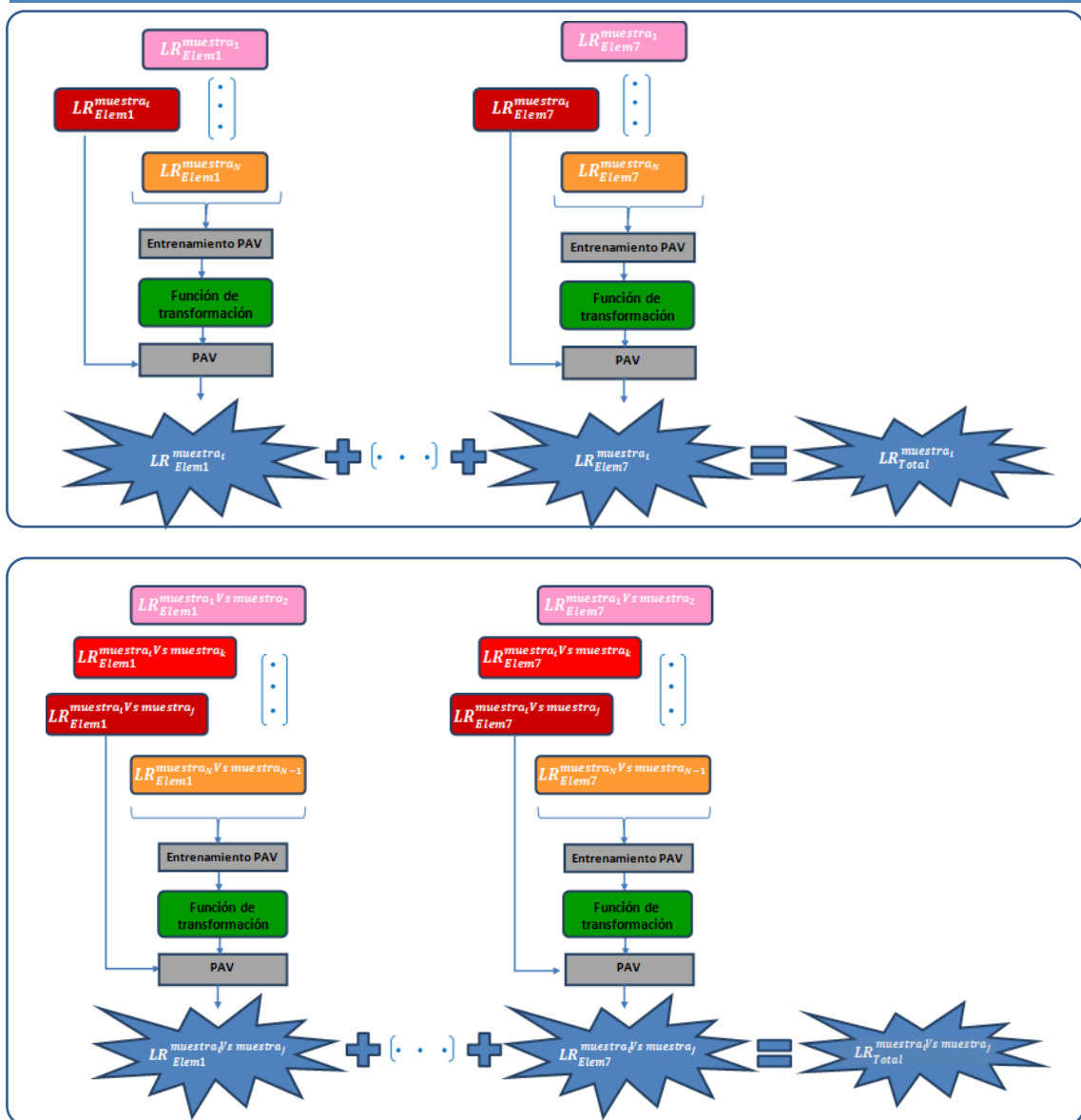


Figura 5.6: Diagrama de aplicación de *jackknife* sobre comparaciones *target* (izquierda) y *non-target* (derecha) con el método UVLR-PAVS.

En la figura anterior, se puede observar la aplicación de *jackknife* a un LR *target* ($LR_{Total}^{muestra_i}$, superior) y a un LR *non-target* ($LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$, inferior) obtenidos con UVLR-PAVS. Se realiza en tres pasos:

1. Entrenando PAV, para cada variable de un elemento, con todos los LR menos los que contienen a la $muestra_i$ (en *targets*) y también a la $muestra_j$ (en *non-targets*).
2. Se aplica la transformación obtenida al $LR_{Elemk}^{muestra_i}$ (en *targets*) o $LR_{Elemk}^{muestra_i Vs muestra_j}$ (en *non-targets*).
3. Se suman los vectores de cada muestra, que están compuestos por siete valores LR, resultando un vector $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1}, \dots, LR_{Total}^{muestra_N}\}$ (en *targets*) o $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1 Vs muestra_2}, \dots, LR_{Total}^{muestra_{N-1} Vs muestra_N}\}$ (en *non-targets*). En las figuras sólo se muestra la obtención de $LR_{Total}^{muestra_i}$ y $LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$.

Los diagramas correspondientes con UVLR-PAVM serían similares a los que se ven en la figura 5.6, pero en vez de realizar la suma de los vectores de muestras, se realiza una media de los mismos.

En cuanto a MVLR-PAV, al tener sólo un LR por cada muestra, el diagrama del uso de *jackknife* es más sencillo que los que emplean los métodos anteriores:

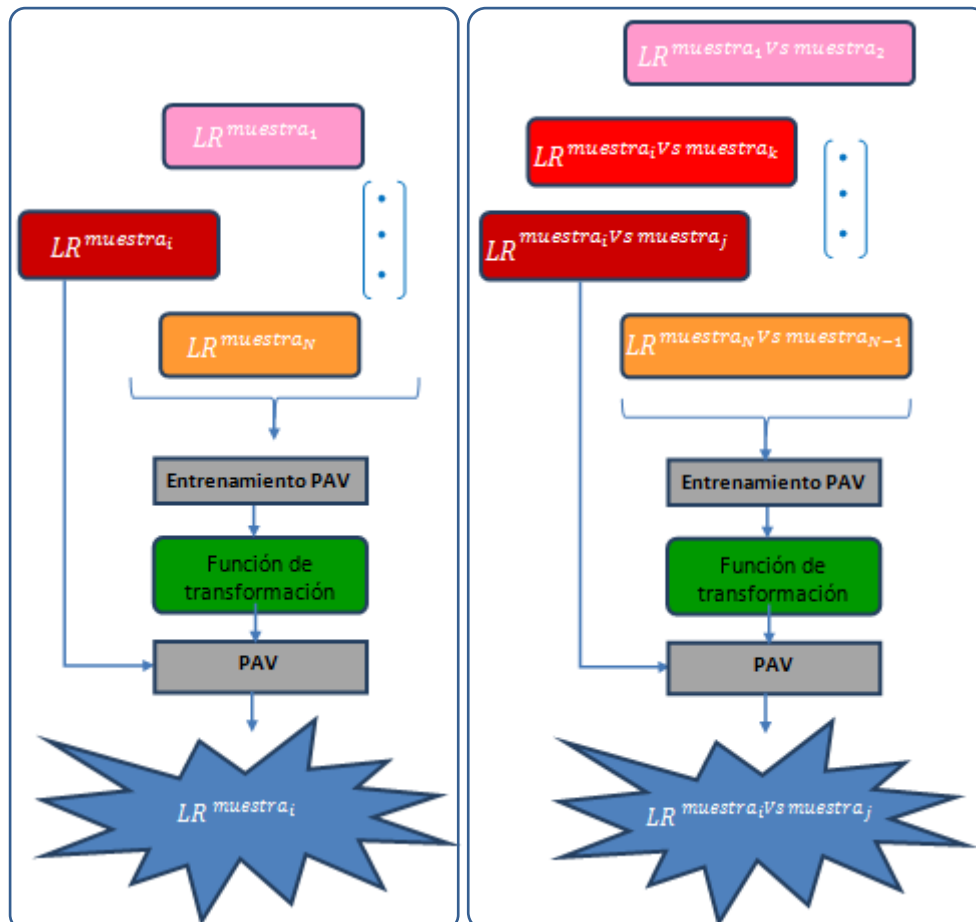


Figura 5.7: Diagrama de aplicación de *jackknife* sobre comparaciones *target* (izquierda) y *non-target* (derecha) con el método MVLR-PAV.

En la figura anterior, se puede observar la aplicación de *jackknife* a los LR *target* ($LR_{Total}^{muestra_i}$, izquierda) y a un LR *non-target* ($LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$, derecha) obtenidos con MVLR-PAV. Se realiza en dos pasos:

1. Entrenando PAV con todos los LR menos los que contienen a la *muestra_i* (en *targets*) y también a la *muestra_j* (en *non-targets*).
2. Se aplica la función de transferencia obtenida a los $LR^{muestra_i}$ (en *targets*) o $LR^{muestra_i Vs muestra_j}$ (en *non-targets*), resultando de esta forma un vector $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1}, \dots, LR_{Total}^{muestra_N}\}$ (en el caso de los *targets*) o $\overline{LR}_{Total} = \{LR_{Total}^{muestra_1 Vs muestra_2}, \dots, LR_{Total}^{muestra_{N-1} Vs muestra_N}\}$ (en el caso de los *non-targets*). En las figuras sólo se muestra la obtención de $LR_{Total}^{muestra_i}$ y $LR_{Total}^{muestra_i Vs muestra_j}$.

5.3. EXPERIMENTOS CON MÉTODOS ROBUSTOS A LA FALTA DE DATOS

5.3.1. Modelos de generación de datos

Los modelos de generación de datos, descritos en el apartado 4.1.1, trataban de aumentar el tamaño de la base de datos de LR requerida por la evaluación de evidencias para posteriormente entrenar un modelo de LLR que combine dichos LR individuales.

Esto se hace calculando una función de densidad de probabilidad (FDP) a partir de los LR obtenidos mediante UVLR, y generando después más datos que se ajusten a las distribuciones calculadas.

Recordamos que las distribuciones empleadas y descritas en el apartado 4.1.1 son las funciones multivariantes gaussianas, de forma:

$$\mathcal{N}(x|\mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu)^T \Sigma^{-1}(x - \mu)\right\} \quad (4.7)$$

Las funciones multivariantes de kernels gaussianos:

$$f(x|h) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (4.8)$$

y los modelos de mezclas de gaussianas):

$$f(x|w) = \sum_{i=1}^N w_i g(x|\mu_i, \Sigma_i) \quad (4.12)$$

Con cada uno de los modelos, se generaron funciones de densidad de probabilidad (FDP) con diferentes combinaciones de dos variables, por un lado para *scores target* y por otro para *non-target*. Por ejemplo, se presentan ejemplos con la FDP calculada con los *scores target* de las variables sodio y calcio.

Veamos a continuación algunos de los experimentos realizados con cada uno de los tres modelos:

FUNCIONES MULTIVARIANTES GAUSSIANAS (MVG)

Las funciones de densidad de probabilidad MVG obtenidas para este modelado son similares a la siguiente figura:

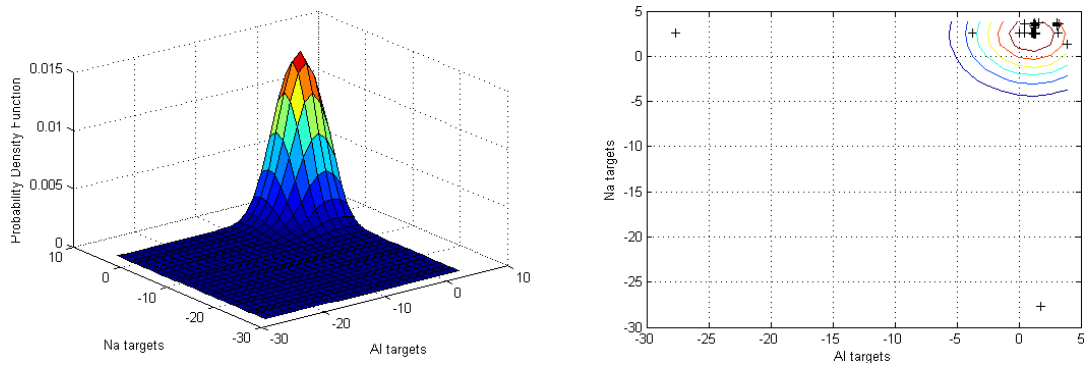


Figura 5.8: Función de densidad de probabilidad multivariante gaussiana (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los *scores target* de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.

En la Figura 5.8 izquierda se representa la FDP de MVG que se ha calculado a partir de la media y la varianza de los LR *target* de las variables sodio y aluminio en la base de datos de ventanas. Mientras que en la figura de la derecha se muestran estos LR (cruces negras) y el contorno de la FDP de la izquierda.

Mediante estas FDP, se generaron valores LR *target* y *non-target* para diferentes combinaciones de dos variables, correspondientes a las siete componentes químicas. Por ejemplo, para las variables sodio y aluminio se obtuvo la siguiente distribución de puntos:

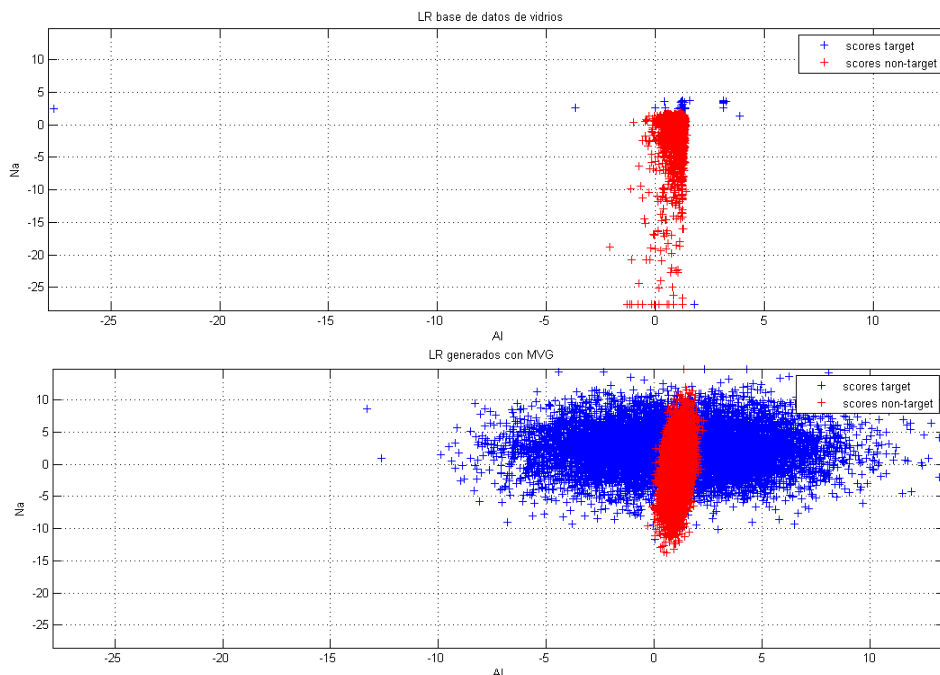


Figura 5.9: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVG (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).

En la Figura 5.9 se puede observar que los nuevos puntos (inferior) no se están ajustando a los LR originales (superior). Esto sucede porque en el entrenamiento del modelado gaussiano aparecen valores atípicos que desplazan la gaussiana de los datos que son más comunes.

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

De esta forma no se está modelando bien la distribución de LR original, por lo que se prescinde del modelado gaussiano antes de empezar la regresión logística lineal con los datos que se generan a partir de éste.

FUNCIONES MULTIVARIANTES DE KERNELS GAUSSIANOS (MVK)

En este caso, primero se calcularon varias FDP del modelado MVK con la matriz de covarianzas calculada con el factor de *smoothing*, obtenido con todos los LR mediante la función de Matlab *ksdensity*, multiplicado por la matriz identidad:

$$\Sigma = h I = h \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Las FDP obtenidas son similares a la siguiente figura:

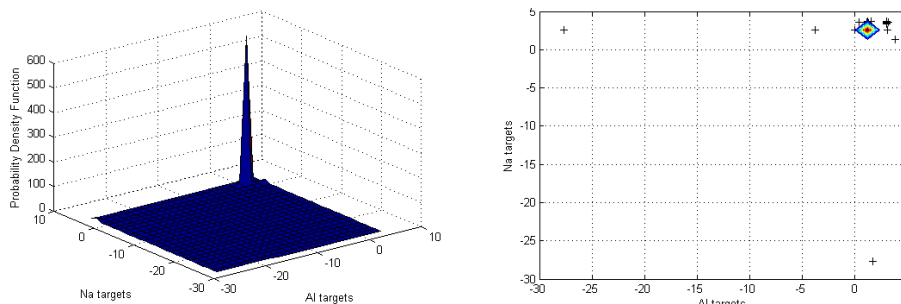


Figura 5.10: Función de densidad de probabilidad multivariante de kernels gaussianos (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los *scores target* de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.

Con estas FDP se generaron valores LR usando kernels gaussianos aleatoriamente. Es decir, cada nuevo LR se genera con la media y la covarianza de la gaussiana de un kernel aleatorio dentro de todos los que se han obtenido con MVK.

Por ejemplo, la distribución de los puntos generados para las variables sodio y aluminio, con la FDP de la Figura 5.10, es:

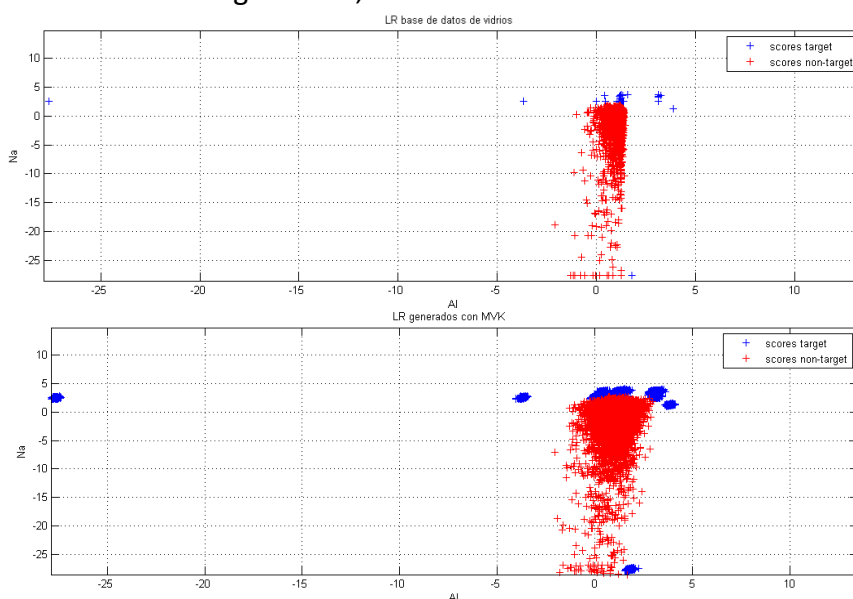


Figura 5.11: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVK (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).

Debido a que la varianza de los *target* es mucho menor que la de los *non-target*, los LR generados están demasiado dispersos, tal y como se ve en la

Figura 5.11.

Por ello, en vez de usar la matriz de covarianzas anterior se emplea la covarianza obtenida con el vector x_i de valores LR (de la ecuación 4.8) multiplicada por el factor de *smoothing* propuesto en [9]:

$$h = \left(\frac{4}{2p+1}\right)^{1/(p+4)} m^{-1/(p+4)} \quad (4.10)$$

donde m es el numero de muestras (81 para *targets* y 3321 para *non-targets*) y p es la dimensión de las mismas (7). Con este factor h , la matriz de covarianza utilizada es:

$$\Sigma = cov(x)h = cov(x) \left(\frac{4}{2p+1}\right)^{1/(p+4)} m^{-1/(p+4)} \quad (4.11)$$

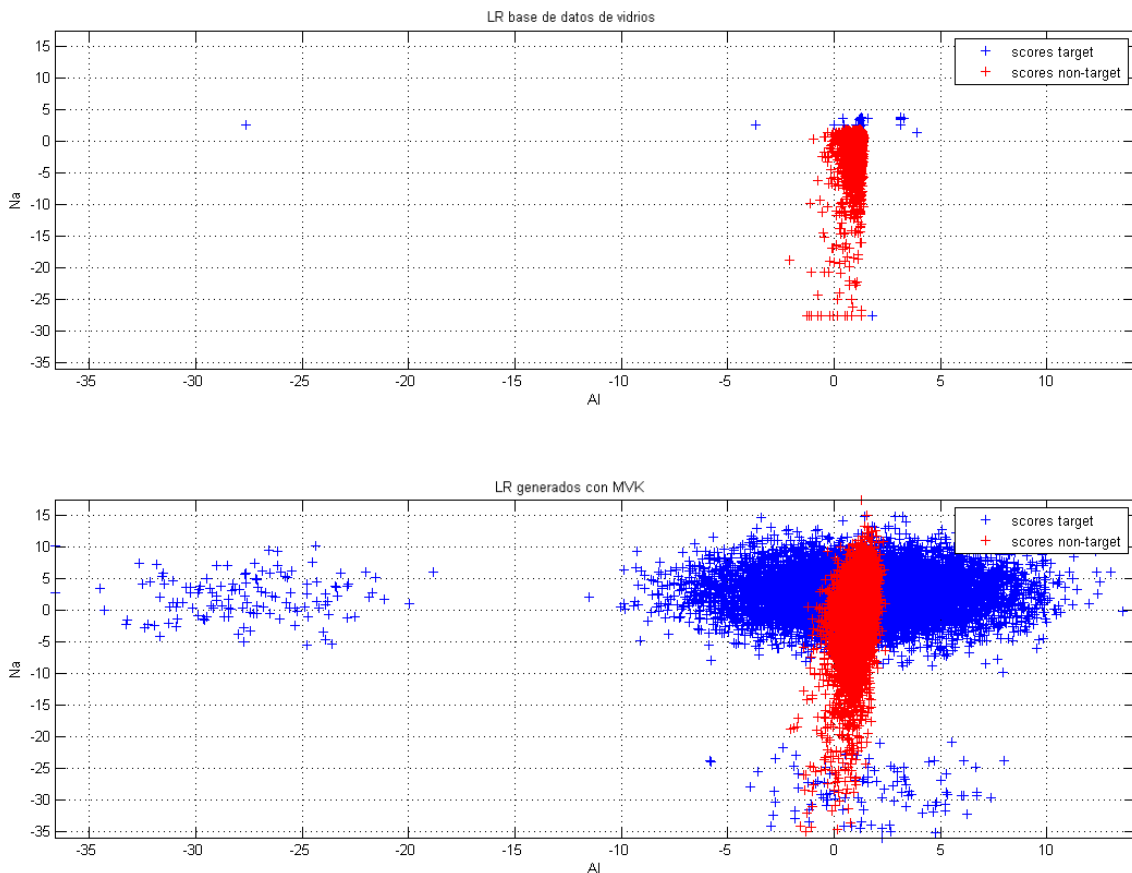


Figura 5.12: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con MVK con covarianza de [9] (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).

Tras este cambio, se sigue observando que este método no consigue modelar los datos experimentales correctamente. De nuevo, debido a los valores atípicos que aparecen en el entrenamiento del modelo.

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Por ello, también se prescinde del modelado MVK antes de empezar la regresión logística lineal.

MODELOS DE MEZCLA DE GAUSSIANAS (GMM)

Por último, se calcularon GMM con diferentes números de mezclas (2, 4, 8, 16 y 32) a partir de los LR de la base de datos, para observar cómo afecta la complejidad al modelado. Se obtuvieron funciones similares a la siguiente figura:

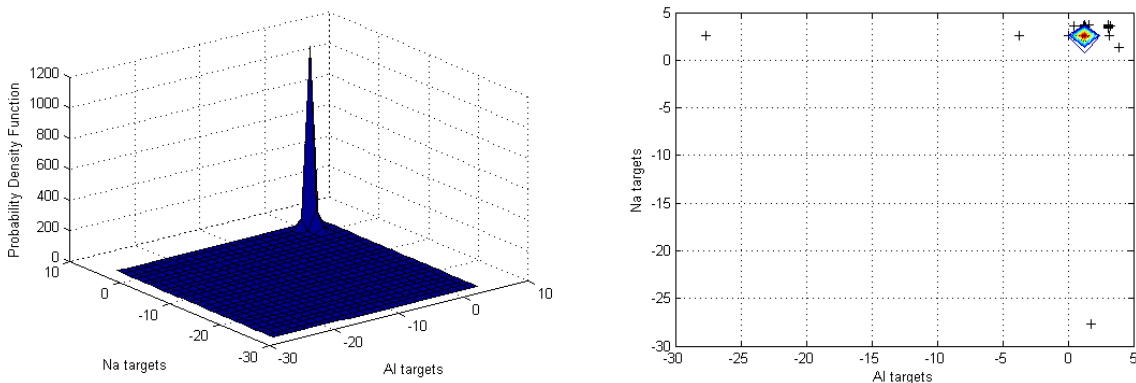


Figura 5.13: Función de densidad de probabilidad multivariante de mezcla de 32 gaussianas (izquierda) y contorno de la misma (derecha), calculada con los *scores target* de las variables sodio (Na) y aluminio (Al) de la base de datos de ventanas.

De nuevo, debido a la falta de datos y a los valores atípicos del entrenamiento, el modelado con GMM no es válido al no ajustarse bien a los mismos:

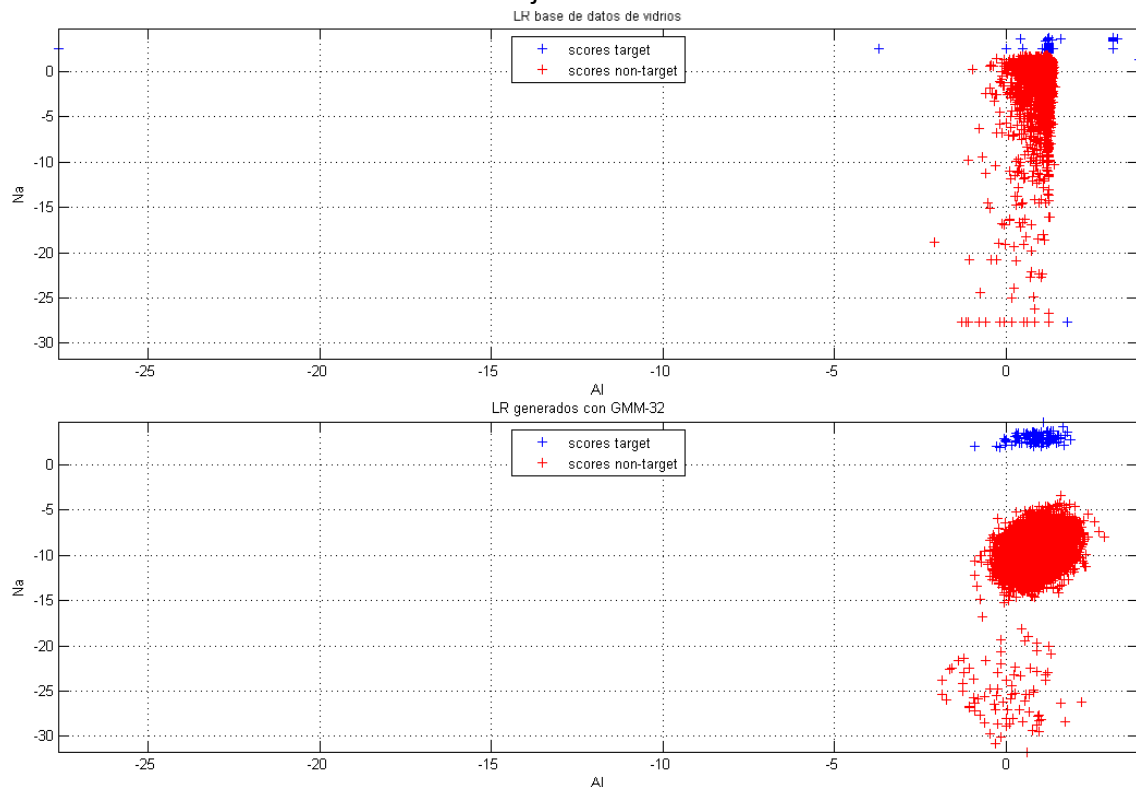


Figura 5.14: Distribución de los LR de la base de datos de vidrios (superior) y los generados con GMM de 32 gaussianas (inferior), para los scores de las variables sodio (Na) y aluminio (Al).

Como hemos ido viendo, estos modelados no resultan los apropiados, ya que se ajustan a los datos dejando de ser lo bastante representativos. Los resultados de la evaluación no empeorarían empleando estos métodos, pero tampoco mejorarían. Por esta razón, se pasa a probar soluciones discriminativas como la regresión logística lineal regularizada.

5.3.2. Regresión logística lineal regularizada

En el apartado 4.1.2 justificábamos el uso de la regularización en LLR porque, tanto en la base de datos de vidrios de ventanas como en la de envases, los *scores target* están muy separados de los *non-target* en el entrenamiento de LLR.

El primer método cuyos resultados vamos a estudiar es UVLR-RLLRS. Éste obtiene los LR de cada uno de los fragmentos o muestras a partir del producto de los LR (en log-LR es suma) de cada uno de los elementos químicos que las componen:

$$LR^{muestra_i} = \frac{f(x_{i,Elem1}, y_{i,Elem1} | H_p)}{f(x_{i,Elem1}, y_{i,Elem1} | H_d)} \cdot \dots \cdot \frac{f(x_{i,Elem7}, y_{i,Elem7} | H_p)}{f(x_{i,Elem7}, y_{i,Elem7} | H_d)} = LR_{Elem1}^{muestra_i} \cdot \dots \cdot LR_{Elem7}^{muestra_i}$$

El segundo método aplicado es UVLR-RLLRG, el cual calcula los LR de las muestras con todos los elementos a la vez tomando cada LR como si fuera un *score* en la ecuación (4.6):

$$LR^{muestra_i} = \frac{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_p)}{f(x_{i,Elem1}, \dots, x_{i,Elem7}, y_{i,Elem1}, \dots, y_{i,Elem7} | H_d)}$$

En ambos métodos y con las dos bases de datos de vidrios cedidas por el IES, ventanas y envases, se realizaron estudios de discriminación y calibración. Estos estudios se han realizado para combinaciones de dos variables (todas las resultantes con Na, Mg, Si, Al, K, Ca, y Fe) y para la combinación de las siete variables, con diferentes valores del coeficiente de regularización λ .

Debido al gran número de gráficas, en este apartado sólo se presentan los resultados con 7 variables. De esta forma se podrán comparar los resultados con el sistema *baseline* (que es MVLR-full, con dichas 7 variables). Los resultados con las variables sodio y silicio, que se han realizado durante este proyecto, se adjuntan en el apartado B.6 como ejemplo de caso bivalente.

5.3.2.1. Base de datos de ventanas

En este apartado se van a comparar los resultados obtenidos al emplear los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG con 7 variables frente a los obtenidos al emplear el sistema *baseline* (MVLR-full), con la base de datos de vidrios de ventanas.

Aunque se realizaron experimentos con diferentes valores del coeficiente de regularización λ , los resultados que aquí se muestran son los obtenidos con $\lambda=1$. Se ha decidido esto porque, en los experimentos, aumentar λ produce que:

- la discriminación de los valores LR cambie mínimamente: Esto se justifica porque la variación de λ no influye en la separación de los LR *target* y *non-target* transformados en el entrenamiento, y por tanto en su discriminación (ver figura 4.5).
- la calibración de los valores LR no mejora demasiado: Esto sucede porque en las bases de datos aparecen valores atípicos (*outliers*) que influyen en todo el sistema. Para que mejore significativamente la calibración, en algunos casos es necesario emplear valores de λ muy altos, lo que implica que no sólo se disminuya el valor absoluto de un *outlier*, si no que se vean afectados el resto de valores LR.

Estas dos conclusiones, acerca de la variación del coeficiente de regularización, se pueden comprobar con las gráficas adjuntas en el apartado B.5 del anexo si el lector lo desea.

REGRESIÓN LOGÍSTICA LINEAL REGULARIZADA DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y SUMA DEL RESULTADO (UVLR-RLLRS)

Primero estudiamos los resultados en discriminación mediante las curvas DET:

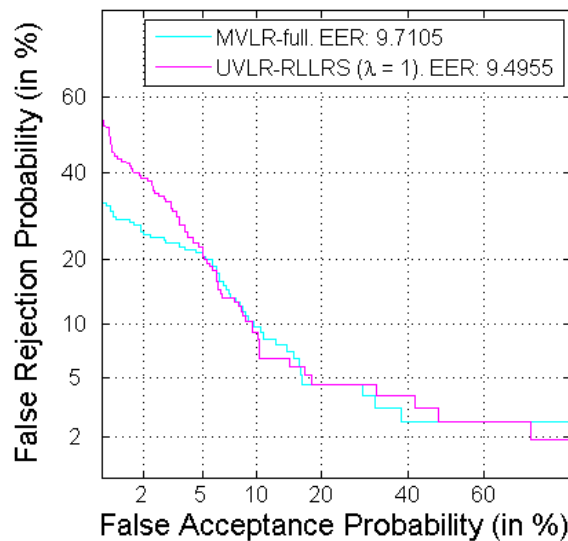


Figura 5.15: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-RLLRS tiene un valor de EER (*Equal Error Rate*) menor que el obtenido con el sistema *baseline*, con una diferencia poco significativa. Recordemos que cuanto más baja es esta curva, mejor discriminación realiza el sistema.

Además se observa que, para UVLR-RLLR, cuando la probabilidad de falsa aceptación es baja, la probabilidad de falso rechazo aumenta mucho (se detectan muchas

comparaciones como clase *non-target* cuando son *target*). Esto es debido a que este método no reconoce bien los valores *target* que son muy bajos (*outliers target*).

Para seguir con el estudio de este método, se evalúan los resultados en calibración mediante las curvas ECE:

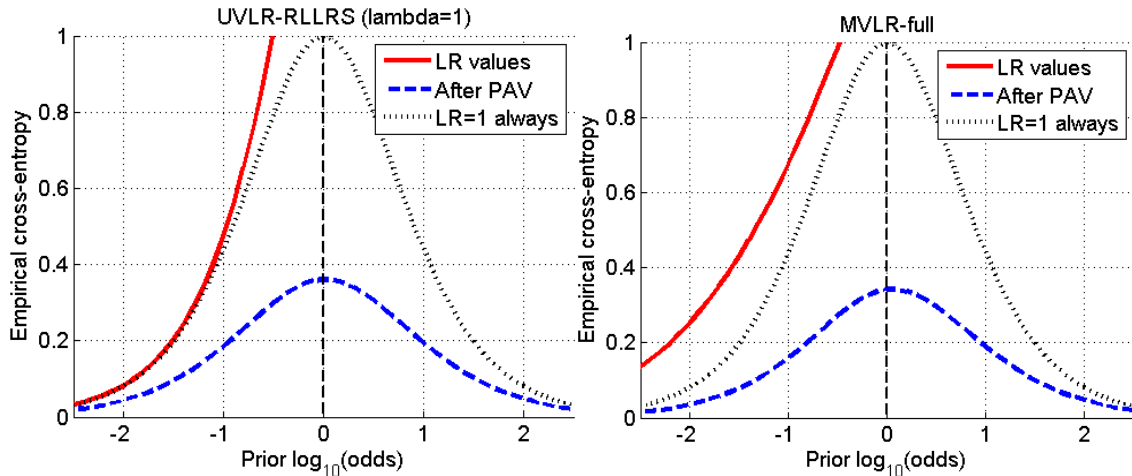


Figura 5.16: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva de entropía de los valores LR (roja continua) es más baja para UVLR-RLLRS. Lo cual implica una mejora en calibración.

Aún así, en ambos casos se puede observar que la calibración realizada por los métodos es muy mala. Esto se observa en lo baja que está la curva de una calibración conseguida con PAV (azul discontinua) respecto a la obtenida con el método representado (roja continua).

REGRESIÓN LOGÍSTICA LINEAL REGULARIZADA DEL CONJUNTO DE TODOS LOS LR EN UNA DIMENSIÓN (UVLR-RLLRG)

Primero estudiamos los resultados en discriminación mediante las curvas DET:

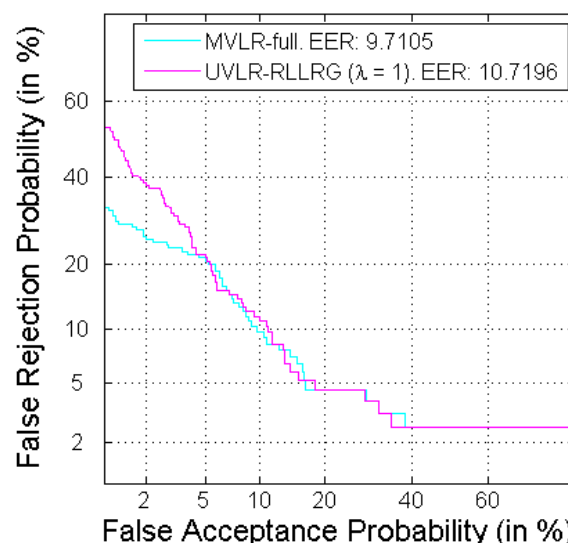


Figura 5.17: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-RLLRG, en comparación con MVLR-full, tiene un valor de EER mayor con una diferencia poco significativa nuevamente.

En cuanto a los resultados en calibración con curvas ECE:

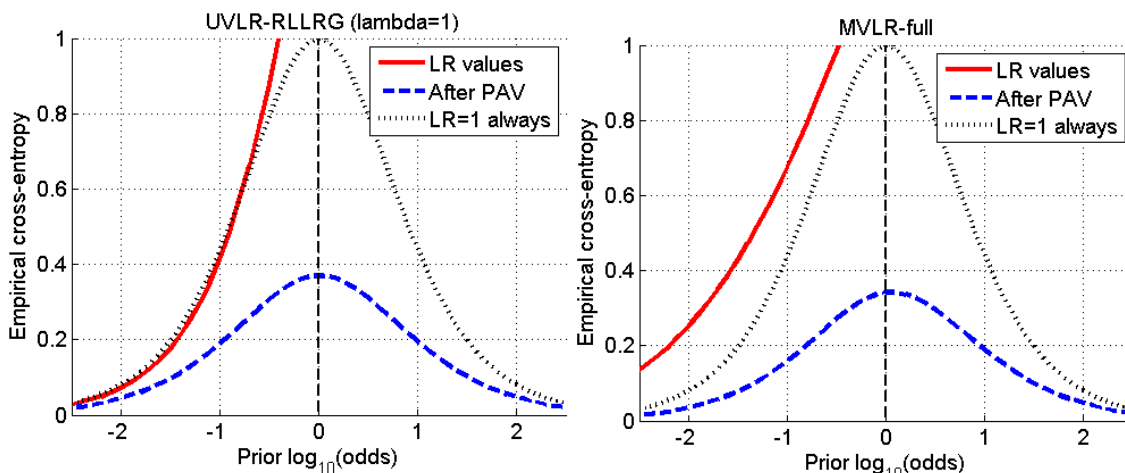


Figura 5.18: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa, al igual que con UVLR-RLLRS, que la curva de entropía de los valores LR (roja continua) es más baja para UVLR-RLLRG. Además, se vuelve a ver la mala calibración que realizan los sistemas.

Si estudiamos más en profundidad los LR con los que se han formado las curvas ECE anteriores, mediante las gráficas de entropía cruzada individual, se pueden observar los *outliers* cuyo valor no se está disminuyendo lo suficiente con UVLR-RLLRS ni UVLR-RLLRG:

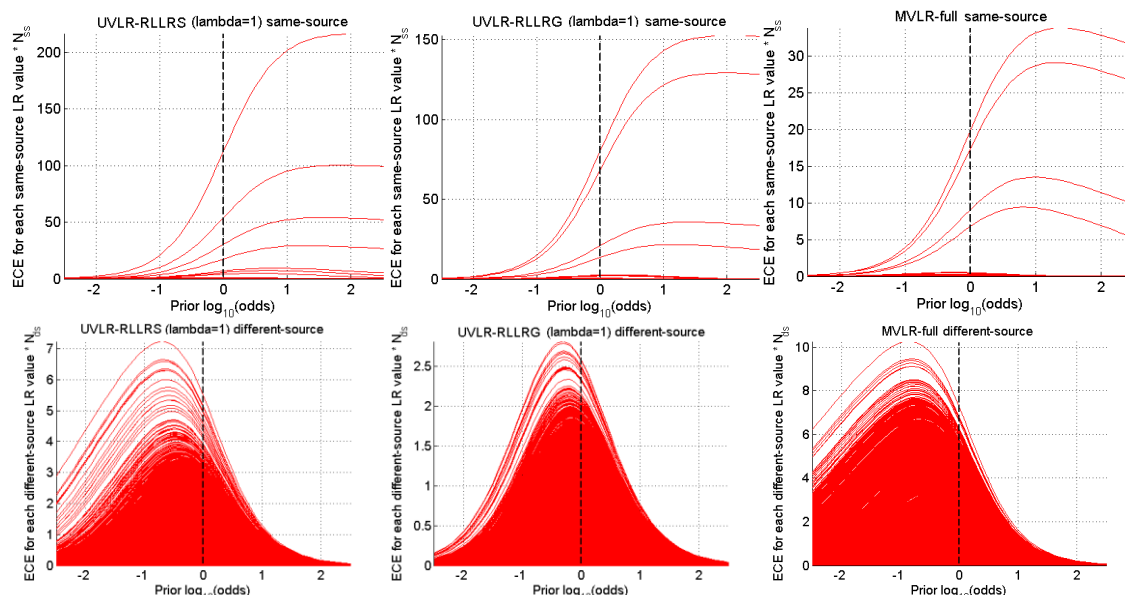


Figura 5.19: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$) y MVLR-full, en este orden.

Como se ve en la Figura 5.19, los *outliers* tienen una entropía mayor para MVLR-full, respecto a los métodos de RLLR, en los casos de provenir de distinta fuente (*non-target*), y menor en los de misma fuente. Esto sucede porque los outliers más fuertes que aparecen en la base de datos son los *target*.

Al combinarse todos los LR, se consigue que los sistemas de RLLR mejoren sus resultados respecto a los de MVLR-full, como se ve en las gráficas ECE de las figuras Figura 5.16 y Figura 5.18.

5.3.2.2. Base de datos de envases

En este apartado se va a realizar el mismo estudio con UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG pero ahora con la base de datos de vidrios de envases.

REGRESIÓN LOGÍSTICA LINEAL REGULARIZADA DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y SUMA DEL RESULTADO (UVLR-RLLRS)

De nuevo, se estudian los resultados en discriminación mediante curvas DET:

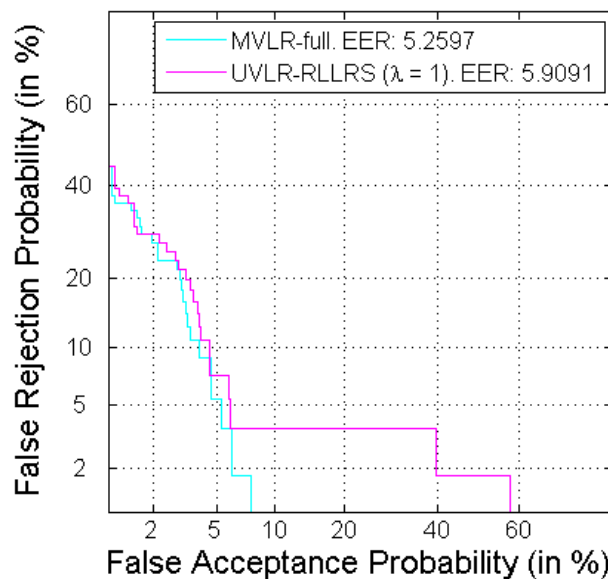


Figura 5.20: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que, a diferencia de lo que sucedía con ventanas, la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-RLLRS tiene un valor de EER mayor que con el sistema *baseline*, lo cual vuelve a ser poco significativo. Esto se debe a que los valores LR de la base de datos de envases obtenidos con MVLR-full están mejor distribuidos que los obtenidos con UVLR (ver Figura 5.2 y Figura 5.3).

Los resultados en calibración mediante curvas ECE son:

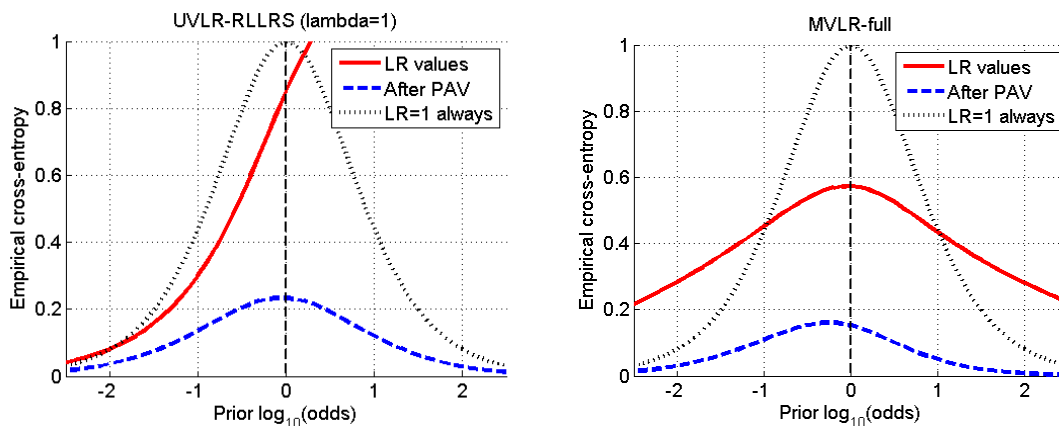


Figura 5.21: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva de entropía de los valores LR (roja continua) es más baja para MVLR-full. De nuevo, estos resultados se justifican por la distribución de LR en la base de datos obtenida con UVLR y con MVLR-full. Se sigue observando la mala calibración conseguida con UVLR-RLLRS.

REGRESIÓN LOGÍSTICA LINEAL REGULARIZADA DEL CONJUNTO DE TODOS LOS LR EN UNA DIMENSIÓN (UVLR-RLLRG)

Primero estudiamos los resultados en discriminación mediante las curvas DET:

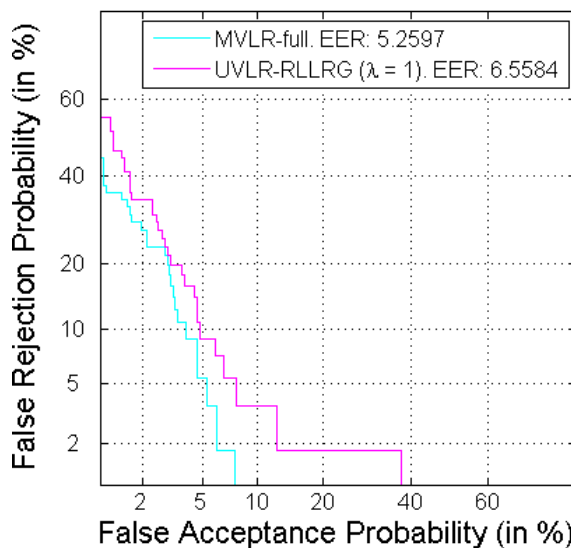


Figura 5.22: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLR-full.

Como sucedía con UVLR-RLLRS, en la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-RLLRG tiene un valor de EER mayor que con el sistema *baseline*. Por tanto, peor discriminación realiza el sistema UVLR-RLLRG.

Para finalizar, se evalúan los resultados en calibración mediante las curvas ECE:

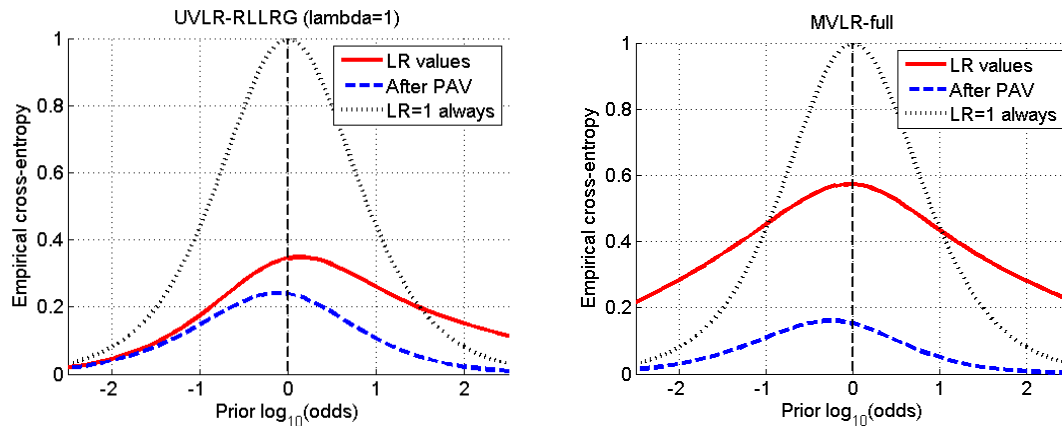


Figura 5.23: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLN-full.

En la figura anterior se observa que la curva de entropía de los valores LR (roja continua) es más baja para UVLR-RLLRG.

Veamos que ocurre en los LR para entender las curvas ECE de la Figura 5.23:

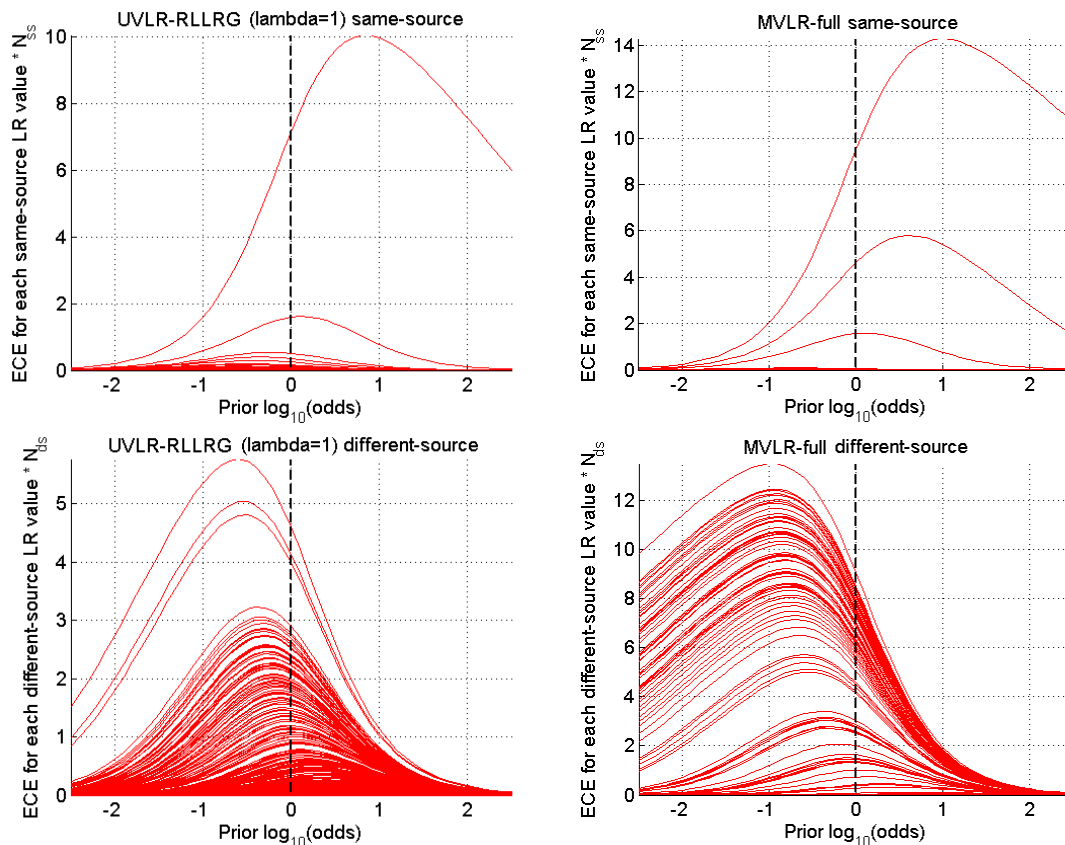


Figura 5.24: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRG (con $\lambda=1$) y MVLN-full.

En las curvas ECE de la figura anterior, podemos observar que en este caso, UVLR-RLLRG consigue disminuir bastante el impacto en la curva ECE del *outlier* que aparece en la gráfica de los LR *target* (para UVLR-RLLRG tiene un valor medio de ECE de 10, y para MVLN-full de 14). Esto no siempre sucede con otros *outliers* al utilizar los mismos

métodos, tal y como se puede comprobar con las gráficas ECE de la Figura B.20 del anexo B.

Después de este estudio con UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG para las 7 variables, se concluye que los métodos propuestos no mejoran lo suficiente los resultados conseguidos con MVLR-full. Más adelante se analizará la comparación de métodos en detalle.

5.3.3. Modelo gráfico de factorización

Previamente al estudio de los métodos que emplean PAV con la Regla de Sucesión de Laplace (UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV), se han estudiado los valores LR obtenidos con el método GMF (explicado en el apartado 3.1.2 y propuesto en [8]), el cual pretende atacar el problema de la falta de datos.

Se han realizado estudios de discriminación y calibración con las dos bases de datos de vidrios cedidas por el IES, ventanas y envases. Concretamente se han realizado experimentos con los LR obtenidos con GMF sobre las variables Na-Si, Na-K, Na-Ca, Mg-Ca, Al-Ca y Al-Fe; y con la combinación de las siete variables obtenida mediante la factorización:

$$LR_{total}^{GMF} = \frac{LR(Na, Si)LR(K, Na)LR(Al, Fe)LR(Al, K)LR(Ca, Na)LR(Ca, Mg)}{LR(Na)^2LR(K)LR(Al)LR(Ca)}$$

Al igual que en los apartados anteriores, sólo se muestran los resultados obtenidos con siete variables para poder comparar el método propuesto con el *baseline*. Los resultados con las variables sodio y silicio, que se han realizado durante este proyecto, se adjuntan en el apartado B.6 como ejemplo de caso bivalente.

5.3.3.1. Base de datos de ventanas

Primero estudiamos los resultados en discriminación mediante las curvas DET:

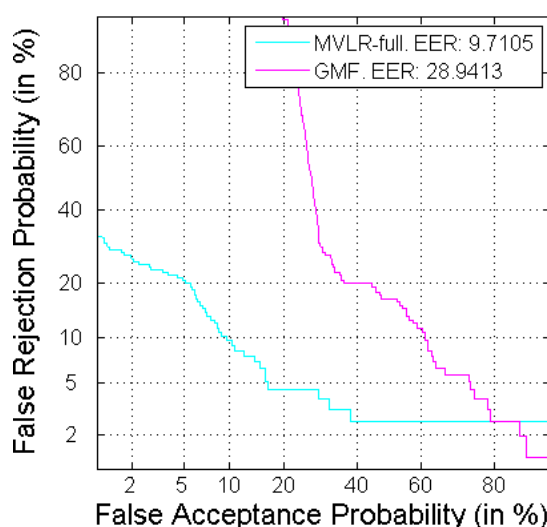


Figura 5.25: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con GMF es mucho peor que la obtenida con MVLR-full. Esto no sólo se observa en el valor de EER, si no que también se ve en la distancia de la curva respecto al origen de coordenadas en otras regiones de la DET. Recordemos que cuanto más baja es esta curva, mejor discriminación realiza el sistema al tener menores valores de FA y FR.

A continuación se evalúan los resultados en calibración mediante las curvas ECE:

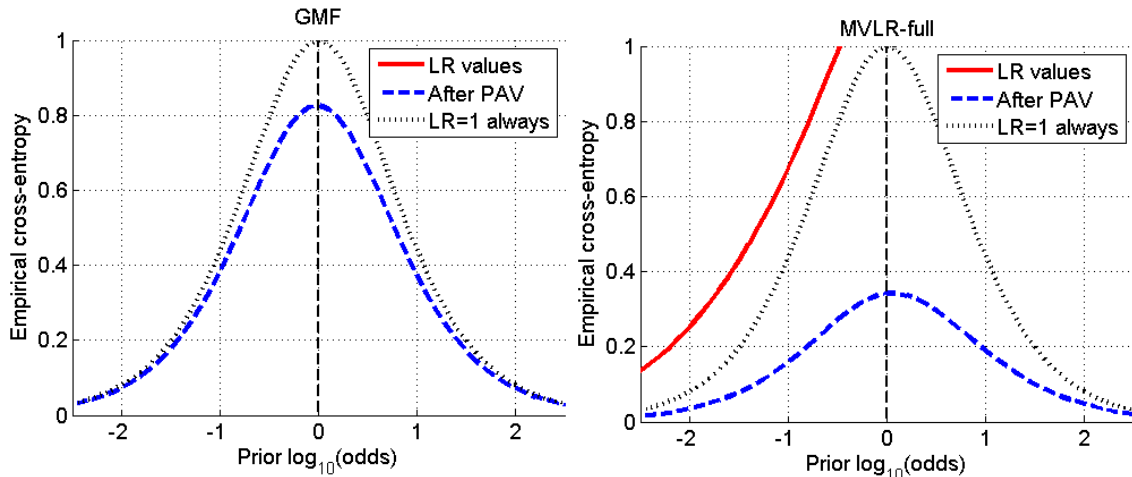


Figura 5.26: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

Si nos fijamos en la gráfica ECE para GMF en la figura anterior (izquierda), vemos que no aparece la curva de los LR obtenidos para este método. Lo que sucede es que los valores LR son tan altos, que la curva de entropía cruzada de éstos supera al sistema neutral (curva negra punteada, que obtiene siempre $LR = 1$).

Veamos esto con las gráficas ECE para LR *target* y *non-target*:

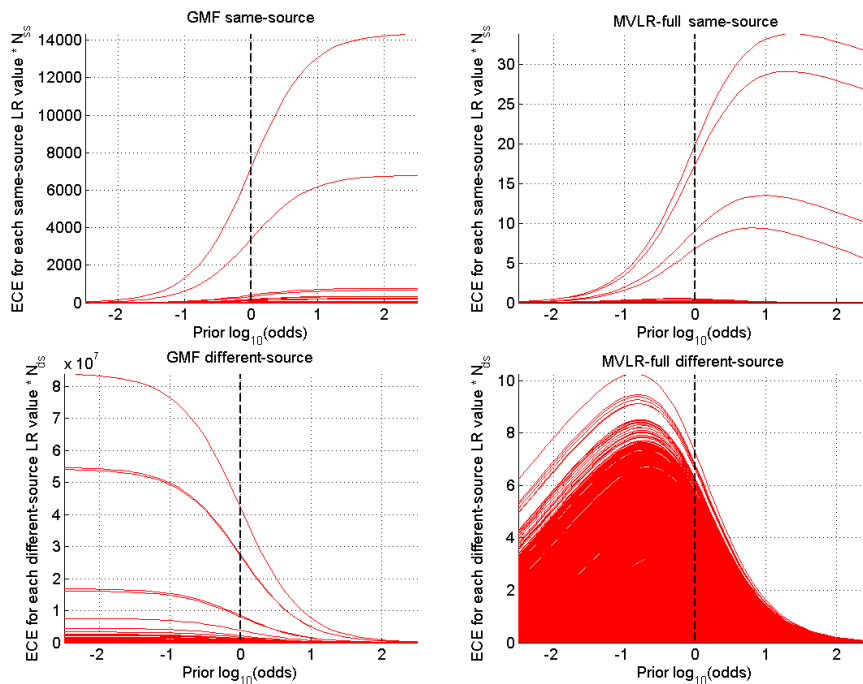


Figura 5.27: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

Se confirma que los LR obtenidos con GMF tienen valores muy altos al multiplicar el efecto de los *outliers*, lo cual explica que el sistema no funcione correctamente.

5.3.3.2. Base de datos de envases

Los resultados en discriminación mediante curvas DET son:

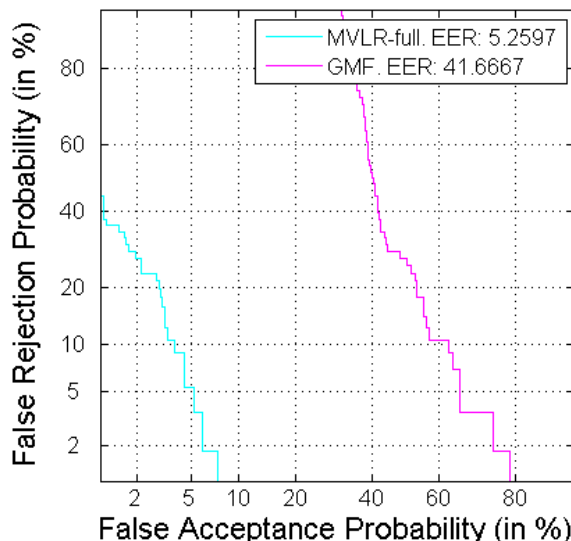


Figura 5.28: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

Al igual que ocurría en la base de datos de ventanas, la curva DET de los LR obtenidos con GMF es mucho peor que la obtenida con MVLR-full. En esta base de datos es todavía peor, observándose más claramente el distanciamiento de la curva de GMF.

Por otro lado, los resultados en calibración con curvas ECE son los mismos que se obtenían con la base de datos anterior:

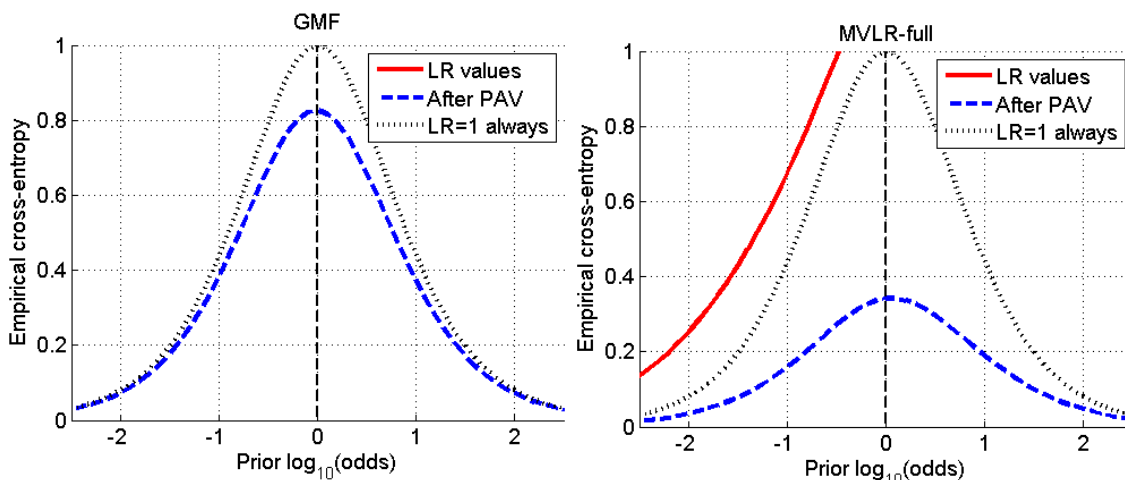


Figura 5.29: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

Los valores LR siguen teniendo un valor absoluto muy alto, y si nos fijamos en las gráficas ECE para LR *target* y *non-target* se ve que éstos son mayores que en la base de datos de ventanas:

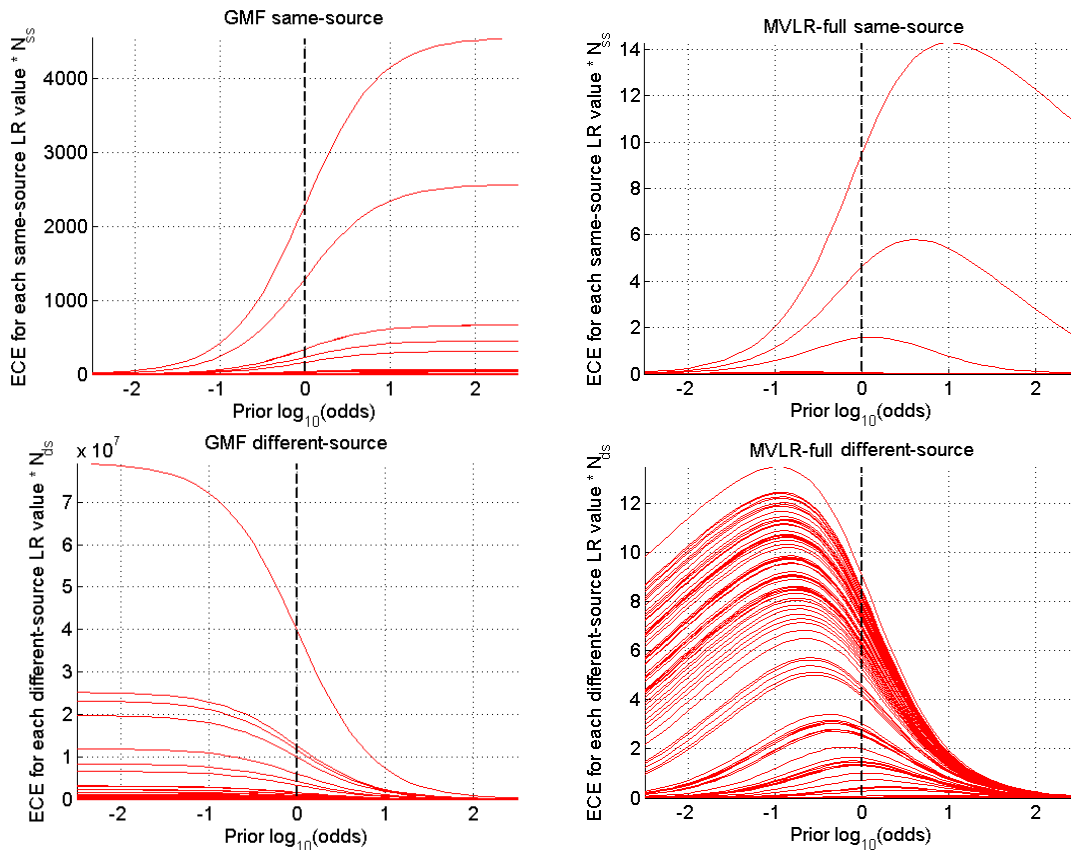


Figura 5.30: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos GMF y MVLR-full.

Se vuelve a observar que los LR obtenidos con GMF tienen valores muy altos al multiplicar el efecto de los *outliers*.

5.4. EXPERIMENTOS CON MÉTODOS ROBUSTOS A LA APARICIÓN DE *OUTLIERS*

Tal y como se explicó en el capítulo anterior, el propósito de emplear la técnica PAV combinada con la Regla de Sucesión de Laplace es hacer la estrategia de calibración más robusta a valores atípicos limitando el valor máximo de los LR de salida. De esta forma se evitan valores de LR muy altos que, de apoyar a la hipótesis incorrecta, serían muy dañinos para el rendimiento del método de evaluación de evidencias.

Se han realizado estudios de discriminación y calibración con las dos bases de datos de vidrios cedidas por el IES, ventanas y envases, para los métodos que emplean PAV con Regla de Sucesión de Laplace (UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV).

En ambos métodos se han realizado experimentos para la combinación de las siete variables y las combinaciones de dos variables: Na-Si, Na-K, Na-Ca, Mg-Ca, Al-Ca y Al-Fe. El estudio de estas variables está motivado en que son las que se emplean en la factorización de GMF para obtener el LR total.

Debido al gran número de gráficas que se obtuvieron, en este apartado sólo se presentan las gráficas para 7 variables. De esta forma se podrán comparar los resultados con el sistema *baseline* (MVLN-full). Los resultados con las variables sodio y silicio, que se han realizado durante este proyecto, se adjuntan en el apartado A.6 como ejemplo.

5.4.1. *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace

5.4.1.1. Base de datos de ventanas

En este apartado se presentan los resultados de discriminación y calibración de los valores LR de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos que emplean PAV con Regla de Sucesión de Laplace (UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLN-PAV).

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y SUMA DEL RESULTADO (UVLR-PAVS)

Los resultados de discriminación obtenidos mediante las curvas DET para la base de datos de ventanas son:

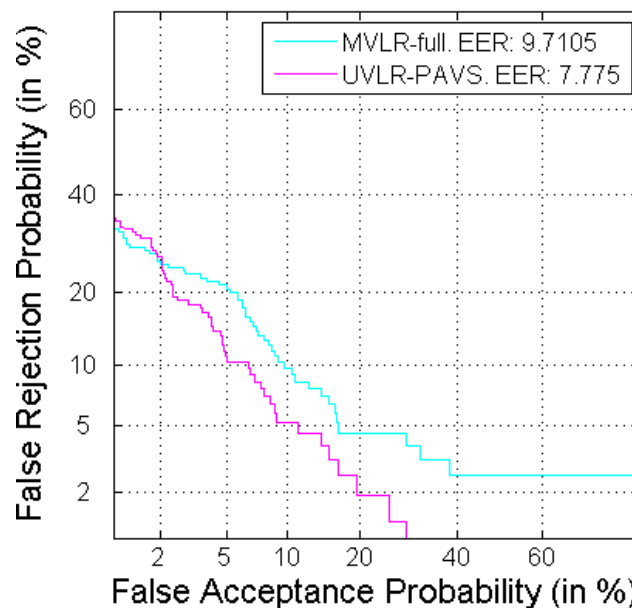


Figura 5.31: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLN-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-PAVS es mejor que la obtenida con MVLN-full. Esto no sólo se observa en el valor de EER, si no también en la distancia de la curva respecto al origen de coordenadas en todas las zonas de la DET.

A continuación se evalúan los resultados en calibración mediante las curvas ECE:

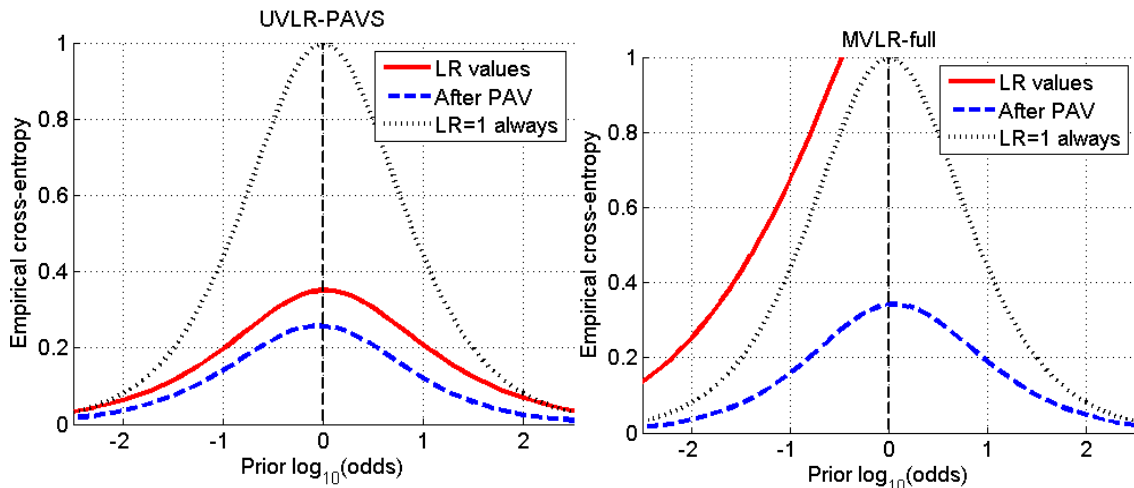


Figura 5.32: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLN-full.

En la figura anterior, vemos que los valores LR obtenidos con UVLR-PAVS tienen mucha menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVLN-full. Además, se ha conseguido limitar la pérdida de calibración que se observa en MVLN-full.

Veamos por qué sucede esto observando las gráficas ECE para LR *target* y *non-target*:

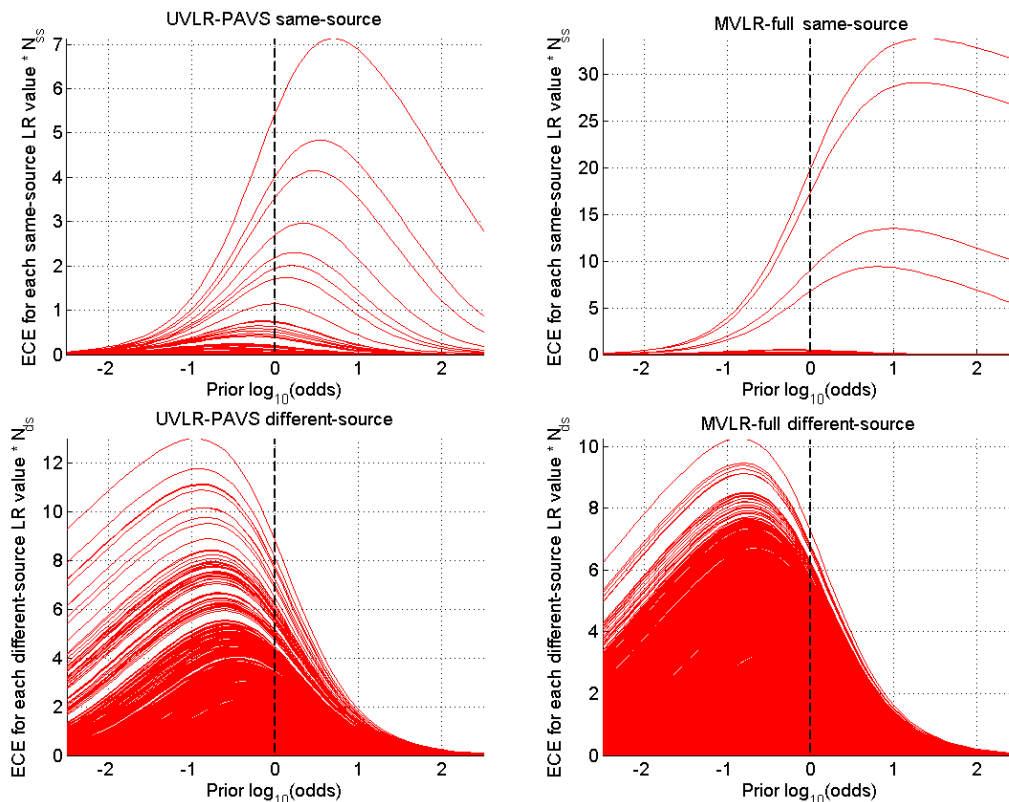


Figura 5.33: Curvas ECE de los valores LR *target* (superior) y *non-target* (inferior) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLN-full.

En la figura anterior, se puede observar que los valores LR *target* tienen una ECE menor para UVLR-PAVS. Este comportamiento se justifica en la transformación que realiza PAV, por ejemplo, del LR *outlier non-target* de la variable Na para la combinación de dos muestras de esta base de datos:

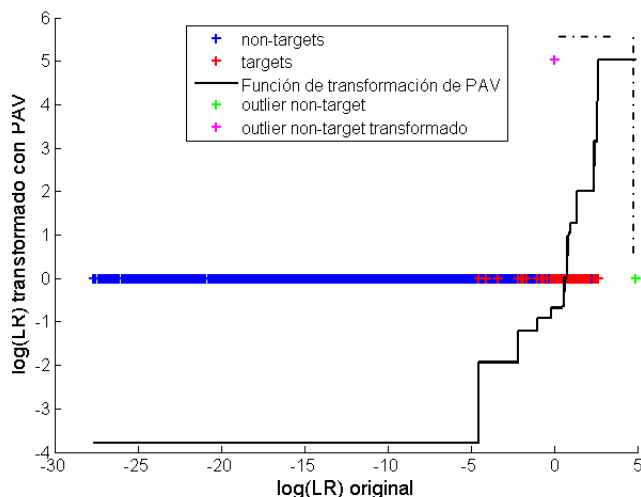


Figura 5.34: Transformación de PAV con Regla de Sucesión de Laplace del *non-target* correspondiente a la variable Na de la combinación de dos muestras de la base de datos de vidrios de ventanas.

En la figura anterior se puede observar que el LR *non-target* con un valor tan alto es transformado por PAV a un valor que no es tan alto como el obtenido con los métodos de RLLR, como se explicó con la Figura 4.7. Por tanto, se controlan los valores altos y se limita su contribución a la curva ECE.

Señalar que en el apartado A.1 del anexo hay un estudio completo de qué combinaciones de muestras y sobre qué elementos químicos aparecen los *outliers*, por si el lector está interesado en el mismo.

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y MEDIA DEL RESULTADO (UVLR-PAVM)

Para el método UVLR-PAVM, las curvas DET para la base de datos de ventanas son:

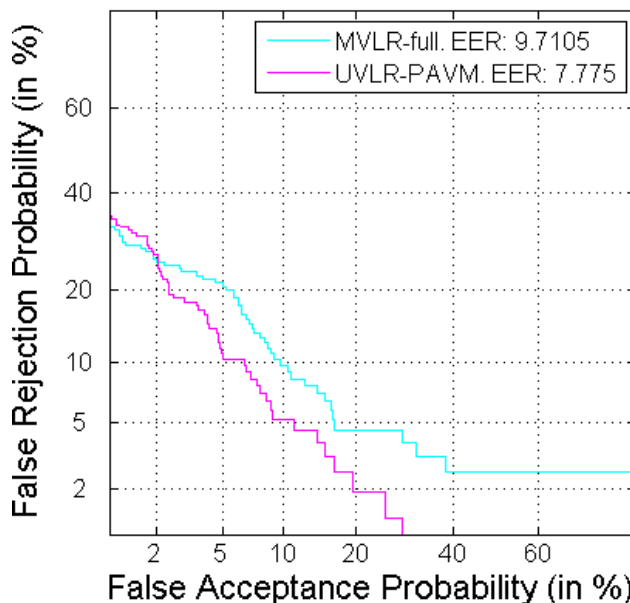


Figura 5.35: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLRL-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-PAVM es mejor que la obtenida con MVLR-full, al igual que sucedía con UVLR-PAVS.

En cuanto a los resultados con curvas ECE:

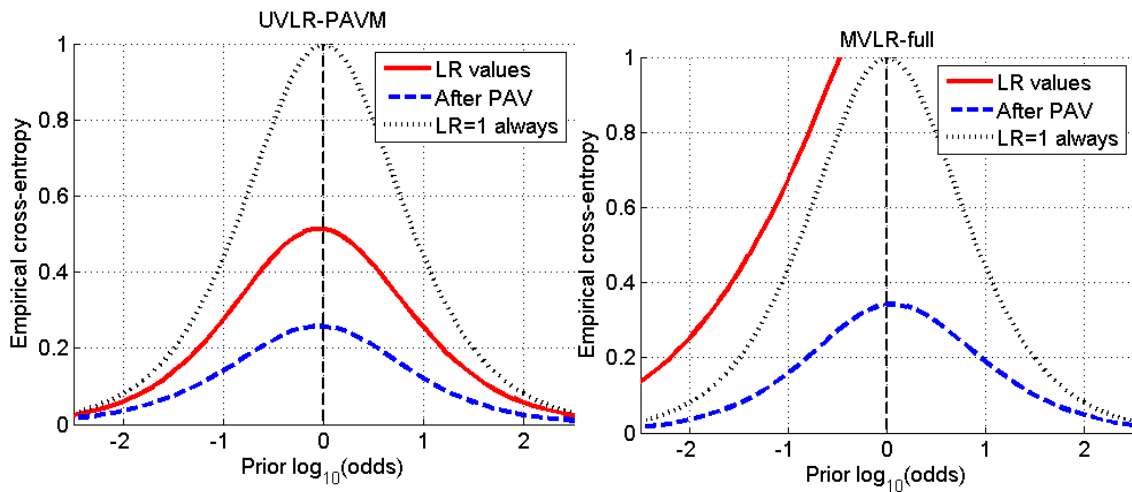


Figura 5.36: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLR-full.

De la misma forma que sucedía con UVLR-PAVS, en la figura anterior vemos que los valores LR obtenidos con UVLR-PAVM tienen menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVLR-full. Esto se puede comprobar también con las gráficas ECE para LR *target* y *non-target* que se adjuntan en el apartado A.4 como documentación adicional.

Si comparamos la calibración realizada con UVLR-PAVS, se puede observar que en este caso se consiguen peores resultados. Este efecto se puede justificar por una baja correlación entre variables, lo que hace que la suma de los LR consiga una mayor calibración que si se realiza la media de los mismos.

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR MULTIDIMENSIONALES (MVLR-PAV)

En el método MVLR-PAV se aplica PAV con Regla de Sucesión de Laplace a los $\log(LR)$ resultado de utilizar MVLR-full.

Veamos la calibración de los LR resultado de aplicar estos métodos con la base de datos de ventanas:

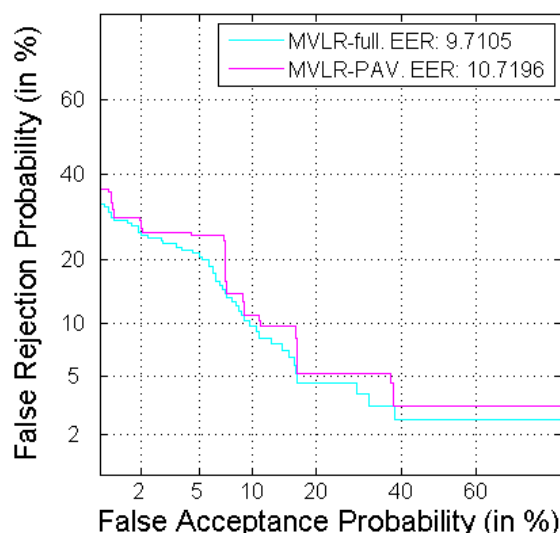


Figura 5.37: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con MVLR-PAV es ligeramente superior que la obtenida con MVLR-full.

Además se observa ciertas inestabilidades al tener unas curvas tan escalonadas debidas a que la base de datos es muy pequeña. Esto afecta a la representación DET y a su valore EER asociado, haciendo que los resultados de los métodos sean similares.

En cuanto a los resultados con curvas ECE:

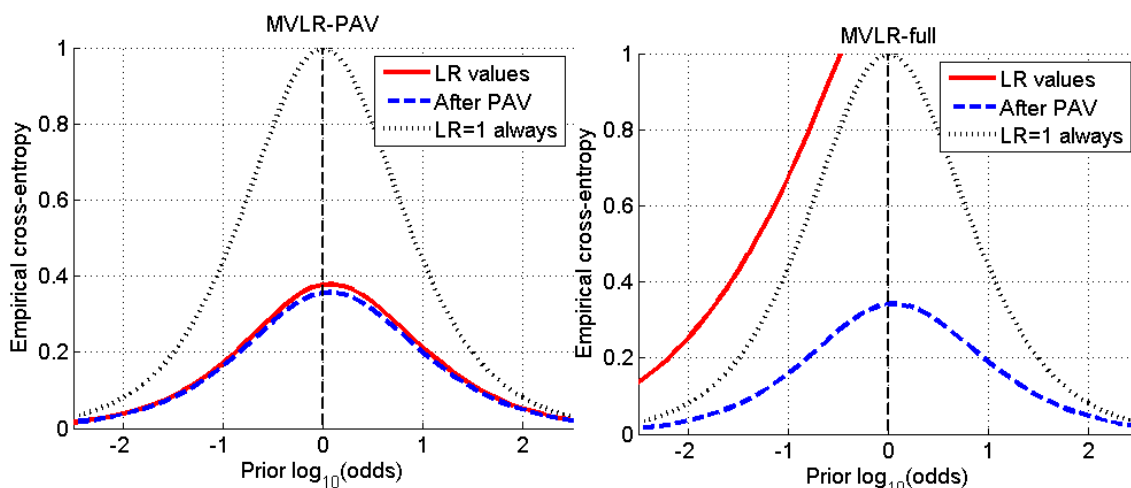


Figura 5.38: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos MVLR-PAV y MVLR-full.

En la figura anterior vemos que los valores LR obtenidos con MVLR-PAV tienen menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVLR-full. De hecho, es el método que mejor calibración consigue, como estudiaremos después.

5.4.1.2. Base de datos de envases

Para finalizar este capítulo, observamos los resultados obtenidos con los métodos que emplean PAV y Regla de Sucesión de Laplace para la base de datos de vidrios de envases con 7 variables.

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y SUMA DEL RESULTADO (UVLR-PAVS)

La calibración de los LR obtenidos con UVLR-PAVS sobre la base de datos de envases se estudia con las siguientes curvas DET:

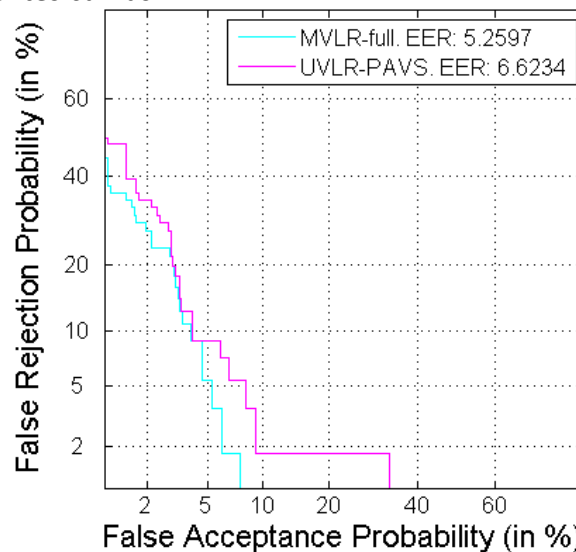


Figura 5.39: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full.

Como sucedía con los fragmentos de vidrio de ventanas, en la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-PAVS es ligeramente mejor que la obtenida con MVLR-full.

En cuanto a los resultados con curvas ECE, vemos que los valores LR obtenidos con UVLR-PAVS tienen menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVLR-full, tal y como ocurría en la base de datos anterior:

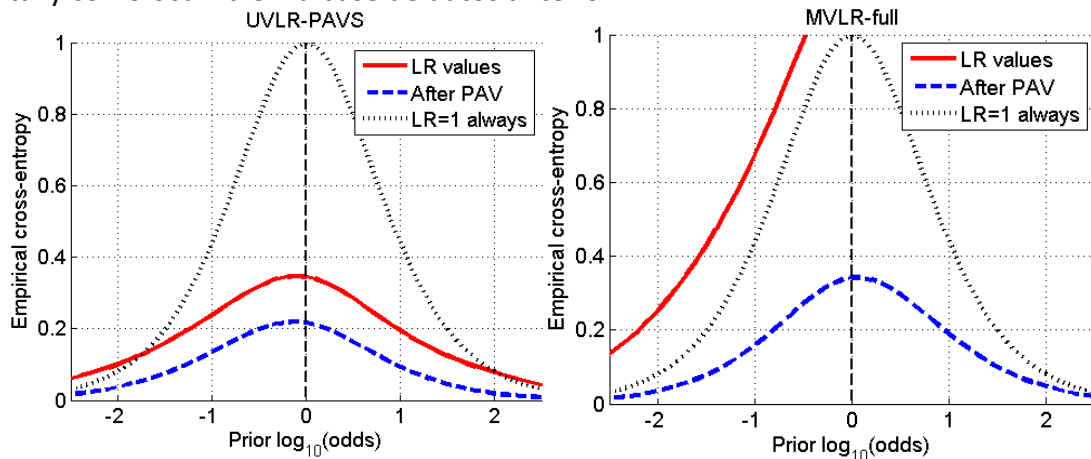


Figura 5.40: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVS y MVLR-full.

En la Figura 5.40, se puede observar que los extremos de la curva de entropía experimental (roja continua) es superior a la neutral (negra punteada), lo cual indica que todavía hay *outliers* con un valor ECE relativamente alto respecto al resto de datos.

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR EN UNA DIMENSIÓN Y MEDIA DEL RESULTADO (UVLR-PAVM)

Para UVLR-PAVM, sobre la base de datos de envases, se obtienen las curvas DET:

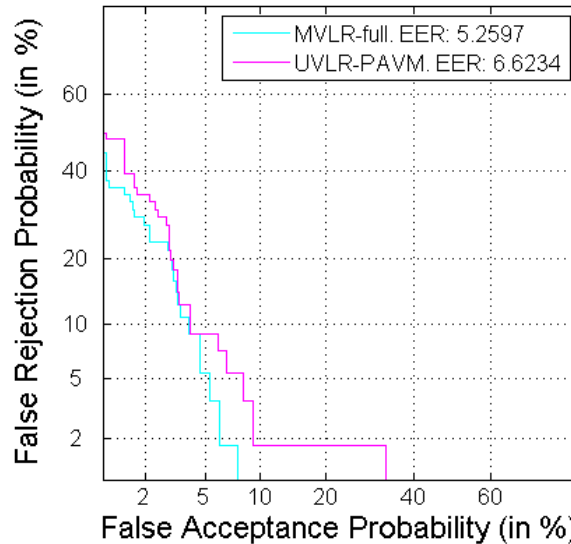


Figura 5.41: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVLR-PAVM y MVLR-full.

En este caso, a diferencia de lo que sucedía con los vidrios de ventanas, la curva DET de los LR obtenidos con UVLR-PAVM es ligeramente peor que la obtenida con MVLR-full. Esto se justifica porque, como sucede en otros experimentos, la distribución de los LR obtenidos con UVLR y la de los obtenidos con MVLR-full cambia significativamente (Figura 5.2 y Figura 5.3).

En cuanto a los resultados con curvas ECE, vemos que los valores LR obtenidos con UVLR-PAVM tienen menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVLR-full, tal y como ocurría en la base de datos anterior:

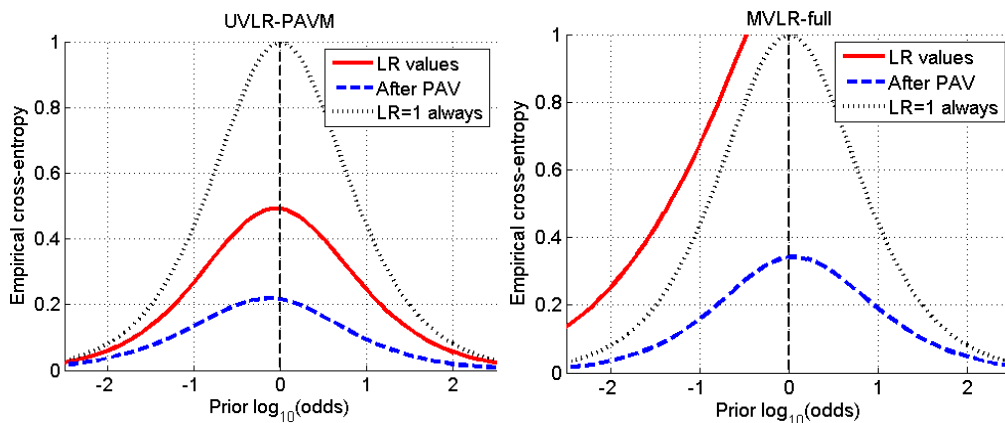


Figura 5.42: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-PAVM y MVLR-full.

En la Figura 5.42, se puede observar que los extremos de la curva de entropía experimental (roja continua) ya son menores con lo que se indica que realizar la media de los LR puede mejorar los resultados finales cuando aparecen algunos *outliers* con un valor ECE relativamente alto.

POOL ADJACENT VIOLATORS CON REGLA DE SUCESIÓN DE LAPLACE DE LR MULTIDIMENSIONALES (MVL-R-PAV)

Finalmente, veamos la calibración de los LR resultado de aplicar MVL-R-PAV sobre la base de datos de envases con las curvas DET:

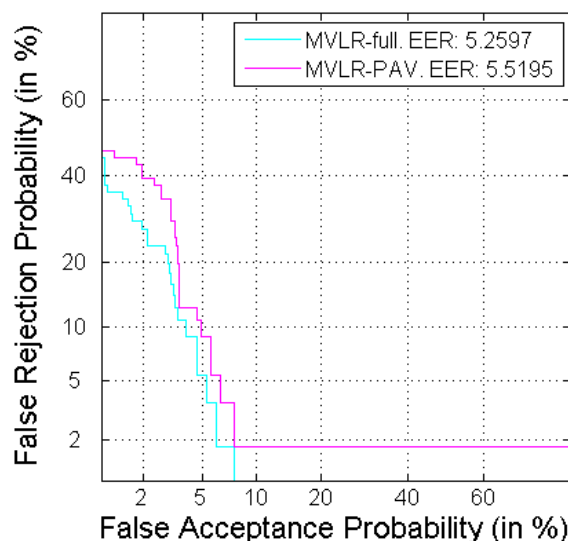


Figura 5.43: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVL-R-PAV y MVL-R-full.

En la figura anterior se observa que la curva DET de los LR obtenidos con MVL-R-PAV es ligeramente superior que la obtenida con MVL-R-full, tal y como sucedía con la base de datos de vidrios procedentes de ventanas.

En cuanto a los resultados con curvas ECE, vemos que los valores LR obtenidos con MVL-R-PAV tienen menor entropía cruzada empírica que los obtenidos con MVL-R-full. Al igual que con vidrios de ventanas, es el método que menor curva ECE tiene:

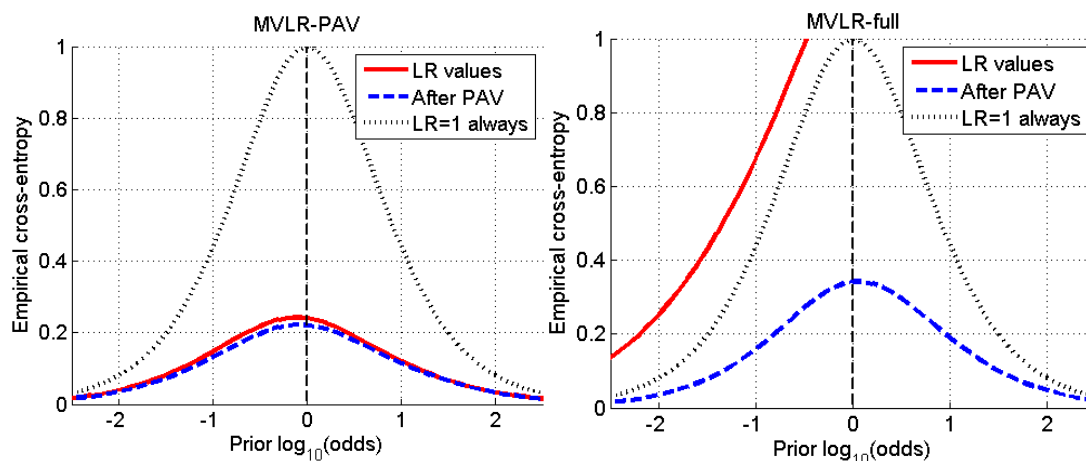


Figura 5.44: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos MVL-R-PAV y MVL-R-full.

En la figura anterior se observa una gran mejoría de los resultados en calibración. Casi no se aprecia diferencia entre la calibración óptima y la realizada por el método.

5.4.2. GMF con *Pool Adjacent Violators* con Regla de Sucesión de Laplace

Después de realizar todos estos experimentos, se probó a aplicar PAV a cada uno de los LR obtenidos con el método GMF (antes de combinar todas las variables en la factorización).

Esta técnica no consiguió mejorar los resultados obtenidos mediante el modelo gráfico, por lo que el experimento no se finalizó y la técnica fue desestimada.

5.5. RESULTADOS COMPARATIVOS CON TODO EL CONJUNTO DE MÉTODOS

A continuación, se comparan los resultados en discriminación y calibración de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV (los que no fueron desestimados antes de finalizarse) respecto a los obtenidos con el método *baseline*, MVLR-full, para la combinación de las siete variables.

5.5.1. Base de datos de ventanas

Los resultados en discriminación observados mediante curvas DET son:

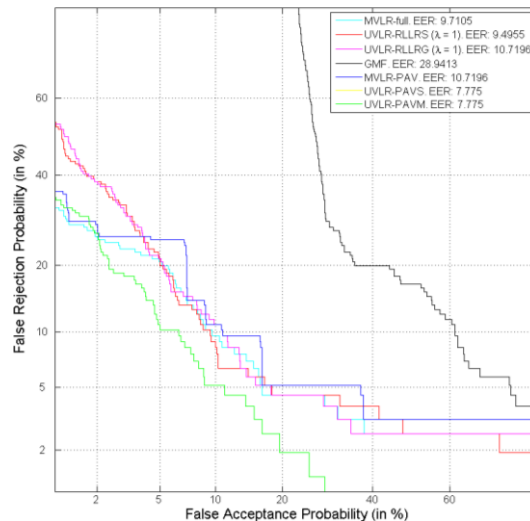


Figura 5.45: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

En la figura anterior se observa que los mejores resultados son para los métodos que aplican el algoritmo PAV a los LR individuales de cada variable y después suman o ponderan los resultados (UVLR-PAVS y UVLR-PAVM). Aparecen superpuestos en la figura debido a que la distinción entre *targets* y *non-targets* no cambia ya que, aunque

se obtengan con suma y media, ambos emplean los mismos LR obtenidos con PAV (explicado anteriormente con la Figura 5.6).

A continuación, se mide el rendimiento del sistema o método que se está empleando para obtener los LR, con los valores C_{lir} y C_{lir}^{min} , explicados en el apartado 3.2.4.

Recordamos que los valores de C_{lir} muestran el rendimiento del sistema o método que se está empleando para obtener los LR:

- $C_{lir} = 0$: Sistema que obtiene LR que clasifican perfectamente entre la hipótesis del fiscal o la hipótesis de la defensa. Es decir, $LR = \infty$ para los *scores target* y $LR = 0$ para los *non-target*. Esto no es realizable en la práctica.
- $0 < C_{lir} < 1$: Sistema que obtiene LR aceptables, mejores cuanto más cercano a 0 se encuentre C_{lir} .
- $C_{lir} = 1$: Sistema neutral (no da información sobre la hipótesis).
- $C_{lir} > 1$: Es mejor no emplear el sistema, pues los LR dan información engañosa.

El siguiente diagrama de barras muestra los resultados obtenidos con los métodos anteriores:

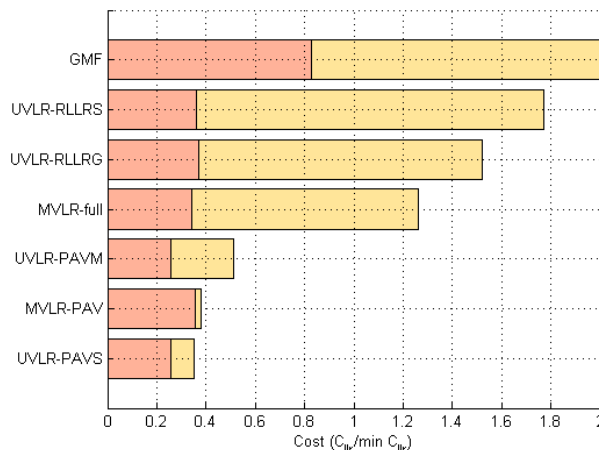


Figura 5.46: Diagrama de barras, para fragmentos de ventanas, de los valores C_{lir} (unión de las barras amarillas y rojas), $C_{lir}^{cal} = C_{lir} - C_{lir}^{min}$ (barra amarilla) y C_{lir}^{min} (barra roja) de los de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

Con este diagrama se puede observar que el método UVLR-PAVS consigue los menores valores C_{lir} y C_{lir}^{min} . Los métodos que tienen valores C_{lir} superiores a 1 se comportan peor que el método neutral, por lo que se obtienen mejores resultados en media si no se evalúa la evidencia.

Las barras amarillas de C_{lir}^{cal} , muestran que la mejor calibración obtenida es con MVLR-PAV. Además, señalar que esta barra ha sido truncada para el método GMF, ya que en caso contrario no se podrían observar los valores para el resto de métodos. Su valor exacto es $C_{lir}^{cal} = 1.1732 \cdot 10^4$.

Finalmente se vuelven a mostrar los resultados en calibración mediante curvas ECE, pero ahora comparando todos los métodos entre sí:

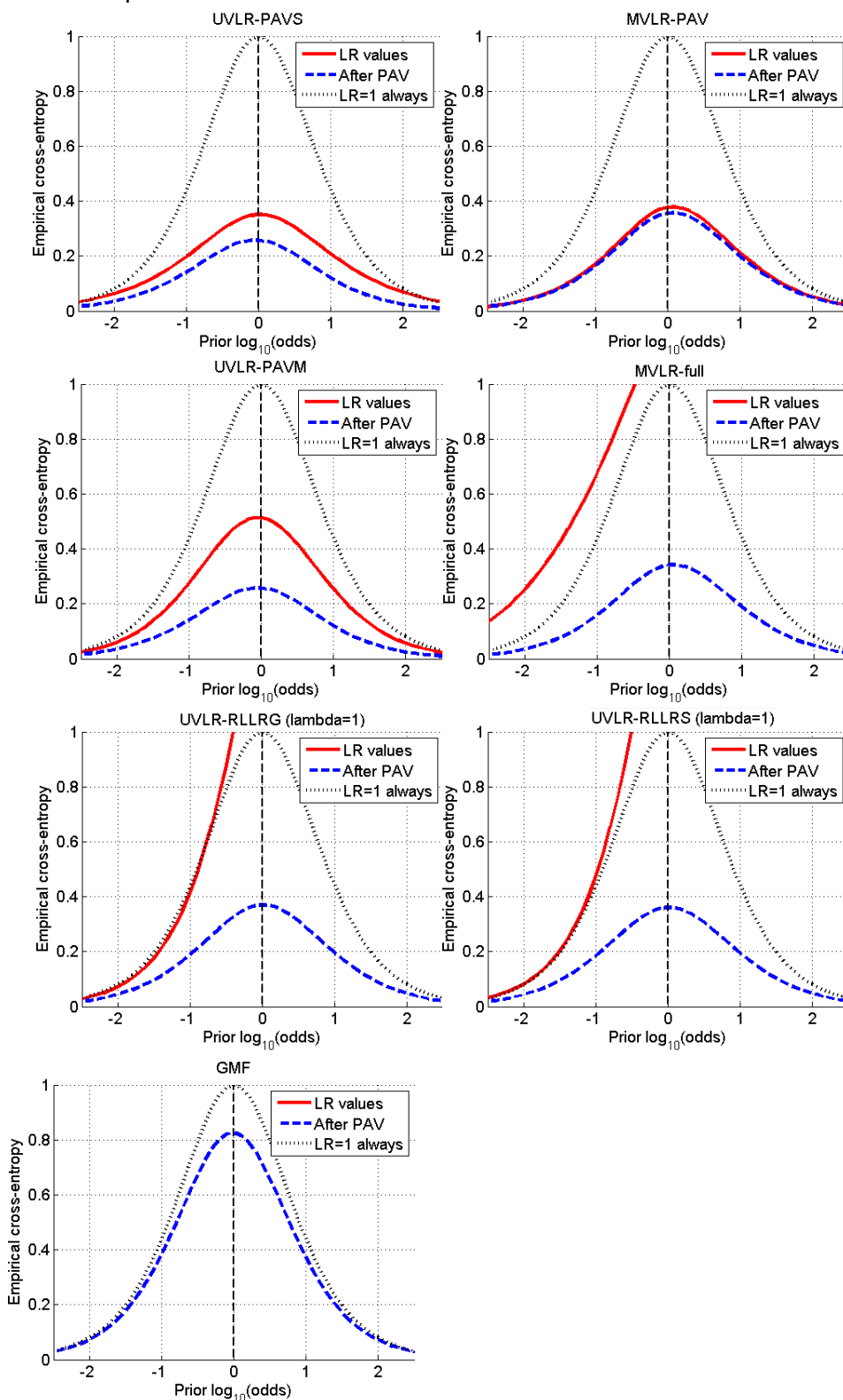


Figura 5.47: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

En la figura anterior se puede observar que la curva experimental ECE (curva roja) de UVLR-PAVS es la más baja para todo el rango de probabilidades a priori. Esto quiere decir que este primer método consigue el mejor rendimiento.

Se puede ver también que la mejor calibración es la conseguida con MVLR-PAV, al estar las curvas ECE experimental y PAV más cercanas, tal y como se ve también en el diagrama de barras de la Figura 5.46. Además, se observa una curva ECE similar a la de UVLR-PAVS.

Recordemos, como se vio en el apartado 3.2.3, cuánto más cerca esté la curva azul discontinua respecto a la experimental, mejor calibración tiene el método representado en comparación con el que se podría obtener con PAV. Es decir, menores pérdidas de calibración tiene el sistema.

Subrayar, que los resultados obtenidos son optimistas gracias al uso de la validación cruzada *jackknife*, lo cual afecta especialmente a la calibración del método MVLR-PAV.

Como consecuencia del análisis realizado sobre la base de datos de ventanas, se ha comprobado primero que el tratamiento de los datos de forma individual con UVLR-LLRS o UVLR-LLRG ha sido mejor que de forma conjunta con MVLR. Después, se ha observado que es necesario aplicar PAV con Regla de Sucesión de Laplace, tanto en el tratamiento individual como en el conjunto, para corregir las fuertes pérdidas de calibración que surgen por la falta de datos.

5.5.2. Base de datos de envases

Los resultados de discriminación, en la base de datos de envases, observados mediante curvas DET son:

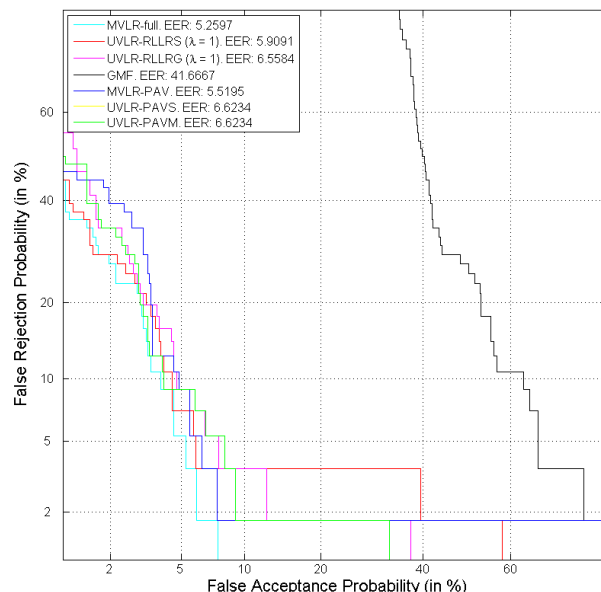


Figura 5.48: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

Al cambiar a la base de vidrios de envases, de menor tamaño que la anterior, las curvas DET obtenidas son más similares (Figura 5.48). Si se observan los valores EER, el menor es el del método MVLR-full, pero esta es una diferencia poco significativa.

El siguiente diagrama de barras de los valores C_{lir} y C_{lir}^{min} muestra los resultados obtenidos con los métodos anteriores:

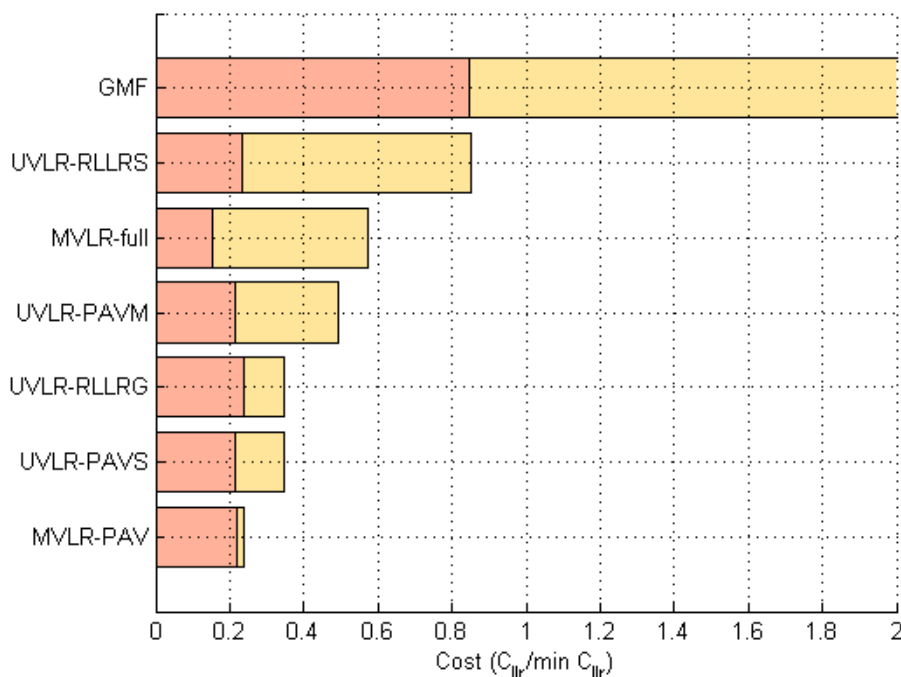


Figura 5.49: Diagrama de barras, para fragmentos de envases, de los valores C_{lir} (unión de las barras amarillas y rojas), $C_{lir}^{cal} = C_{lir} - C_{lir}^{min}$ (barra amarilla) y C_{lir}^{min} (barra roja) de los de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

Con este diagrama se puede observar que el método MVLR-PAV consigue los mejores resultados de la función de coste de log-LR. Además, con esta base de datos casi todos los métodos consiguen un comportamiento en media mejor que el del sistema neutral ($C_{lir} < 1$), incluso se ve que UVLR-RLLRG mejora considerablemente. Este comportamiento se debe a que en la base de datos de envases aparecen menos valores atípicos, responsables del mal funcionamiento que se observa en las curvas ECE con la base de datos de ventanas (especialmente para la RLLR).

En la Figura 5.49 también se puede observar que C_{lir}^{cal} (barra amarilla) muestra lo bien calibrados que están los LR obtenidos con MVLR-PAV respecto a los LR obtenidos con el resto de métodos.

De nuevo, señalar que la barra de C_{lir}^{cal} para el método GMF ha sido truncada porque en caso contrario no se podrían observar los valores para el resto de métodos. Su valor exacto es $C_{lir}^{cal} = 6.8471 \cdot 10^4$. Este es el único método que no consigue un comportamiento en media mejor que el del sistema neutral ($C_{lir} < 1$).

Finalmente se vuelven a mostrar los resultados en calibración mediante curvas ECE, pero ahora comparando todos los métodos entre sí para esta base de datos:

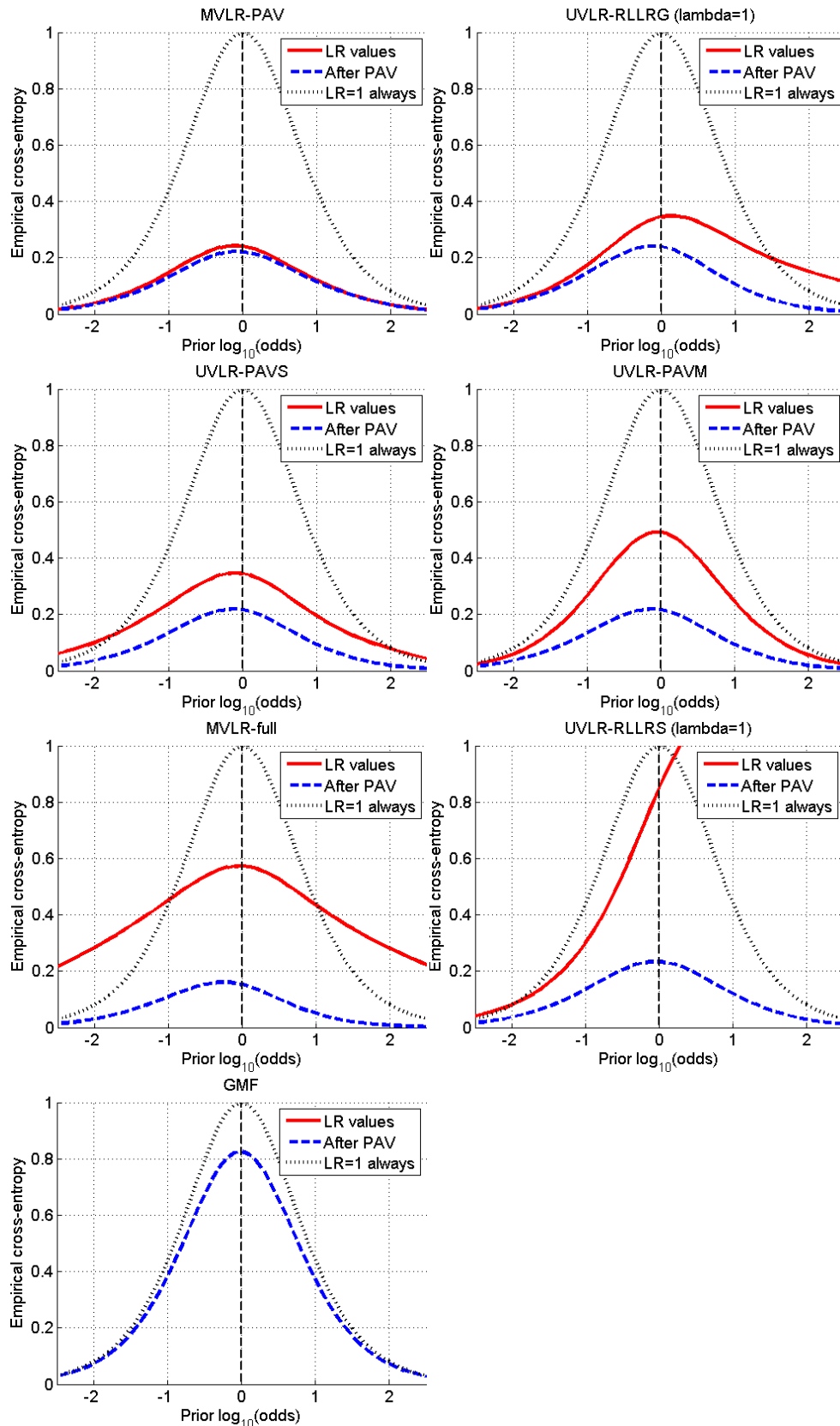


Figura 5.50: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV y MVLR-full.

EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

En este caso, la curva experimental de MVLR-PAV es la más baja, por tanto, consigue el mejor rendimiento. Además, es el método que mejor calibración consigue, al estar las curvas ECE experimental y PAV más cercanas.

Destacar de nuevo que los resultados obtenidos son optimistas gracias al uso de la validación cruzada *jackknife*, lo cual afecta especialmente a la calibración del método MVLR-PAV.

Tras este análisis sobre la base de datos de envases podemos observar que, cuando hay menos muestras y además aparecen menos valores dañinos, el método MVLR consigue buenos resultados. Si además se aplica el algoritmo de PAV con Regla de Sucesión de Laplace, los LR tendrán una buena calibración.

6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Este trabajo se centra en buscar métodos que solucionen primero la necesidad de bases de datos de evidencias forenses extensas y, segundo, el efecto de la aparición de *outliers* en estas bases de datos. Todo ello mediante la comparación de valores de relaciones de verosimilitudes (LR) en dos bases de datos de vidrios, una procedente de ventanas y otra de envases, utilizadas en casos reales por el Instituto de Investigación Forense de Cracovia, Polonia (*Instytut Ekspertyz Sądowych*, IES).

Para tratar de solucionar el primer problema, se proponen técnicas basadas en regresión logística lineal (LLR) que tratan valores de relaciones de verosimilitudes (LR) en una dimensión. Por un lado, a partir de modelos de generación de datos (MVG, MVK y GMM) y, por otro lado, mediante regresión logística lineal regularizada (UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG). Estos métodos, se comparan con la aplicación de modelos gráficos de factorización (GMF) para calcular las LR del conjunto total de variables mediante reducción de dimensionalidad, propuestos anteriormente.

Como se ha explicado, los métodos de regresión propuestos no consiguen los resultados esperados por su carácter lineal, que no es capaz de paliar el efecto de los *outliers* que aparecen en la base de datos. Es por ello que la segunda parte del trabajo proponga el uso del algoritmo *Pool Adjacent Violators* (PAV) combinado con la Regla de Sucesión de Laplace como solución a los efectos producidos por estos valores atípicos. Éste método se aplica, en suma o media, a valores de LR individuales (UVLR-PAVS y UVLR-PAVM); y también a valores de LR multivariantes (MVLR-PAV).

Finalmente, se muestran los resultados obtenidos con estos métodos, empleando las dos bases de datos nombradas, y las posibles líneas de trabajo futuras que se pueden seguir a partir de este trabajo.

6.1. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con los métodos de evaluación de evidencias que se han propuesto, mostrados en el capítulo anterior, se pueden resumir en:

- Los métodos de generación de datos (MVG, MVK, GMM) no resultan apropiados para evaluar evidencias forenses con falta de datos, ya que o se ajustan a los mismos dejando de ser lo suficientemente representativos (MVK, GMM) o modelan los datos de forma poco ajustada (MVG).
- En los métodos de regresión logística lineal, se ha observado que los valores de verosimilitud (LR) que se emplean en el entrenamiento están demasiado separados. Esto produce que los valores atípicos (*outliers*) que hay en las bases de datos tengan, después aplicar LLR, un valor absoluto muy alto. Para evitar esto, se han utilizado coeficientes de regularización grandes (λ entre 100 y 200 en ventanas, y λ entre 10 y 100 en envases), pero cuando los *outliers* son muy fuertes se sigue sin solucionar el problema, ya que la regularización no disminuye lo suficiente estos valores o perjudica severamente al resto.
- La aplicación de la validación cruzada *jackknife*, añade honestidad y realismo a los resultados. Esto es debido a la realización del entrenamiento con la misma base de datos que la fusión pero sin contener, en cada paso, los objetos presentes en el enfrentamiento. Es decir, realizando un entrenamiento no optimista.
- Los métodos que emplean modelos gráficos de factorización obtienen unos valores absolutos de LR muy altos. Esto es debido a que los *outliers* que aparecen en la base de datos hacen que los LR totales calculados con la factorización aumenten en valor absoluto:

$$LR_{total}^{GMF} = \frac{LR(Na, Si)LR(K, Na)LR(Al, Fe)LR(Al, K)LR(Ca, Na)LR(Ca, Mg)}{LR(Na)^2LR(K)LR(Al)LR(Ca)}$$
 Este problema no se consigue arreglar aplicando PAV a los LR obtenidos con el método GMF antes de combinar todas las variables en la factorización, ya que los LR siguen teniendo un valor absoluto muy alto.
- Cuando aparecen *outliers* muy fuertes, la aplicación del algoritmo PAV da mejores resultados que usando los métodos de RLLR. Estos *outliers* se limitan más con PAV sin tener que hacer lo mismo con el resto de valores LR, tal y como sucede al aumentar el coeficiente de regularización en RLLR. Esto se debe a que PAV no es lineal, sino que realiza una transformación más flexible, y además el empleo de la Regla de Sucesión de Laplace realiza una saturación de los datos que se salen del rango de LR.
- Cuando los *outliers* no son tan fuertes o incluso no aparecen, los métodos de RLLR funcionan igual o incluso mejor que los que emplean PAV, ya que la transformación lineal de RLLR no genera problemas con estos datos. Esta situación sucede sólo en algunas combinaciones de variables de la base de datos de envases, donde aparecen menos valores LR *outlier* y no son tan fuertes.

- El método MVLR consigue los mejores resultados. Si además se aplica el algoritmo de PAV con Regla de Sucesión de Laplace, los LR tendrán una buena calibración.

En resumen, los resultados evaluados mediante funciones DET, C_{lr} y ECE muestran que:

- En las bases de datos pequeñas, el método MVLR-full requiere una post-calibración para obtener buenos resultados, mientras que UVLR no. Esto se debe a que, al funcionar sobre datos univariados que luego se combinan, UVLR es más robusto a la escasez de datos.
- Los métodos que aplican PAV consiguen mejorar sensiblemente los valores LR cuando aparecen valores atípicos en estas bases de datos.

6.2. TRABAJO FUTURO

Algunas de las posibles líneas futuras que continúen con el trabajo propuesto en este proyecto son:

- Realizar un análisis de la evaluación de evidencias con una base de datos para el entrenamiento y otra base de datos, obtenida en diferentes condiciones, para el testeo. Esto reduciría el problema del optimismo, pero es complejo debido a la escasez de datos.
- Estudiar el efecto de los métodos robustos a *outliers* en una dimensión, que se han propuesto en este proyecto, sobre evidencias de índice de refracción en vidrios.
- Analizar el efecto de los métodos propuestos en este trabajo sobre evidencias forenses en pintura, ya que se trata también de una evidencia con falta de datos y valores atípicos.
- Aplicación de los métodos propuestos en otro tipo de evidencias forenses, o incluso en otros sistemas de reconocimiento de patrones.

REFERENCIAS

1. Duda, R. O., Hart, P., Stork, D.: Pattern Classification. Willey (2001)
2. Maltoni, D., Maio, D., Jain, A. K., Prabhakar, S.: Handbook of fingerprint recognition. Springer (2009)
3. Huang, X., Acero, A.: Spoken language processing. Prentice Hall PTR (2001)
4. Valera, M., Velastin, S. A.: Intelligent distributed surveillance systems. IEE Proc.-Vis. Image Signal Process 152 (2005)
5. Lucy, D.: Introduction to Statistics for Forensic Scientists. John Wiley & Sons (2006)
6. Evett, I. W.: Towards a uniform framework for reporting opinions in forensic science casework. Science and Justice 38, 198-202 (1998)
7. Aitken, C. G. G., Taroni, F.: Statistics and the Evaluation of Evidence for Forensic Scientists. John Wiley & Sons (2004)
8. Zadora, G., Ramos, D.: Evaluation of glass samples for forensic purposes — An application of likelihood ratios and an information–theoretical approach. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems(102), 63-83 (2010)
9. Aitken, C. G. G., Lucy, D.: Evaluation of trace evidence in the form of multivariate data. Applied statistics(53), 109-122 (2004)
10. Pigeon, S., Druyts, P., Verlinde, P.: Applying Logistic Regression to the Fusion of the NIST'99 1-Speaker Submissions. Digital Signal Processing(10), 237-248 (2000)
11. Minka, T. P.: A comparison of numerical optimizers for logistic regression. (2007)
12. Bishop, C. M.: Pattern Recognition and Machine Learning. Springer (2006)
13. Brümmer, N., du Preez, J.: Application-Independent Evaluation of Speaker Detection. Computer, Speech and Language(20), 230-275 (2006)
14. Gialamas, D. M.: Encyclopedia of Forensic Sciences. In : Criminalistics. Academic Press (2000) 471-477
15. Champod, C.: Identification/individualization: Overview and meaning of ID. In : Encyclopedia of Forensic Science. Wiley (2000) 1077-1083
16. Saks, M. J., Koehler, J. J.: The coming paradigm shift in forensic identification. Science(5), 892 (2005)

REFERENCIAS

17. Curran, J., Hicks, T., Buckleton, J. S.: Forensic Interpretation of Glass Evidence. CRC Press (2000)
18. Curran, J. M.: The Statistical Interpretation of Forensic Glass Evidence. *International Statistical Review*(71), 497-520 (2003)
19. Koons, R., Buscaglia, J.: Distribution of Refractive Index Values in Sheet Glasses. *Forensic Science Communication*(3) (2001)
20. Zadora, G., Brozek-Mucha, Z.: SEM-EDX—a useful tool for forensic examinations. *Materials Chemistry and Physics*(81), 345-348 (2003)
21. Zadora, G.: Classification of glass fragments based on elemental composition and refractive index. *Journal of Forensic Sciences*(54), 49-59 (2009)
22. Hicks, T., Monard, F., Goldmann, T., Brunelle, A., Champod, C., Margot, F.: The classification and discrimination of glass fragments using non destructive energy dispersive X-ray fluorescence. *Forensic Science International*(137), 107–118 (2003)
23. Trejos, T., Almirall, J.: Sampling strategies for the analysis of glass fragments LA-ICP-MS Part 1: micro-homogeneity study of glass and its application to the interpretation of forensic evidence. *Talanta*(67), 388–95 (2005)
24. Joy, D., Howitt, D. G.: Scanning Electron Microscopy. In : *Encyclopedia of Physical Science and Technology Third edition edn.* (2003) 457-467
25. Reeve, V., Mathiesen, J., Fong, W.: Elemental analysis by energy dispersive X-ray: A significant factor in the forensic analysis of glass. *Journal of Forensic Sciences*(21), 291-306 (1976)
26. Aitken, C. G. G., Lucy, D., Zadora, G., Curran, J. M.: Evaluation of transfer evidence for three-level multivariate data with the use of graphical models. *Computational Statistics & Data Analysis*(50), 2571 – 2588 (2006)
27. van Leeuwen, D., Brümmer, N.: An Introduction to Application-Independent Evaluation of Speaker Recognition Systems. *Computer Science*(4343), 330-353 (2007)
28. Martin, A., Doddington, G., Kamm, T., Ordowski, M., Przybocki, M.: The DET curve in assessment of detection task performance. In : *National Institute of Standards and Technology*, pp.1895-1898 (1997)
29. Gneiting, T., Raftery, A. E.: Strictly Proper Scoring Rules, Prediction, and Estimation. *Journal of the American Statistical Association* 102, 359-378 (2007)
30. Ramos, D.: Forensic Evaluation of the Evidence using Automatic Speaker Recognition Systems. Ph.D. thesis in Electrical and Electronic Engineering, Universidad Autónoma de

- Madrid (Spain) (2007)
31. Ramos, D., Zadora, G.: Information-theoretical feature selection using data obtained by Scanning Electron Microscopy coupled with and Energy Dispersive X-ray spectrometer for the classification of glass traces. *Analytica Chimica Acta*(705), 207-217 (2011)
 32. Brümmer, N.: Measuring, refining and calibrating speaker and language information extracted from speech. Ph.D. thesis in Electrical and Electronic Engineering, University of Stellenbosch (South Africa) (2010)
 33. Brummer, N., Burget, L., Cernocky, J. H., Glembek, O., Grezl, F., Karafiat, M., van Leeuwen, D. A., Matejka, P., Schwarz, P., Strasheim, A.: Fusion of Heterogeneous Speaker Recognition Systems in the STBU Submission for the NIST Speaker Recognition Evaluation 2006. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*(15), 2072-2084 (2007)
 34. Grubbs, F.: Procedures for detecting outlying observations in samples. *Technometrics*(11), 1-21 (1969)
 35. Fawcett, T., Niculescu-Mizil, A.: PAV and the ROC convex hull. *Machine Learning*(68), 97-106 (2007)
 36. Robert, C.: The Bayesian choice: From decision-theoretic foundations to computational implementation. Springer (2007)
 37. Zadrozny, B. .: Transforming Classifier Scores into Accurate Multiclass Probability Estimates. In : Proceedings of the eighth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining (2002)
 38. Ramos, D., Gonzalez-Rodriguez, J., Zadora, G., Zieba-Palus, J., Aitken, C.: Information-theoretical comparison of likelihood ratio methods of forensic. In : Proceedings of the Third International Symposium on Information Assurance and Security (2007)
 39. Zieba-Palus, J., Zadora, G., Milczarek, J.: Differentiation and evaluation of evidence value of styrene acrylic urethane topcoat car paints analysed by pyrolysis-gas chromatography. *Journal of Chromatography A*(1179), 47-58 (2008)

REFERENCIAS

A. MÉTODO MVLR

Como ya se ha comentado en la sección 3.1.1., en la evaluación de evidencias se parte de las observaciones sobre fragmentos de origen conocido (*control*) y de origen desconocido (*recovered*).

Para comprender mejor cómo se obtienen las relaciones de verosimilitudes (*LR*) con MVLR, se va a poner un ejemplo con observaciones de índices de refracción (*IR*) de fragmentos de cristales. En este caso tenemos las siguientes observaciones:

$$\bar{x} = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_N\}, \text{ IR fragmentos control} \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{y} = \{y_1, \dots, y_i, \dots, y_M\}, \text{ IR fragmentos recovered} \quad (\text{A.2})$$

Las funciones de densidad de probabilidad de la ecuación (2.5):

$$LR_i = \frac{Pr(E_i|H_p, I)}{Pr(E_i|H_d, I)} = \frac{f(E_i|H_p, I)}{f(E_i|H_d, I)}$$

se podrían obtener a partir de la media μ y covarianza Σ de las funciones de densidad de probabilidad de un conjunto de entrenamiento de pares de IR provenientes de la misma fuente, $f(x_i, y_i|H_p, \bar{\mu}_p, \bar{\Sigma}_p)$, y de diferente fuente, $f(x_i, y_i|H_d, \bar{\mu}_d, \bar{\Sigma}_d)$, mediante estimación de estos parámetros por máxima verosimilitud. Por ejemplo:

$$LR_i = \frac{f(x_i, y_i|H_p)}{f(x_i, y_i|H_d)} = \frac{f(x_i, y_i|H_p, \bar{\mu}_p, \bar{\Sigma}_p)}{f(x_i, y_i|H_d, \bar{\mu}_d, \bar{\Sigma}_d)} \quad (\text{A.3})$$

Pero para esta equivalencia (A.3), los parámetros $\bar{\mu}$ y $\bar{\Sigma}$ se calculan únicamente con la información aportada por los datos de los que se dispone, sin tener en cuenta otras fuentes de información y, además, sin considerar la incertidumbre en la estimación de los valores de $\bar{\mu}$ y $\bar{\Sigma}$.

Por esta razón, el método MVLR de Aitken y Lucy [9] considera toda la incertidumbre en la obtención de $\bar{\mu}$ y $\bar{\Sigma}$ empleando la marginalización de funciones de densidad de probabilidad:

$$f(A) = \int f(A, b)db \quad (\text{A.4})$$

Lo que se traduce en nuestro caso como:

$$f(x_i, y_i|H_p) = \int f(x_i, y_i|H_p, \bar{\mu}, \bar{\Sigma})f(\bar{\mu}, \bar{\Sigma}|H_p)d\bar{\mu}, \bar{\Sigma} = \int f(x_i, y_i|H_p, \theta)f(\theta|H_p)d\theta \quad (\text{A.5})$$

$$f(x_i, y_i|H_d) = \int f(x_i, y_i|H_d, \bar{\mu}, \bar{\Sigma})f(\bar{\mu}, \bar{\Sigma}|H_d)d\bar{\mu}, \bar{\Sigma} = \int f(x_i, y_i|H_d, \theta)f(\theta|H_d)d\theta \quad (\text{A.6})$$

La estimación de las componentes de la función de densidad de probabilidad de $\theta = \{\bar{\mu}, \bar{\Sigma}\}$, en (A.5) y (A.6), se realizan mediante un modelo bayesiano. Es decir, se modela la función $f(\bar{\mu}, \bar{\Sigma}|H_p) = f(\theta|H_p)$ con una distribución que se calcula con los

datos observados. Cuantos más datos se tengan más se adecuará esta función a los datos.

Aitken y Lucy [9] emplean un modelo híbrido en el que las matrices de covarianza $\bar{\Sigma}$ son fijas, calculadas con los datos, mientras que los vectores de medias $\bar{\mu}$ se consideran variables aleatorias y se marginalizan.

Para calcular la ecuación (A.5) se aplica independencia condicional al modelo. Es decir, si se conoce θ , la información aportada por el fragmento *control* x_i no da información acerca del fragmento *recovered* y_i . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} f(x_i, y_i | H_p) &= \int f(x_i, y_i | H_p, \theta) f(\theta | H_p) d\theta = \\ &= \int f(x_i | H_p, \theta) f(y_i | H_p, \theta) f(\theta | H_p) d\theta \end{aligned} \quad (A.7)$$

Por otro lado, para calcular la ecuación (A.6) se aplica independencia condicional a la hipótesis. Es decir, sabiendo que los dos fragmentos son de fuentes diferentes (es decir, H_d cierta), la información aportada por el fragmento *control* x_i no da información acerca del fragmento *recovered* y_i . Y además, cada fragmento sigue una distribución diferente por tener distinta procedencia. Por lo tanto:

$$f(x_i, y_i | H_d) = f(x_i | H_d) f(y_i | H_d) = \int f(x_i | H_d, \theta) f(\theta | H_d) d\theta \int f(y_i | H_d, \theta) f(\theta | H_d) d\theta \quad (A.8)$$

Finalmente, utilizando las ecuaciones (A.7) y (A.8), la ecuación (A.3) se convierte en:

$$LR_i = \frac{f(x_i, y_i | H_p)}{f(x_i, y_i | H_d)} = \frac{\int f(x_i | \theta) f(y_i | \theta) f(\theta) d\theta}{\int f(x_i | \theta) f(\theta) d\theta \int f(y_i | \theta) f(\theta) d\theta} \quad (A.9)$$

Donde la condicionalidad a las hipótesis se elimina de las funciones densidad de probabilidad, que ya no influye en las mismas.

El método que se sigue en este proyecto es el denominado MVN en [9], que asigna una función densidad normal multivariada para $f(x_i | \theta)$ y $f(y_i | \theta)$, y una distribución kernel para $f(\theta)$.

Para completar información, referirse a [7] y [9].

B. GRÁFICAS Y TABLAS

B1. EXPERIMENTOS CON LR DE VENTANAS

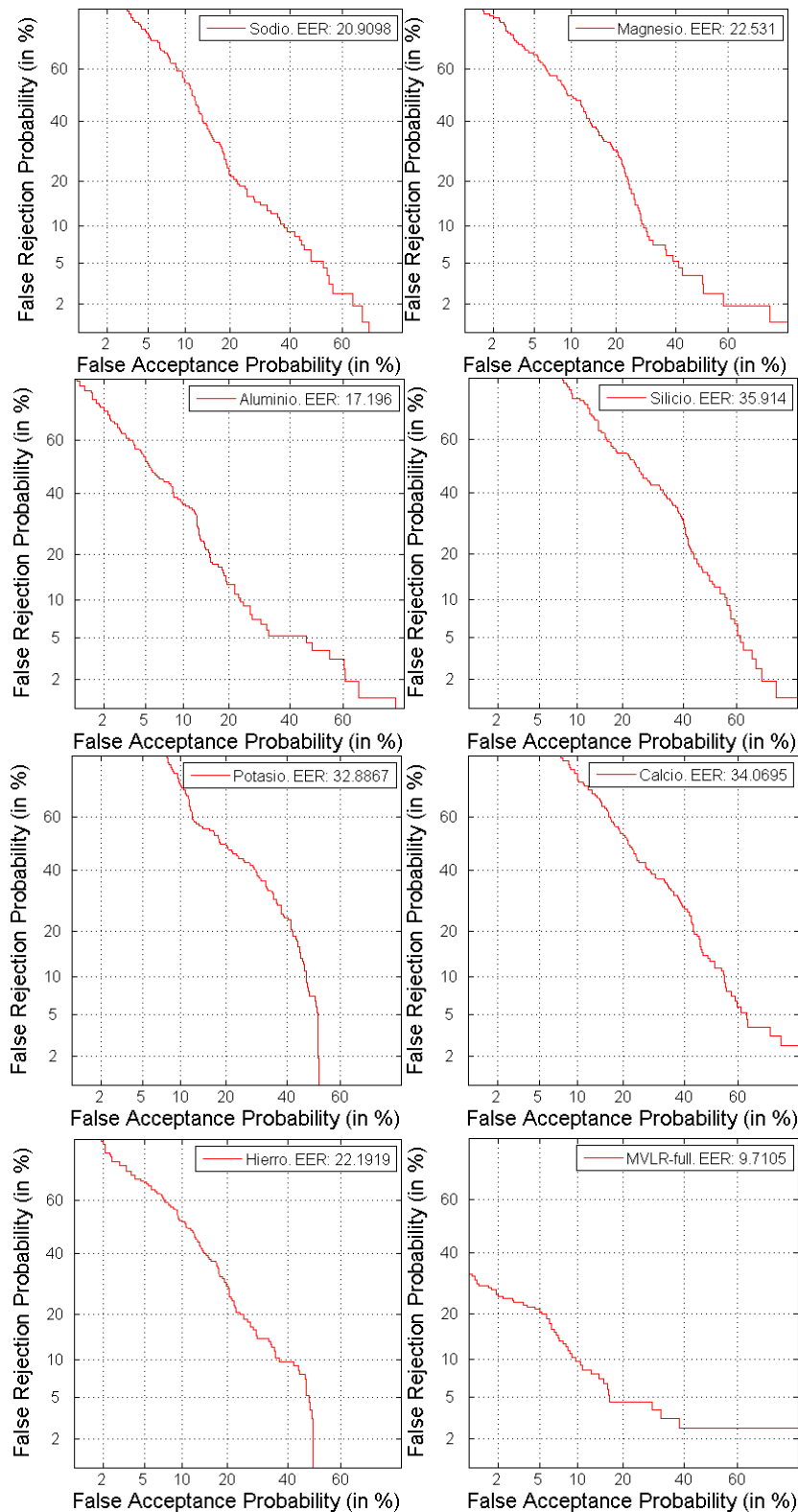


Figura B.1: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

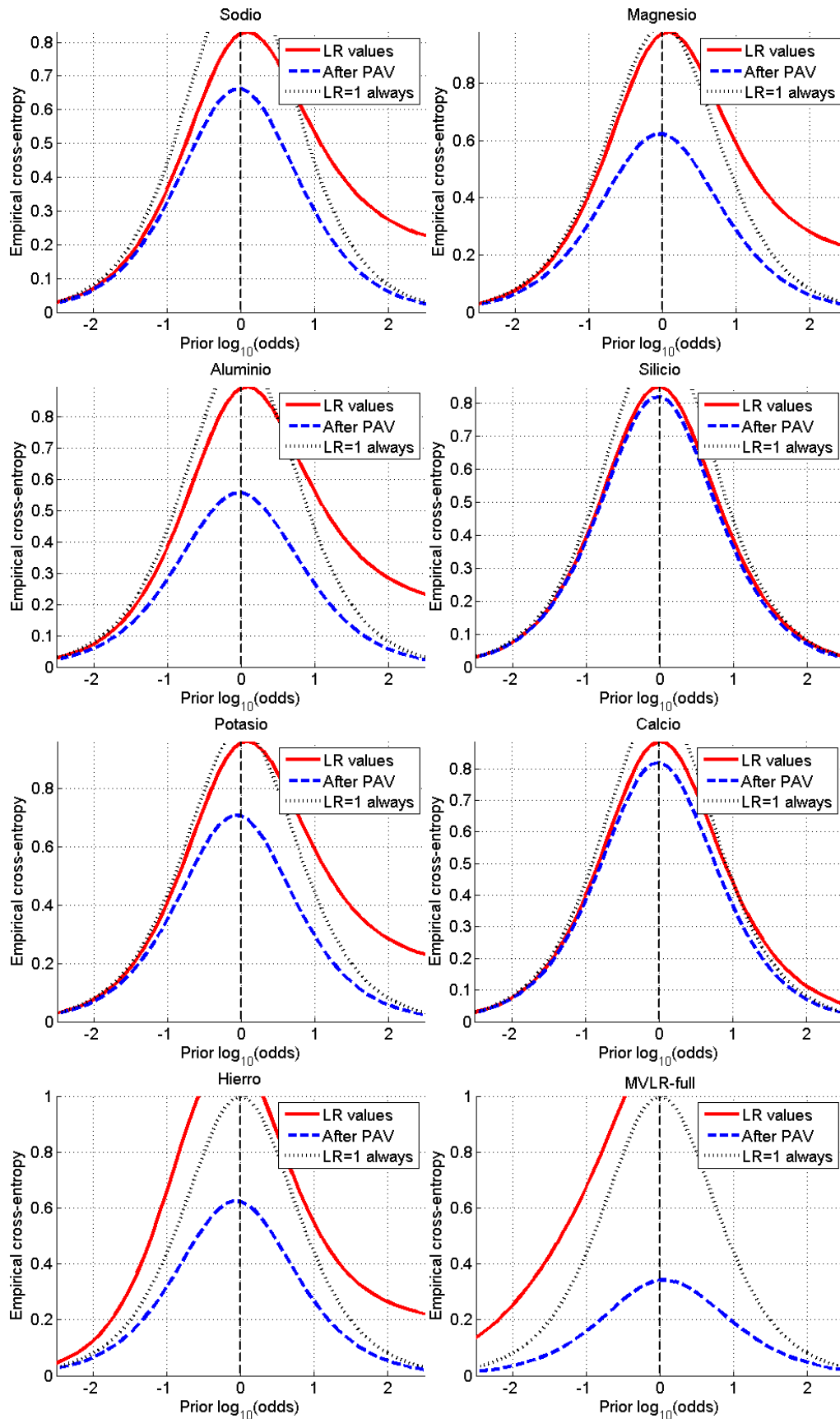


Figura B.2: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

B. GRÁFICAS Y TABLAS

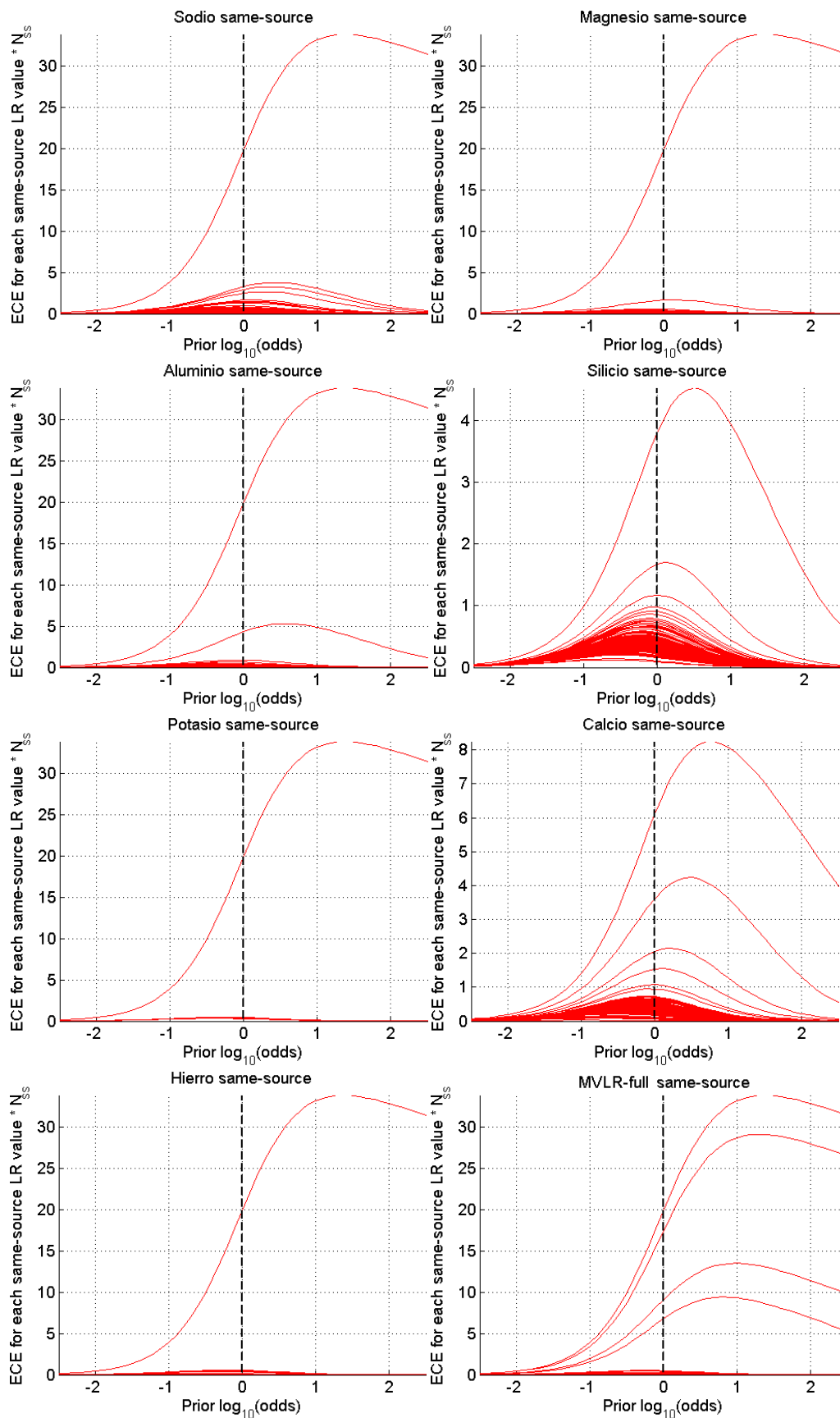


Figura B.3: Curvas ECE de los valores LR *target* (*same-source*) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UCLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

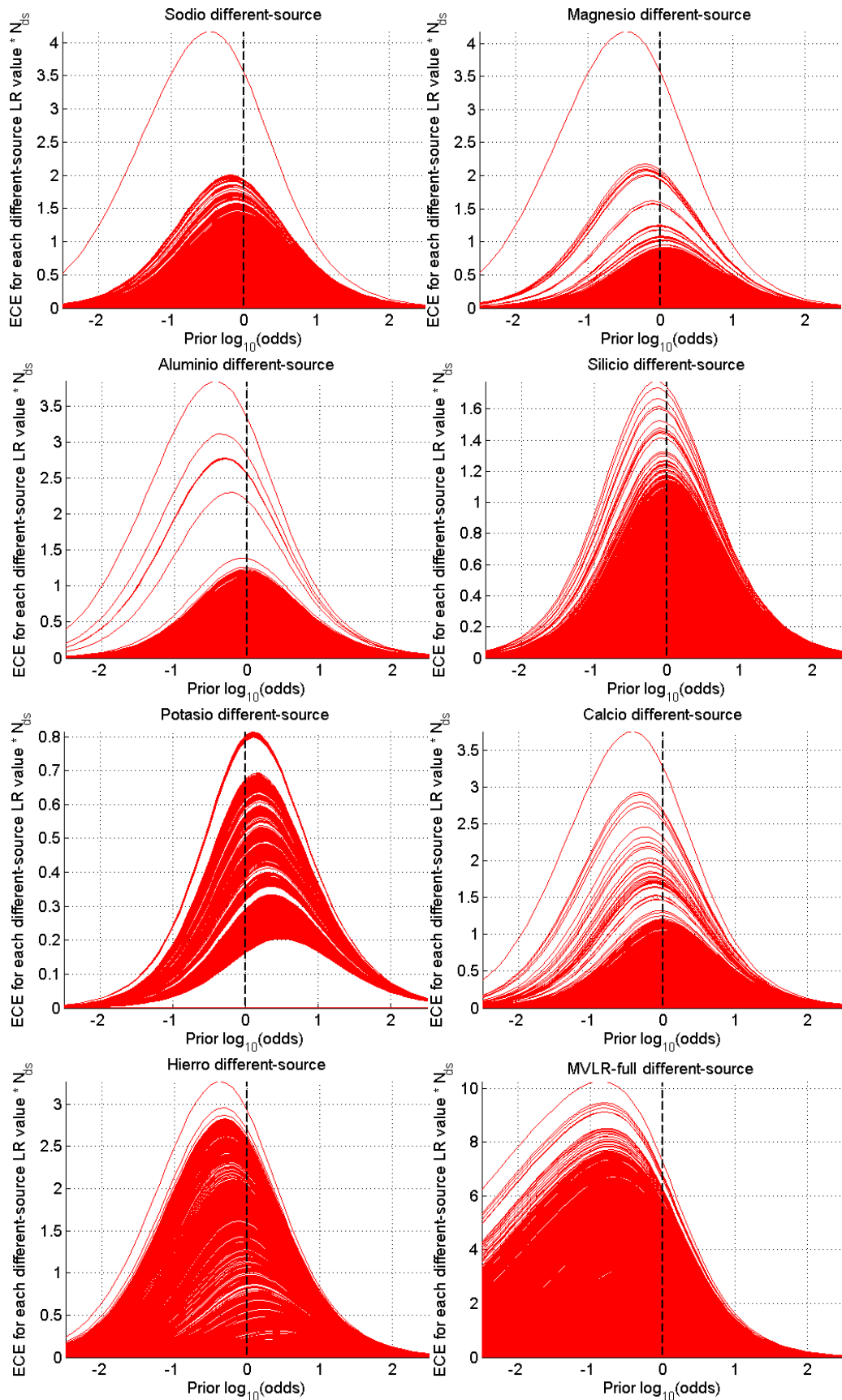


Figura B.4: Curvas ECE de los valores LR *non-target* (*different-source*) para los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

B. GRÁFICAS Y TABLAS

		COMB_1			COMB_2			COMB_3			COMB_4		
		o_i	o_j	log(LR)	o_i	o_j	log(LR)	o_i	o_j	log(LR)	o_i	o_j	log(LR)
Na	t	8		-13,39	98		-1,974	100		-1,759	5		-1,47
	nt	8	148	2,1399	42	82	1,1354	3	82	1,129	80	82	1,1281
Mg	t	101		-25,9	36		-0,941	100		-0,056	96		0,1141
	nt	98	101	2,1461	75	103	1,2324	75	102	1,2126	102	103	1,1893
Al	t	80		-20,84	100		-2,597	144		-0,391	64		-0,144
	nt	84	88	2,0042	89	94	1,6861	143	144	1,5318	75	143	1,5318
Si	t	27		-2,286	133		-0,96	55		-0,611	50		-0,454
	nt	27	36	1,0088	28	36	0,9839	5	53	0,9422	40	53	0,9117
K	t	119		-18,95	127		0,0729	125		0,0747	83		0,0758
	nt	28	43	0,3119	28	36	0,3111	140	146	0,3109	140	152	0,3108
Ca	t	41		-3,674	27		-2,169	64		-1,217	133		-0,868
	nt	28	101	1,9709	27	41	1,6058	27	101	1,5888	28	41	1,5431
Fe	t	101		-17,29	10		-0,084	12		0,0006	34		0,0443
	nt	10	32	1,7569	10	46	1,6166	37	71	1,5758	42	71	1,5758

Objeto cuyo LR para un elemento en particular es considerado dañino

Combinación cuyo LR para un elemento en particular es considerado dañino

Tabla B.1: Principales *outliers* encontrados en los fragmentos de vidrios de ventanas obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Mg, Al, Si, K, Ca y Fe).

B2. EXPERIMENTOS CON LR DE ENVASES

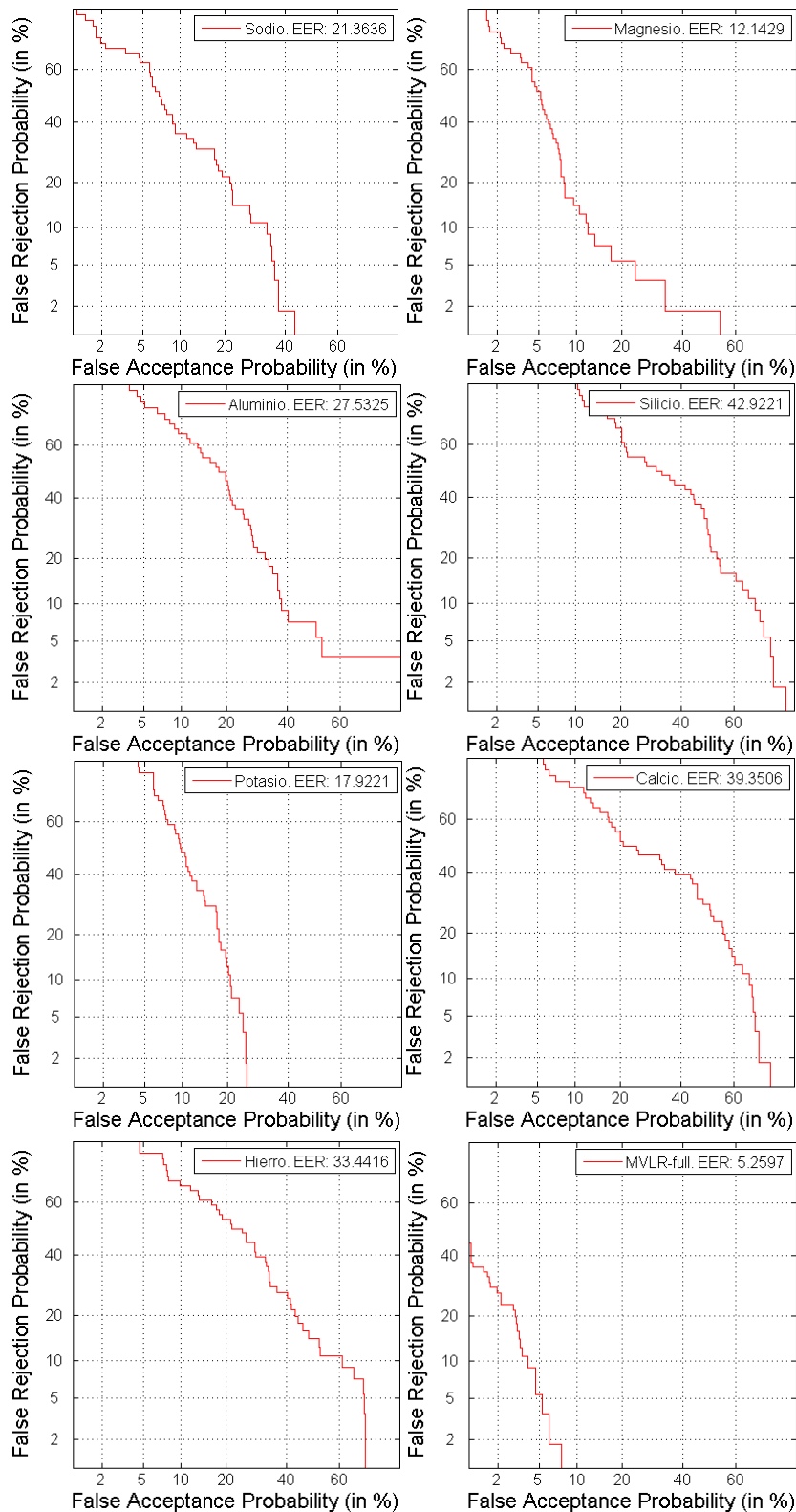


Figura B.5: Curvas DET de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

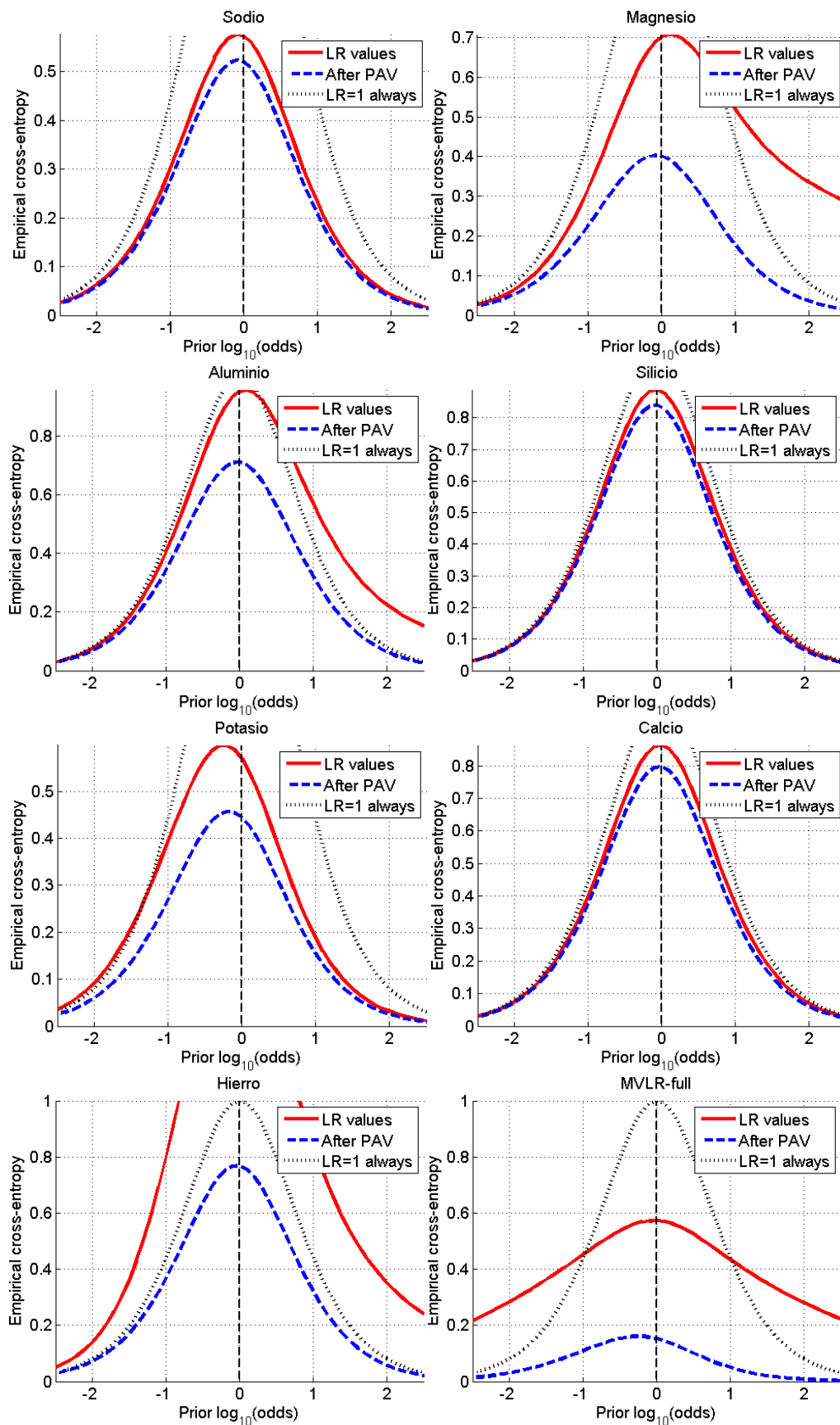


Figura B.6: Curvas ECE de los valores LR para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

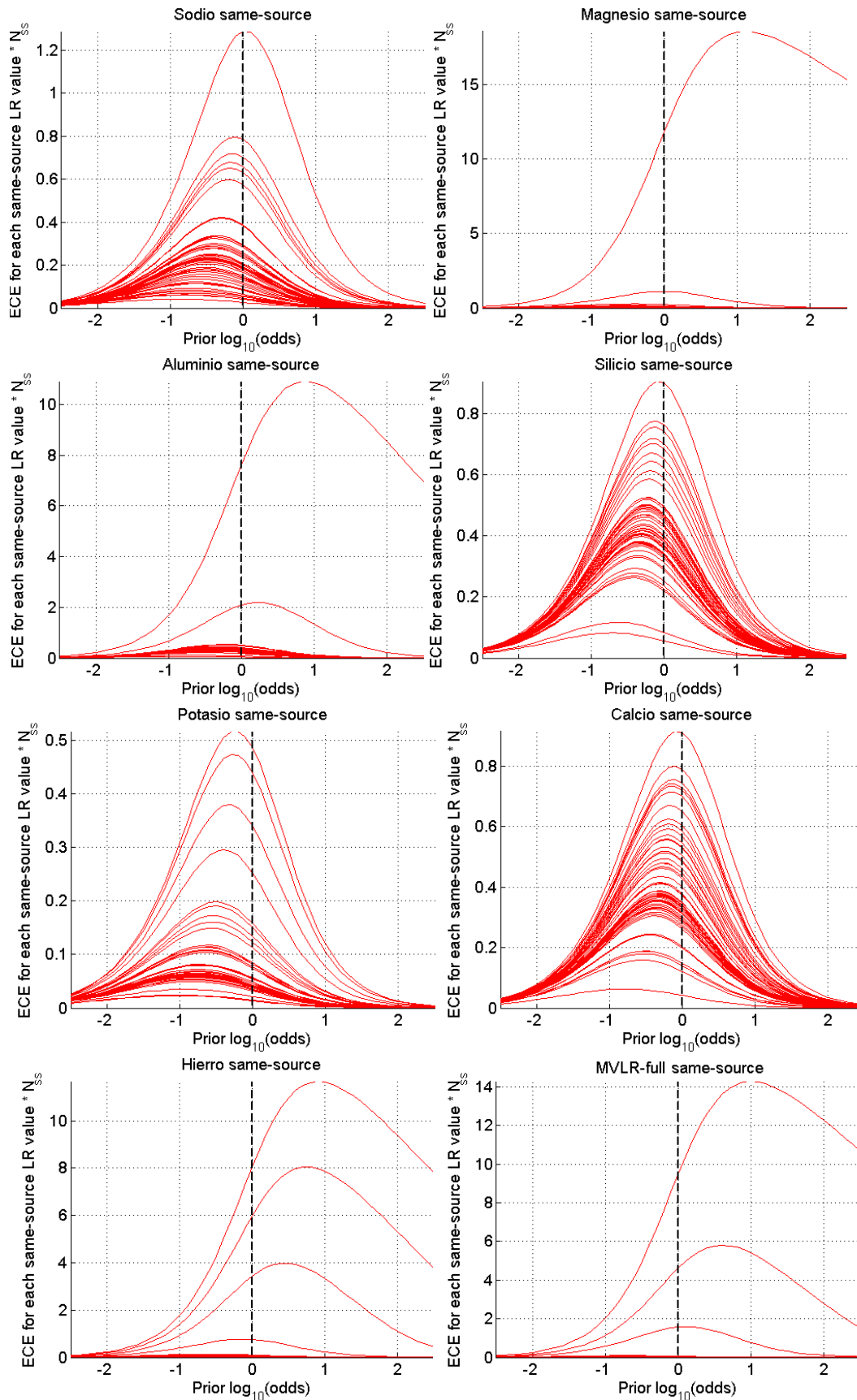


Figura B.7: Curvas ECE de los valores LR *target* (*same-source*) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UVLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

B. GRÁFICAS Y TABLAS

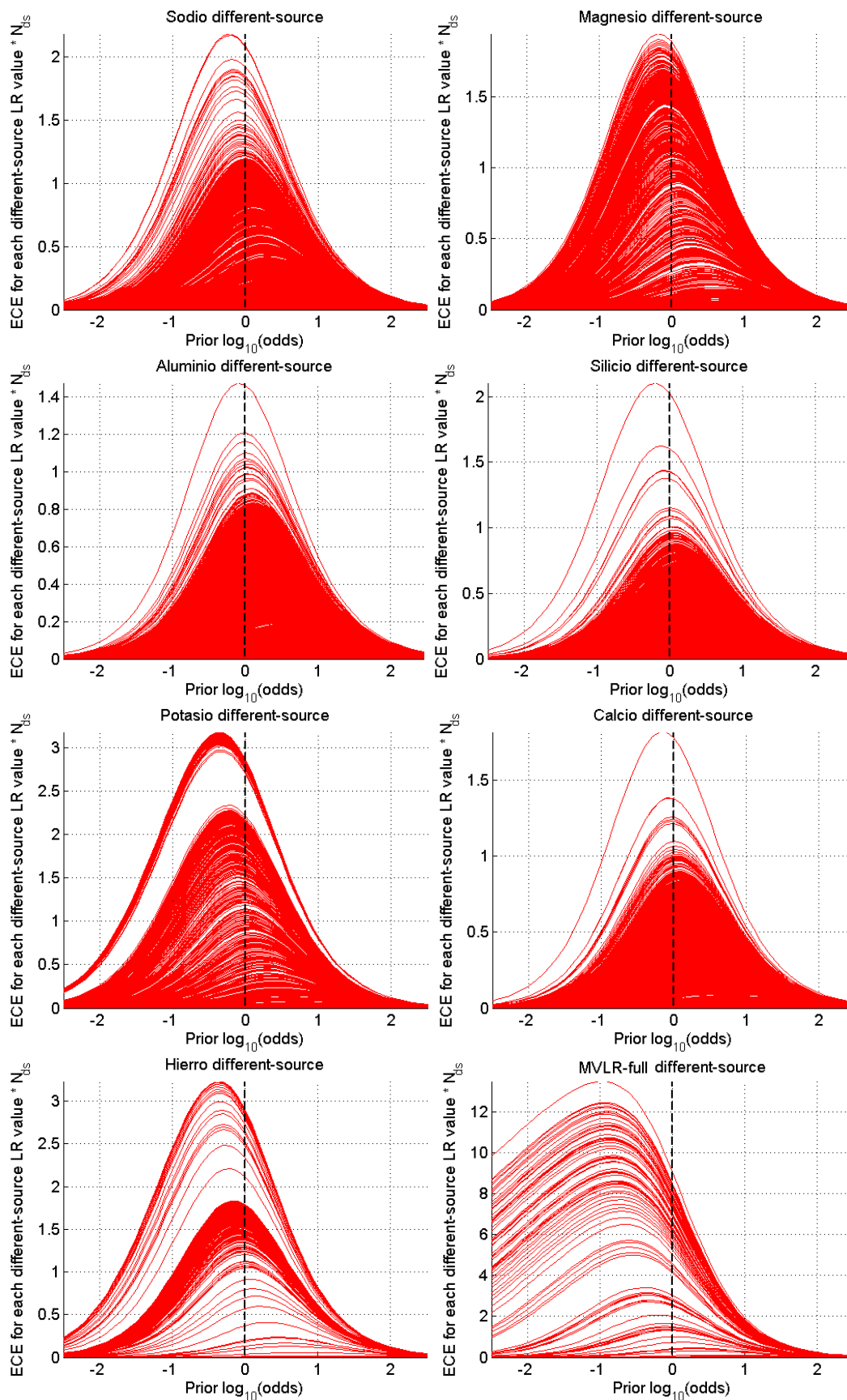


Figura B.8: Curvas ECE de los valores LR *non-target* (*different-source*) para los fragmentos de vidrios de envases obtenidos con UCLR para cada una de las componentes químicas (Na, Al, Mg, Si, K, Ca y Fe) y con MVLR-full.

B3. EXPERIMENTOS CON MODELOS DE GENERACIÓN DE DATOS (MVG, MVK, GMM)

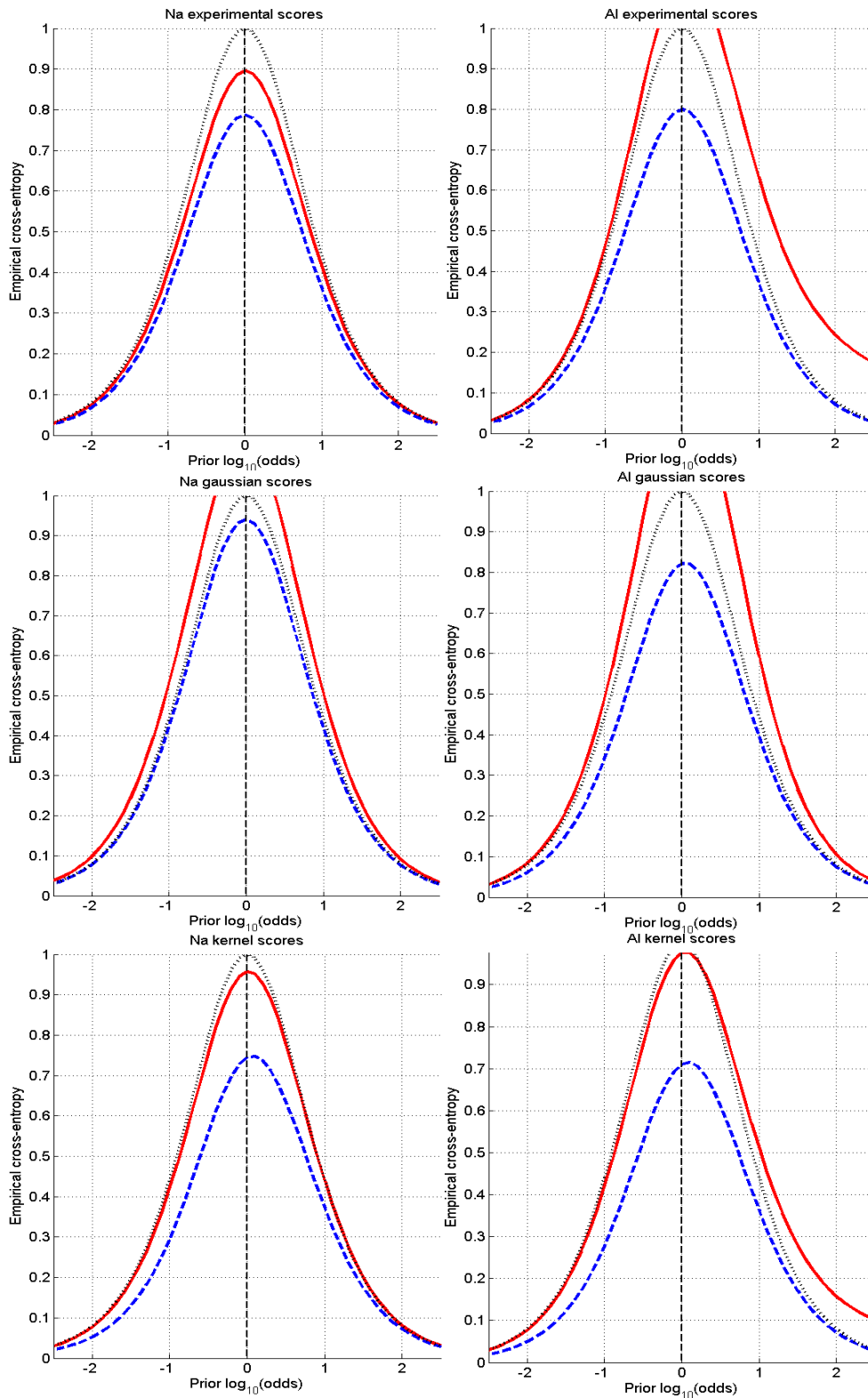


Figura B.9: Curvas ECE para los valores LR de la base de datos de ventanas, obtenidos con UVLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

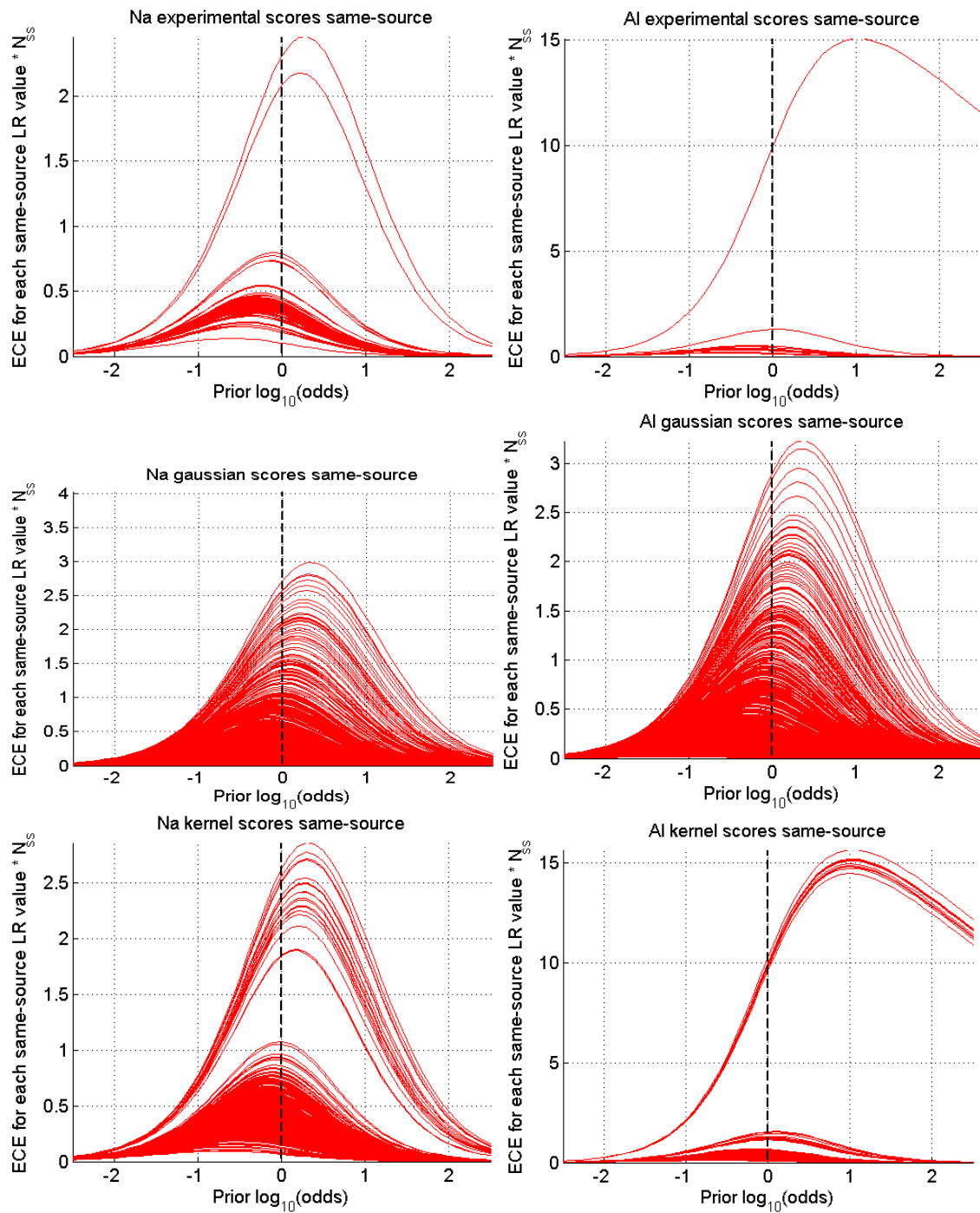


Figura B.10: Curvas ECE para los valores LR *target* (*same-source*) de la base de datos de ventanas, obtenidos con UCLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

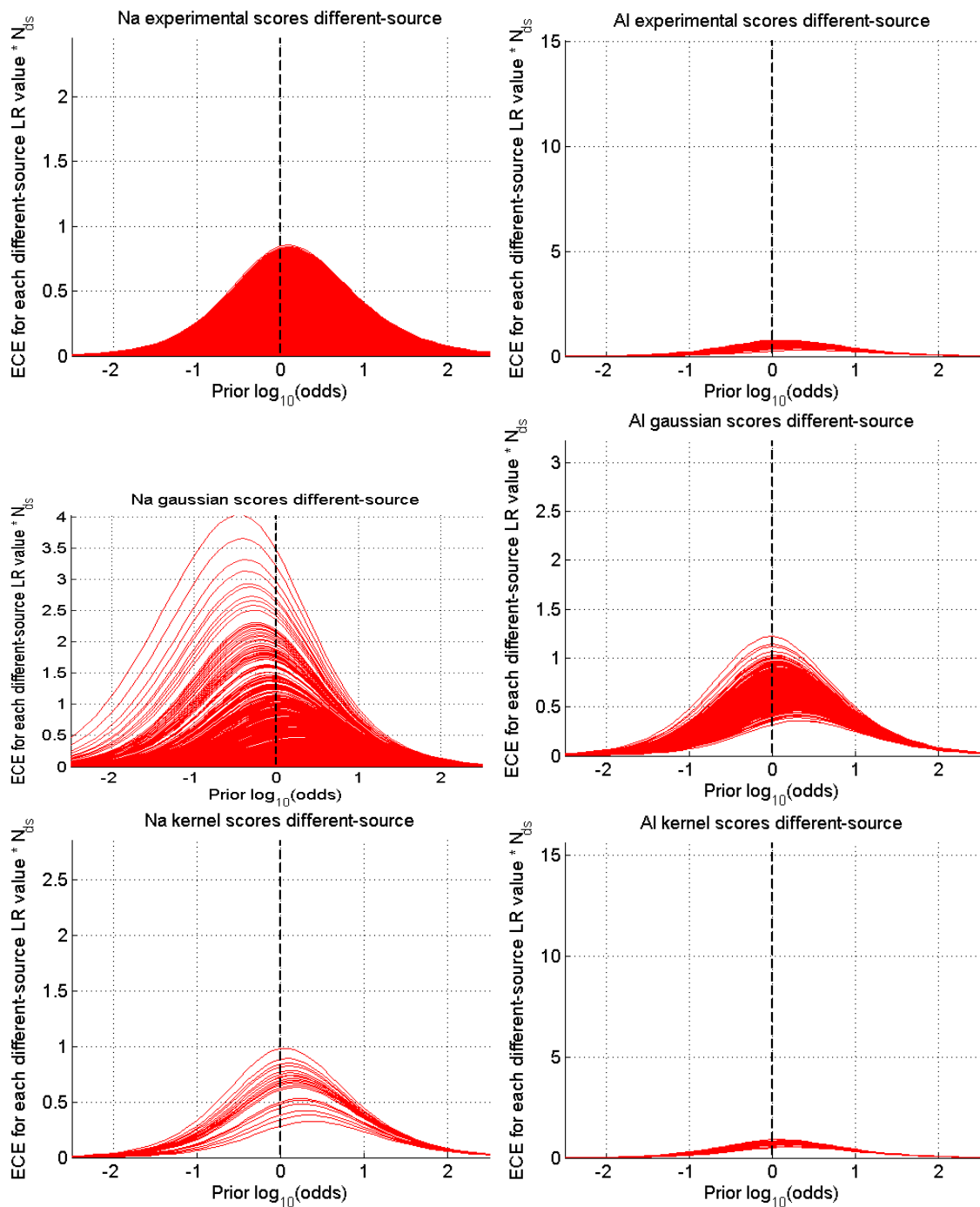


Figura B.11: Curvas ECE para los valores LR *non-target* (*different-source*) de la base de datos de ventanas, obtenidos con UVLR (primera fila), generados con MVG (segunda fila) y generados con MVK (tercera fila), para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

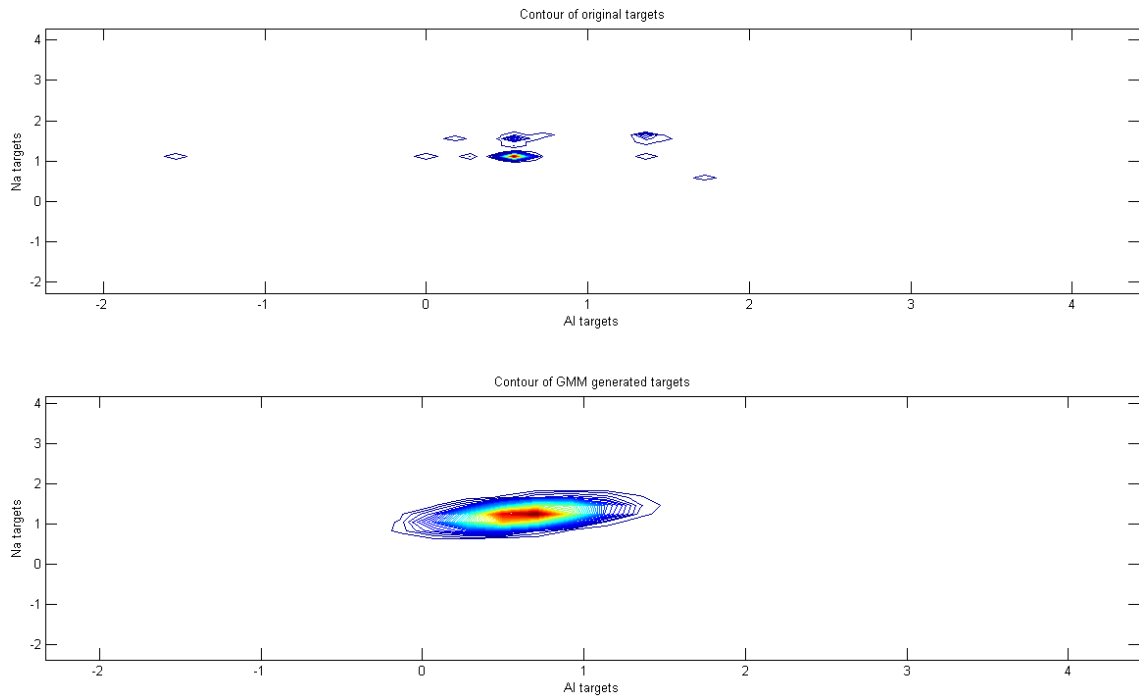


Figura B.12: Contorno de las FDP de LR *target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 2 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

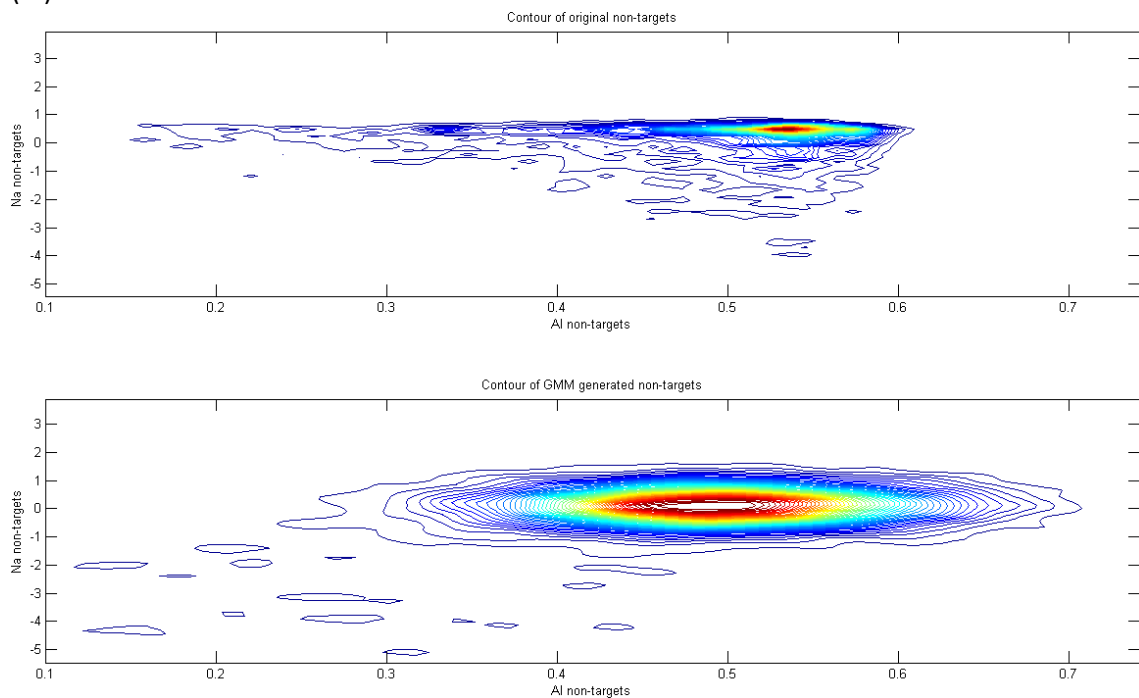


Figura B.13: Contorno de las FDP de LR *non-target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 2 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

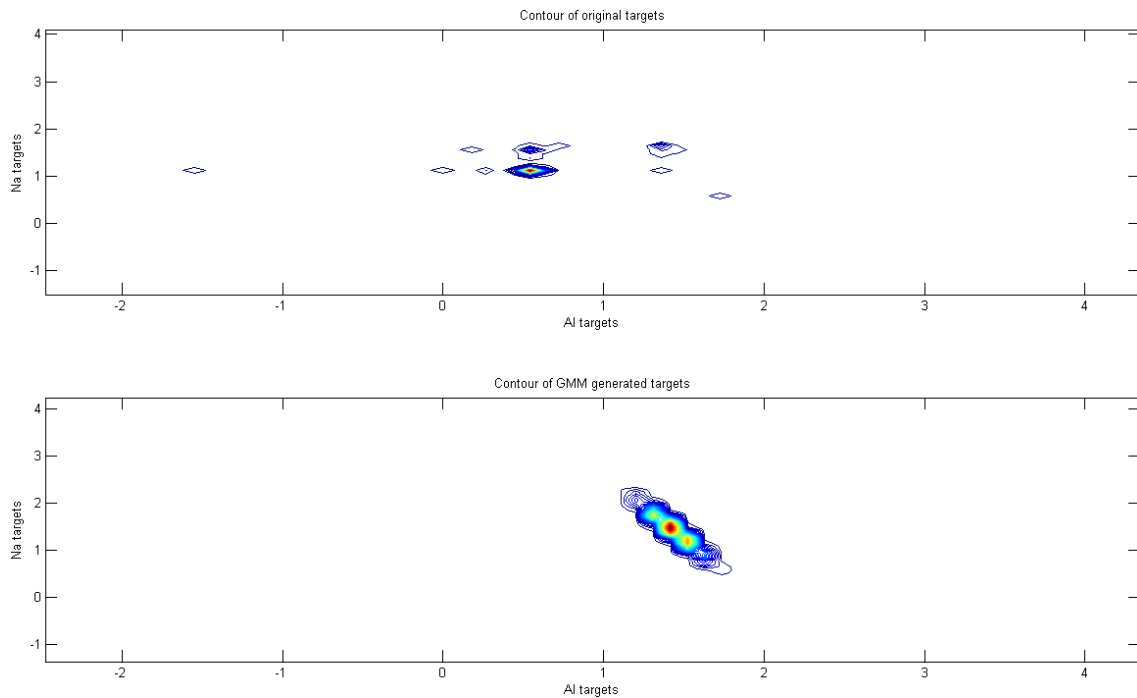


Figura B.14: Contorno de las FDP de LR *target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 4 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

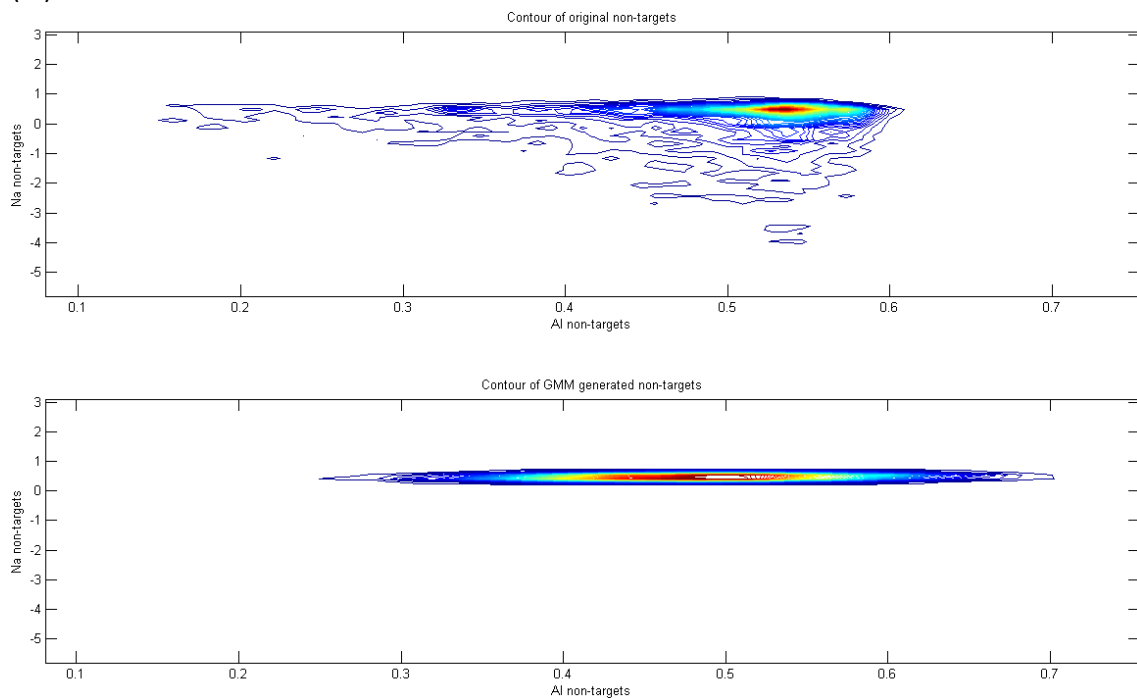


Figura B.15: Contorno de las FDP de LR *non-target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 4 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

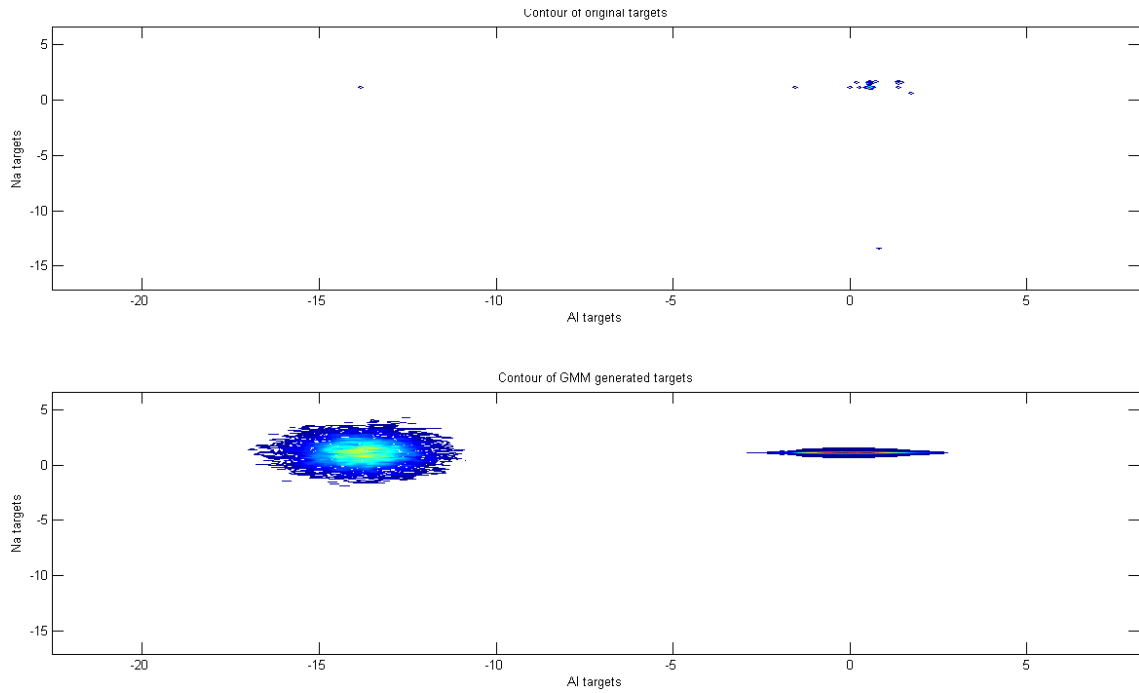


Figura B.16: Contorno de las FDP de LR *target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 8 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

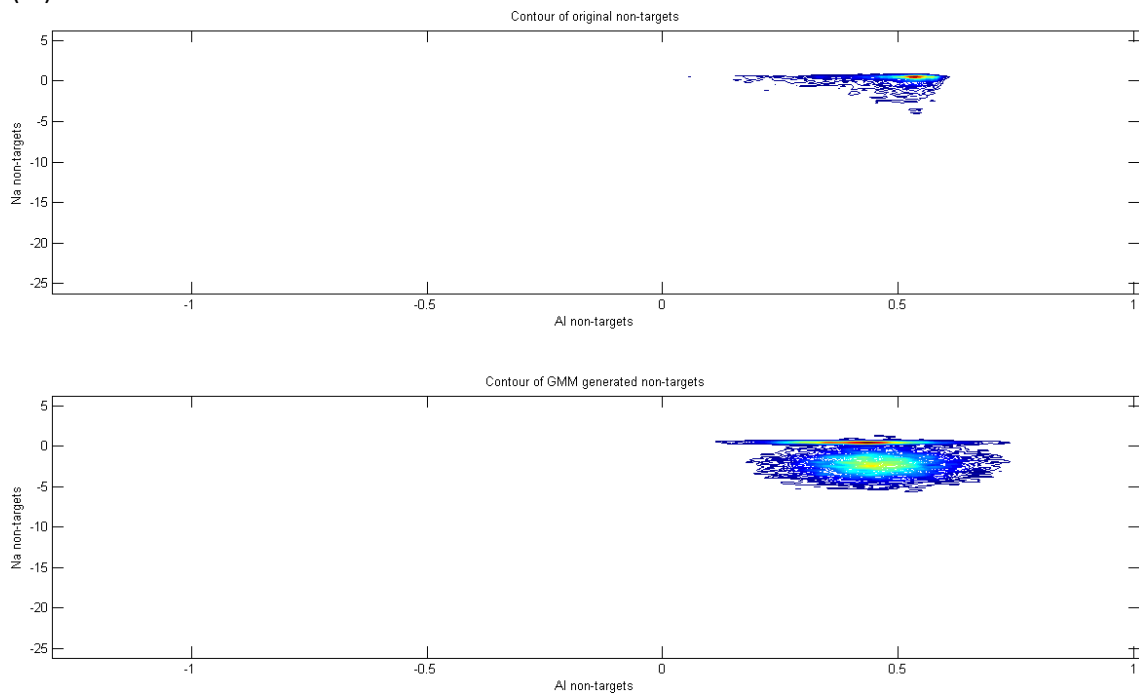


Figura B.17: Contorno de las FDP de LR *non-target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 8 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

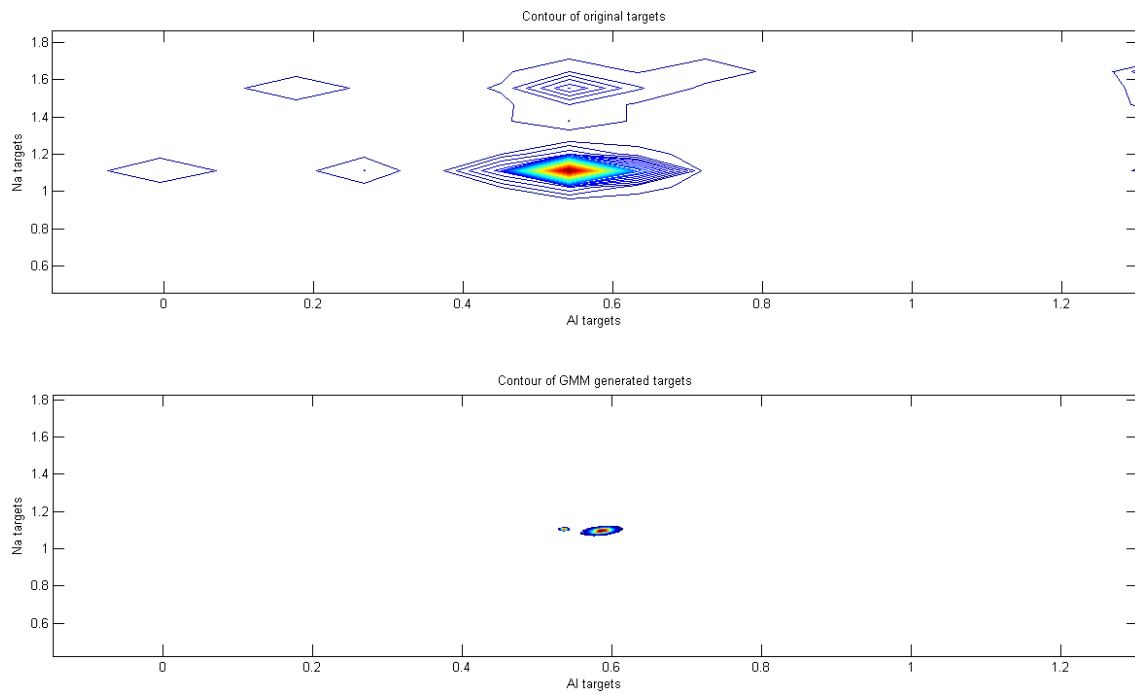


Figura B.18: Contorno de las FDP de LR *target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 16 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

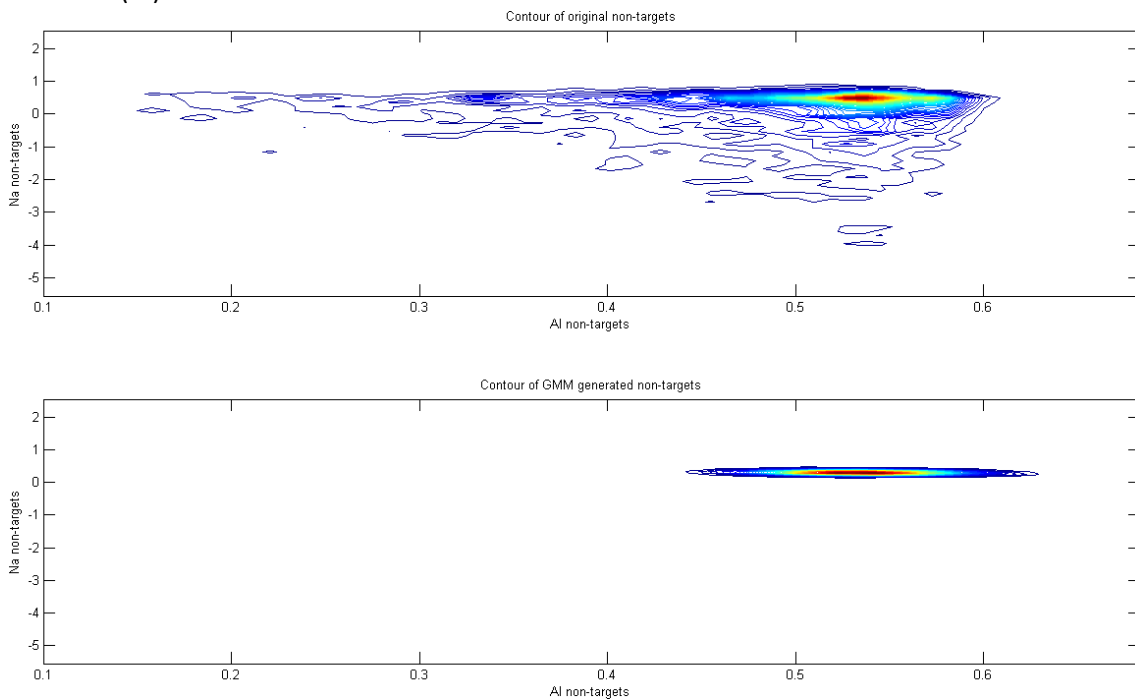


Figura B.19: Contorno de las FDP de LR *non-target* de la base de datos (superior) y de los LR generados con un GMM de 16 gaussianas, para las componentes químicas sodio (Na) y aluminio (Al).

B4. EXPERIMENTOS DEL CASO MULTIVARIANTE CON RLLR Y PAV (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, MVLR-FULL, GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV)

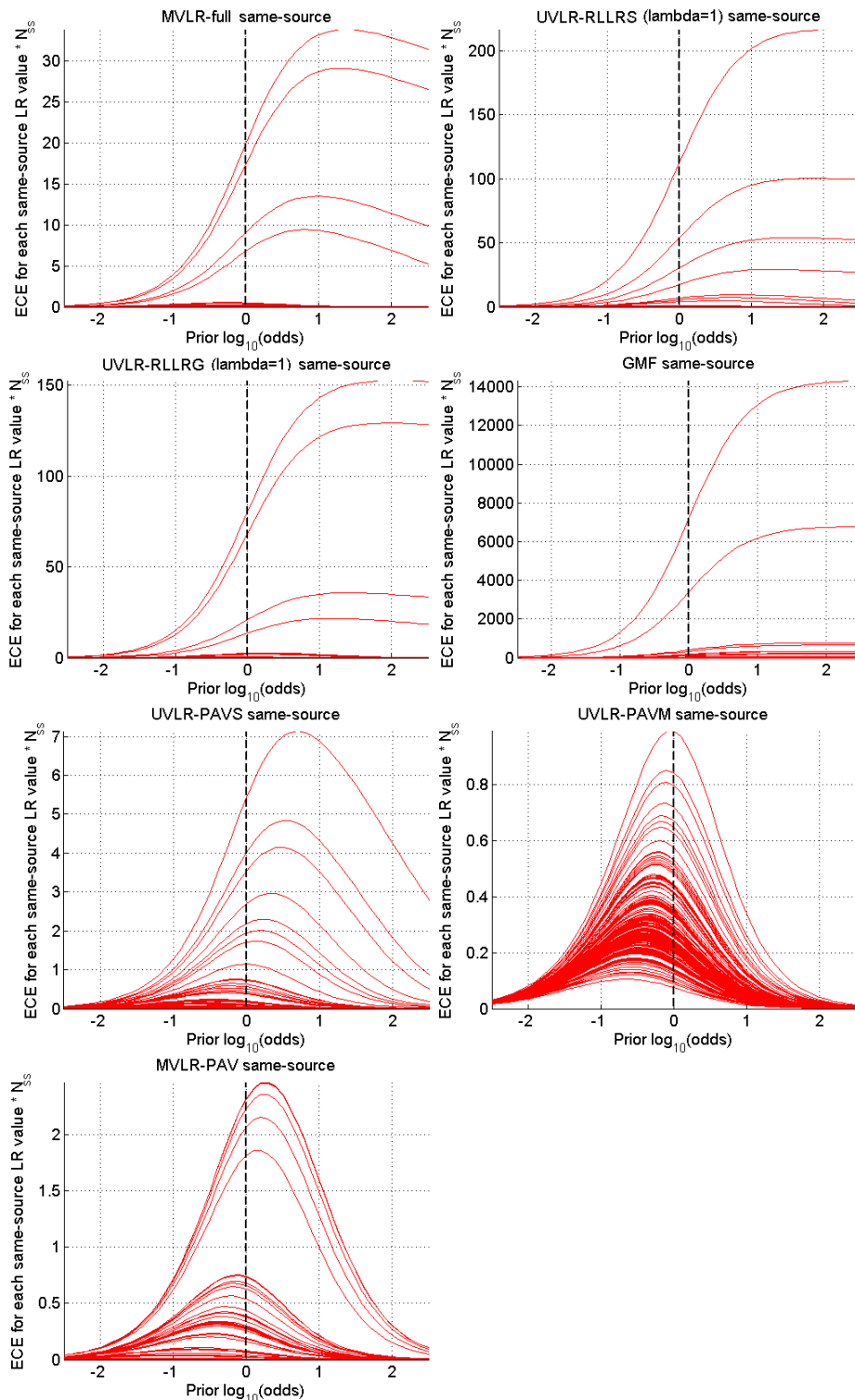


Figura B.20: Curvas ECE para los valores LR *target* de la base de datos de ventanas, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.

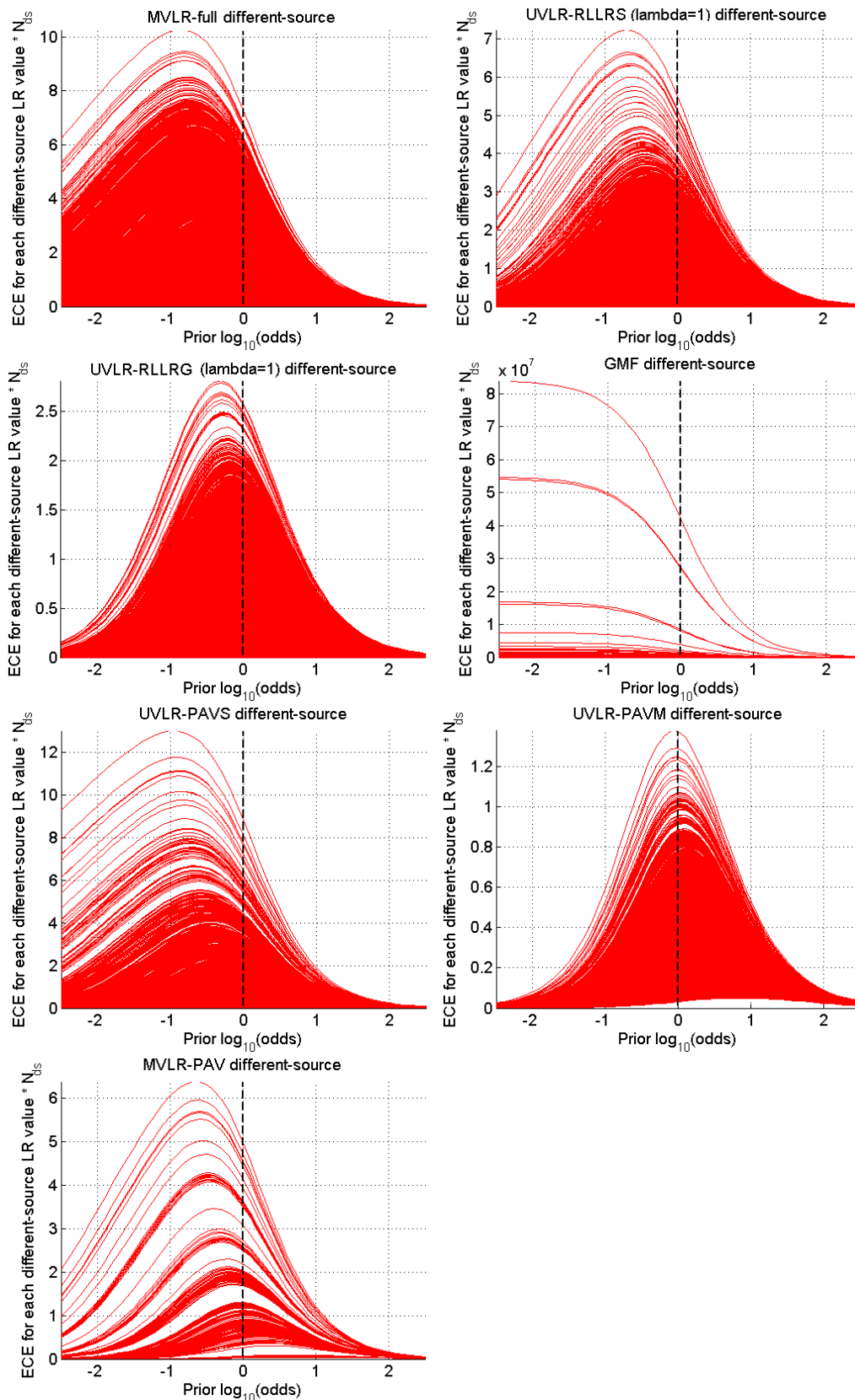


Figura B.21: Curvas ECE para los valores LR *non-target* de la base de datos de ventanas, obtenidos con los métodos MVLR-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLR-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.

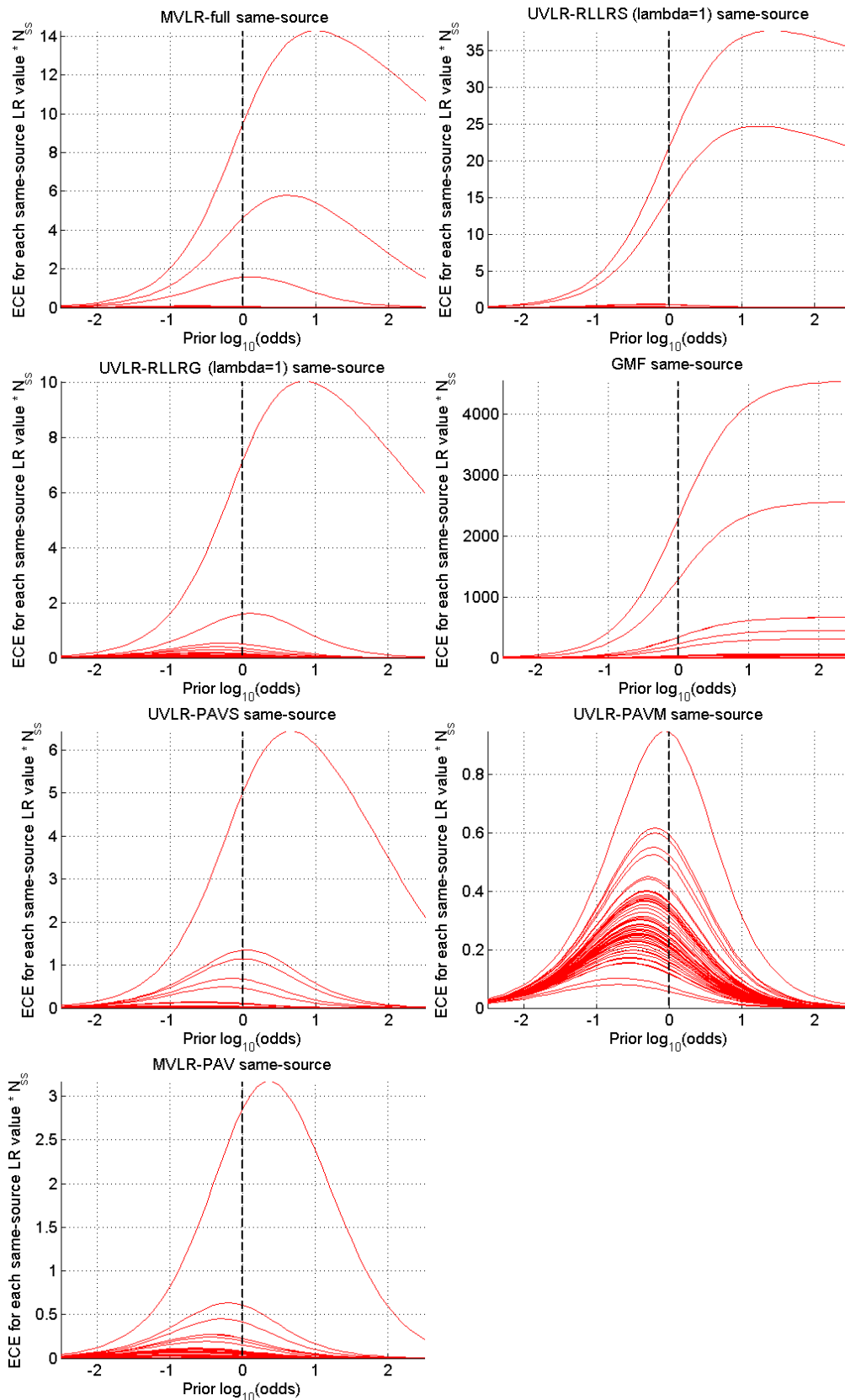


Figura B.22: Curvas ECE para los valores LR *target* de la base de datos de envases, obtenidos con los métodos MVLr-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLr-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.

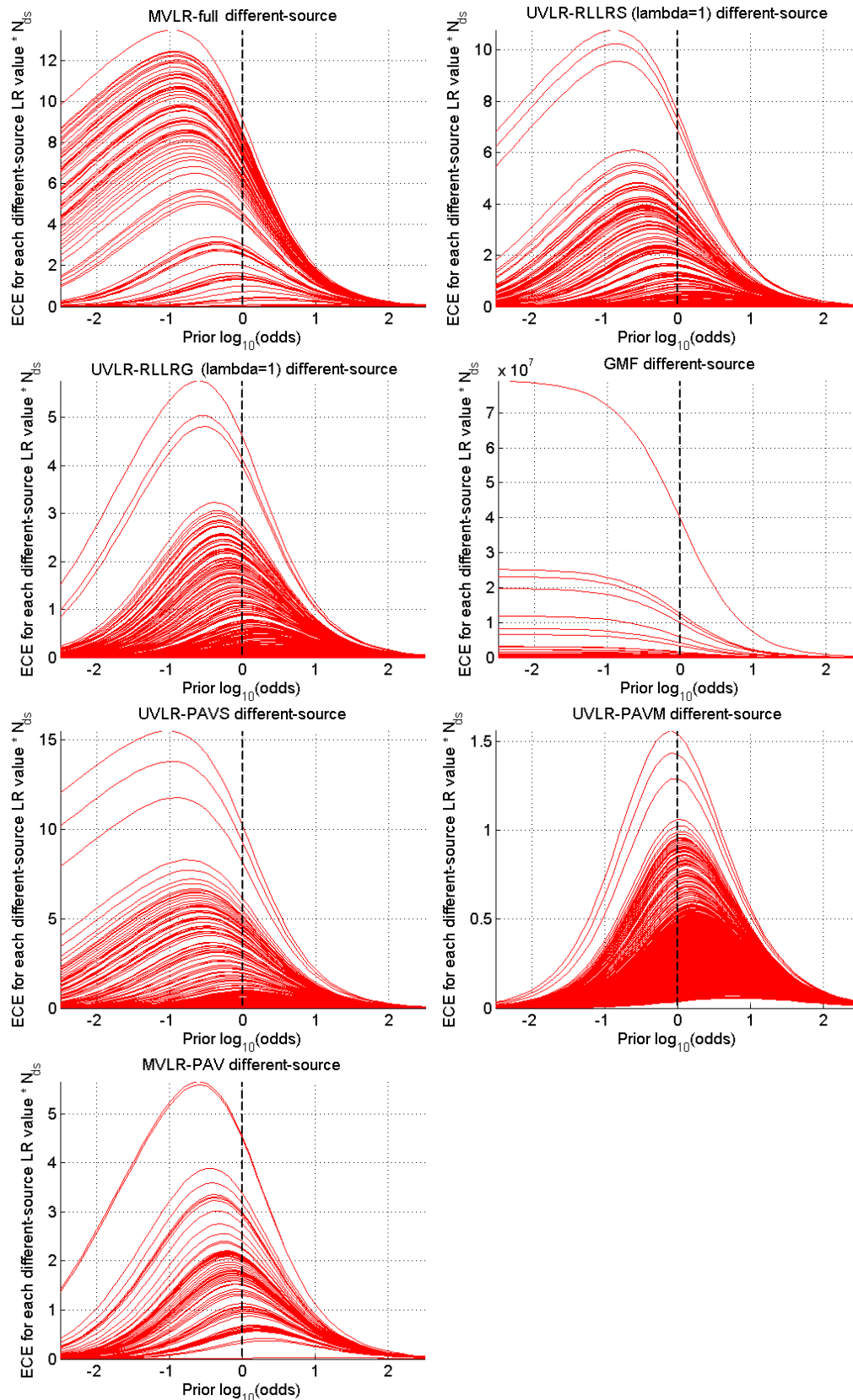


Figura B.23: Curvas ECE para los valores LR *non-target* de la base de datos de envases, obtenidos con los métodos MVLRL-full, UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda=1$), GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM y MVLRL-PAV, para las 7 variables correspondientes a todas las componentes químicas.

B5. EXPERIMENTOS DEL CASO BIVARIANTE Na-Si CON RLLR (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG) Y VARIOS COEFICIENTES DE REGULARIZACIÓN ($\lambda=0,1,10$)

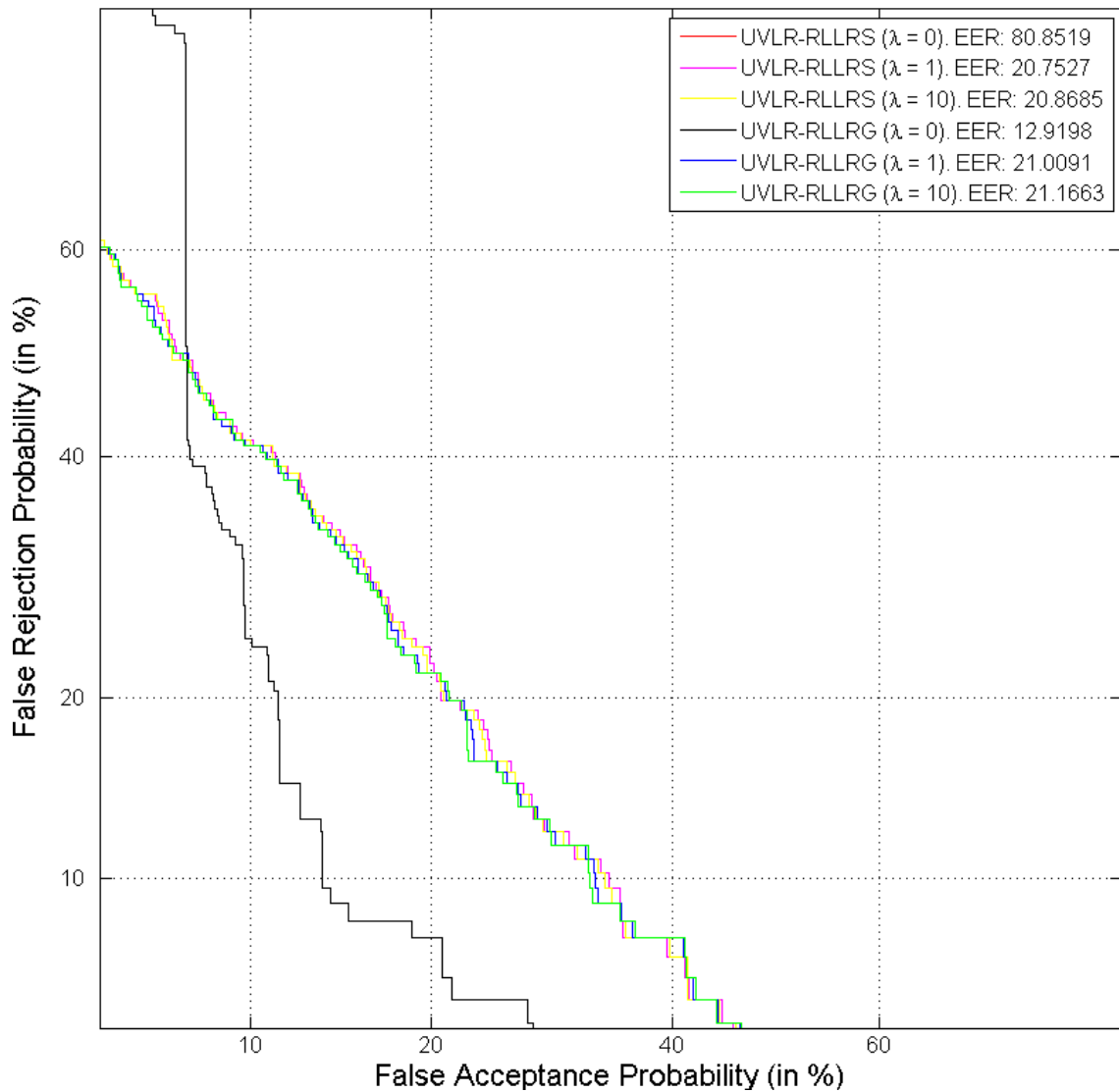


Figura B.24: Gráfica DET, para fragmentos de ventanas, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

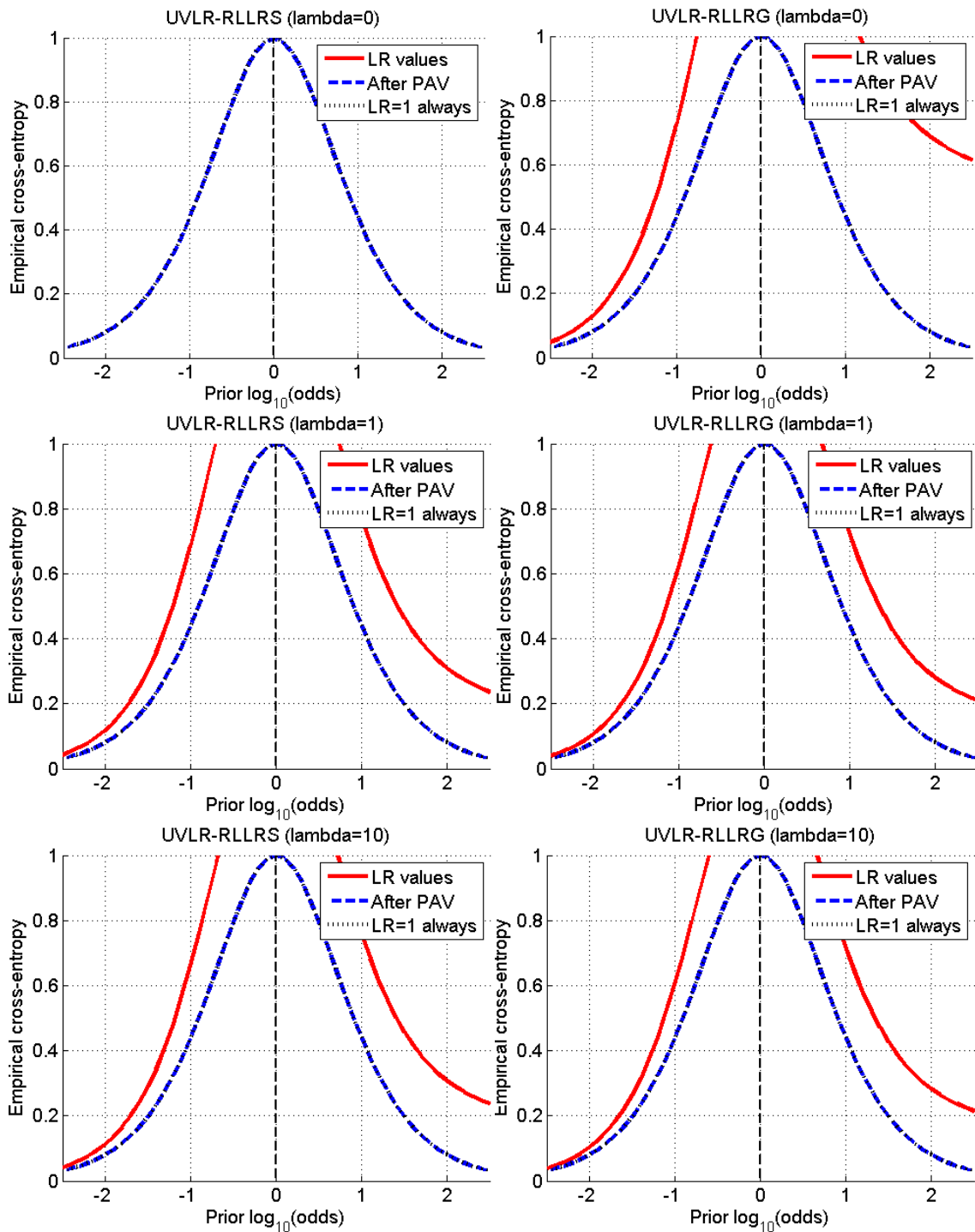


Figura B.25: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

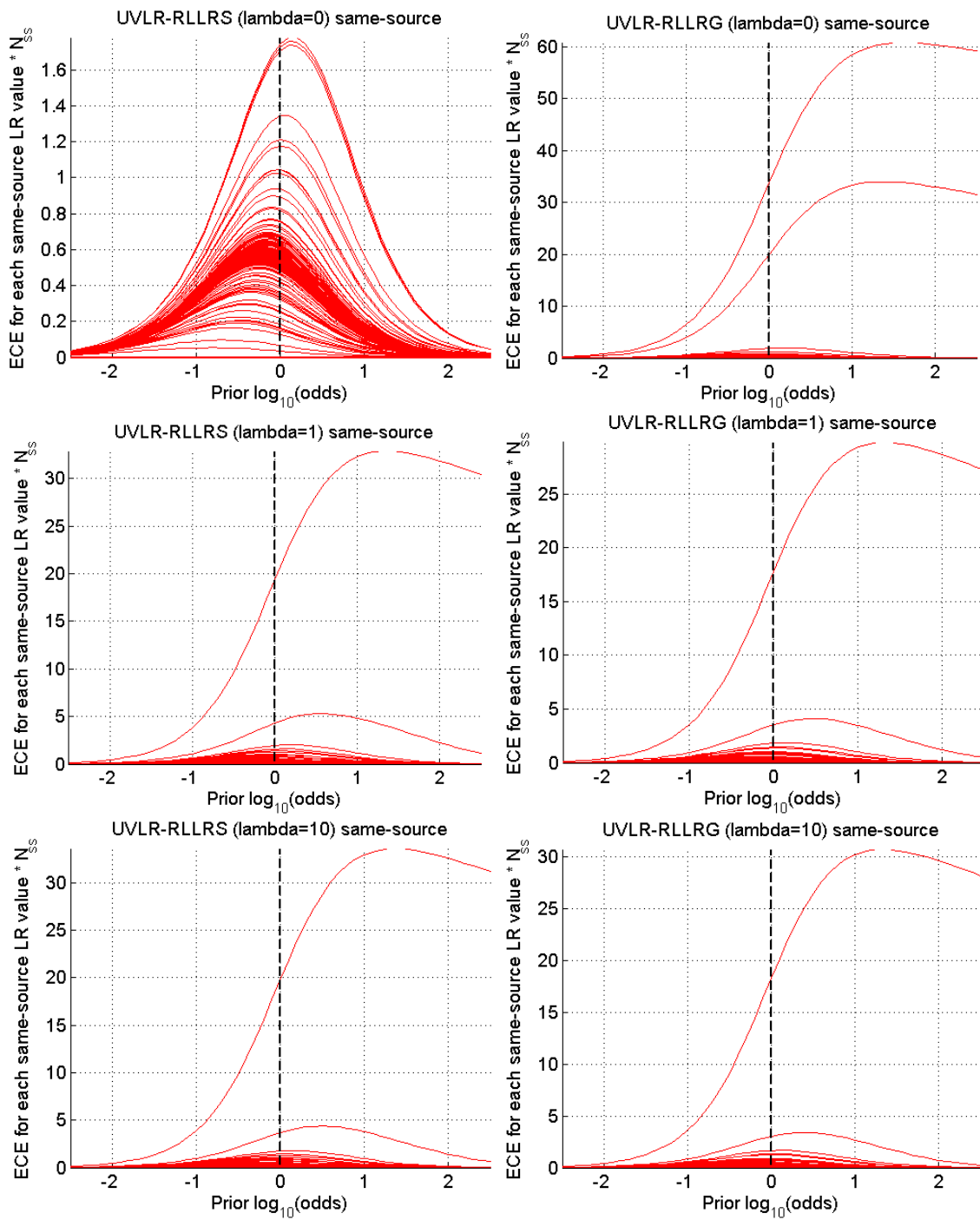


Figura B.26: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

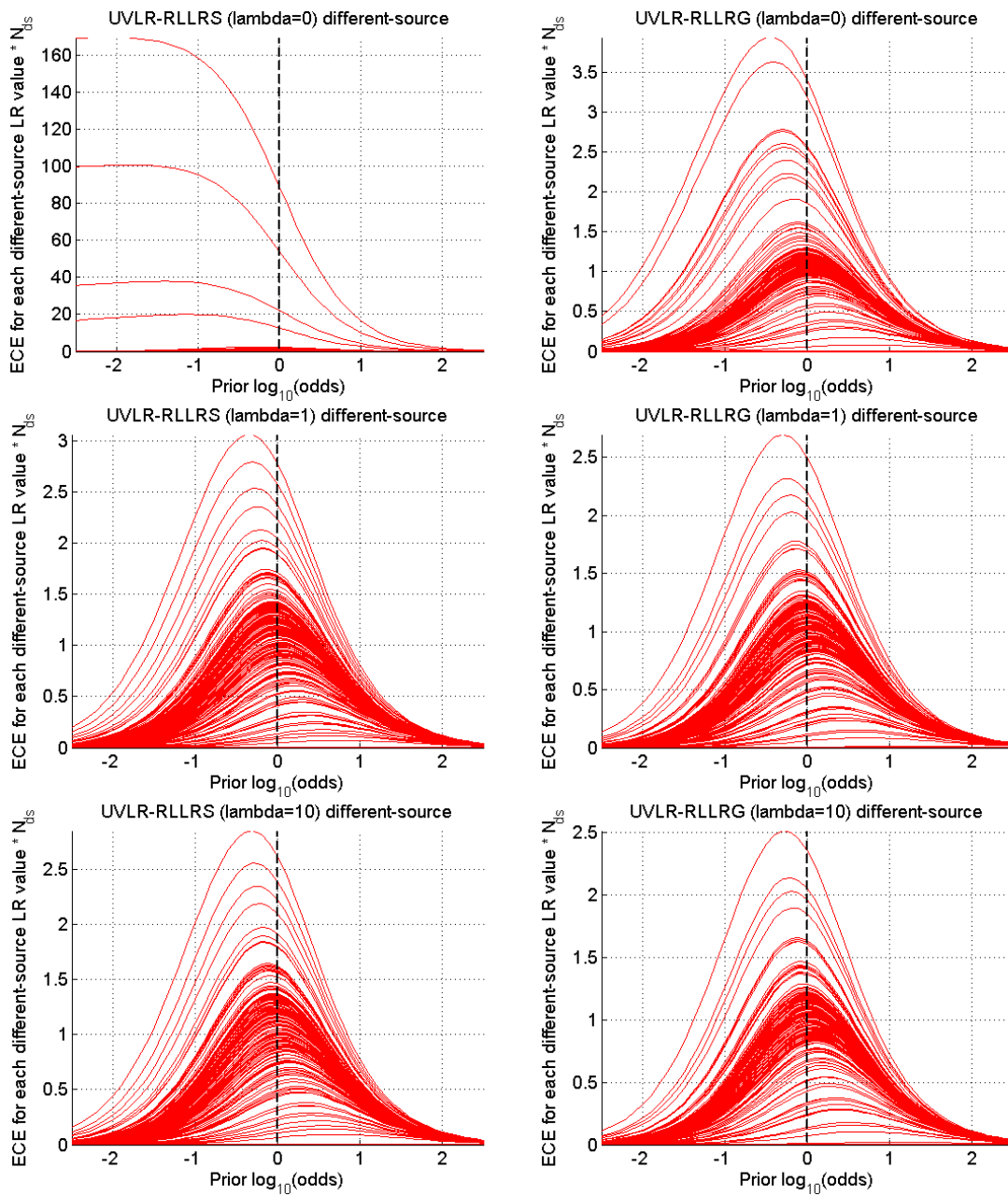


Figura B.27: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los valores LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

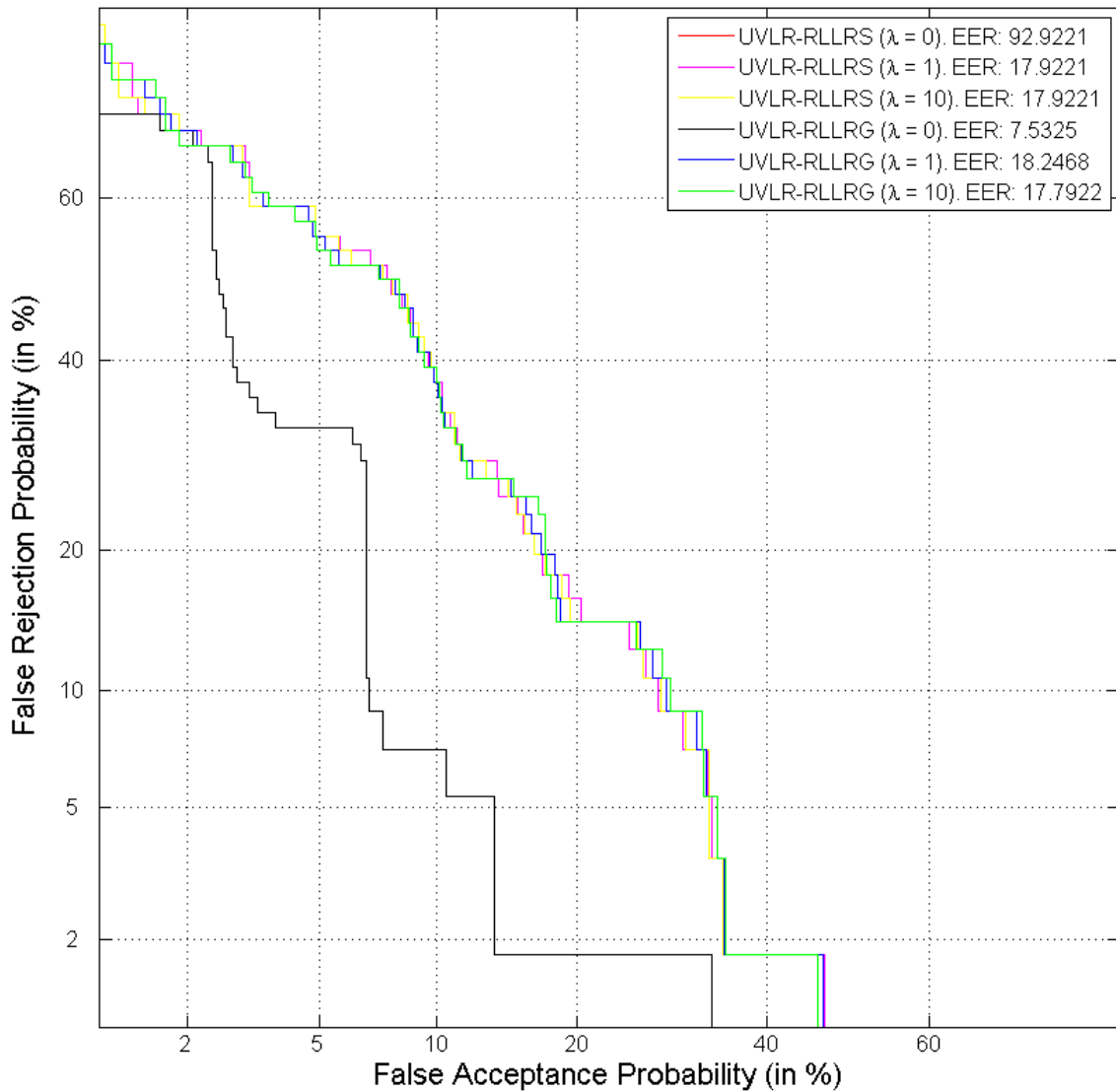


Figura B.28: Gráfica DET, para fragmentos de envases, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

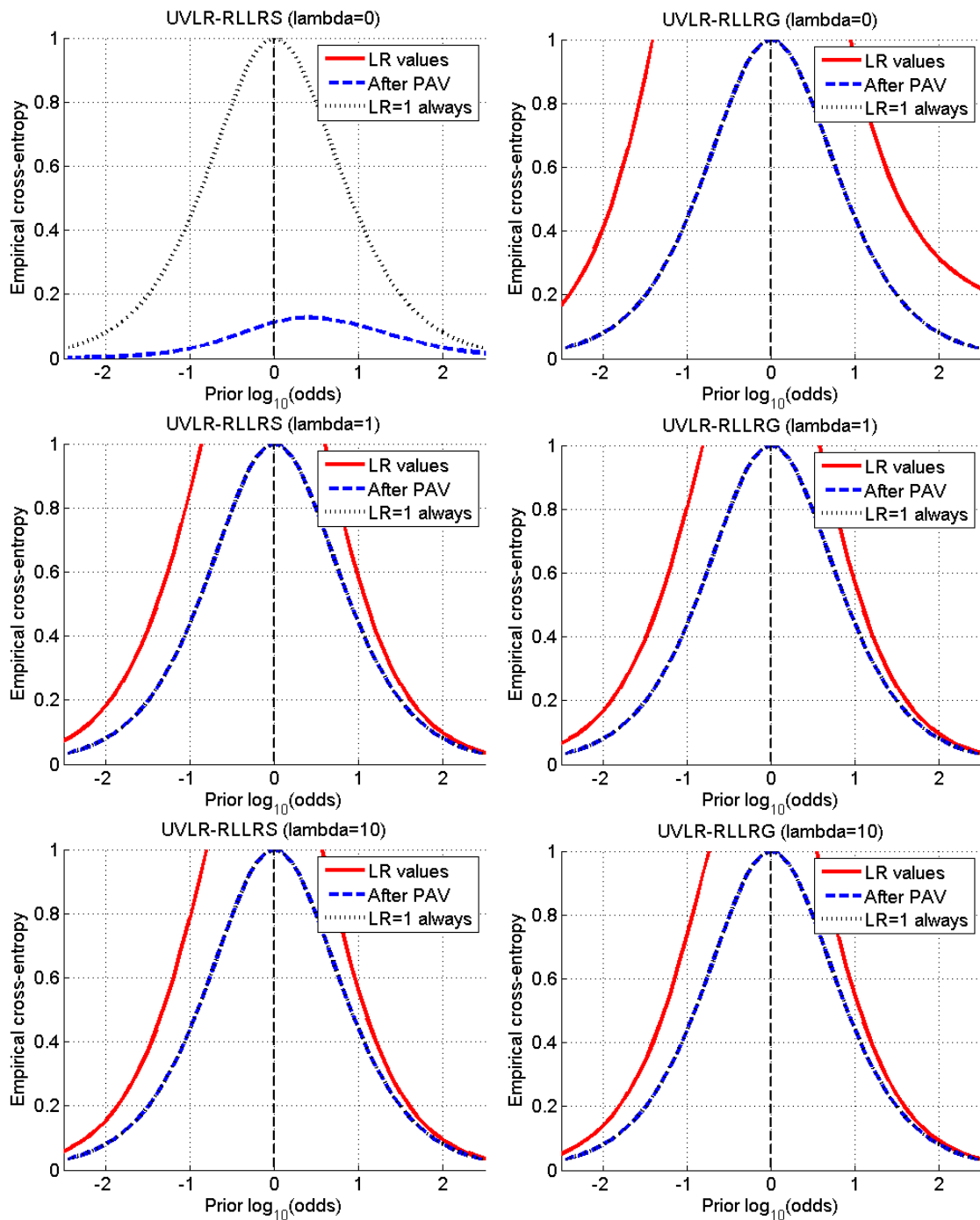


Figura B.29: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

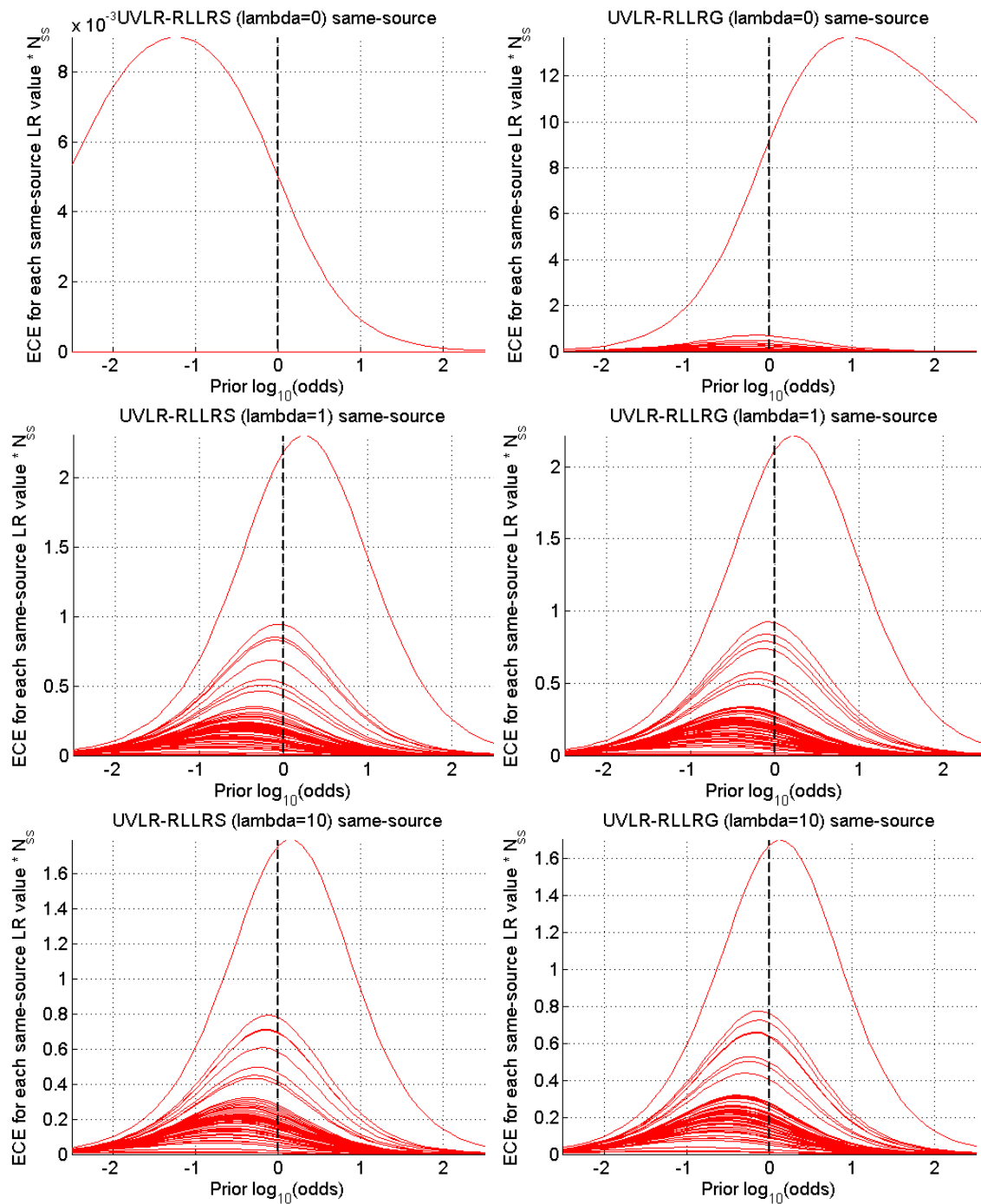


Figura B.30: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

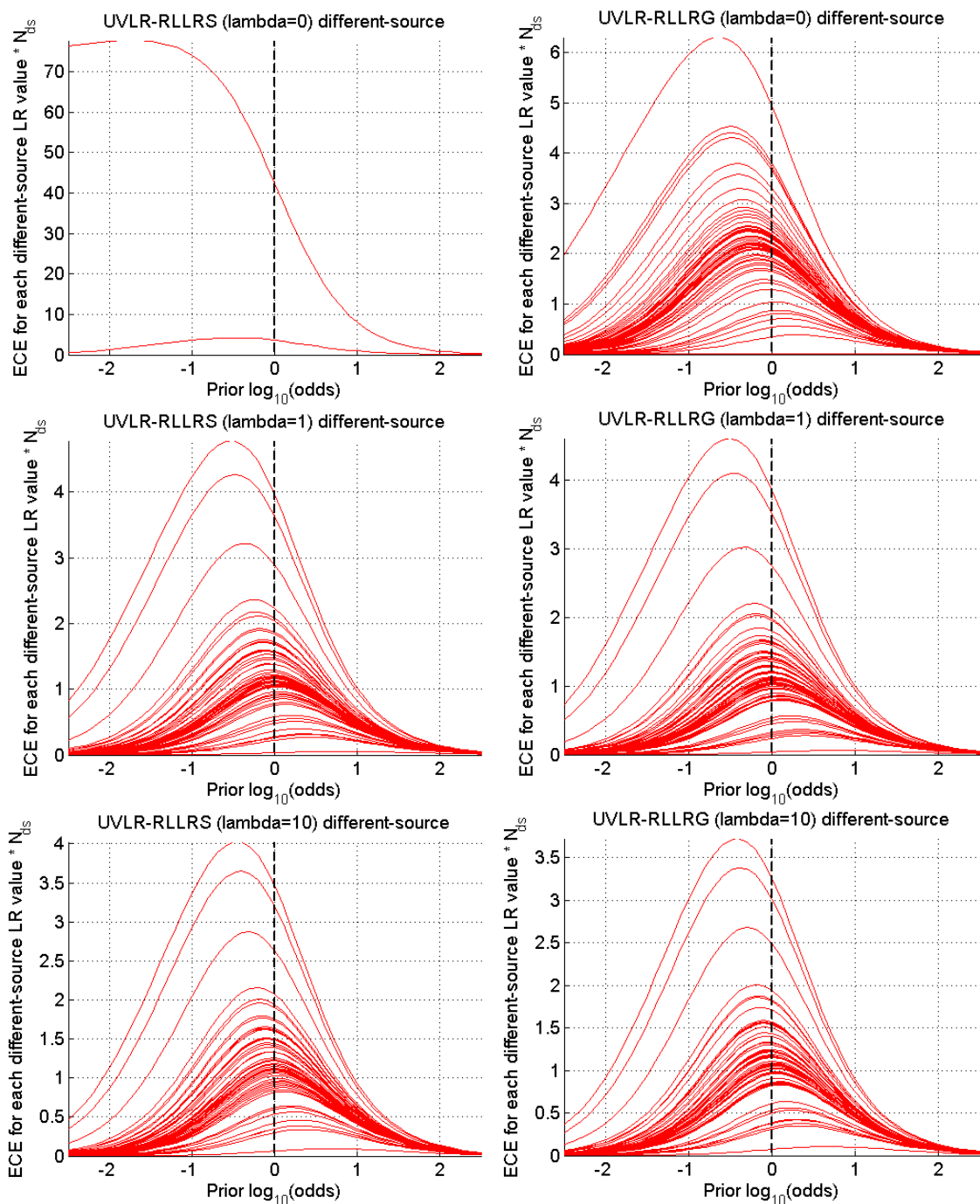


Figura B.31: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los valores LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS y UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 0, 1$ y 10) para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

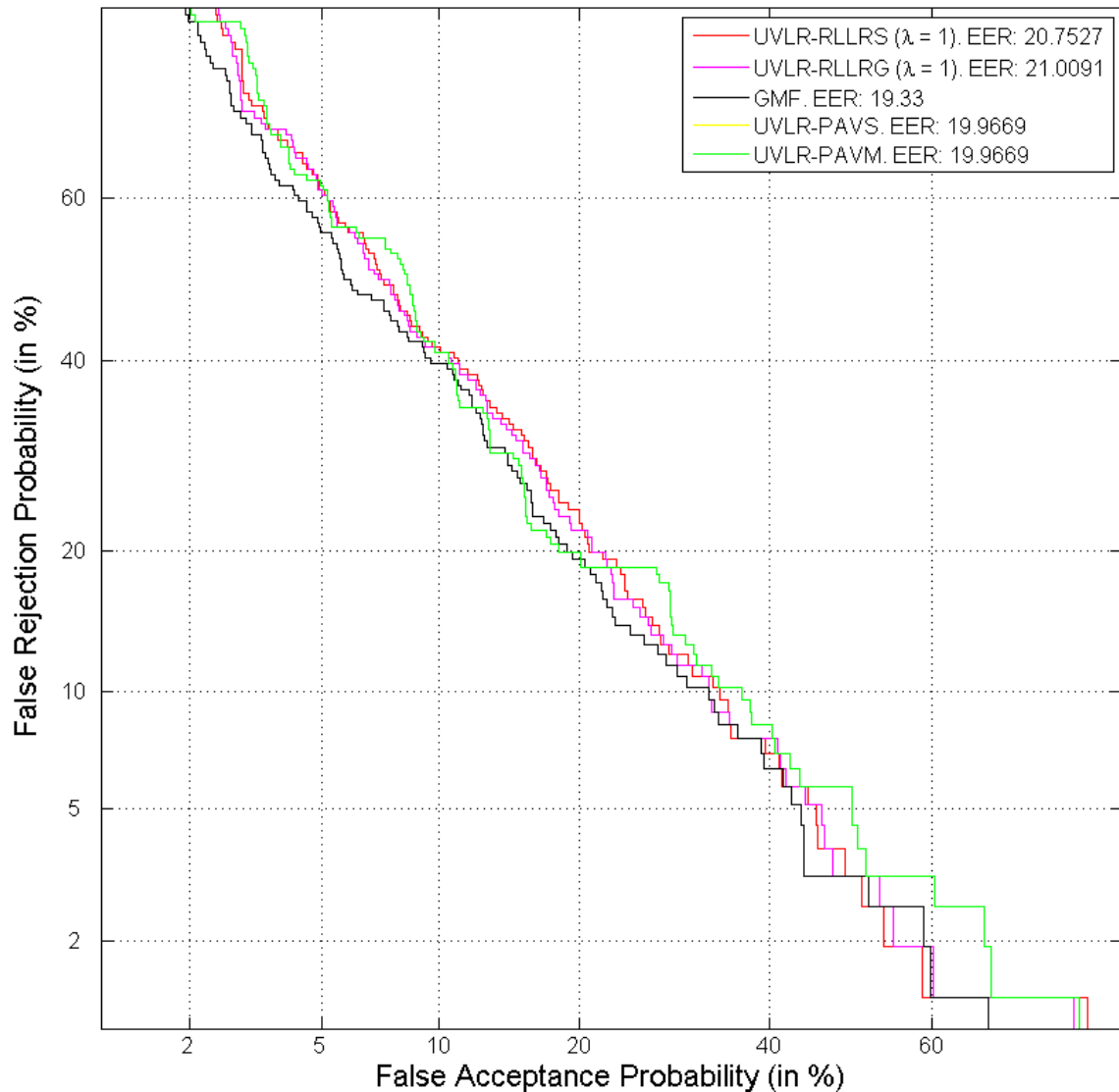
B6. EXPERIMENTOS DEL CASO BIVARIANTE Na-Si CON TODOS LOS MÉTODOS (UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG, MVLR-FULL, GMF, UVLR-PAVS, UVLR-PAVM, MVLR-PAV)

Figura B.32: Curvas DET, para fragmentos de ventanas, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

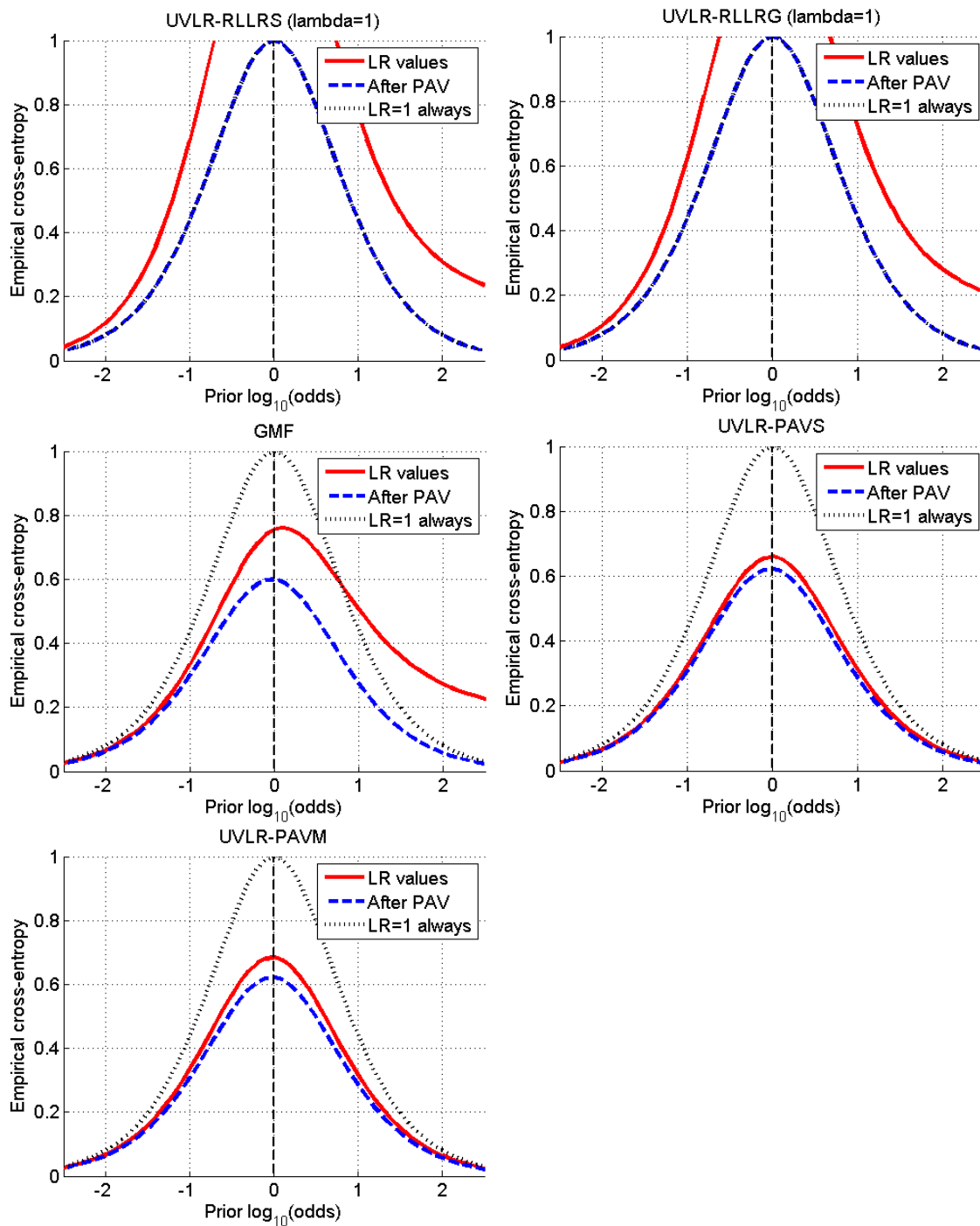


Figura B.33: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

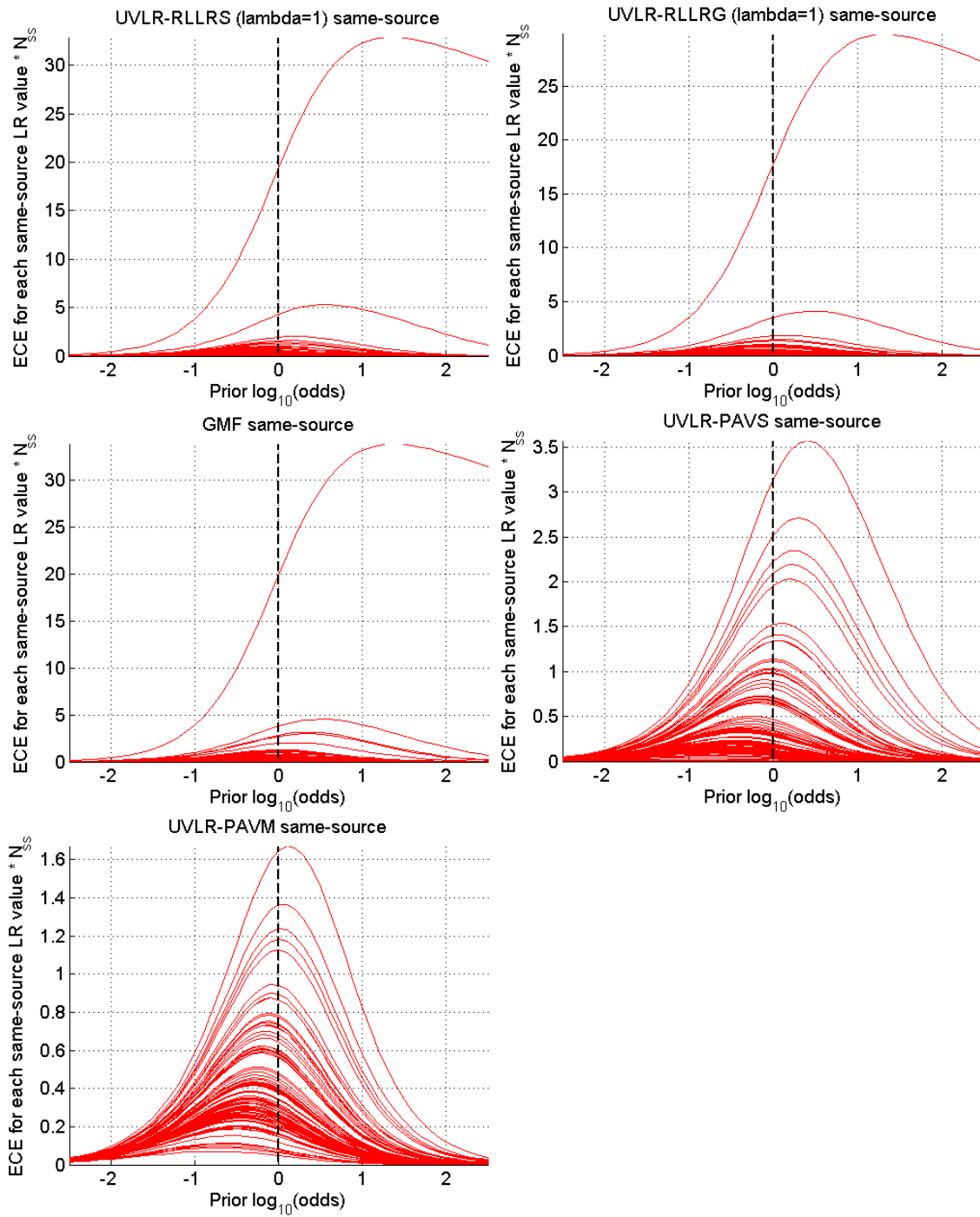


Figura B.34: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

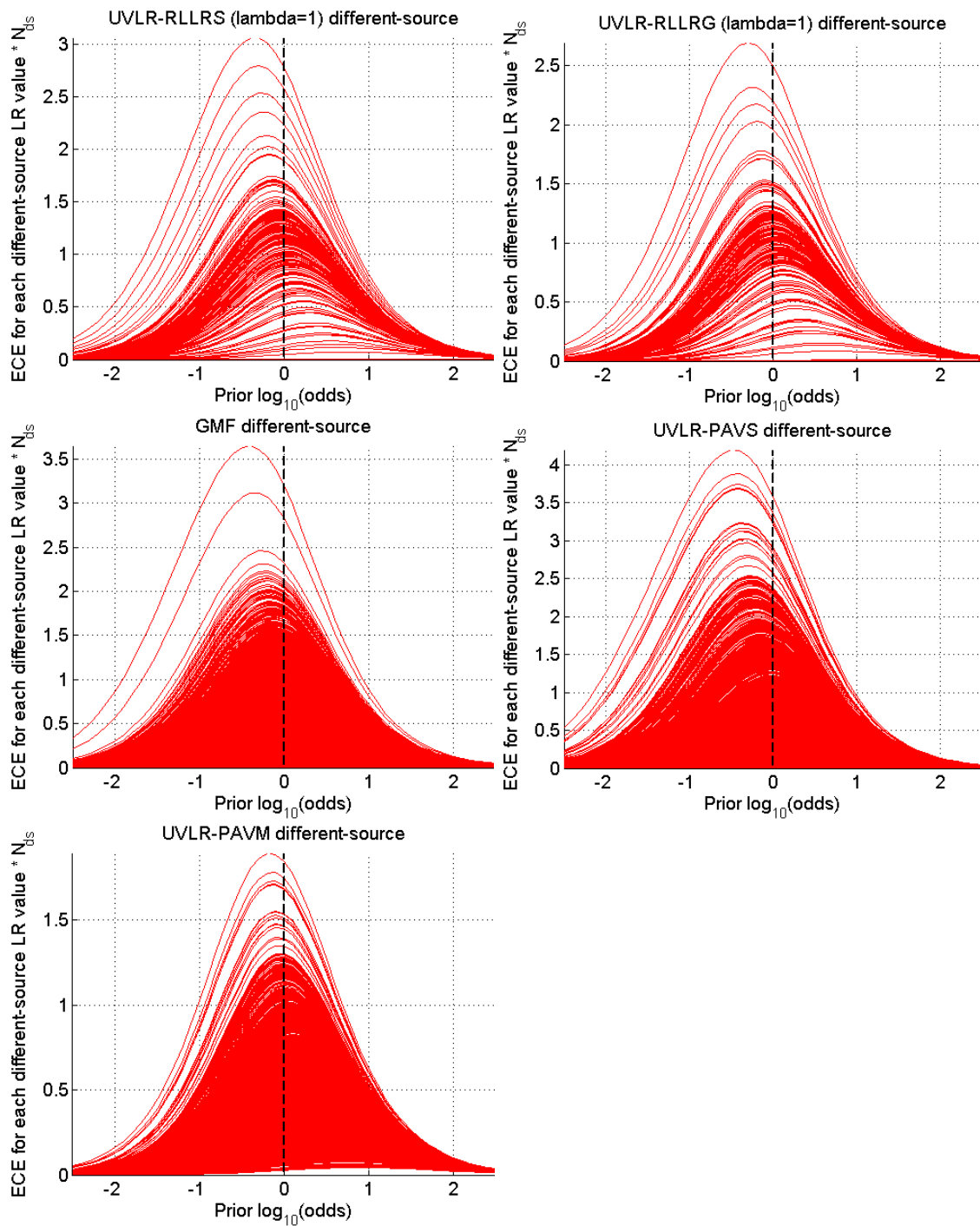


Figura B.35: Gráficas de ECE, para fragmentos de ventanas, de los LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

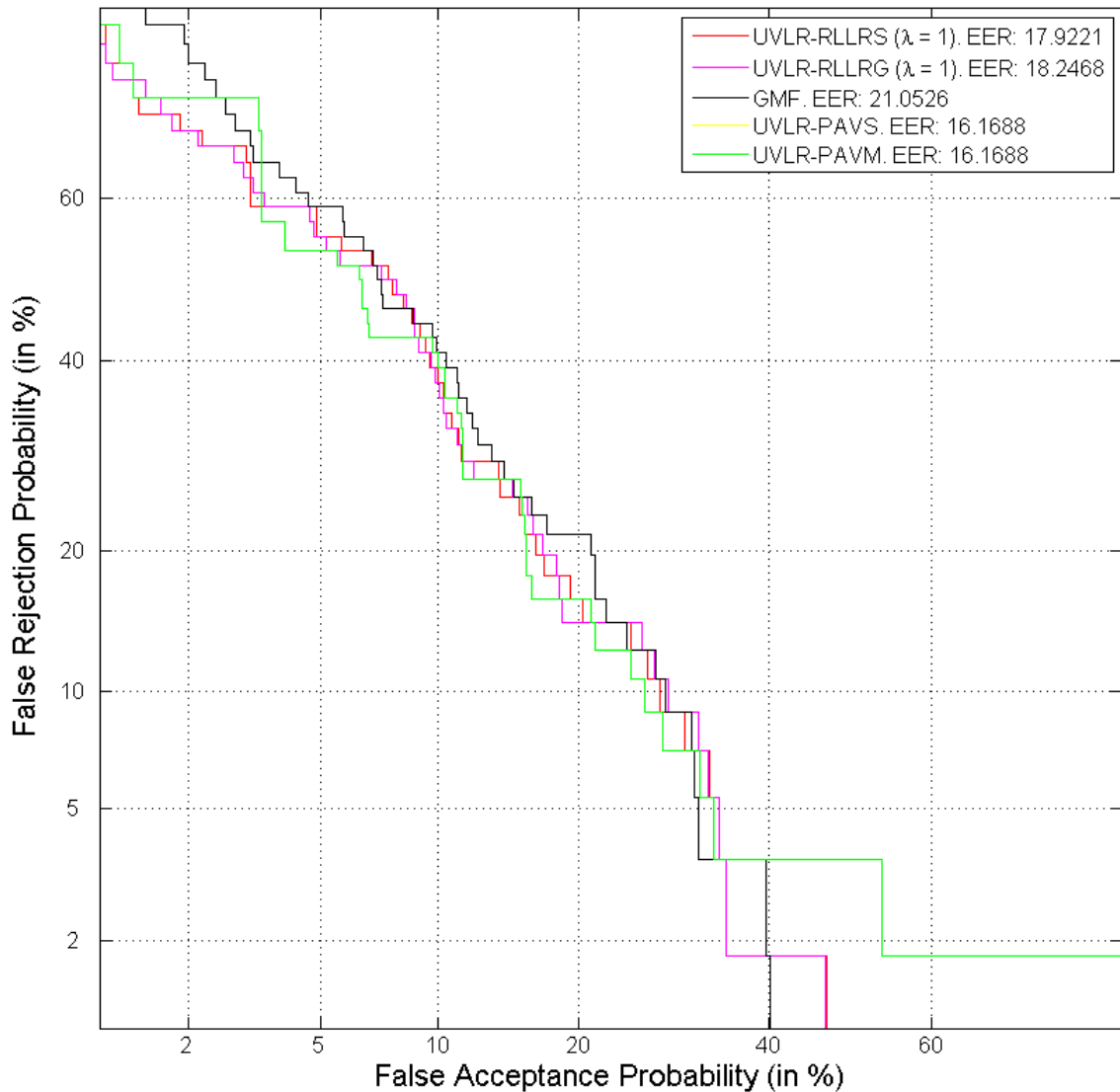


Figura B.36: Curvas DET, para fragmentos de envases, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

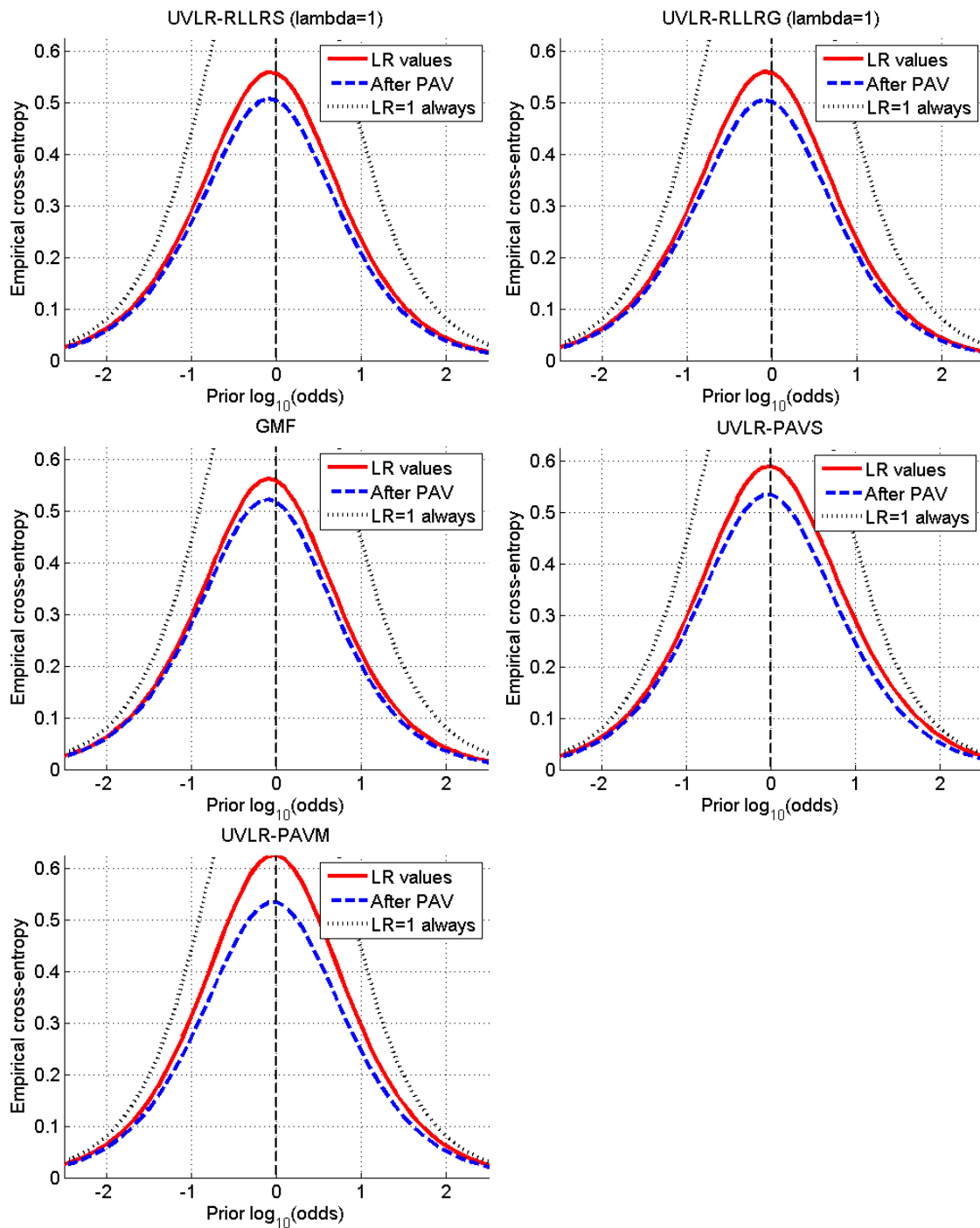


Figura B.37: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

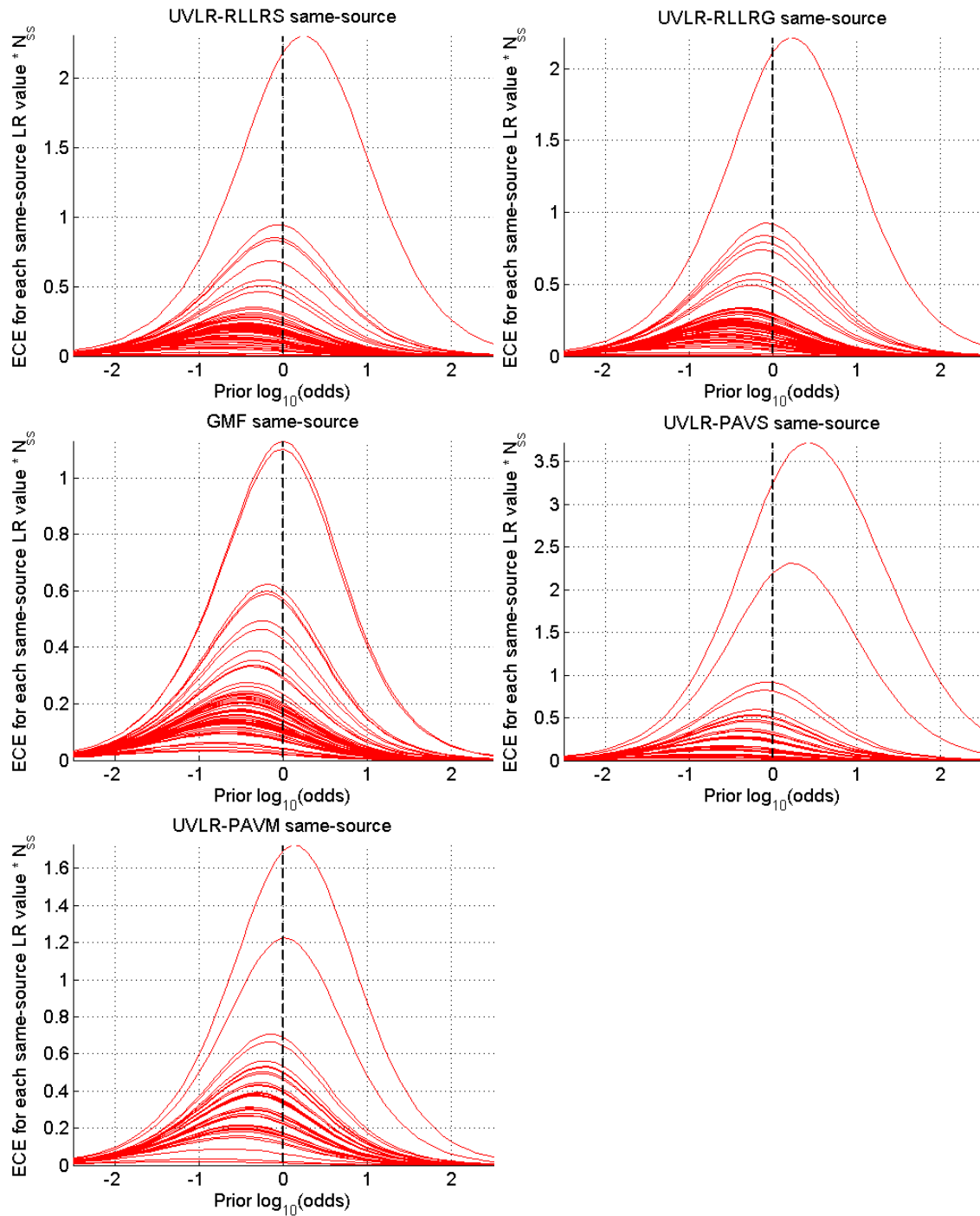


Figura B.38: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR *target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

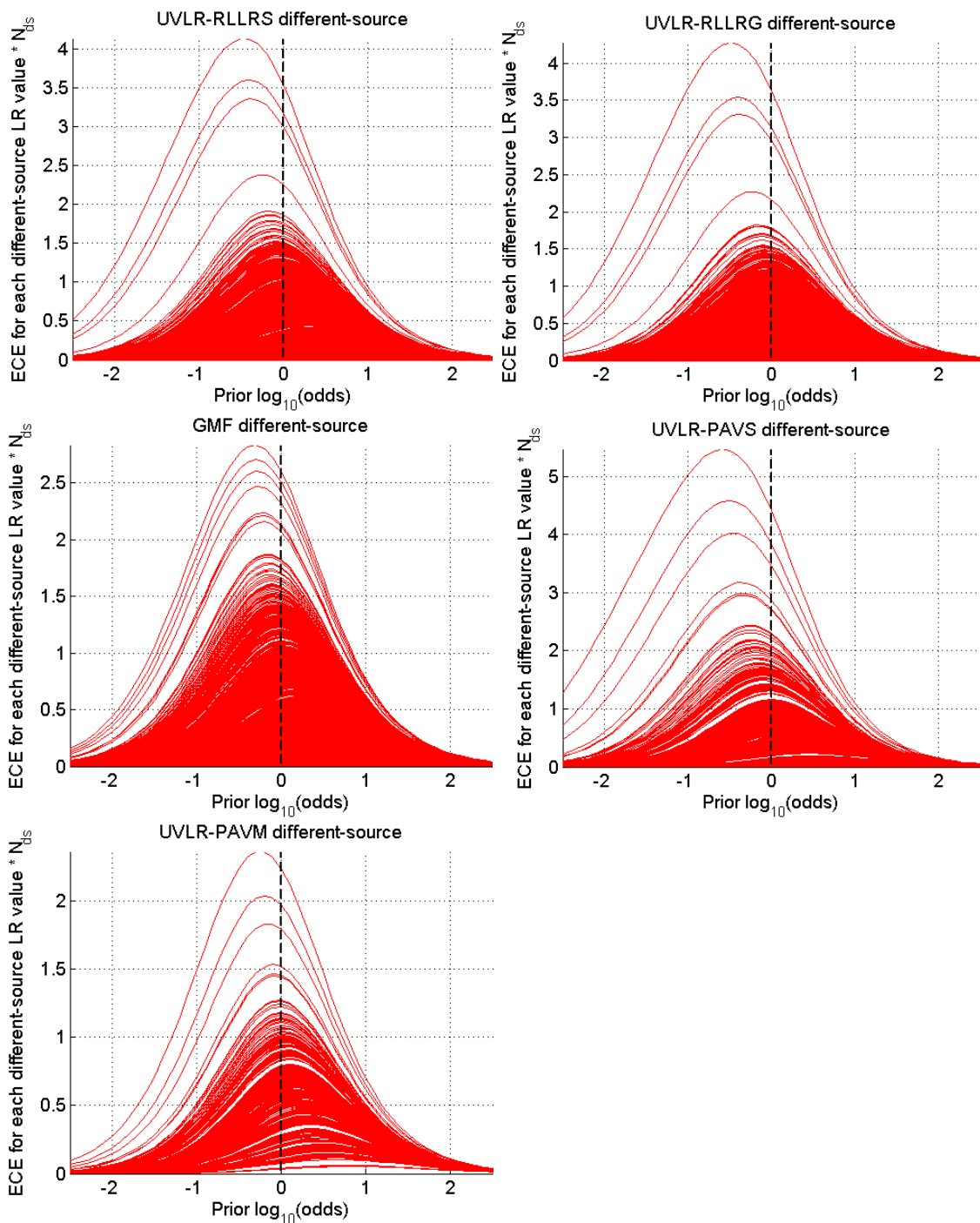


Figura B.39: Gráficas de ECE, para fragmentos de envases, de los LR *non-target* obtenidos con los métodos UVLR-RLLRS, UVLR-RLLRG (ambos con $\lambda = 1$), GMF, UVLR-PAVS y UVLR-PAVM, para la fusión de las variables sodio (Na) y silicio (Si).

C. PRESUPUESTO

1. Ejecución Material	
Compra de ordenador personal (Software incluido).....	1000 €
Material de oficina	150 €
Total de ejecución material	1150 €
2. Gastos generales	
16% sobre Ejecución Material	184 €
3. Beneficio Industrial	
6% sobre Ejecución Material	69 €
4. Honorarios Proyecto	
1500 horas a 15 €/hora	22500 €
5. Material fungible	
Gastos de impresión	100 €
Encuadernación	200 €
Total de material fungible	300 €
6. Subtotal del presupuesto	
Subtotal Presupuesto	23950 €
7. I.V.A. aplicable	
18% Subtotal Presupuesto	4311 €
8. Total presupuesto	
Total Presupuesto	28261 €

Madrid, Mayo 2012
El Ingeniero Jefe de Proyecto

Fdo.: Alejandra Fernández Huertas
Ingeniero Superior de Telecomunicación

D. PLIEGO DE CONDICIONES

Este documento contiene las condiciones legales que guiarán la realización, en este proyecto, de un *sistema de evaluación de evidencias forenses*.

En lo que sigue, se supondrá que el proyecto ha sido encargado por una empresa cliente a una empresa consultora con la finalidad de realizar dicho sistema. Dicha empresa ha debido desarrollar una línea de investigación con objeto de elaborar el proyecto. Esta línea de investigación, junto con el posterior desarrollo de los programas está amparada por las condiciones particulares del siguiente pliego.

Supuesto que la utilización industrial de los métodos recogidos en el presente proyecto ha sido decidida por parte de la empresa cliente o de otras, la obra a realizar se regulará por las siguientes:

CONDICIONES GENERALES

1. La modalidad de contratación será el concurso. La adjudicación se hará, por tanto, a la proposición más favorable sin atender exclusivamente al valor económico, dependiendo de las mayores garantías ofrecidas. La empresa que somete el proyecto a concurso se reserva el derecho a declararlo desierto.
2. El montaje y mecanización completa de los equipos que intervengan será realizado totalmente por la empresa licitadora.
3. En la oferta, se hará constar el precio total por el que se compromete a realizar la obra y el tanto por ciento de baja que supone este precio en relación con un importe límite si este se hubiera fijado.
4. La obra se realizará bajo la dirección técnica de un Ingeniero Superior de Telecomunicación, auxiliado por el número de Ingenieros Técnicos y Programadores que se estime preciso para el desarrollo de la misma.
5. Aparte del Ingeniero Director, el contratista tendrá derecho a contratar al resto del personal, pudiendo ceder esta prerrogativa a favor del Ingeniero Director, quien no estará obligado a aceptarla.
6. El contratista tiene derecho a sacar copias a su costa de los planos, pliego de condiciones y presupuestos. El Ingeniero autor del proyecto autorizará con su firma las copias solicitadas por el contratista después de confrontarlas.
7. Se abonará al contratista la obra que realmente ejecute con sujeción al proyecto que sirvió de base para la contratación, a las modificaciones autorizadas por la superioridad o a las órdenes que con arreglo a sus facultades le hayan comunicado por escrito al Ingeniero Director de obras siempre que dicha obra se haya ajustado a los preceptos de los pliegos de condiciones, con arreglo a los cuales, se harán las modificaciones y la valoración de las diversas unidades sin que el importe total pueda exceder de los presupuestos aprobados. Por consiguiente, el número de unidades que se consignan en el proyecto o en el presupuesto, no podrá servirle de fundamento para entablar reclamaciones de ninguna clase, salvo en los casos de rescisión.
8. Tanto en las certificaciones de obras como en la liquidación final, se abonarán los trabajos realizados por el contratista a los precios de ejecución material que figuran en el presupuesto para cada unidad de la obra.

9. Si excepcionalmente se hubiera ejecutado algún trabajo que no se ajustase a las condiciones de la contrata pero que sin embargo es admisible a juicio del Ingeniero Director de obras, se dará conocimiento a la Dirección, proponiendo a la vez la rebaja de precios que el Ingeniero estime justa y si la Dirección resolviera aceptar la obra, quedará el contratista obligado a conformarse con la rebaja acordada.
10. Cuando se juzgue necesario emplear materiales o ejecutar obras que no figuren en el presupuesto de la contrata, se evaluará su importe a los precios asignados a otras obras o materiales análogos si los hubiere y cuando no, se discutirán entre el Ingeniero Director y el contratista, sometiéndolos a la aprobación de la Dirección. Los nuevos precios convenidos por uno u otro procedimiento, se sujetarán siempre al establecido en el punto anterior.
11. Cuando el contratista, con autorización del Ingeniero Director de obras, emplee materiales de calidad más elevada o de mayores dimensiones de lo estipulado en el proyecto, o sustituya una clase de fabricación por otra que tenga asignado mayor precio o ejecute con mayores dimensiones cualquier otra parte de las obras, o en general, introduzca en ellas cualquier modificación que sea beneficiosa a juicio del Ingeniero Director de obras, no tendrá derecho sin embargo, sino a lo que le correspondería si hubiera realizado la obra con estricta sujeción a lo proyectado y contratado.
12. Las cantidades calculadas para obras accesorias, aunque figuren por partida alzada en el presupuesto final (general), no serán abonadas sino a los precios de la contrata, según las condiciones de la misma y los proyectos particulares que para ellas se formen, o en su defecto, por lo que resulte de su medición final.
13. El contratista queda obligado a abonar al Ingeniero autor del proyecto y director de obras así como a los Ingenieros Técnicos, el importe de sus respectivos honorarios facultativos por formación del proyecto, dirección técnica y administración en su caso, con arreglo a las tarifas y honorarios vigentes.
14. Concluida la ejecución de la obra, será reconocida por el Ingeniero Director que a tal efecto designe la empresa.
15. La garantía definitiva será del 4% del presupuesto y la provisional del 2 %.
16. La forma de pago será por certificaciones mensuales de la obra ejecutada, de acuerdo con los precios del presupuesto, deducida la baja si la hubiera.
17. La fecha de comienzo de las obras será a partir de los 15 días naturales del replanteo oficial de las mismas y la definitiva, al año de haber ejecutado la provisional, procediéndose si no existe reclamación alguna, a la reclamación de la fianza.
18. Si el contratista al efectuar el replanteo, observase algún error en el proyecto, deberá comunicarlo en el plazo de quince días al Ingeniero Director de obras, pues transcurrido ese plazo será responsable de la exactitud del proyecto.
19. El contratista está obligado a designar una persona responsable que se entenderá con el Ingeniero Director de obras, o con el delegado que éste designe, para todo relacionado con ella. Al ser el Ingeniero Director de obras el que interpreta el proyecto, el contratista deberá consultarle cualquier duda que surja en su realización.
20. Durante la realización de la obra, se girarán visitas de inspección por personal facultativo de la empresa cliente, para hacer las comprobaciones que se crean

oportunas. Es obligación del contratista, la conservación de la obra ya ejecutada hasta la recepción de la misma, por lo que el deterioro parcial o total de ella, aunque sea por agentes atmosféricos u otras causas, deberá ser reparado o reconstruido por su cuenta.

21. El contratista, deberá realizar la obra en el plazo mencionado a partir de la fecha del contrato, incurriendo en multa, por retraso de la ejecución siempre que éste no sea debido a causas de fuerza mayor. A la terminación de la obra, se hará una recepción provisional previo reconocimiento y examen por la dirección técnica, el depositario de efectos, el interventor y el jefe de servicio o un representante, estampando su conformidad el contratista.
22. Hecha la recepción provisional, se certificará al contratista el resto de la obra, reservándose la administración el importe de los gastos de conservación de la misma hasta su recepción definitiva y la fianza durante el tiempo señalado como plazo de garantía. La recepción definitiva se hará en las mismas condiciones que la provisional, extendiéndose el acta correspondiente. El Director Técnico propondrá a la Junta Económica la devolución de la fianza al contratista de acuerdo con las condiciones económicas legales establecidas.
23. Las tarifas para la determinación de honorarios, reguladas por orden de la Presidencia del Gobierno el 19 de Octubre de 1961, se aplicarán sobre el denominado en la actualidad "Presupuesto de Ejecución de Contrata" y anteriormente llamado "Presupuesto de Ejecución Material" que hoy designa otro concepto.

CONDICIONES PARTICULARES

La empresa consultora, que ha desarrollado el presente proyecto, lo entregará a la empresa cliente bajo las condiciones generales ya formuladas, debiendo añadirse las siguientes condiciones particulares:

1. La propiedad intelectual de los procesos descritos y analizados en el presente trabajo, pertenece por entero a la empresa consultora representada por el Ingeniero Director del Proyecto.
2. La empresa consultora se reserva el derecho a la utilización total o parcial de los resultados de la investigación realizada para desarrollar el siguiente proyecto, bien para su publicación o bien para su uso en trabajos o proyectos posteriores, para la misma empresa cliente o para otra.
3. Cualquier tipo de reproducción aparte de las reseñadas en las condiciones generales, bien sea para uso particular de la empresa cliente, o para cualquier otra aplicación, contará con autorización expresa y por escrito del Ingeniero Director del Proyecto, que actuará en representación de la empresa consultora.
4. En la autorización se ha de hacer constar la aplicación a que se destinan sus reproducciones así como su cantidad.
5. En todas las reproducciones se indicará su procedencia, explicitando el nombre del proyecto, nombre del Ingeniero Director y de la empresa consultora.
6. Si el proyecto pasa la etapa de desarrollo, cualquier modificación que se realice sobre él, deberá ser notificada al Ingeniero Director del Proyecto y a criterio de éste, la empresa consultora decidirá aceptar o no la modificación propuesta.

7. Si la modificación se acepta, la empresa consultora se hará responsable al mismo nivel que el proyecto inicial del que resulta el añadirla.
8. Si la modificación no es aceptada, por el contrario, la empresa consultora declinará toda responsabilidad que se derive de la aplicación o influencia de la misma.
9. Si la empresa cliente decide desarrollar industrialmente uno o varios productos en los que resulte parcial o totalmente aplicable el estudio de este proyecto, deberá comunicarlo a la empresa consultora.
10. La empresa consultora no se responsabiliza de los efectos laterales que se puedan producir en el momento en que se utilice la herramienta objeto del presente proyecto para la realización de otras aplicaciones.
11. La empresa consultora tendrá prioridad respecto a otras en la elaboración de los proyectos auxiliares que fuese necesario desarrollar para dicha aplicación industrial, siempre que no haga explícita renuncia a este hecho. En este caso, deberá autorizar expresamente los proyectos presentados por otros.
12. El Ingeniero Director del presente proyecto, será el responsable de la dirección de la aplicación industrial siempre que la empresa consultora lo estime oportuno. En caso contrario, la persona designada deberá contar con la autorización del mismo, quien delegará en él las responsabilidades que ostente.

E. PUBLICACIONES

Al finalizar este proyecto se ha enviado un *abstract* para una presentación en el próximo Congreso de *European Academy of Forensic Science* (EAFS), el cual ha sido aceptado y se presentará en La Haya este Agosto. Además se está redactando una publicación en la revista química *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, la cual todavía no ha sido enviada.

Título: Analysis of glass evidence with likelihood ratios in the presence of outliers.

Autor: Alejandra Fernandez-Huertas.

Coautores: Daniel Ramos y Grzegorz Zadora.

Conferencia: VI European Academy of Forensic Science (EAFS) Conference. August 2012. The Hague (The Netherlands).

Referencia bibliográfica: A. Fernandez-Huertas, D. Ramos and G. Zadora, "Analysis of glass evidence with likelihood ratios in the presence of outliers", in VI European Academy of Forensic Science Conference, EAFS12, August 2012.

E. PUBLICACIONES

Personal information

Author:

initials: A.

surname: Fernandez-Huertas

organization: Universidad Autonoma de Madrid

country: Spain

email: Alejandra Fernández <alejandra.fernandezh@estudiante.uam.es>

Co-author(s):

initials: D.

surname: Ramos

organization: Universidad Autonoma de Madrid

country: Spain

initials: G.

surname: Zadora

organization: Institute of Forensic Research Krakow

country: Poland

Abstract

Title abstract:

Analysis of glass evidence with likelihood ratios in the presence of outliers

Abstract:

Glass evidence is increasingly used in forensic science, due to the high number of cases where glass fragments are found in the scene of a crime or in a suspect's clothes. Some of the most popular methods for statistical evidence evaluation using glass evidence are based on the measurement of refractive indices and/or chemical compositions. This naturally leads to the use of multivariate methods. However, sometimes data collection may present outliers due to some effects associated to the variables involved and the chemical process for their measurement. If the available data is sparse and the dimensionality is moderately high, the effect of the outliers is even higher. It is the case of the SEM-EDX technique (Scanning Electron Microscopy coupled with Energy Dispersive X-ray Spectrometry), where data collection is time consuming and requires advanced equipment, and also some artifacts like zeros or small values for compositional data may lead to outliers. We present some methods for glass evidence evaluation that aim at being robust against the effects of the outliers on the likelihood ratio. The methods proposed are based on two methods for LR computation: first, a two-level multivariate likelihood ratio computation already proposed gives the basic LR computation, showing important discriminating power, but it turns to be sensitive to outliers. Second, a modified version of the Pool Adjacent Violators algorithm is used in different configurations to severely reduce the effect of the outliers. As a result, we show that several flavors of the use of both methods in combinations yield good discrimination and calibration performance.

Presentation format

Indicate presentation format:

Oral

Themes and Specials

Best matching Theme:

3. Strength of Forensic Evidence >

Presenter

Presenter:

D. Ramos

EAFS2012 <noreply@eafs2012.eu>

16 de mayo de 2012 14:22

Para: Alejandra Fernández <alejandra.fernandezh@estudiante.uam.es>

Dear A. Fernandez-Huertas,

We are pleased to announce that the abstract 'Analysis of glass evidence with likelihood ratios in the presence of outliers' you submitted to EAFS2012 has been selected for oral presentation.

Length of the presentation is 25 minutes – including time for questions. As a general guide, your presentation should not exceed 20 minutes to allow time for questions.

As the nominated contact person for this submission you will receive all correspondence. Please ensure that you communicate this information to any co-authors, especially if one of the co-authors has been indicated as presenting author.

The presenting author can register for the conference [here](#). Early bird fee is valid until the 15th of June.

Full program details will be posted on the website at the end of June so please check the website to get an overview of the session you are participating in.

Please arrive in the presentation room 10 minutes prior to the start of the session to meet the chairperson and other presenters.

Your abstract will be published in the abstract book and all delegates will receive a copy when they collect their registration materials in The Hague.

If, for any reason, the presenting author is unable to participate in the meeting, please notify the EAFS2012 organisation by email.

We look forward to your presentation at EAFS2012.

Kind regards,

The EAFS2012 organisers