

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID**

**ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR**



**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN DE  
CIRCUITOS DE MICROONDAS EN  
GUÍA DE ONDA**

**INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN**

**Francisco Carmona Martínez**

**Mayo de 2009**



# **ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN DE CIRCUITOS DE MICROONDAS EN GUÍA DE ONDA**

**AUTOR: Francisco Carmona Martínez**  
**TUTOR: Jorge A. Ruiz Cruz**

**Grupo de Sistemas de Radiocomunicaciones y Comunicaciones Ópticas (GSRCO)**  
**Dpto. de Ingeniería Informática**  
**Escuela Politécnica Superior**  
**Universidad Autónoma de Madrid**  
**Mayo de 2009**



## **Resumen:**

El objetivo de este proyecto es el análisis eficiente de estructuras en guías de onda rectangulares mediante el método de adaptación modal. Las estructuras que se han estudiado están compuestas por guías que mantienen su altura constante (y que por tanto pueden variar su anchura, llamadas Plano H), estructuras cuyas guías mantienen su anchura constante (y que pueden variar en altura, llamadas Plano E) y estructuras cuyas guías varían en altura y anchura (Doble Salto). Para ello se implementará un programa que calcule la respuesta en frecuencia de las estructuras citadas y se compararán los resultados obtenidos con los de otras herramientas software ya comprobadas para verificar y validar la precisión del análisis.

Por otro lado, se propondrán una serie de alternativas para mejorar la eficiencia del programa, basadas en las propiedades de la matriz  $S$ , las simetrías (tanto de la estructura bajo estudio como de la matriz  $S$ ), las particularidades del lenguaje de programación y los recursos que ofrecen los equipos multiprocesador actuales. Se realizará un estudio de cómo afectan todas las posibles mejoras a su rendimiento, cuantificándose y haciendo un análisis comparativo con otros métodos.

## **Abstract**

The goal of this project is to develop an efficient tool for the analysis of rectangular waveguide structures by means of the mode-matching method. The structures that have been studied are composed by waveguides with the same height (therefore may change their width, called H-Plane), waveguides with the same width (and that may change their height, called E-Plane) and structures whose waveguides may change in height a width (Double Step). With that aim, a program that calculates the frequency response of the mentioned structures has been developed. The results obtained with that program are compared with the simulations obtained with other tools in order to validate and to check the accuracy of the analysis.

Moreover, several alternatives are proposed to improve the efficiency of the program, based on the  $S$  matrix properties, the symmetries (in the structure and in the  $S$  matrix), the capabilities of the programming language and the resources of new multicore computers. A systematic study of all these improvements has been carried out in order to asses how they affect to the program performance, doing a comparative analysis with other methods..

## **Palabras clave:**

Guía de onda, iris, método de adaptación modal, ajuste modal, mode-matching, matriz de integrales de cruce, matriz de dispersión generalizada GSM, parámetros de dispersión  $S$ , filtro dual-mode, filtro triple-mode, cavidades resonantes, ceros de transmisión.



**En memoria de Francisco Carmona Jurado.**





## AGRADECIMIENTOS

*En primer lugar quiero agradecer a mi tutor Jorge Alfonso Ruiz Cruz, la oportunidad que me ha ofrecido de realizar este Proyecto Fin de Carrera. Agradecerle también su paciencia y dedicación durante muchas horas de trabajo, en las que he podido aprender tanto los conocimientos teóricos como la motivación y exigencia necesarias para lograr la buena consecución de este proyecto.*

*También quiero agradecer a todos los profesores de la Escuela Politécnica Superior los conocimientos transmitidos durante todos estos años, sin ellos nada de esto hubiera sido posible.*

*A mi familia, darles las gracias por su apoyo incondicional y comprensión en los momentos difíciles. Agradecerles ahora que ya he terminado la presión y el ánimo sin los cuales esto hubiera sido mucho más largo.*

*A mi padre por su aporte y dedicación durante tantos años y que, sin estar presente, sé que se sentiría orgulloso.*

*A todos mis amigos, por saber entenderme y haberme hecho vivir todos esos momentos tan especiales durante todos estos años. Sin vosotros las cosas hubieran sido mucho más complicadas. Y en especial a ti, Ana, porque no sólo me conoces y me comprendes sino que sabes cómo hacerme feliz hasta en los peores momentos y porque sin ti no hubiera sido tan sencillo embarcarme en esta nueva etapa convencido de que será todo lo especial que esperamos. Sinceramente, gracias a todos.*



# INDICE DE CONTENIDOS

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>19</b>
1.1. MOTIVACIÓN .....	19
1.2. OBJETIVO Y ORGANIZACIÓN .....	22
<b>2. INTRODUCCIÓN TEÓRICA</b> .....	<b>23</b>
2.1. PROPAGACIÓN EN UNA GUÍA DE ONDA .....	23
2.1.1. MODOS TE O TRANSVERSALES ELÉCTRICOS .....	24
2.1.2. MODOS TM O TRANSVERSALES MAGNÉTICOS .....	25
2.2. CASO PARTICULAR: MODOS EN LA GUÍA RECTANGULAR .....	26
2.3. CONCLUSIONES .....	32
<b>3. MÉTODO DEL AJUSTE MODAL O <i>MODE-MATCHING</i></b> .....	<b>33</b>
3.1. CÁLCULO DEL CAMPO EN UNA DISCONTINUIDAD.....	33
3.1.1. FORMULACIÓN GENERAL .....	33
3.1.2. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN MULTIMODO O MATRIZ DE SCATTERING.....	39
3.2. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE CRUCES PARA DISTINTAS DISCONTINUIDADES.....	42
3.2.1. DISCONTINUIDADES PLANO-H (SIN CAMBIO DE ALTURA) .....	42
3.2.2. DISCONTINUIDADES PLANO-E (SIN CAMBIO DE ANCHURA).....	44
3.2.3. DISCONTINUIDADES CON CAMBIO DE ANCHURA Y ALTURA: DOBLE SALTO.....	47
3.3. ENLACE DE DOS ELEMENTOS UNIDOS POR UN TRAMO DE GUÍA, OBTENCIÓN DE LA MATRIZ “S” GLOBAL .....	51
3.4. RESULTADOS .....	53
3.4.1. PROBLEMAS PLANO H.....	56
3.4.2. PROBLEMAS PLANO E .....	60
3.4.3. FORMA GENERAL. DOBLE SALTO.....	69
3.5. CONCLUSIONES .....	71

<b>4.</b>	<b>ACCELERACIÓN DEL ANÁLISIS.....</b>	<b>73</b>
4.1	INTRODUCCIÓN.....	73
4.2	TIPOS DE MEJORAS.....	76
4.2.1.	SIMETRÍAS.....	76
4.2.2.	ENLACE.....	79
4.2.3.	RECORTE DE MODOS.....	80
4.2.4.	UTILIZACIÓN DE MÚLTIPLES PROCESADORES.....	81
4.2.5.	PROGRAMACIÓN EN MATLAB.....	83
4.3	ESTUDIO DEL NÚMERO DE OPERACIONES AL ENLAZAR MATRICES.....	86
4.3.1.	TIPOS DE ESTRUCTURAS.....	87
4.3.1.1.	Estructura sin simetrías y sin usar matrices intermedias.....	87
4.3.1.2.	Estructura sin simetrías realizando el cálculo con matrices intermedias.....	88
4.3.1.3.	Estructura sin simetrías, mejora eliminando el cálculo de $S_{21}$ por simetría en $S_{..}$ .....	88
4.3.1.4.	Estructura con subestructura iris.....	89
4.3.1.5.	Estructura con simetría general.....	90
4.3.1.6.	Estructura con simetría general y subestructuras con simetría iris.....	91
4.3.2.	COMPARATIVA CON EL MÉTODO PRESENTADO EN [5].....	92
4.4	CONCLUSIONES.....	93
<b>5.</b>	<b>ESTUDIO DE CASOS PRÁCTICOS: ALTERNATIVAS PARA MEJORAR LA EFICIENCIA DE LAS SIMULACIONES.....</b>	<b>95</b>
5.1	SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA PLANO H: FILTRO DE IRISES INDUCTIVOS SIN CAMBIO DE ALTURA.....	95
5.2	SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA CON DISCONTINUIDADES DE DOBLE SALTO: FILTRO DUAL-MODE CON RESPUESTA ELÍPTICA.....	107
5.3	RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA CON DISCONTINUIDADES DE DOBLE SALTO EN FUNCIÓN DEL UMBRAL QUE DETERMINA LOS MODOS LOCALIZADOS.....	119
5.4	CONCLUSIONES.....	128
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....</b>	<b>129</b>
	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>131</b>
<b>A.</b>	<b>Anexos.....</b>	<b>133</b>
A	CAVIDADES RESONANTES RECTANGULARES.....	133

## INDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Guía de onda de sección arbitraria .....	23
Figura 2-2. Sección transversal de una guía rectangular.....	26
Figura 2-3. Frecuencia de corte de los modos de orden superior de una guía rectangular con $a=2b$ .	31
Figura 2-4. Frecuencia de corte de los modos de orden superior de una guía rectangular con $a=b$ .	31
Figura 3-1. Discontinuidad entre guías de sección arbitraria.....	33
Figura 3-2. Sección transversal de una discontinuidad entre dos guías rectangulares y sistema de referencia.....	35
Figura 3-3. Esquema de las ondas incidentes y reflejadas en dispositivos de dos puertas. ....	39
Figura 3-4. Discontinuidad Plano H en guía rectangular, sistemas de coordenadas y amplitudes de onda.....	42
Figura 3-5. Discontinuidad Plano E en guía rectangular, sistemas de coordenadas y amplitudes de onda.....	44
Figura 3-6. Discontinuidad Doble Salto en guía rectangular, sistemas de coordenadas y amplitudes de onda. ....	47
Figura 3-7. Enlace de dos elementos unidos por un tramo de guía. ....	51
Figura 3-8. Offset entre centros de guías rectangulares.....	54
Figura 4-1. Esquema de una estructura simétrica: las guías 1 y 3 tienen la misma sección.....	74
Figura 4-2. Estructura con simetría general.....	76
Figura 4-3. Subestructura iris.....	77
Figura 4-4. Estructura con simetría de giro $90^\circ$ . ....	78
Figura 4-5. Esquema de enlace de matrices $S$ que representan subestructuras que pueden tener un grado de complejidad distinto. ....	79
Figura 4-6. Esquema del funcionamiento de la paralelización en MATLAB.....	81
Figura 4-7. Esquema de una estructura sin simetrías.....	87

Figura 4-8. Esquema de dos estructuras con simetría iris. N par (izquierda) e impar (derecha). .....	89
Figura 4-9. Esquema de una estructura con simetría general. ....	90
Figura 4-10. Esquema de una estructura con simetría general y subestructuras iris. ....	91
Figura 5-1. Estructura Plano H, Filtro de iris inductivos de orden 8: (a) Visión 2D, (b) Visión 3D, (c) Respuesta en frecuencia para 40 modos y 251 puntos. ....	96
Figura 5-2. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Programa sin mejoras. ....	99
Figura 5-3. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Uso de matrices intermedias. ....	99
Figura 5-4. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Se elimina el cálculo de $S_{21}$ . ....	100
Figura 5-5. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Se implementa simetría general. ....	100
Figura 5-6. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Se elimina el cálculo de $S_{22}$ en los enlaces de discontinuidades simétricas. ....	101
Figura 5-7. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Se incorpora simetría iris para todas las subestructuras que lo permitan. ....	101
Figura 5-8. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Eliminación de modos muy evanescentes (localizados). ....	103
Figura 5-9. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Reducción de las matrices que no intervienen en el enlace. ....	103
Figura 5-10. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Todos los cálculos en serie. ....	105
Figura 5-11. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Simulaciones con 2 procesos en paralelo. ....	105
Figura 5-12. Representación del tiempo de simulación de la estructura Plano H. Simulaciones con 4 procesos en paralelo. ....	106
Figura 5-13. Estructura con discontinuidades de Doble Salto. Visión 2D (arriba), Visión 3D con eje de coordenadas (abajo). ....	108
Figura 5-14. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Configuración 1. ....	109
Figura 5-15. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Cálculo y reutilización de submatrices. Configuración 2. ....	109

Figura 5-16. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Se añade algoritmo para evitar cálculo de subestructuras giradas 90°. Configuración 3. ....	110
Figura 5-17. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Cambio en la definición de las subestructuras. Configuración 4. ....	110
Figura 5-18. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Simetría general con giro de 90°. Configuración 5. ....	111
Figura 5-19. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Reducción de la sobrecarga de la memoria. ....	111
Figura 5-20. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Optimización del código. ....	112
Figura 5-21. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Elección óptima del número de modos. ....	112
Figura 5-22. Estructura dual mode dividida en 5 subestructuras. ....	113
Figura 5-23. Estructura dual mode dividida en 2 subestructuras. ....	114
Figura 5-24. Estructura dual mode dividida en 3 subestructuras para su cálculo con simetría de giro de 90°. ....	114
Figura 5-25. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Simulaciones en serie. ....	117
Figura 5-26. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Simulaciones con 2 procesos en paralelo. ....	117
Figura 5-27. Representación del tiempo de simulación de la estructura Doble Salto. Simulaciones con 4 procesos en paralelo. ....	118
Figura 5-28. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 1000 modos. ....	120
Figura 5-29. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto para 1000 modos. ....	120
Figura 5-30. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 1500 modos. ....	121
Figura 5-31. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto para 1500 modos. ....	121
Figura 5-32. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 2000 modos. ....	122
Figura 5-33. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto para 2000 modos. ....	122
Figura 5-34. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 2500 modos. ....	123
Figura 5-35. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto para 2500 modos. ....	123

Figura 5-36. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 3000 modos. ....	124
Figura 5-37. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto para 3000 modos.....	124
Figura 5-38. Tiempos de simulación de la estructura Doble Salto en función del umbral y el número de modos para la estructura bajo estudio. ....	125
Figura 5-39. Respuesta en frecuencia de la estructura Doble Salto para 3000 modos y distintos umbrales. ....	127

## **INDICE DE TABLAS**

Tabla 3-1. Tamaño de los vectores y matrices que intervienen en el cálculo de la matriz de Scattering. ....	40
Tabla 4-1. Resumen de operaciones para los distintos métodos de enlace de matrices S. ....	92
Tabla 5-1. Ejemplo de elección de modos en las guías de la estructura bajo estudio.....	97
Tabla 5-2. Beneficios de las mejoras raelizadas para el ejemplo Plano H.....	104
Tabla 5-3. Exigencias de cálculos de cada configuración de Doble Salto.....	115
Tabla 5-4. Beneficios de las mejoras realizadas para el ejemplo Doble Salto.....	116







# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. MOTIVACIÓN

Se denomina microondas a las ondas electromagnéticas definidas en un rango de frecuencias determinado, generalmente de entre 300MHz y 300GHz, que supone un período de oscilación de 3ns ( $3 \cdot 10^{-9}$  s) a 3ps ( $3 \cdot 10^{-12}$  s) y una longitud de onda en el rango de 1m a 1mm..Debido a las altas frecuencias (y cortas longitudes de onda), la *teoría de circuitos clásica* no se puede usar directamente para resolver problemas de redes de microondas, y hay que recurrir a las *ecuaciones de Maxwell* para caracterizar el comportamiento de los dispositivos operando en esta banda de frecuencias.

Las características de las microondas complican el análisis y diseño de los dispositivos que trabajan en este rango de frecuencias. A pesar de esto, también encontramos ventajas importantes para muchas aplicaciones usadas en la actualidad:

- Las frecuencias de microondas son las más apropiadas para los sistemas radar por su mayor eficiencia a la hora de detectar objetivos.
- Los fenómenos físicos que experimentan los materiales y los tejidos a las frecuencias de microondas se pueden usar para una variedad de aplicaciones únicas en las áreas de ciencia básica, calentamiento, diagnóstico y tratamiento médico, ...
- Se puede obtener un ancho de banda absoluto mayor a frecuencias más altas. Este es un factor muy importante porque las bandas de frecuencia disponibles en el espectro electromagnético son un recurso limitado.
- La ganancia de la antena es proporcional a su tamaño eléctrico. A frecuencias más altas es posible una mayor ganancia de la antena para un tamaño físico dado.

En la actualidad el empleo de **sistemas de microondas** es importante y sus aplicaciones incluyen control de tráfico aéreo, navegación marina, control de misiles, aviación, vigilancia, telecomunicaciones, entre muchas otras.

Dentro de los circuitos de microondas, las estructuras en guía de onda son unos dispositivos que se utilizan muy comúnmente en este rango de frecuencias. Se usan para construir filtros, multiplexores, polarizadores, transformadores de señal, ortomodos, acopladores... que adaptan la señal y la preparan para su posterior utilización en sistemas de telecomunicación, tales como telefonía o televisión por satélite.

Las estructuras en guía de onda son muy fiables en ambientes adversos y por ello apropiadas para las comunicaciones por satélite. Para que una estructura finalmente sea elegida para funcionar en el espacio debe cumplir requisitos muy exigentes ya que no puede repararse o sustituirse por otra nueva. Su comportamiento debe ser satisfactorio no sólo en cuanto a la tarea eléctrica para la que se creó: filtrar, transformar... sino que debe responder correctamente a agentes externos como los cambios de temperatura extremos o la torsión mecánica.

Todos estos requisitos elevan el coste final del producto, y un pequeño error en su diseño haría que no cumpliera alguna de las muchas especificaciones que se les impone, generando grandes pérdidas no sólo debidas al tiempo desaprovechado sino también al gasto en construcción y en banco de pruebas.

Actualmente existen herramientas software comerciales que pueden simular el comportamiento de estos dispositivos, pero el tiempo empleado es muy elevado dado que están basados en métodos generales para poder resolver estructuras muy complejas. Es el caso por ejemplo del HFSS (High Frequency structure Simulator) de ANSOFT ([www.ansoft.com](http://www.ansoft.com)) o del CST Microwave Studio ([www.cst.com](http://www.cst.com)). Estos programas simulan el comportamiento electromagnético de casi cualquier estructura de microondas, resolviéndola mediante métodos numéricos generales como el método de elementos finitos o de diferencias finitas. Ésta es una forma muy apropiada si no sabemos a qué tipo de estructura nos enfrentamos pero a la vez muy poco eficaz si la conocemos, como es nuestro caso. A continuación comentaremos brevemente que se entiende por técnicas de análisis y cuáles son sus principales tipos.

Las técnicas de análisis tienen como objetivo resolver el problema electromagnético del dispositivo bajo estudio, que queda determinado por su estructura física, los materiales que lo componen y la excitación a la que va a ser sometido. En los dispositivos pasivos de microondas, el análisis se limita normalmente al cálculo de los parámetros de dispersión (parámetros S) en una banda de frecuencias de interés.

Tradicionalmente el análisis se basaba en equivalentes circuitales aproximados del dispositivo compuestos por elementos concentrados (bobinas, condensadores,...) y distribuidos (líneas de transmisión), que no tienen en cuenta todas las interacciones electromagnéticas que se producían dentro de la estructura. Actualmente se dispone de técnicas rigurosas que consideran todos los efectos y cuyas predicciones coinciden apreciablemente con las medidas reales de los dispositivos. Información más detallada se puede encontrar en [8], pero conviene resaltar estas diferencias generales.

Las técnicas de análisis pueden clasificarse en dos grandes grupos (habiendo un tercero que sería un híbrido entre los dos):

- Técnicas puramente numéricas: dentro de este grupo se pueden considerar el Método de los Elementos Finitos (FEM), Diferencias Finitas en el dominio del tiempo (FDTD) y Matriz de Líneas de Transmisión (TLM). Estas técnicas son muy versátiles al no estar sujetas prácticamente a restricciones geométricas ni eléctricas, a costa de tiempos de simulación muy elevados.
- Técnicas casi analíticas: En este grupo se engloba a los métodos con una importante carga analítica, entre los que se encuentran las técnicas modales. En concreto, en este proyecto se ha usado el “Método de Adaptación Modal”. En comparación con las técnicas puramente numéricas, las técnicas modales se utilizan para resolver problemas con geometrías y materiales muy concretos. Sin embargo, en los problemas que pueden aplicarse, dan lugar a códigos muy rápidos y eficientes, permitiendo el desarrollo de dispositivos muy sofisticados.

Como actualmente se diseña y construye dispositivos con altas prestaciones a muy corto plazo, no es siempre factible el uso de técnicas puramente numéricas debido a sus elevados tiempos de simulación (en torno a uno o dos órdenes de magnitud más lentos que un programa basado en el ajuste modal, estudiado en este proyecto). Hay que destacar que durante el diseño de un dispositivo mediante optimización numérica se realizan miles de simulaciones para obtener las dimensiones óptimas, incidiendo de manera crítica en los plazos de entrega. Éste es el principal motivo que nos ha llevado a crear la herramienta de análisis descrita en el proyecto.

## 1.2. OBJETIVO Y ORGANIZACIÓN

El objetivo de este proyecto es crear una herramienta software capaz de obtener la respuesta en frecuencia de dispositivos creados a partir de guías de onda rectangular para facilitar su diseño minimizando el tiempo de cálculo. Para ello, se implementa el método del ajuste modal o *mode-matching* sobre el lenguaje de programación de MATLAB con el objetivo de explotar al máximo el método numérico (frente a otros métodos, como el de elementos finitos o el de diferencias finitas, que requieren mayores recursos), sus propiedades (simetrías estructurales y de la matriz GSM), las del lenguaje de programación y los recursos que ofrecen los equipos multiprocesador actuales.

A grandes rasgos, en la primera parte del proyecto se comentan algunos conceptos electromagnéticos de gran importancia para la formulación del método de ajuste modal desarrollado, como son las guías de onda y en particular las guías rectangulares (capítulo segundo).

En el capítulo tercero nos centramos en la explicación del ajuste modal como método para el cálculo de los campos en discontinuidades en guías de onda, frente a otros como el método de elementos finitos o diferencias finitas que emplean otras herramientas software comerciales ya mencionadas. Al final mostraremos, en el apartado 3.5, los resultados obtenidos para una serie de dispositivos reales que hemos usado a modo de prueba para comprobar el buen funcionamiento de la herramienta.

El cuarto capítulo comienza con una amplia explicación de los conceptos utilizados para acelerar el análisis y continúa con un conteo matemático de las mejoras y con una comparativa con un nuevo método que se ha publicado recientemente en la literatura técnica. Este trabajo presenta una técnica eficiente para resolver conexiones en cascada de matrices de Scattering de dispositivos de dos puertas.

Finalmente, el quinto capítulo contiene los resultados obtenidos al simular ejemplos reales con la nueva herramienta desarrollada. Esto nos servirá para estudiar cuál es su comportamiento y concluir qué variables son las que hay que tener en cuenta para obtener una solución veraz con el mínimo tiempo posible.

El último capítulo contiene las conclusiones y el trabajo futuro relacionado con este proyecto.

## 2. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

En este capítulo vamos a explicar los fundamentos electromagnéticos sobre los que nos vamos a basar para la consecución del proyecto. En él, estudiaremos los diferentes modos que aparecen en las guías de onda y en particular en las guías de onda rectangulares.

### 2.1. PROPAGACIÓN EN UNA GUÍA DE ONDA

El objetivo de este apartado es obtener las ecuaciones de los campos electromagnéticos en una guía de onda de sección arbitraria, representada en la figura 2-1. Este capítulo sirve para sentar las bases teóricas en las que se van a apoyar los circuitos de microondas en guía de onda que se van a tratar en el proyecto.



Figura 2-1. Guía de onda de sección arbitraria.

El problema electromagnético que aquí se estudia de acuerdo a [1] está formado por un medio homogéneo (caracterizado por las magnitudes  $\mu$  y  $\varepsilon$ ) en el que no existen fuentes y rodeado por conductor perfecto ( $\sigma=\infty$ ). Este problema está gobernado por las ecuaciones de Maxwell, que en el dominio de la frecuencia se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\nabla \times \bar{E} &= -j\omega\mu\bar{H} \\ \nabla \times \bar{H} &= j\omega\varepsilon\bar{E} \\ \nabla \cdot \bar{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \bar{H} &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

Tomando rotacionales en las dos primeras y teniendo en cuenta las otras dos, pueden transformarse en:

$$\begin{aligned}\Delta\bar{E} - \gamma_0^2\bar{E} &= 0 \\ \Delta\bar{H} - \gamma_0^2\bar{H} &= 0\end{aligned}\tag{2.2}$$

donde  $\gamma_0^2 = -\omega^2\mu\varepsilon$ .

Nos centramos en la primera ecuación de (2.2) y lo separamos en  $\bar{E} = \bar{E}_t + \bar{E}_z$ ; los mismos pasos se pueden seguir para la segunda.

Nota: Un estudio de los campos más detallado puede encontrarse en [1]; aquí sólo se incluirán los resultados más importantes.

$\bar{E}_z$  representa la parte longitudinal a  $z$  mientras que  $\bar{E}_t$  representa la parte transversal.

$$\Delta \bar{E}_z = (\Delta E_z) \hat{z} = (\Delta_t E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}) \hat{z} . \quad (2.3)$$

Sustituyendo lo anterior en la primera ecuación de (2.2) obtenemos:

$$\Delta_t E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \gamma_0^2 E_z = 0 . \quad (2.4)$$

Ecuación en la que podemos aplicar separación de variables de la siguiente forma  $E_z = F_E(x, y)Z(z)$ , obteniéndose  $\frac{\Delta_t F_E}{F_E} + \frac{Z''}{Z} - \gamma_0^2 = 0$ .

En el caso anterior  $\frac{Z''}{Z} = \gamma^2$  y  $\gamma$  es una constante de separación siendo la solución para  $E_z$  de la forma:

$$E_z = F_E(x, y)(Ae^{\gamma z} + Be^{-\gamma z}) . \quad (2.5)$$

Así el problema queda reducido a encontrar una función  $F_E(x, y)$  solución de la ecuación de Helmholtz de dos dimensiones  $\Delta_t F_E - \gamma_c^2 F_E = 0$  con la nueva constante de separación  $\gamma_c^2 = \gamma_0^2 - \gamma^2$ . Se puede demostrar (ver por ejemplo [1]) que esta constante debe ser real y negativa.

Como se comentó al principio de este apartado, se puede seguir el mismo procedimiento para obtener la solución del campo magnético, obteniendo una solución  $F_H(x, y)$  independiente de  $F_E(x, y)$ .

### 2.1.1. MODOS TE O TRANSVERSALES ELÉCTRICOS

Son soluciones de campo en las que  $E_z = 0$  y  $H_z$  es de la forma  $\bar{H}_z = \hat{z}F_H(x, y)e^{-\gamma z}$  donde  $F_H(x, y)$  es solución de la ecuación  $\Delta_t F_H - \gamma_c^2 F_H = 0$  con  $\gamma_c^2 = \gamma_0^2 - \gamma^2$ .

Por otra parte de las dos primeras ecuaciones de Maxwell en (2.1) obtenemos:

$$\begin{aligned} \nabla_t \times \bar{H}_z + \nabla_z \times \bar{H}_t &= j\omega \epsilon \bar{E}_t \\ \nabla_z \times \bar{E}_t &= -j\omega \mu \bar{H}_t \end{aligned} , \quad (2.6)$$

donde, multiplicando la primera por  $-j\omega\mu$  y teniendo en cuenta la segunda obtenemos:



$$\frac{\partial^2 \bar{E}_t}{\partial z^2} - \gamma_0^2 \bar{E}_t = j\omega\mu \nabla_t \times \bar{H}_z . \quad (2.7)$$

Desechando la solución homogénea que conduciría a una solución TEM (se ve en [1]) nos queda:

$$\begin{aligned} \bar{E}_t &= \frac{j\omega\mu}{\gamma_c^2} \nabla_t H_z \times \hat{z} \\ \bar{H}_t &= \frac{\gamma}{j\omega\mu} \hat{z} \times \bar{E}_t \end{aligned} , \quad (2.8)$$

pudiendo definir la impedancia de modo TE como  $Z_{TE} = \frac{\hat{z} \times \bar{E}_t}{\bar{H}_t} = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$ .

### 2.1.2. MODOS TM O TRANSVERSALES MAGNÉTICOS

Son soluciones de campo en las que  $H_z = 0$  y  $E_z$  es de la forma  $\bar{E}_z = \hat{z} F_E(x, y) e^{-\gamma z}$  donde  $F_E(x, y)$  es solución de la ecuación  $\Delta_t F_E - \gamma_c^2 F_E = 0$  con  $\gamma_c^2 = \gamma_0^2 - \gamma^2$ .

Por otra parte de las dos primeras ecuaciones de Maxwell obtenemos:

$$\begin{aligned} \nabla_t \times \bar{E}_z + \nabla_z \times \bar{E}_t &= j\omega\mu \bar{H}_t \\ \nabla_z \times \bar{H}_t &= -j\omega\varepsilon \bar{E}_t \end{aligned} , \quad (2.9)$$

donde, multiplicando la primera por  $-j\omega\varepsilon$  y teniendo en cuenta la segunda obtenemos:

$$\frac{\partial^2 \bar{H}_t}{\partial z^2} - \gamma_0^2 \bar{H}_t = j\omega\varepsilon \nabla_t \times \bar{E}_z , \quad (2.10)$$

y desechando nuevamente la solución homogénea que conduciría a una solución TEM nos queda:

$$\begin{aligned} \bar{E}_t &= \frac{\gamma}{\gamma_c^2} \nabla_t E_z \\ \bar{H}_t &= \frac{j\omega\varepsilon}{\gamma} \hat{z} \times \bar{E}_t \end{aligned} , \quad (2.11)$$

pudiendo definir la impedancia de modo TM como  $Z_{TM} = \frac{\hat{z} \times \bar{E}_t}{\bar{H}_t} = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon}$ .

## 2.2. CASO PARTICULAR: MODOS EN LA GUÍA RECTANGULAR

Se entiende por guía rectangular un sistema invariante en dirección  $z$  cuya sección es la de la figura 2.2, siendo las paredes del problema de conductor perfecto. Se va a estudiar esta guía en particular porque es la base de los dispositivos y problemas que se van a ver más adelante en los siguientes capítulos.

Las condiciones de contorno para conductor perfecto en una guía rectangular son:

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 F + k_c^2 F &= 0 \\ \left. \frac{\partial F_H}{\partial n} \right|_c &= 0, \text{ para modos } TE, \\ F_E|_c &= 0, \text{ para modos } TM \end{aligned} \quad (2.12)$$

siendo  $C$  el contorno de de la guía de onda y  $n$  la normal a  $C$ .

Conviene mencionar un cambio que utilizaremos a partir de ahora,  $k_c^2 = -\gamma_c^2$ , donde  $k_c$  será un número real positivo.

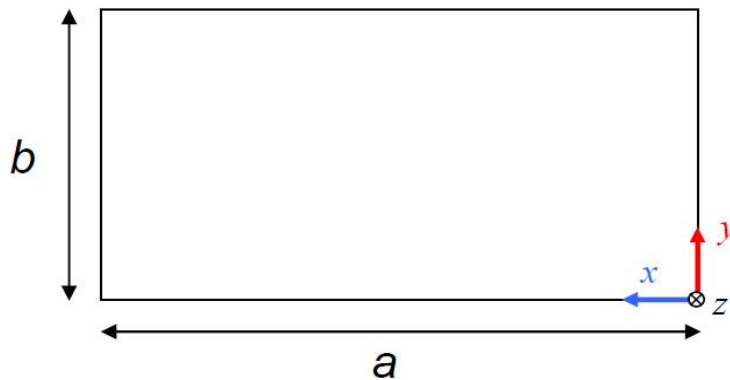


Figura 2-2. Sección transversal de una guía rectangular.

Como la función escalar es una función de dos variables  $F(x, y) = X(x)Y(y)$ , puede reescribirse como  $X''Y + XY'' + k_c^2 XY = 0$  y para encontrar las soluciones operamos de la siguiente manera:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = \gamma_c^2, \quad (2.13)$$

donde  $\frac{X''}{X} = -k_x^2, \frac{Y''}{Y} = -k_y^2$  siendo  $-k_x^2 - k_y^2 = \gamma_c^2$ .

Las soluciones son:

$$\begin{aligned} X(x) &= A \sin(k_x x) + B \cos(k_x x) \\ Y(y) &= C \sin(k_y y) + D \cos(k_y y) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ahora aplicamos estas soluciones a las ecuaciones de contorno.

Para los modos TE se deben cumplir las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y=0,b} &= X k_y (C \cos(k_y) - D \sin(k_y)) = 0 \quad (1) \\ \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=0,a} &= Y k_x (A \cos(k_x) - B \sin(k_x)) = 0 \quad (2) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Lo cual nos permite, derivando y particularizando, llegar a las siguientes soluciones:

$$\begin{aligned} \text{en (1)} \quad \text{para } y = 0 &\rightarrow X k_y C = 0 \rightarrow C = 0 \\ \text{para } y = b &\rightarrow X k_y (-D \sin(k_y)) = 0 \rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b} \\ \text{en (2)} \quad \text{para } x = 0 &\rightarrow Y k_x A = 0 \rightarrow A = 0 \\ \text{para } x = a &\rightarrow Y k_x (-B \sin(k_x)) = 0 \rightarrow k_x = \frac{m\pi}{a} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Por lo tanto la expresión final es  $(B \cos(K_x x)) \cdot (D \cos(K_y y))$  que también puede escribirse de la siguiente manera  $P \cos(K_x x) \cos(K_y y)$  utilizando una nueva constante de amplitud  $P = B \cdot D$ .

Para TM la ecuación que se debe cumplir es la siguiente:

$$F \Big|_{\substack{x=0,a \\ y=0,b}} = (A \sin(K_x x) + B \cos(K_x x)) \cdot (C \sin(K_y y) + D \cos(K_y y)) = 0, \quad (2.17)$$

de donde se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{para } x = 0 &\rightarrow B \cdot (C \sin(K_y y) + D \cos(K_y y)) = 0 \rightarrow B = 0 \\ \text{para } x = a &\rightarrow (A \sin(K_x x)) \cdot (C \sin(K_y y) + D \cos(K_y y)) = 0 \rightarrow k_x = \frac{m\pi}{a} \\ \text{para } y = 0 &\rightarrow (A \sin(K_x x) + B \cos(K_x x)) \cdot D = 0 \rightarrow D = 0 \\ \text{para } y = b &\rightarrow (A \sin(K_x x) + B \cos(K_x x)) \cdot (C \sin(K_y y)) = 0 \rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Por lo tanto la expresión final queda  $(A \sin(K_x x)) \cdot (C \sin(K_y y))$  que también puede escribirse como  $Q \cdot \sin(K_x x) \cdot C \sin(K_y y)$  con  $Q = A \cdot C$ . Al igual que antes, esta constante de amplitud estará relacionada con la potencia que lleva el modo y depende de las condiciones de excitación y carga de la guía.

Ahora se van a exponer las expresiones de los campos TE y TM obtenidas a partir de la solución de la ecuación de Helmholtz en dos dimensiones y las ecuaciones de las secciones 2.1.1 y 2.1.2. En concreto, las soluciones escritas a continuación suponen que el modo está viajando en la dirección +z.

### TE<sup>z</sup>

$$\begin{aligned}
 H_z &= -\frac{k_c}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_x &= -\frac{k_x}{k_c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_y &= -\frac{k_y}{k_c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_x &= -\frac{k_y}{k_c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_y &= \frac{k_x}{k_c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Siendo siempre:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{\varepsilon_m} &= \sqrt{1 + \delta_{om}} \quad \text{donde } \delta_{om} = 1 \quad \text{en } m = 0 \quad \text{y } 0 \text{ en el resto} \\
 \sqrt{\varepsilon_n} &= \sqrt{1 + \delta_{on}} \quad \text{donde } \delta_{on} = 1 \quad \text{en } n = 0 \quad \text{y } 0 \text{ en el resto}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

es decir,  $\varepsilon_m$  y  $\varepsilon_n$  toman valor 2 para  $m=0$  y  $n=0$  y 1 para el resto.

## TM<sup>Z</sup>

$$\begin{aligned}
 E_z &= -\frac{k_c}{\gamma} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_x &= \frac{k_x}{k_c} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_y &= \frac{k_y}{k_c} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_x &= -\frac{k_y}{k_c} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_y &= \frac{k_x}{k_c} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

El campo en una guía rectangular de cualquier circuito de microondas puede describirse con los modos TE<sup>Z</sup> y TM<sup>Z</sup>. Sin embargo, en determinados problemas conviene utilizar otra familia de modos (otra base para describir el campo electromagnético en la guía rectangular). En concreto, para los problemas de tipo plano E (definidos en el capítulo 3) suele ser más eficiente utilizar lo que se conoce como los modos TE<sup>X</sup>. A continuación se van a escribir las expresiones de sus campos de manera resumida, ya que se van a utilizar en el capítulo 3. La explicación detallada de este tipo de modos puede encontrarse en [2].

## TE<sup>X</sup>

$$\begin{aligned}
 H_x &= -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_y &= -\frac{k_x \cdot k_y}{\gamma_0^2 + k_x^2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 H_z &= -\frac{k_x \cdot \gamma}{\gamma_0^2 + k_x^2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Y} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_z &= -\frac{k_y}{\gamma} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-\gamma z} \\
 E_y &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n}} \frac{2}{\sqrt{ab}} \sqrt{Z} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-\gamma z}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Las constantes  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_c$ ,  $\gamma$ ,  $Z=1/Y$  que han aparecido en (2.19)-(2.22) dependen de cada modo, que se suelen denotar como  $TE_{mn}$  y  $TM_{mn}$ . Si no se especifica nada, cuando se habla de un modo  $TE_{mn}$  o  $TM_{mn}$  se está refiriendo implícitamente a un modo  $TE_{mn}^Z$  o  $TM_{mn}^Z$ , respectivamente. Los valores de estas constantes son:

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

$$\gamma = \sqrt{k_c^2 - k_0^2} = \alpha + j\beta$$

$$Z = \begin{cases} \frac{j\omega\mu}{\gamma} & \text{para } TE^Z \\ \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon} & \text{para } TM^Z \\ \frac{j\omega\mu\gamma}{k_x^2 + k_0^2} & \text{para } TE^X \end{cases}$$

Las letras  $m$  y  $n$  representan las variaciones en el eje  $x$  e  $y$  respectivamente, no pudiendo ser cero ninguna de ellas para los modos TE. Para los modos TM  $m$  o  $n$  puede ser cero, pero nunca los dos a la vez.

La frecuencia de corte para cada uno de los distintos modos es:

$$f_{c_{m,n}} = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (2.23)$$

La atenuación y la constante de fase de un modo para una frecuencia  $f$  son:

$$\alpha_{c_{m,n}} = k_{c_{m,n}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{c_{m,n}}}\right)^2}, \quad f < f_{c_{m,n}}$$

$$\beta_{c_{m,n}} = \omega \sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_{c_{m,n}}}\right)^2}, \quad f > f_{c_{m,n}}$$
(2.24)

y como

$$\gamma_{c_{m,n}} = \sqrt{k_{c_{m,n}}^2 - k_0^2} = \alpha_{c_{m,n}} + j\beta_{c_{m,n}}, \quad (2.25)$$

entonces

$$\begin{aligned} \text{si } f < f_{c_{m,n}} \quad \gamma_{c_{m,n}} &= \alpha_{c_{m,n}} \\ \text{si } f > f_{c_{m,n}} \quad \gamma_{c_{m,n}} &= j\beta_{c_{m,n}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Se define modo propagante aquel cuya frecuencia de corte está por debajo de la frecuencia de trabajo y se define modo al corte aquel cuya frecuencia está por encima.

Para los modos propagantes la atenuación ( $\alpha$ ) será 0 y la constante de fase ( $\beta$ ) tendrá un valor no nulo (suponiendo que el medio no tenga pérdidas y por tanto  $\epsilon$  y  $\mu$  son reales [1]) tal y como se muestra en (2.26).

Para los modos que se encuentren al corte, es decir, aquellos modos cuya frecuencia de corte esté por encima de la frecuencia de trabajo, la atenuación tendrá un valor no nulo y una constante de fase nula. La atenuación no nula provocará que estos modos vayan disminuyendo su amplitud de forma exponencial al aumentar la coordenada longitudinal  $z$ , de manera que se les suele denominarse evanescentes porque sólo están concentrados en una zona del espacio y su amplitud decae exponencialmente al alejarse.

A continuación, presentamos unas figuras que muestran el mapa de frecuencias de corte para los primeros modos, en función de la frecuencia de corte del modo fundamental, en unas guías rectangulares típicas. Estas figuras se han extraído de [3].

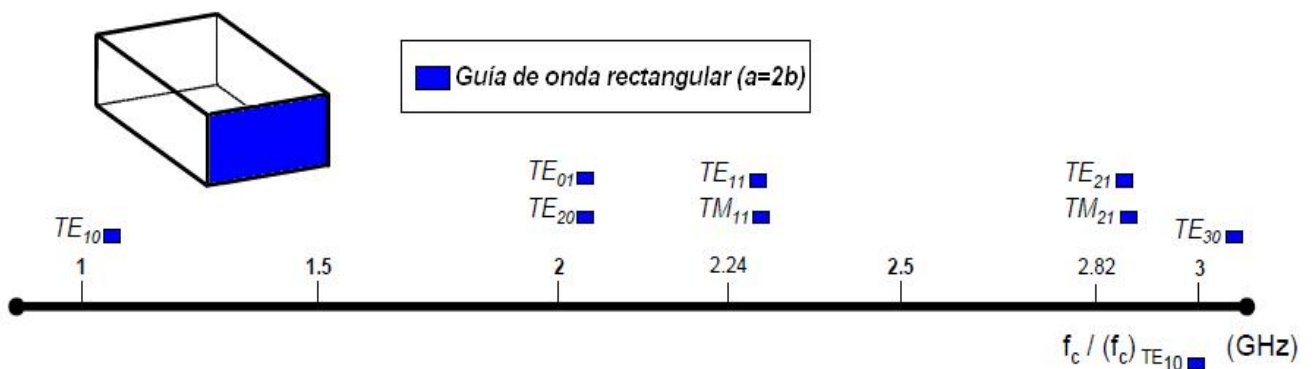


Figura 2-3. Frecuencia de corte de los modos de orden superior de una guía rectangular con  $a=2b$ .

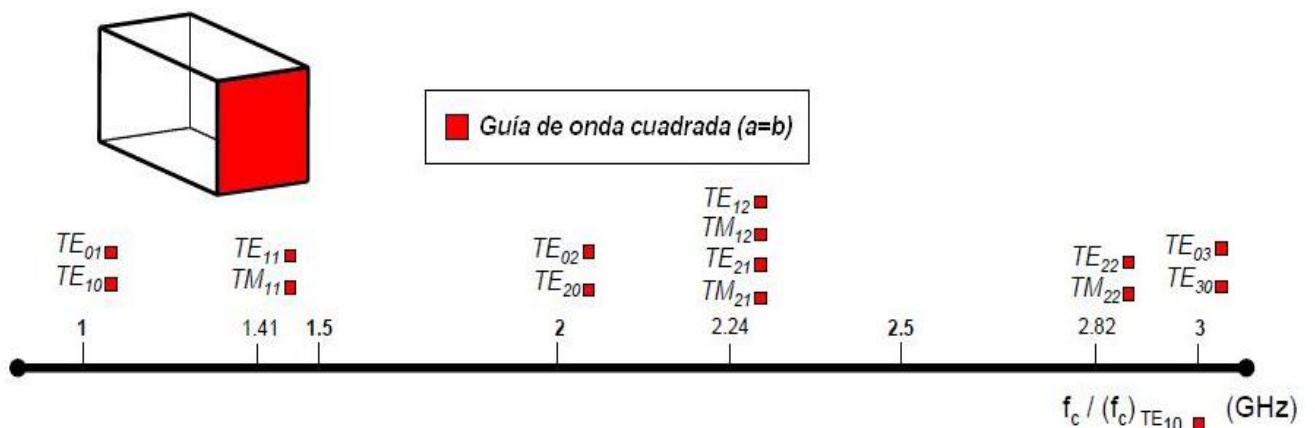


Figura 2-4. Frecuencia de corte de los modos de orden superior de una guía rectangular con  $a=b$ .

Para este último caso por ejemplo, si estuviésemos trabajando a una frecuencia de 2.1 veces la frecuencia de corte del modo fundamental  $TE_{10}$ , los modos  $TE_{10}$ ,  $TE_{01}$ ,  $TE_{11}$ ,  $TM_{11}$ ,  $TE_{02}$  y  $TE_{20}$  serían los modos propagantes y el resto serían modos al corte.

Aunque los modos al corte se atenúan, eso no implica que deban obviarse en los cálculos precisos de una estructura de microondas. De hecho, si su  $\alpha_{c_{m,n}}$  es lo suficientemente pequeña, aunque se atenúen, les dará tiempo a perturbar o excitar los modos que se encuentren en la siguiente guía a la que estén conectados, siendo necesarios para describir el campo del problema. Esto se verá en el próximo capítulo.

Por otro lado, en un circuito de microondas general compuesto de guías rectangulares hay que tener en cuenta, a priori todos los modos  $TE_{mn}$  y  $TM_{mn}$ . Sin embargo, si se dan ciertas condiciones geométricas y de excitación en el problema, puede que haya algunos modos que no se generen. Esto se pondrá de manifiesto en los capítulos posteriores. Por ejemplo, para los problemas tipo plano H (ver capítulo 3) bastará con los modos  $TE_{m0}^z$ , mientras que para el doble salto (problema estudiado en el capítulo 3) puede que se necesiten todos.

## 2.3. CONCLUSIONES

En este capítulo se han presentado algunas nociones básicas de teoría electromagnética y análisis de guías de onda que serán muy útiles para entender los capítulos siguientes.

El análisis se ha enfocado a guías de onda rectangulares, ya que el proyecto y los códigos que se van a desarrollar se centran en estructuras formadas por guías de estas características. Sin embargo conviene recordar que existen otros tipos de guías como las circulares, las ridge, las coaxiales, o las elípticas entre otras [6].

En el capítulo 3 se explica lo que es una discontinuidad y la manera en la que vamos a resolverla, con la matriz GSM (Generalized Scattering Matrix) como elemento imprescindible para el cálculo de la estructura.



### 3. MÉTODO DEL AJUSTE MODAL O *MODE-MATCHING*

#### 3.1. CÁLCULO DEL CAMPO EN UNA DISCONTINUIDAD

Algunos circuitos de microondas se pueden estudiar como la conexión en cascada de guías de onda de distinta sección transversal, descritas cada una de ellas como en el capítulo anterior. Ejemplos de varios dispositivos que encajan con esta descripción se podrán ver en los capítulos 4 y 5. Entre dos guías de onda de distinta sección surge una discontinuidad, cuyo caso genérico queda representado en la figura 3-1. El objetivo de este capítulo es formular un método para resolver este problema electromagnético. Dentro de las distintas opciones presentes en la literatura, utilizaremos el método de Ajuste Modal (también llamado Adaptación Modal, Ajuste de Campos o Mode-Matching cuando se utiliza su nombre en inglés).

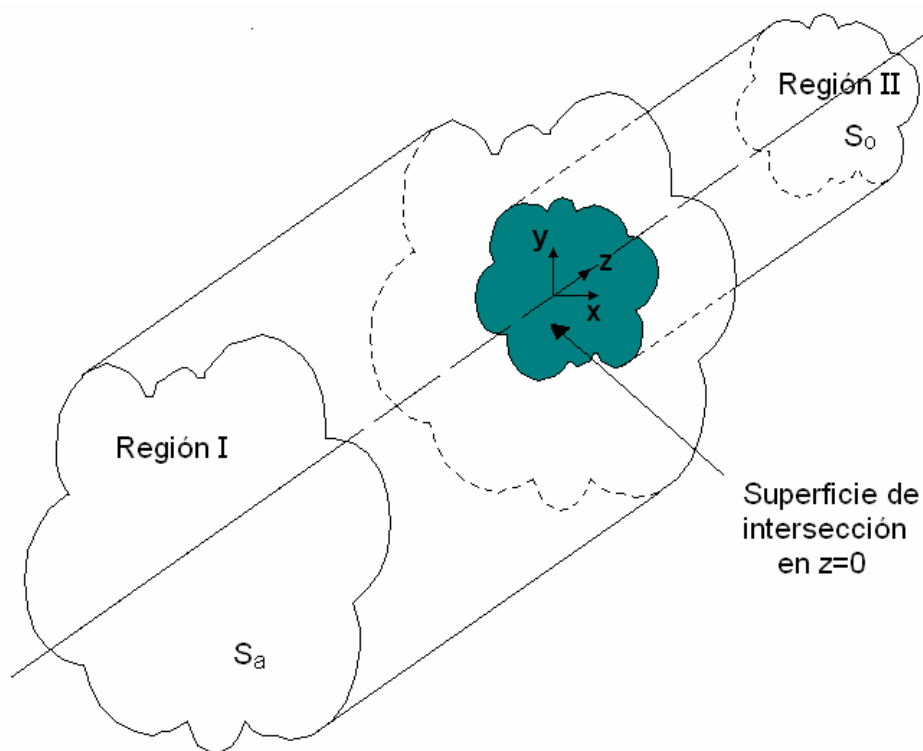


Figura 3-1. Discontinuidad entre guías de sección arbitraria.

##### 3.1.1. FORMULACIÓN GENERAL

El campo total en una guía de onda se puede representar por la suma infinita de los modos de la misma [7]. Los modos son campos electromagnéticos soluciones de las ecuaciones de Maxwell en la guía bajo estudio y cumplen todas las condiciones de contorno en las paredes laterales de la guía, como se estudió en el capítulo 2.

Cada modo tiene un campo diferente y puede viajar en sentido positivo o negativo del eje longitudinal de la guía. Sus amplitudes (tanto la del modo que viaja en un sentido como la que viaja

en el contrario, que no tienen porqué ser iguales) vendrán determinadas por las condiciones de contorno del problema en las superficies transversales de excitación y carga [1].

Si en las guías bajo estudio no hay conductores interiores (como en la figura 3-1), el campo de cada guía de onda sólo estará compuesto por modos TE y TM (estudiados en el capítulo 2 para una guía cualquiera y vistos en detalle para una guía rectangular). Si nos centramos en la guía I, las componentes transversales de los campos eléctricos y magnéticos pueden escribirse como:

$$\begin{aligned}\vec{E}_t^I &= \sum_{i=1}^{\infty} \left[ a_i^I e^{-\gamma_i^I z} + b_i^I e^{+\gamma_i^I z} \right] \vec{e}_i^I \\ \vec{H}_t^I &= \sum_{i=1}^{\infty} \left[ a_i^I e^{-\gamma_i^I z} - b_i^I e^{+\gamma_i^I z} \right] \vec{h}_i^I\end{aligned}\quad (3.1)$$

donde,

$a_i^I$  es la amplitud compleja del modo incidente  $i$  de la región I

$b_i^I$  es la amplitud compleja del modo reflejado  $i$  de la región I

$\gamma_i^I$  es la constante de propagación del modo  $i$  de la región I

$e_i^I$  es campo eléctrico transversal del modo  $i$  de la región I

$h_i^I$  es campo magnético transversal del modo  $i$  de la región I

y a la derecha de la discontinuidad se escriben como:

$$\begin{aligned}\vec{E}_t^{II} &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[ a_j^{II} e^{-\gamma_j^{II} z} + b_j^{II} e^{+\gamma_j^{II} z} \right] \vec{e}_j^{II} \\ \vec{H}_t^{II} &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[ -a_j^{II} e^{-\gamma_j^{II} z} + b_j^{II} e^{+\gamma_j^{II} z} \right] \vec{h}_j^{II}\end{aligned}\quad (3.2)$$

siendo

$a_j^{II}$  es la amplitud compleja del modo incidente  $j$  de la región II

$b_j^{II}$  es la amplitud compleja del modo reflejado  $j$  de la región II

$\gamma_j^{II}$  es la constante de propagación del modo  $j$  de la región II

$e_j^{II}$  es campo eléctrico transversal del modo  $j$  de la región II

$h_j^{II}$  es campo magnético transversal del modo  $j$  de la región II

En los sumatorios 3.1 y 3.2 cada modo  $i, j$  puede ser TE o TM (la ordenación podría ser por ejemplo por frecuencia de corte, aunque hay otras ordenaciones). Para que (3.1) y (3.2) representen el campo de manera exacta, los sumatorios incluyen todos los modos TE y TM, incluso los que están al corte.

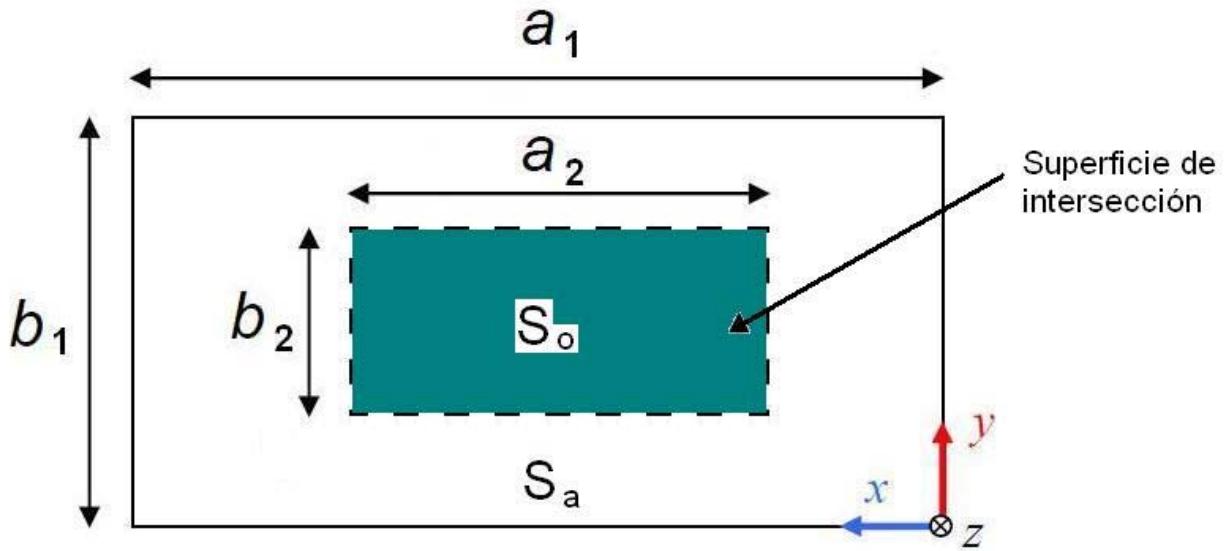


Figura 3-2. Sección transversal de una discontinuidad entre dos guías rectangulares y sistema de referencia.

Tomando el plano de referencia para el eje  $z$  en la superficie de la discontinuidad (ver figura 3-1), las ecuaciones anteriores quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^I|_{z=0} &= \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I + b_i^I] \vec{e}_i^I & \vec{H}_t^I|_{z=0} &= \sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I - b_i^I] \vec{h}_i^I \\ \vec{E}_t^{II}|_{z=0} &= \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} + b_j^{II}] \vec{e}_j^{II} & \vec{H}_t^{II}|_{z=0} &= \sum_{j=1}^{\infty} [-a_j^{II} + b_j^{II}] \vec{h}_j^{II} \end{aligned} \quad (3.3)$$

En la figura 3-2 se presenta un ejemplo de la superficie de la discontinuidad entre dos guías rectangulares.

A continuación imponemos las condiciones de contorno que deben verificar los campos electromagnéticos en el interfaz entre dos regiones (ver por ejemplo el capítulo 2 de [8]), esto es, la continuidad de las componentes transversales y la anulación del campo eléctrico tangencial en el conductor perfecto:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^I &= \begin{cases} \vec{E}_t^{II}, & \text{en } S_o \\ 0, & \text{en } S_a - S_o \end{cases} \\ \vec{H}_t^I &= \vec{H}_t^{II}, \text{ en } S_o \end{aligned} \quad (3.4)$$

Utilizando (3.3) se llega a la igualdad siguiente:

$$\sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I + b_i^I] \vec{e}_i^I = \begin{cases} \sum_{j=1}^{\infty} [a_j^{II} + b_j^{II}] \vec{e}_j^{II}, & \text{en } S_o \\ 0, & \text{en } S_a - S_o. \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} [a_i^I - b_i^I] \vec{h}_i^I = \sum_{j=1}^{\infty} [-a_j^{II} + b_j^{II}] \vec{h}_j^{II}, \text{ en } S_o$$

En esta ecuación, los campos  $e_i^I, \dots$  se suponen conocidos, siendo la relación entre amplitudes todavía desconocida. Hay que hacer notar que estas ecuaciones no son algebraicas dado que los campos tomarán un valor diferente en cada punto de la superficie de la discontinuidad. Por tanto, su resolución no es directa y se precisa de un método numérico (el que vamos a ver ahora llamado de ajuste modal o mode-matching, explicado más en detalle en [4]) para su resolución.

Para convertir las ecuaciones (3.5) a una forma algebraica, se hace el producto vectorial de la primera (igualdad de campo eléctrico) por el campo magnético del modo  $m$  de la guía I ( $x \vec{h}_m^I$ ) e integramos en la superficie  $S_I=S_a$ . Después se coje la ecuación de igualdad del campo magnético y se multiplica por el campo eléctrico del modo  $n$  de la guía II ( $x \vec{e}_n^{II}$ ) e integramos en la superficie  $S_{II}=S_o$ . Hay que considerar también que el campo eléctrico se anula en la superficie  $S_a-S_o$  ( $S_a$  es la superficie de la primera guía y  $S_o$  es la superficie de la segunda;  $S_a$  contiene a  $S_o$ ). Además, se utilizará que los modos son ortogonales (propiedad demostrada en [1] y que va a ser fundamental para el siguiente desarrollo):

$$\int_{S_a} (\vec{e}_i^I \times \vec{h}_m^I) \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall i \neq m$$

$$\int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_j^{II}) \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall j \neq n$$
(3.6)

Al hacer el proceso descrito las ecuaciones anteriores nos quedarían:

$$\sum_{i=1}^{\infty} (a_i^I + b_i^I) \int_{S_a} (\vec{e}_i^I \times \vec{h}_m^I) \cdot d\vec{s} = \sum_{j=1}^{\infty} (a_j^{II} + b_j^{II}) \int_{S_o} (\vec{e}_j^{II} \times \vec{h}_m^I) \cdot d\vec{s}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} (a_i^I - b_i^I) \int_{S_a} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_i^I) \cdot d\vec{s} = \sum_{j=1}^{\infty} (-a_j^{II} + b_j^{II}) \int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_j^{II}) \cdot d\vec{s}$$
(3.7)

que utilizando la ortogonalidad (3.6) quedaría

$$(a_m^I + b_m^I) \int_{S_a} (\vec{e}_m^I \times \vec{h}_m^I) \cdot d\vec{s} = \sum_{j=1}^{\infty} (a_j^{II} + b_j^{II}) \int_{S_o} (\vec{e}_j^{II} \times \vec{h}_m^I) \cdot d\vec{s}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} (a_i^I - b_i^I) \int_{S_a} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_i^I) \cdot d\vec{s} = (-a_n^{II} + b_n^{II}) \int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_n^{II}) \cdot d\vec{s}$$
(3.8)

En la práctica estas ecuaciones se truncan para poder calcularlas como una suma finita de términos. Por lo tanto, los sumatorios pasan a tener un número limitado de términos que puede ser diferente en cada ecuación, utilizando  $m = 1, \dots, N_2$  y  $n = 1, \dots, N_1$  respectivamente, donde  $N_1$  y  $N_2$  son los números máximos de términos de ambos sumatorios.

Las ecuaciones (3.8) se pueden escribir más claramente con las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned}
 \int_{S_a} (\vec{e}_m^I \times \vec{h}_m^I) d\vec{s} &= \delta_{1m} \\
 \int_{S_o} (\vec{e}_j^{II} \times \vec{h}_m^I) d\vec{s} &= X_{jm} \\
 \int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_n^{II}) d\vec{s} &= \delta_{2n} \\
 \int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{h}_i^I) d\vec{s} &= X_{ni}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

y truncando los sumatorios, llegando a:

$$\begin{aligned}
 (a_m^I + b_m^I) \delta_{1m} &= \sum_{j=1}^{N_2} (a_j^{II} + b_j^{II}) X_{jm}, \quad m = 1, \dots, N_1 \\
 \sum_{i=1}^{N_1} (a_i^I - b_i^I) X_{ni} &= (-a_n^{II} + b_n^{II}) \delta_{2n}, \quad n = 1, \dots, N_2
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Conviene aclarar que si los valores  $\delta_{1m}$  y  $\delta_{2n}$  son distintos de la unidad, significa que los campos de los modos no se encuentran normalizados y la matriz  $\mathbf{S}$  no mantiene todas las propiedades que nos interesan para acelerar el cálculo. En tal caso, los modos se normalizarán dividiendo respectivamente por  $\sqrt{\delta_{1m}}$  y  $\sqrt{\delta_{2n}}$ , tal y como se explica en [4].

Entonces, sustituyendo (3.9) en (3.8), y truncando las ecuaciones a  $N_1$  y  $N_2$  términos, como se ha comentado antes, se tienen las mismas ecuaciones (3.10) en forma matricial:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{\Delta}_1(\mathbf{a}^I + \mathbf{b}^I) &= \mathbf{X}^T(\mathbf{a}^{II} + \mathbf{b}^{II}) \\
 \mathbf{X}(\mathbf{a}^I - \mathbf{b}^I) &= \mathbf{\Delta}_2(-\mathbf{a}^{II} + \mathbf{b}^{II})
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

donde se definen los vectores columna:

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{a}^I &= [a_1^I \ a_2^I \ \dots \ a_{N_1}^I]^t \\
 \mathbf{a}^{II} &= [a_1^{II} \ a_2^{II} \ \dots \ a_{N_2}^{II}]^t \\
 \mathbf{b}^I &= [b_1^I \ b_2^I \ \dots \ b_{N_1}^I]^t \\
 \mathbf{b}^{II} &= [b_1^{II} \ b_2^{II} \ \dots \ b_{N_2}^{II}]^t
 \end{aligned} \right\}, \tag{3.12}$$

y las matrices

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{\Delta}_1 &= \text{diag}[\delta_{1m}] \\
 \mathbf{\Delta}_2 &= \text{diag}[\delta_{2n}] \\
 \mathbf{X} &= [X_{nm}]
 \end{aligned} \right\} \text{ para } m = 1, \dots, N_1 \text{ y } n = 1, \dots, N_2. \tag{3.13}$$

Las dos primeras matrices diagonales son de tamaño  $N_1$  y  $N_2$ , respectivamente, mientras que  $X$  tiene tamaño  $N_2 \times N_1$ . El último paso para conseguir las ecuaciones que deseamos es hacer uso del producto escalar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\vec{h}_i &= \frac{1}{Z_i} (\hat{z} \times \vec{e}_i) \\ \vec{e}_i &= Z_i (\vec{h}_i \times \hat{z})\end{aligned}, \quad (3.14)$$

y por tanto:

$$(\vec{e}_i \times \vec{h}_j) \cdot \hat{z} = \frac{1}{Z_i} (\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j) = Z_i (\vec{h}_i \cdot \vec{h}_j), \quad (3.15)$$

donde  $Z_i$  es la impedancia del modo  $i$ -ésimo.

Ahora podemos reescribir los términos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}X_{nm} &= Y_m^I \int_{S_o} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{e}_m^I) d\vec{S} \\ \delta_{1m} &= Y_m^I \int_{S_a} (\vec{e}_m^I \times \vec{e}_m^I) d\vec{S} \\ \delta_{2n} &= Y_n^{II} \int_{S_a} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{e}_n^{II}) d\vec{S}\end{aligned}. \quad (3.16)$$

Más adelante mostraremos de forma detallada la obtención de la matriz de cruce  $X_{nm}$  para cada uno de los distintos casos bajo estudio. Ahora continuaremos con la obtención de la matriz de dispersión multimodo.

### 3.1.2. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN MULTIMODO O MATRIZ DE SCATTERING

Buscamos ahora la matriz  $\mathbf{S}$ , también llamada matriz de dispersión multimodo, o matriz de dispersión generalizada (generalizada scattering matrix en su versión inglesa), que relaciona las amplitudes de los modos incidentes y reflejados a ambos lados de la discontinuidad con las amplitudes de los modos incidentes también a ambos lados. Tiene el adjetivo de generalizada porque a diferencia de la matriz de parámetros  $\mathbf{S}$  usada en circuitos, esta matriz que se va a obtener ahora puede incluir tantos modos propagantes como evanescentes.

De acuerdo a la figura 3-3, en esta formulación  $\mathbf{a}'$  y  $\mathbf{a}''$  son las amplitudes de los campos incidentes a la izquierda y a la derecha de la estructura, respectivamente; y  $\mathbf{b}'$  y  $\mathbf{b}''$  son los campos reflejados. El bloque de la figura 3-3 representa la discontinuidad de la figura 3-1, donde vamos a poner los planos de referencia justo en el plano de la discontinuidad. En estas condiciones, la ecuación que gobierna la relación entre las amplitudes incidentes y reflejadas en la discontinuidad es (3.9), siendo  $\mathbf{a}'$ ,  $\mathbf{a}''$ ,  $\mathbf{b}'$  y  $\mathbf{b}''$  los vectores con las amplitudes de los modos de (3.10).

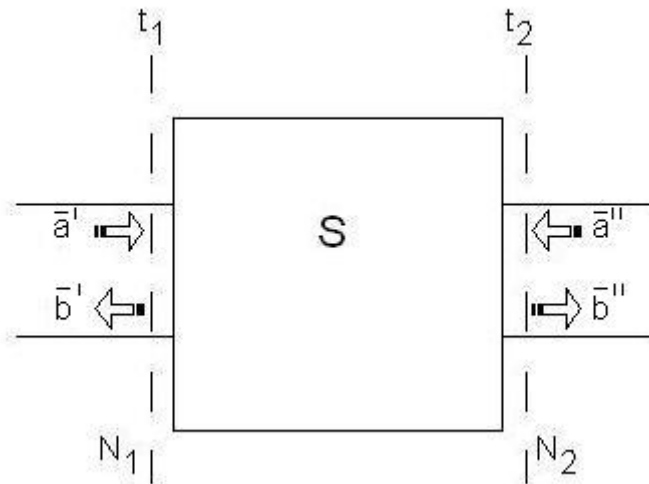


Figura 3-3. Esquema de las ondas incidentes y reflejadas.

Matricialmente, la relación que se busca es del siguiente tipo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}' \\ \mathbf{b}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}' \\ \mathbf{a}'' \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Para obtener las matrices  $\mathbf{S}_{11}$ ,  $\mathbf{S}_{12}$ ,  $\mathbf{S}_{21}$  y  $\mathbf{S}_{22}$ , a partir de  $\mathbf{X}$ , se recuerda que en las ecuaciones (3.9) se había truncado el número de modos en la guía I a  $N_1$  y en la guía II a  $N_2$ , indicado también en la figura 3-3.

Los tamaños de las matrices utilizadas (siendo  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  matrices diagonales) son:

$\mathbf{a}'$ y $\mathbf{b}'$	$N_1 \times 1$
$\mathbf{a}''$ y $\mathbf{b}''$	$N_2 \times 1$
$\mathbf{X}$	$N_2 \times N_1$
$\Delta_1$	$N_1 \times N_1$
$\Delta_2$	$N_2 \times N_2$
$\mathbf{S}_{11}$	$N_1 \times N_1$
$\mathbf{S}_{12}$	$N_1 \times N_2$
$\mathbf{S}_{21}$	$N_2 \times N_1$
$\mathbf{S}_{22}$	$N_2 \times N_2$

Tabla 3-1. Tamaño de los vectores y matrices que intervienen en el cálculo.

Despejando  $\mathbf{b}''$  de la segunda ecuación de (3.9) y sustituyendo en la primera, calculamos en primer lugar los parámetros  $\mathbf{S}_{11}$  y  $\mathbf{S}_{12}$ . A partir de ellos podemos obtener los parámetros  $\mathbf{S}_{21}$  y  $\mathbf{S}_{22}$ . El resultado es:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S}_{11} &= [\mathbf{X} \mathbf{X}^T + \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{X} \mathbf{X}^T - \mathbf{I}] \\
 \mathbf{S}_{12} &= 2[\mathbf{X} \mathbf{X}^T + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{X} \\
 \mathbf{S}_{21} &= \mathbf{X}^T \left\{ \mathbf{I} - [\mathbf{X} \mathbf{X}^T + \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{X} \mathbf{X}^T - \mathbf{I}] \right\} = \mathbf{X}^T \{ \mathbf{I} - \mathbf{S}_{11} \} \\
 \mathbf{S}_{22} &= \mathbf{I} - 2\mathbf{X}^T [\mathbf{X} \mathbf{X}^T + \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{X} = \mathbf{I} - \mathbf{X}^T \mathbf{S}_{12}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad de tamaño  $N_1$  o  $N_2$  según corresponda.

Existen otras expresiones análogas para el cálculo de la matriz  $\mathbf{S}$  a partir de  $\mathbf{X}$  descritas en [4]. En (3.16) se está suponiendo que se han normalizado los campos con  $\delta_{1m}$  y  $\delta_{2n}$  de valor unidad (y por tanto  $\Delta_1=\mathbf{I}$ ,  $\Delta_2=\mathbf{I}$ ).

Formalmente, calculada la matriz  $\mathbf{X}$ , mediante (3.18) se obtendría la caracterización del problema de la discontinuidad a través de la matriz  $\mathbf{S}$ . Sin embargo, el resultado numérico que se obtenga dependerá del número de términos que se hayan usado en las series que representan el campo  $N_1$  y  $N_2$  en (3.5). Dicho de otra manera, el hecho de truncar las series de expansión modal conlleva problemas de convergencia asociados a cualquier método numérico y debemos asegurarnos de la validez de los resultados. Esta convergencia no depende sólo del valor de  $N_1$  o  $N_2$  de manera aislada, sino que depende tanto del valor absoluto de términos  $N_1+N_2$  que se hayan puesto como de la relación entre  $N_1$  y  $N_2$ . Es por eso que se llama problema de convergencia relativa y se va a comentar más en detalle a continuación. Esta información también puede encontrarse en [4].

En la técnica de la adaptación modal, el método numérico aparece en el momento en que se truncan las series modales a un número finito de términos. Al igual que en otros métodos numéricos, parecería suficiente para estudiar la convergencia el ir añadiendo términos hasta que las oscilaciones del resultado estén dentro de unos márgenes. El problema surge al ser varias las series truncadas. Para estudiar la convergencia son dos los parámetros con los que debemos jugar, los que hemos mencionado en el párrafo anterior.



En un principio se pensó que el resultado mejoraría con el aumento del número de modos, pero se comprobó que esta afirmación sólo era cierta si la relación modal  $\rho = N_1/N_2$  pertenecía a un cierto rango de valores.

Se comprobó que si esta relación no se elegía de forma adecuada la solución del método no converge al valor correcto, pudiendo incluso llegar a una solución errónea, aunque el número de modos utilizado sea alto.

Se conocen los valores de las relaciones modales óptimas solamente para algunos casos de discontinuidades (que se verán en las siguientes secciones):

- Cambio de altura en guía rectangular (Plano E),  $\rho_{\text{óptima}}$ =relación de alturas.
- Cambio de anchura en guía rectangular (Plano H),  $\rho_{\text{óptima}}$ =relación de anchuras.
- Cambio de anchura y altura en guía rectangular (Doble Salto),  $\rho_{\text{óptima}}$ =relación de áreas.

Como hemos podido ver, la relación modal óptima dependerá en cada caso y generalmente deberemos hacer un estudio para cada estructura en particular. Como nosotros sólo utilizamos guías rectangulares conocemos las relaciones óptimas para cada caso. Un ejemplo real de elección de modos se presenta en tabla 5-1.

## 3.2. OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE CRUCES PARA DISTINTAS DISCONTINUIDADES

El objetivo de esta sección es particularizar la formulación general vista anteriormente a una serie de casos prácticos que aparecen frecuentemente en multitud de dispositivos de microondas. Se partirá de dos casos sencillos (discontinuidades sin cambio de altura y después con cambio de altura pero no de anchura), para llegar al caso general de salto entre dos guías rectangulares con altura y anchura distinta. En concreto, se verá como se calculan los términos  $X_{nm}$  para estas discontinuidades.

### 3.2.1. DISCONTINUIDADES PLANO-H (SIN CAMBIO DE ALTURA)

Una estructura se denomina plano H cuando todas y cada una de sus guías mantienen la misma altura. Por ello, sólo hay variación en anchura o lo que es lo mismo, sólo hay variación en el eje x (véase la figura 3-4).

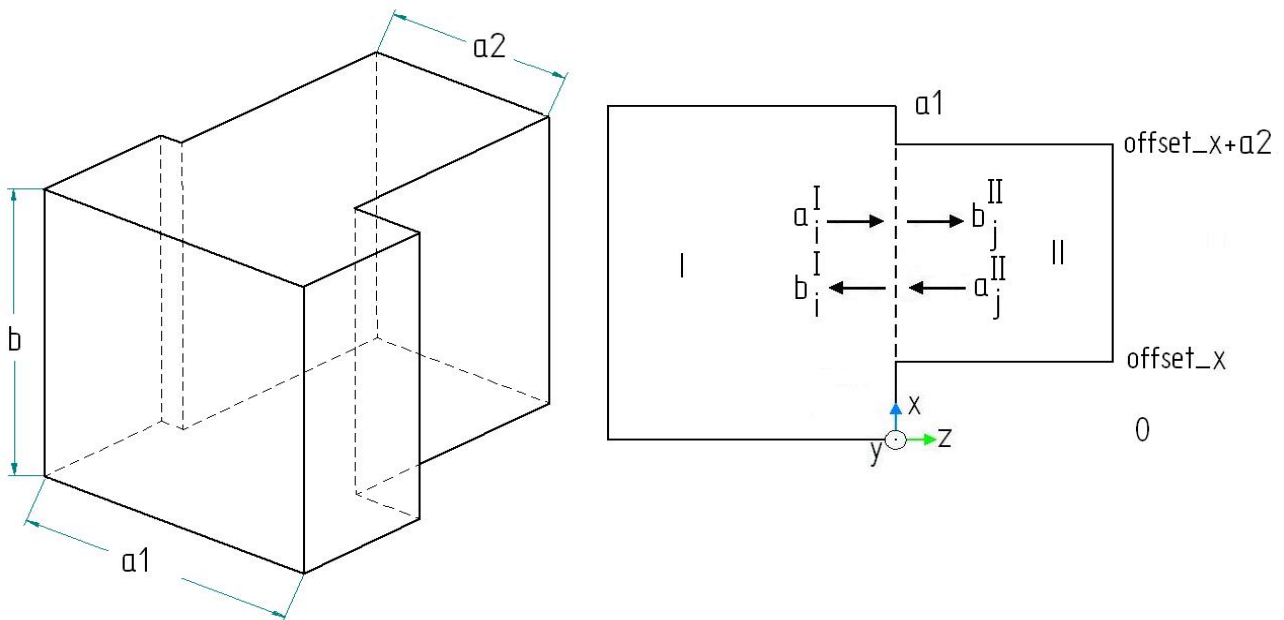


Figura 3-4. Discontinuidad Plano H en guía rectangular (izquierda), sistemas de coordenadas y amplitudes de onda (derecha).

En este caso particular la discontinuidad puede ser caracterizada por la familia  $TE_{m0}$  de los modos  $TE_{mn}^z$  vistos en el capítulo 2.

Partiendo de los resultados obtenidos en la formulación general, sólo debemos fijarnos en los cruces de campos  $TE^z$  de la primera guía con campos  $TE^z$  de la segunda. La solución sería:

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_0} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{e}_m^I) d\vec{s} \quad (3.19)$$

El modo  $m$  en (3.17) será el modo  $TE_{m0}^z$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TE_{n0}^z$  de la guía II, Utilizando los campos de (2.19) se llega a:

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{k_{c1}\sqrt{\epsilon_{m1}\epsilon_{n1}}\sqrt{a_1b_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{k_{c2}\sqrt{\epsilon_{m2}\epsilon_{n2}}\sqrt{a_2b_2}} \int_{S_0} (-k_{y1})\cos(k_{x1}x)\sin(k_{y1}y) \cdot (-k_{y2})\cos(k_{x2}x)\sin(k_{y2}y) + k_{x1}\sin(k_{x1}x)\cos(k_{y1}y) \cdot k_{x2}\sin(k_{x2}x)\cos(k_{y2}y) d\vec{s}$$

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{\sqrt{Z_1}k_{c1}k_{c2}\sqrt{\epsilon_{m1}\epsilon_{n1}}\sqrt{\epsilon_{m2}\epsilon_{n2}}\sqrt{a_1b_1}\sqrt{a_2b_2}} (k_{y1} \cdot k_{y2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i3 \cdot i4 \quad (3.20)$$

Las variables  $i1, i2, i3, i4$  identifican integrales analíticas definidas en el área de apertura de la discontinuidad y los otros términos se explican a continuación.

Los límites de la integral, teniendo en cuenta nuestro sistema de coordenadas, son los siguientes:

- eje X, límite inferior:  $offset\_x$
- eje X, límite superior:  $offset\_x + \Delta a = offset\_x + a2$
- eje Y, límite inferior:  $offset\_y = 0$
- eje Y, límite superior:  $offset\_y + \Delta b = b$

Finalmente las integrales quedan:

$$i1 = \int_{offsetx}^{offsetx+\Delta a} \cos(k_{x1}x)\cos(k_{x2}(x - offsetx))dx$$

$$i2 = \int_{offsety}^{offsety+\Delta b} \sin(k_{y1}y)\sin(k_{y2}(y - offsety))dy$$

$$i3 = \int_{offsetx}^{offsetx+\Delta a} \sin(k_{x1}x)\sin(k_{x2}(x - offsetx))dx$$

$$i4 = \int_{offsety}^{offsety+\Delta b} \cos(k_{y1}y)\cos(k_{y2}(y - offsety))dy$$
(3.21)

Estas integrales son analíticas y puede calcularse su valor exacto sin la necesidad de métodos de cálculo numérico aproximado.

Además, debemos considerar que  $b$  permanece constante en toda la guía y que utilizamos sólo la familia  $TE_{m0}^z$  de los  $TE_{mn}^z$  por lo que  $n=0$ . Eso influye en las siguientes expresiones:

$$b_1 = b_2 = b$$

$$i4 = b$$

Por lo tanto, la ecuación se simplifica y queda finalmente de la forma:

$$X_{nm} = \frac{2\sqrt{\gamma_1}}{\sqrt{\gamma_2 k_{c1} k_{c2} \sqrt{a_1 a_2}}} ((k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i3) , \quad (3.22)$$

donde  $k_{x1}, k_{y1}, k_{c1}, \gamma_1$  y  $k_{x2}, k_{y2}, k_{c2}, \gamma_2$  se calculan de la misma forma que  $k_x, k_y, k_c, \gamma$  en el apartado 2.2 del capítulo anterior con los datos de la guía I y de la guía II respectivamente. Para el problema bajo estudio valdrían:

$$\begin{aligned} k_{x1} &= \frac{m\pi}{a_1} & k_{x2} &= \frac{n\pi}{a_2} \\ k_{y1} &= 0 & k_{y2} &= 0 \\ k_{c1} &= \frac{m\pi}{a_1} & k_{c2} &= \frac{n\pi}{a_2} \\ \gamma_1 &= \sqrt{(-\omega^2 \mu \epsilon)^2 + \left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2} & \gamma_2 &= \sqrt{(-\omega^2 \mu \epsilon)^2 + \left(\frac{n\pi}{a_2}\right)^2} \\ \epsilon_{m1} &= \epsilon_m = 1 & \epsilon_{n2} &= \epsilon_n = 1 \\ \epsilon_{n1} &= \epsilon_0 = 2 & \epsilon_{n2} &= \epsilon_0 = 2 \end{aligned}$$

### 3.2.2. DISCONTINUIDADES PLANO-E (SIN CAMBIO DE ANCHURA)

Una estructura se denomina plano E cuando todas y cada una de sus guías mantienen la misma anchura y, por lo tanto, sólo hay variación en altura. Véase la figura 3-5.

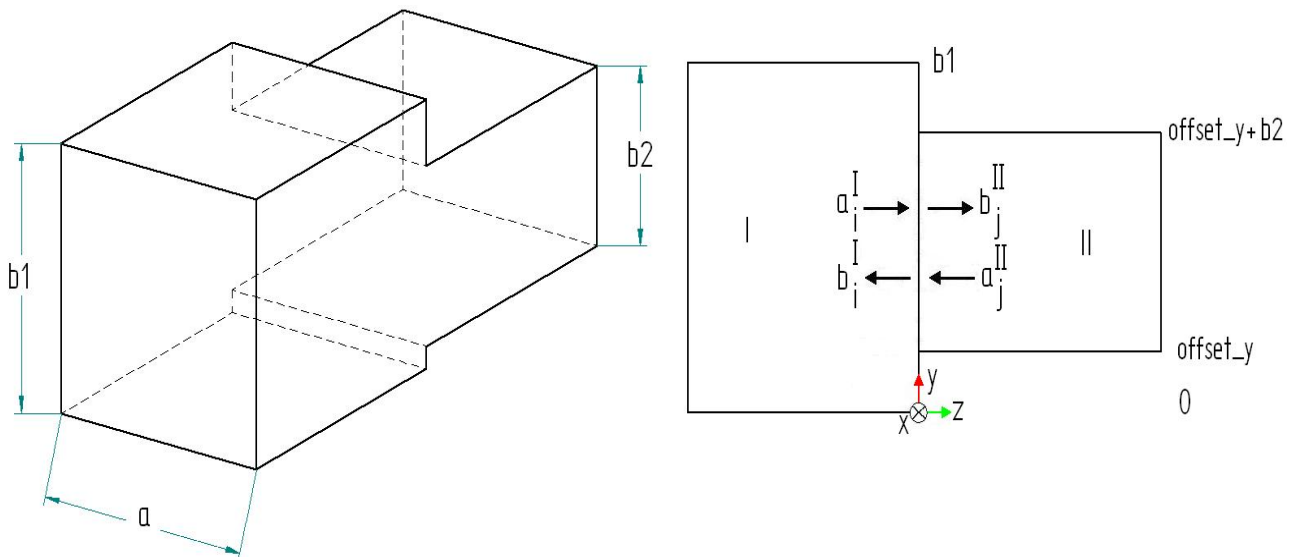


Figura 3-5. Discontinuidad Plano E en guía rectangular (izquierda), sistemas de coordenadas y amplitudes de onda (derecha).

Para el cálculo del campo en guías de onda rectangulares con estructura plano E utilizamos una familia de modos diferentes que en el caso plano H, los modos  $TE^x$ , descritos en el capítulo 2 y que se pueden ver más en detalle en [2 y 8]. Si usásemos los modos más comunes  $TE^z$  y  $TM^z$  necesitaríamos una combinación de ambos modos para caracterizar el campo en la discontinuidad.

Por otra parte, dentro de los modos  $TE^x$ , sólo vamos a emplear la familia de los modos  $TE_{1n}^x$ , dado que al ser una estructura tipo E no existe variación en anchura, es decir, no existe variación en el *eje x*. El campo de estos modos viene dado por (2.22) y (2.23).

$$TE_{mn}^x \Rightarrow \vec{e} = \frac{2\sqrt{Z}}{\sqrt{\epsilon_m \epsilon_n} \sqrt{ab}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \hat{y} \quad (3.23)$$

$$Z = \frac{j\omega\mu\gamma}{\gamma_0^2 + k_x^2}$$

Como sólo usamos los modos  $TE_{1n}^x$  para resolver estas estructuras debemos tener en cuenta que en (3.21):

$$a_1 = a_2 = a \quad .$$

La matriz de cruces se obtiene de la siguiente forma:

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_0} (\vec{e}_n^{II} \times \vec{e}_m^I) d\vec{s} \quad , \quad (3.24)$$

que a pesar de que los modos empleados han cambiado, como sólo trabajamos con un tipo, se tiene en cuenta únicamente sus cruces,  $TE^x$  con  $TE^x$ . El modo  $m$  en (3.22) será el modo  $TE_{1m}^x$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TE_{1n}^x$  de la guía II. Utilizando los campos de (3.21) se llega a:

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{\sqrt{\epsilon_{n1}} \sqrt{ab_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{\sqrt{\epsilon_{n2}} \sqrt{ab_2}} \int_{S_0} \sin(k_{x1} x) \cos(k_{y1} y) \cdot \sin(k_{x2} x) \cos(k_{y2} y) d\vec{s} \quad . \quad (3.25)$$

La ecuación anterior puede descomponerse y resolverse de la siguiente forma:

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{a\sqrt{Z_1} \sqrt{\epsilon_{n1}} \sqrt{\epsilon_{n2}} \sqrt{b_1} \sqrt{b_2}} \cdot i3 \cdot i4 \quad , \quad (3.26)$$

donde las variables  $i3$  e  $i4$  representan las mismas integrales que el plano H.

Los límites de las integrales mencionadas, teniendo en cuenta nuestro sistema de coordenadas, son los siguientes:

- eje X, límite inferior:  $\text{offset\_x} = 0$
- eje X, límite superior:  $\text{offset\_x} + \Delta a = a$
- eje Y, límite inferior:  $\text{offset\_y}$
- eje Y, límite superior:  $\text{offset\_y} + \Delta b = : \text{offset\_y} + b2$

Además debemos tener en cuenta que no hay variación en  $x$ , por lo que:

$$i3 = \frac{a}{2} .$$

La ecuación finalmente queda:

$$X_{nm} = \frac{2\sqrt{\gamma_2}}{\sqrt{\gamma_1}\sqrt{\varepsilon_{n1}}\sqrt{\varepsilon_{n2}}\sqrt{b_1}\sqrt{b_2}} \cdot i4 , \quad (3.27)$$

donde  $k_{x1}, k_{y1}, \varepsilon_{n1}, \gamma_1$  y  $k_{x2}, k_{y2}, \varepsilon_{n2}, \gamma_2$  se calculan de la misma forma que  $k_y, \varepsilon_n, \gamma$  en el apartado 2.2 del capítulo anterior con los datos de la guía I y de la guía II respectivamente. Sus valores son:

$$k_{x1} = \frac{\pi}{a_1}$$

$$k_{x2} = \frac{\pi}{a_2}$$

$$k_{y1} = \frac{m\pi}{b_1}$$

$$k_{y2} = \frac{n\pi}{b_2}$$

$$k_{c1}^2 = \left(\frac{\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b_1}\right)^2$$

$$k_{c2}^2 = \left(\frac{\pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_2}\right)^2 .$$

$$\gamma_1 = \sqrt{(-\omega^2 \mu \varepsilon)^2 + \left(\frac{\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b_1}\right)^2}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{(-\omega^2 \mu \varepsilon)^2 + \left(\frac{\pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b_2}\right)^2}$$

$$\varepsilon_{m1} = \varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_{m2} = \varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_{n1} = \varepsilon_m$$

$$\varepsilon_{n2} = \varepsilon_n$$

### 3.2.3. DISCONTINUIDADES CON CAMBIO DE ANCHURA Y ALTURA: DOBLE SALTO

Se trata del caso más general bajo estudio en el que las estructuras varían en anchura y altura. Véase la figura 3-6, donde queda de manifiesto que hay tanto salto en anchura como en altura (de ahí el nombre de doble salto, o double step, en su versión inglesa). En este problema necesitaremos usar todos los modos, ya que hay variaciones tanto en  $x$  como en  $y$ .

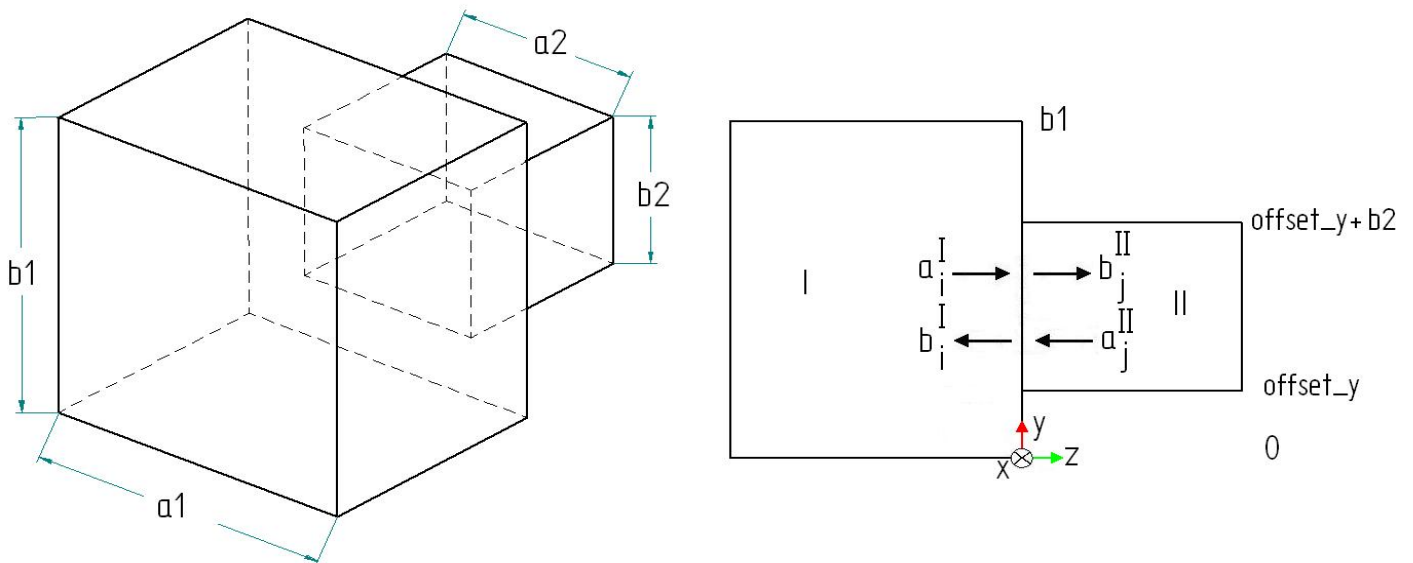


Figura 3-6. Discontinuidad Doble Salto en guía rectangular (izquierda), sistemas de coordenadas y amplitudes de onda (derecha).

Este caso es más complicado por dos razones. La primera es que necesitamos modos  $TE^z$  y  $TM^z$  por lo que aparecerán tres tipos de cruces entre modos (hasta ahora sólo han aparecido cruces entre modos del mismo tipo, por ejemplo entre TE con TE en las discontinuidades plano H). Esto significa que habrá cruces TE con TE, cruces TM con TM y TE con TM y viceversa. La segunda, es que al producirse variación en altura y anchura no podemos limitar los modos a determinadas familias fijando la  $m$  o la  $n$  (lo que sólo es válido si la altura o la anchura son invariables, respectivamente).

Entonces, al producirse variación en altura y anchura no sólo no podemos limitar el tipo de modo y la familia, sino que muchos cálculos que antes se simplificaban o se resolvían de forma sencilla (tales como integrales) ahora no los podemos resolver de la misma forma y tenemos que tener en cuenta todas las integrales, que alargan el tiempo de simulación.

Por todo esto, en la formulación de este problema se parte de los modos  $TE_{mn}^z$  y  $TM_{mn}^z$ , para las dos guías del problema, cuyos campos vienen dados por (2.19) y (2.21) y se resume la parte que se va a necesitar ahora a continuación:

Expresión de los modos TE:

$$\begin{aligned}
 TE_{mn}^z \Rightarrow \vec{e} &= \frac{-k_y}{k_c} \frac{2\sqrt{Z}}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n} \sqrt{ab}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \hat{x} + \frac{k_x}{k_c} \frac{2\sqrt{Z}}{\sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n} \sqrt{ab}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \hat{y} \\
 TE_{mn}^z \Rightarrow \vec{e} &= \frac{2\sqrt{Z}}{k_c \sqrt{\varepsilon_m \varepsilon_n} \sqrt{ab}} (-k_y \cos(k_x x) \sin(k_y y) \hat{x} + k_x \sin(k_x x) \cos(k_y y) \hat{y})
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Teniendo en cuenta que para este caso  $Z = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$ .

Expresión de los modos TM:

$$\begin{aligned}
 TM_{mn}^z \Rightarrow \vec{e} &= \frac{k_x}{k_c} \frac{2\sqrt{Z}}{\sqrt{ab}} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \hat{x} + \frac{k_y}{k_c} \frac{2\sqrt{Z}}{\sqrt{ab}} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \hat{y} \\
 TM_{mn}^z \Rightarrow \vec{e} &= \frac{2\sqrt{Z}}{k_c \sqrt{ab}} (k_x \cos(k_x x) \sin(k_y y) \hat{x} + k_y \sin(k_x x) \cos(k_y y) \hat{y})
 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Para este caso  $Z = \frac{\gamma}{j\omega\varepsilon}$ .

Las integrales necesarias para realizar los cálculos de la estructura serán las mismas que en los casos anteriores, plano H y plano E y las denominaremos de la misma forma: i1, i2, i3, i4.

Los límites de las integrales, teniendo en cuenta nuestro sistema de coordenadas, son los siguientes:

- eje X, límite inferior: offset\_x
- eje X, límite superior: offset\_x + Δa = offset\_x + a2
- eje Y, límite inferior: offset\_y
- eje Y, límite superior: offset\_y + Δb = offset\_y + b2

Para los siguientes cálculos, se va a suponer que el modo de la guía 1 (dimensiones a1xb1) va a tener variación p1, q1 con x e y, respectivamente, y que el modo de la guía 2 (dimensiones a2xb2) va a tener variación p2, q2 con x e y, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 k_{x1} &= \frac{p_1\pi}{a_1} \quad , \quad k_{y1} = \frac{q_1\pi}{b_1} & k_{x2} &= \frac{p_2\pi}{a_2} \quad y \quad k_{y2} = \frac{q_2\pi}{b_2} \\
 k_{c1}^2 &= \left(\frac{p_1\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{q_1\pi}{b_1}\right)^2 & k_{c2}^2 &= \left(\frac{p_2\pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{q_2\pi}{b_2}\right)^2 \\
 \gamma_1 &= \sqrt{(-\omega^2 \mu \varepsilon)^2 + \left(\frac{p_1\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{q_1\pi}{b_1}\right)^2} & \gamma_2 &= \sqrt{(-\omega^2 \mu \varepsilon)^2 + \left(\frac{p_2\pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{q_2\pi}{b_2}\right)^2} \\
 \varepsilon_{m1} &= \varepsilon_{p1} \quad y \quad \varepsilon_{n1} = \varepsilon_{q1} & \varepsilon_{m2} &= \varepsilon_{p2} \quad y \quad \varepsilon_{n2} = \varepsilon_{q2}
 \end{aligned}$$



### Cruce TE con TE:

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_0} (\vec{e}_n^H \times \vec{e}_m^I) d\vec{s} \quad . \quad (3.30)$$

El modo  $m$  en (3.28) será el modo  $TE_{p1q1}^z$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TE_{p2q2}^z$  de la guía II. La expresión del cruce es:

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{k_{c1} \sqrt{\epsilon_{m1} \epsilon_{n1}} \sqrt{a_1 b_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_2 b_2}} \int_{S_0} (-k_{y1}) \cos(k_{x1} x) \sin(k_{y1} y) \cdot (-k_{y2}) \cos(k_{x2} x) \sin(k_{y2} y) + k_{x1} \sin(k_{x1} x) \cos(k_{y1} y) \cdot k_{x2} \sin(k_{x2} x) \cos(k_{y2} y) d\vec{s}$$

La ecuación anterior puede descomponerse y resolverse de la siguiente forma:

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{\sqrt{Z_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m1} \epsilon_{n1}} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (k_{y1} \cdot k_{y2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i3 \cdot i4 \quad , \quad (3.31)$$

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{\gamma_1}}{\sqrt{\gamma_2} k_{c1} k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m1} \epsilon_{n1}} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (k_{y1} \cdot k_{y2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i3 \cdot i4$$

donde  $i1$ ,  $i2$ ,  $i3$ , e  $i4$  identifican las integrales en (3.19)

### Cruce TM con TE

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_0} (\vec{e}_n^H \times \vec{h}_m^I) d\vec{s} \quad . \quad (3.32)$$

El modo  $m$  en (3.30) será el modo  $TM_{p1q1}^z$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TE_{p2q2}^z$  de la guía II. La expresión del cruce es

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{k_{c1} \sqrt{a_1 b_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_2 b_2}} \int_{S_0} (k_{x1}) \cos(k_{x1} x) \sin(k_{y1} y) \cdot (-k_{y2}) \cos(k_{x2} x) \sin(k_{y2} y) + k_{y1} \sin(k_{x1} x) \cos(k_{y1} y) \cdot k_{x2} \sin(k_{x2} x) \cos(k_{y2} y) d\vec{s}$$

La ecuación anterior puede descomponerse y resolverse de la siguiente forma:

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{\sqrt{Z_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (-k_{x1} \cdot k_{y2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{y1} \cdot k_{x2}) \cdot i3 \cdot i4 \quad . \quad (3.33)$$

$$X_{nm} = \frac{4\omega^2 \mu \epsilon}{\sqrt{\gamma_2} \sqrt{\gamma_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{\epsilon_{m2} \epsilon_{n2}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (-k_{x1} \cdot k_{y2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{y1} \cdot k_{x2}) \cdot i3 \cdot i4$$

### Cruce TE con TM

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_o} (\vec{h}_n^{II} \times \vec{e}_m^I) d\vec{s} \quad . \quad (3.34)$$

El modo  $m$  en (3.32) será el modo  $TE_{p1q1}^z$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TM_{p2q2}^z$  de la guía II. La expresión del cruce es:

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{k_{c1} \sqrt{\varepsilon_{m1} \varepsilon_{n1}} \sqrt{a_1 b_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{k_{c2} \sqrt{a_2 b_2}} \int_{S_o} (-k_{y1}) \cos(k_{x1} x) \sin(k_{y1} y) \cdot (k_{x2}) \cos(k_{x2} x) \sin(k_{y2} y) + k_{x1} \sin(k_{x1} x) \cos(k_{y1} y) \cdot k_{y2} \sin(k_{x2} x) \cos(k_{y2} y) d\vec{s}$$

La ecuación anterior puede descomponerse y resolverse de la siguiente forma:

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{\sqrt{Z_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{\varepsilon_{m1} \varepsilon_{n1}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (-k_{y1} \cdot k_{x2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{x1} \cdot k_{y2}) \cdot i3 \cdot i4 \quad . \quad (3.35)$$

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{\gamma_2} \sqrt{\gamma_1}}{(-\omega^2 \mu \varepsilon) k_{c1} k_{c2} \sqrt{\varepsilon_{m1} \varepsilon_{n1}} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (-k_{y1} \cdot k_{x2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{x1} \cdot k_{y2}) \cdot i3 \cdot i4$$

Como se demuestra en [11] los cruces TE-TM son siempre 0 y por lo tanto para un cálculo eficaz de la matriz  $S$  no se tendrán en cuenta.

### Cruce TM con TM

$$X_{nm} = Y_m^I \int_{S_o} (\vec{h}_n^{II} \times \vec{h}_m^I) d\vec{s} \quad . \quad (3.36)$$

El modo  $m$  en (3.34) será el modo  $TM_{p1q1}^z$  de la guía I y el modo  $n$  será el modo  $TM_{p2q2}^z$  de la guía II. La expresión del cruce es:

$$X_{nm} = \frac{1}{Z_1} \frac{2\sqrt{Z_1}}{k_{c1} \sqrt{a_1 b_1}} \frac{2\sqrt{Z_2}}{k_{c2} \sqrt{a_2 b_2}} \int_{S_o} (k_{x1}) \cos(k_{x1} x) \sin(k_{y1} y) \cdot (k_{x2}) \cos(k_{x2} x) \sin(k_{y2} y) + k_{y1} \sin(k_{x1} x) \cos(k_{y1} y) \cdot k_{y2} \sin(k_{x2} x) \cos(k_{y2} y) d\vec{s}$$

La ecuación anterior puede descomponerse y resolverse de la siguiente forma:

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{Z_2}}{\sqrt{Z_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{y1} \cdot k_{y2}) \cdot i3 \cdot i4 \quad . \quad (3.37)$$

$$X_{nm} = \frac{4\sqrt{\gamma_2}}{\sqrt{\gamma_1} k_{c1} k_{c2} \sqrt{a_1 b_1} \sqrt{a_2 b_2}} (k_{x1} \cdot k_{x2}) \cdot i1 \cdot i2 + (k_{y1} \cdot k_{y2}) \cdot i3 \cdot i4$$

### 3.3. ENLACE DE DOS ELEMENTOS UNIDOS POR UN TRAMO DE GUÍA, OBTENCIÓN DE LA MATRIZ “S” GLOBAL

Una vez resueltas todas las discontinuidades de una estructura mediante sus correspondientes matrices de dispersión (matrices **S** generalizadas), es necesario describir el método por el que se obtendrá la respuesta global de la estructura.

El primer problema a resolver es el enlace de dos discontinuidades separadas por una guía de longitud  $l$  y caracterizadas por sus matrices de dispersión (Figura 3-7).

El objetivo es conseguir una matriz de Scattering global (**S**), que represente al conjunto: discontinuidad, tramo de guía, discontinuidad; y usarla recurrentemente para así ser capaces de caracterizar cada vez estructuras más complejas.

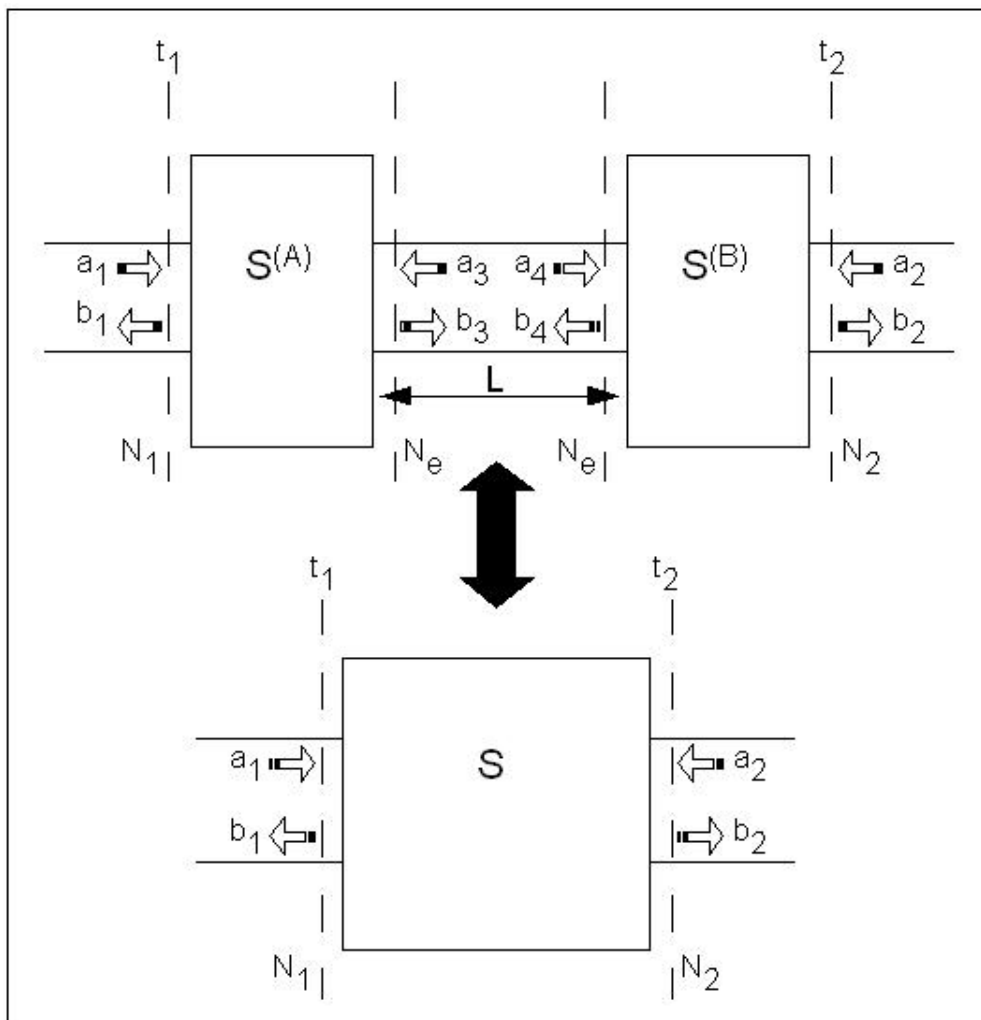


Figura 3-7. Enlace de dos elementos unidos por un tramo de guía.

El objetivo global es calcular una nueva matriz de Scattering que resuelva las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= \mathbf{S}_{11} \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_{12} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{b}_2 &= \mathbf{S}_{21} \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_{22} \mathbf{a}_2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

La primera discontinuidad queda caracterizada por  $\mathbf{S}^{(A)}$  y la segunda por  $\mathbf{S}^{(B)}$  de tal modo que el número de modos a la salida de la primera sea el mismo que a la entrada de la segunda. En este caso  $\mathbf{S}^{(A)}$  está tomada sobre  $N_1$  modos a la entrada y  $N_e$  modos a la salida, mientras que  $\mathbf{S}^{(B)}$  está tomada sobre  $N_e$  modos a la entrada y  $N_2$  modos a la salida.

Además, dado que en el tramo de guía sólo se produce propagación de los modos, sabemos que:

$$\mathbf{a}_3 = \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{b}_4, \quad \mathbf{a}_4 = \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{b}_3 \quad y \quad \boldsymbol{\gamma} = \text{diag}[e^{-\gamma_i L}] \quad , \quad (3.39)$$

donde  $\gamma_i$  representa la constante de propagación del modo  $i$  en el tramo de la guía.

El sistema matricial a resolver es:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1 &= \mathbf{S}_{11}^{(A)} \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_{12}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{b}_4 \\ \mathbf{b}_3 &= \mathbf{S}_{21}^{(A)} \mathbf{a}_1 + \mathbf{S}_{22}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{b}_4 \\ \mathbf{b}_4 &= \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{b}_3 + \mathbf{S}_{12}^{(B)} \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{b}_2 &= \mathbf{S}_{21}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{b}_3 + \mathbf{S}_{22}^{(B)} \mathbf{a}_2 \end{aligned} \quad (3.40)$$

en el que deberemos despejar  $\mathbf{b}_1$  y  $\mathbf{b}_2$  en función de  $\mathbf{a}_1$  y  $\mathbf{a}_2$  según (3.36).

Se pueden obtener dos métodos de cálculo totalmente equivalentes, dependiendo de si empezamos a despejar  $\mathbf{b}_3$  o  $\mathbf{b}_4$ . Nosotros hemos elegido despejar primero  $\mathbf{b}_4$  y tras sustituir en ésta  $\mathbf{b}_3$  hemos obtenido:

$$\mathbf{b}_4 = \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{S}_{21}^{(A)} \mathbf{a}_1 + \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{12}^{(B)} \mathbf{a}_2 \quad , \quad (3.41)$$

en la que hemos definido,

$$\mathbf{H}_1 = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{S}_{22}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \right\}^{-1} \quad , \quad (3.42)$$

después sustituimos el recién despejado  $\mathbf{b}_4$  en la ecuación de  $\mathbf{b}_1$  y obtenemos  $\mathbf{S}_{11}$  y  $\mathbf{S}_{12}$ .

A continuación sustituimos el valor ya calculado de  $\mathbf{b}_4$  en  $\mathbf{b}_2$  obteniendo  $\mathbf{S}_{11}$  y  $\mathbf{S}_{12}$ . Para obtener  $\mathbf{S}_{21}$  y  $\mathbf{S}_{22}$  tenemos que sustituir de manera sucesiva  $\mathbf{b}_3$  y  $\mathbf{b}_4$  consiguiendo así la siguiente matriz de Scattering:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11}^{(A)} + \mathbf{S}_{12}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{S}_{21}^{(A)} & \vdots & \mathbf{S}_{12}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{12}^{(B)} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{S}_{21}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} (\mathbf{I} + \mathbf{S}_{22}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{S}_{21}^{(A)}) & \vdots & \mathbf{S}_{22}^{(B)} + \mathbf{S}_{21}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{S}_{22}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1 \mathbf{S}_{12}^{(B)} \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

### 3.4. RESULTADOS

En este apartado se representan algunos de los circuitos de microondas en guía de onda que hemos simulado para verificar el correcto funcionamiento de nuestro programa, cuyos fundamentos son los expuestos en las secciones anteriores. El programa desarrollado completamente en este proyecto implementa el método descrito anteriormente. El objetivo ahora es presentar unas estructuras de prueba que validen el código básico desarrollado en MATLAB. Las optimizaciones en tiempo de cálculo y las variantes introducidas para acelerar las simulaciones se discutirán en el capítulo 4 y 5 con nuevas simulaciones y análisis de tiempos. Por otro lado, con las estructuras presentadas se pretende también mostrar la versatilidad y aplicabilidad del código desarrollado en el proyecto para problemas reales, ya que muchos de los problemas resueltos a continuación son diseños para sistemas reales de comunicaciones por satélite.

La comprobación de los resultados se ha hecho simulando las estructuras bajo estudio con otros programas (algunos de ellos integrados en paquetes de software comerciales usados en la industria) y con medidas reales de dispositivos. Concretamente aquí se adjuntan los resultados obtenidos con otro programa creado en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Autónoma de Madrid. Éste emplea también una variante del método de adaptación modal descrito en este capítulo, pero no explota la aceleración que se estudia en este trabajo y está formulado para problemas con otras características, aunque se puede adaptar para los problemas bajo estudio.

Las simulaciones se han realizado sobre un ordenador con las siguientes características:

- CPU: Intel(R) Core(TM) 2 Quad CPU Q6600 @ 2,40GHz y 2,39GHz.
- RAM: 7,93GB.
- S.O.: Windows XP Professional x64 Edition Version 2003 Service Pack 2.
- SOFTWARE: MATLAB 7.6.0 (R2008a).

Para cada ejemplo se adjuntan los datos necesarios para la completa definición de la estructura, que son también todos los datos que necesita el programa para realizar una simulación veraz. En estructuras simétricas sólo se darán las dimensiones de las  $\frac{N}{2} + 1$  primeras guías.

El offset representa la desviación de los centros (Figura 3-8) respecto de su alineación y siempre suponiendo que la guía de dimensiones más pequeñas es la que desplaza su centro. Un signo positivo en el offset representa que el centro se ha desplazado hacia valores mayores de la variable, mientras que un offset negativo implica que el centro se ha desalineado hacia valores menores de la variable. En el caso de la figura 3-8,  $C_1$  representa el centro de la guía mayor (verde) y  $C_2$  el de la menor (naranja), y ambos offset serán negativos.

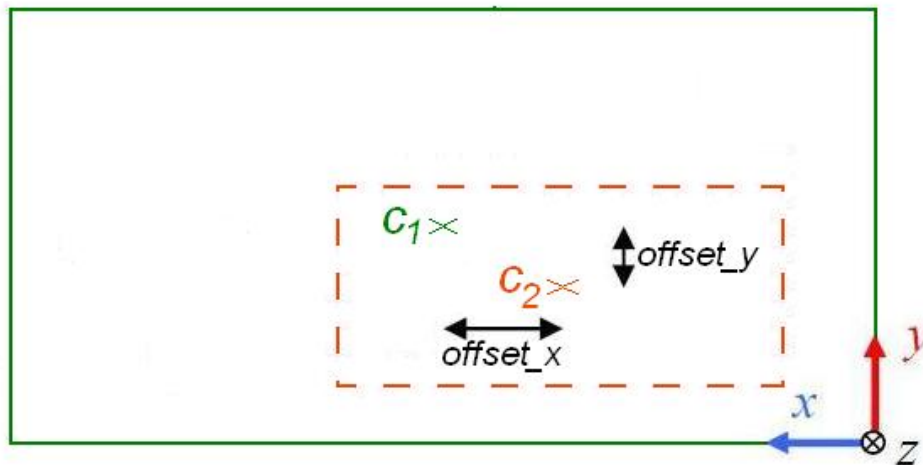


Figura 3-8. Offset entre centros de guías rectangulares.

En las estructuras cuyas especificaciones de offset sean obvias, se eliminarán. Tales como estructuras simétricas con guías centradas o el caso 3.4.1 con guías pegadas a uno de sus extremos.

Para optimizar el tiempo de simulación es crucial tener un buen criterio de elección de modos, no sólo por su número sino también porque la influencia de unas familias es distinta que la de otras. Si una estructura tiene simetrías, siempre podemos desechar ciertas familias. Esto ocurre muy claramente para los casos plano H y plano E. Para los casos de doble salto véase el capítulo 2.6 de [3].

En el estudio de las siguientes estructuras se realizan simulaciones con diferentes números de modos en las guías para estudiar la convergencia. Como ya hemos visto en el capítulo 3.1.2 la convergencia no sólo se consigue aumentando el número de modos, sino que los que hay a un lado y al otro de una discontinuidad deben mantener una relación concreta para que la solución converja al valor correcto.

En nuestro caso, el número de modos que debemos tener en cuenta en las guías, para que el resultado sea correcto, depende proporcionalmente del área de las mismas. En los casos plano H y plano E al mantener uno de sus lados invariable sólo depende del otro, tal y como se explicó de forma más detallada en 3.1.2.

El programa que se ha implementado puede resolver éste problema de varias formas, una vez conocidos los modos y familias que influyen en el cálculo. La más sencilla es que el usuario introduzca el número de modos que quiere en cada guía. Otra es introduciendo el número de modos que se desea en la guía de mayor área y el programa automáticamente optimiza el número de modos en el resto de guías. Y la última consiste en introducir una frecuencia de corte para que el programa calcule los modos que se propagan en cada guía hasta esa frecuencia.

Una vez obtenida la matriz GSM de la estructura, representamos los parámetros  $S_{11}$  o  $S_{22}$  y  $S_{12}$  o  $S_{21}$  en dB en función de la frecuencia. Estos parámetros representan los primeros elementos de las matrices  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{12}$  y  $S_{21}$  respectivamente. La leyenda de las figuras representa el número de modos usados en cada guía para cada simulación. Por ejemplo, en la figura del ejemplo 1 hay siete líneas. Cada línea es una simulación que ha utilizado un número de modos diferente. La primera simulación (primera línea) ha utilizado 50, 33, 31 y 29 modos en las 4 primeras guías. La segunda línea corresponde a una análisis en el que se han utilizado 45, 29, 27 y 26 modos en las 4 primeras guías, y así sucesivamente. Si las líneas (las simulaciones) se superponen (o casi), significa que el

método ha convergido. Intuitivamente, se espera que las simulaciones (líneas) con un número de modos bajos estén más alejadas de aquellas que usan un número de modos elevados (que estarán todas más juntas).

Al realizar los enlaces entre dos discontinuidades intervienen todos los elementos de las matrices y por lo tanto todos los modos (aunque la contribución de unos elementos puede ser mas importante que la de otros, como se verá en la sección 4.2.3). Eso implica que los parámetros dependan de cada elemento de las matrices GSM que hayamos calculado para la estructura, por ello es imprescindible que su cálculo sea preciso.

A continuación se hace una breve descripción de las estructuras que se van a simular:

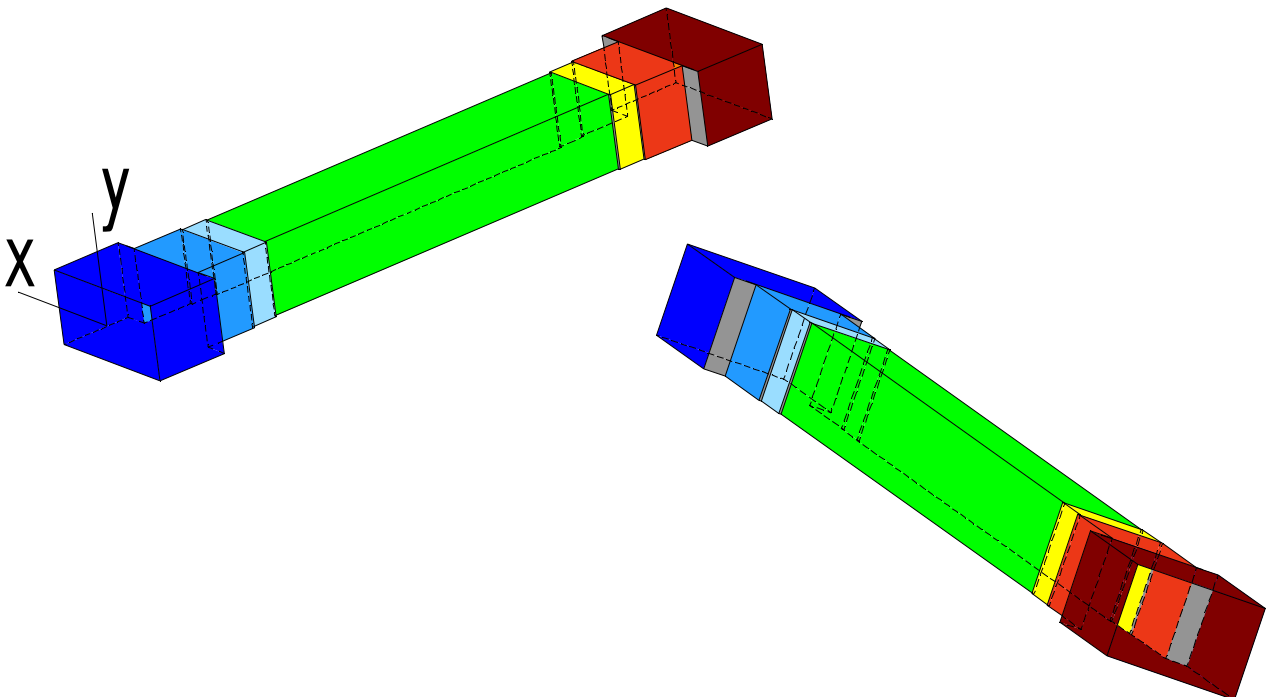
- En el apartado 3.4.1 presentamos estructuras plano H. El ejemplo 1 presenta una estructura simétrica que se comporta como un filtro paso banda de 300MHz centrado en 13,85GHz, ya que  $S_{11}$  sólo cae por debajo de 20dB en esa franja. En el ejemplo 2 se presenta una estructura asimétrica que se comporta como un filtro paso banda de 400MHz centrado en 21,5GHz, en este caso se aprecia muy fácilmente los ceros de reflexión producidos por las cavidades resonantes. Para una mejor comprensión del comportamiento de estas estructuras, en el anexo A, puede encontrar una introducción a cavidades resonantes en guías de onda rectangular.
- En el apartado 3.4.2 se simulan estructura plano E. En este caso las estructuras no tienen más finalidad que la de conseguir dirigir la señal desde una guía de sección arbitraria hasta otra cuya sección nos interese.
- En el apartado 3.4.3 se simula un ejemplo de estructura Doble Salto. En este caso se trata de una estructura triple-mode ya que sólo tiene una cavidad resonante con la que consigue tres ceros de reflexión. Esto es debido a que en la cavidad están resonando tres modos diferentes con tres frecuencias de resonancia distintas. La estructura se comporta como un filtro paso banda de 340MHz centrado en 11,2GHz.

Estos ejemplos son estructuras de dispositivos reales. Nosotros nos vamos a centrar en el análisis, pero una introducción al diseño de estos dispositivos puede verse en [8].

### 3.4.1 PROBLEMAS PLANO H

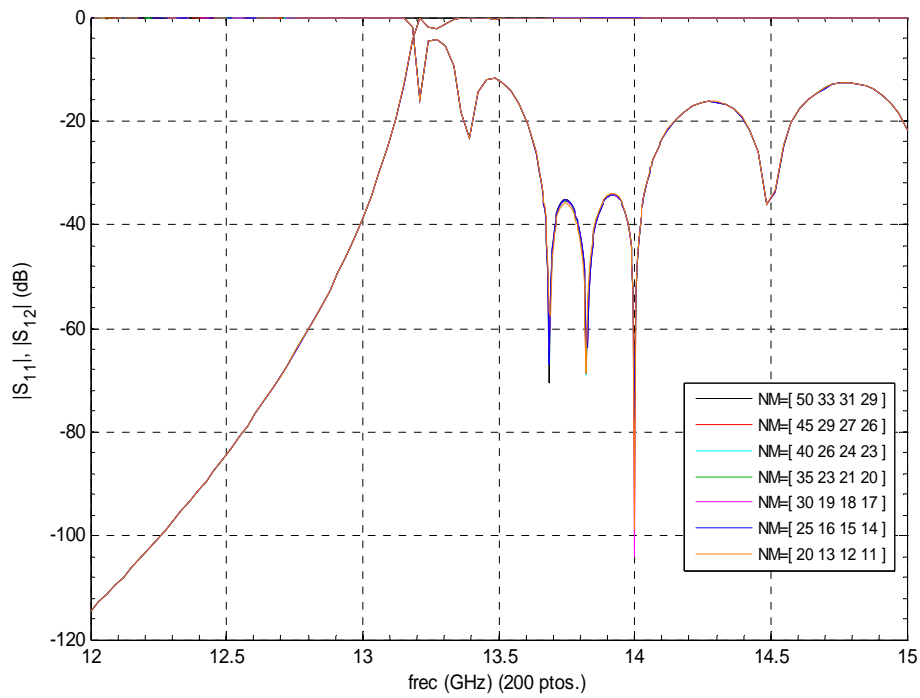
#### Ejemplo 1: Filtro paso alto plano H simétrico.

Anchura (cm)	19,0500	12,6900	11,9900	11,4000
Altura (cm)	9,5250	9,5250	9,5250	9,5250
Longitud (cm)	10,0000	7,2200	3,6900	53,6150

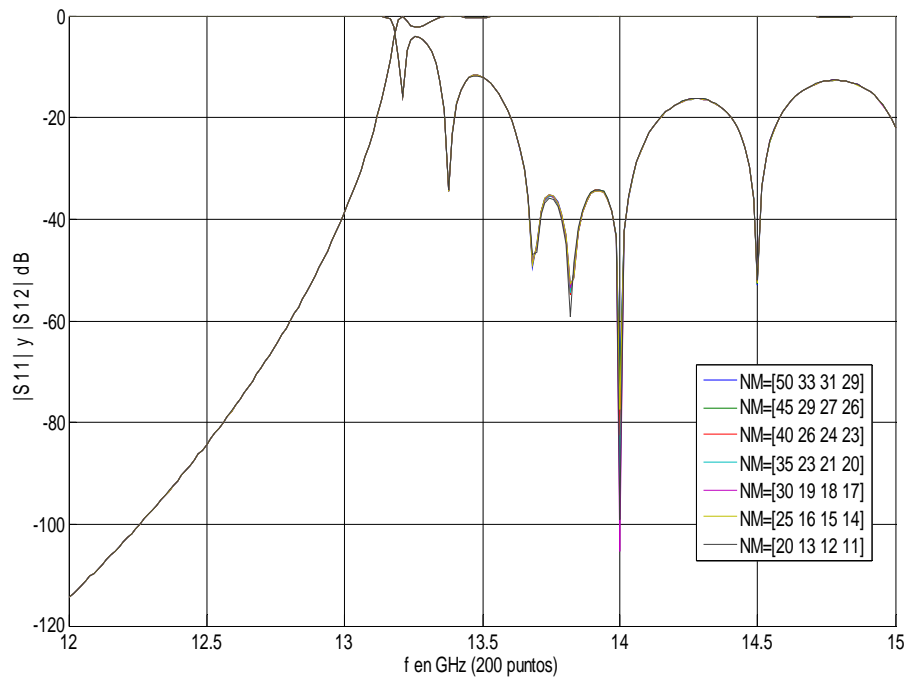




### Datos esperados:

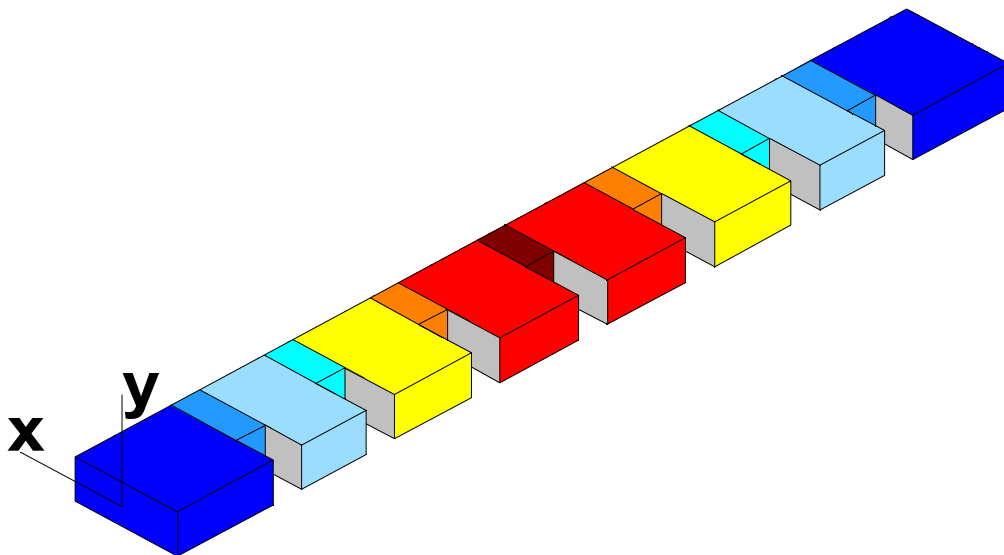
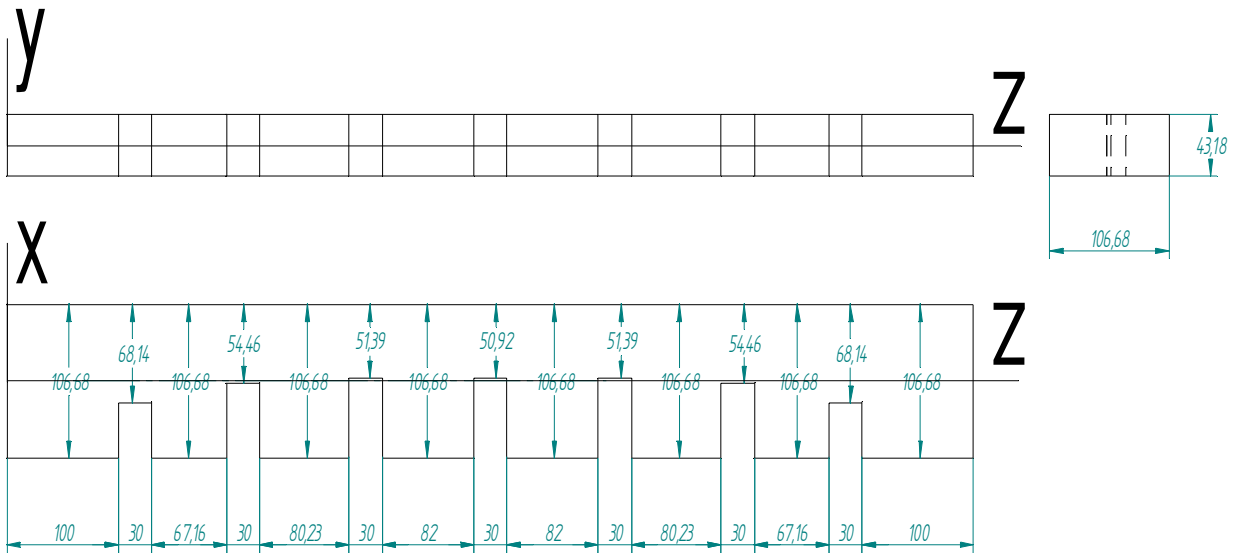


### Datos obtenidos:

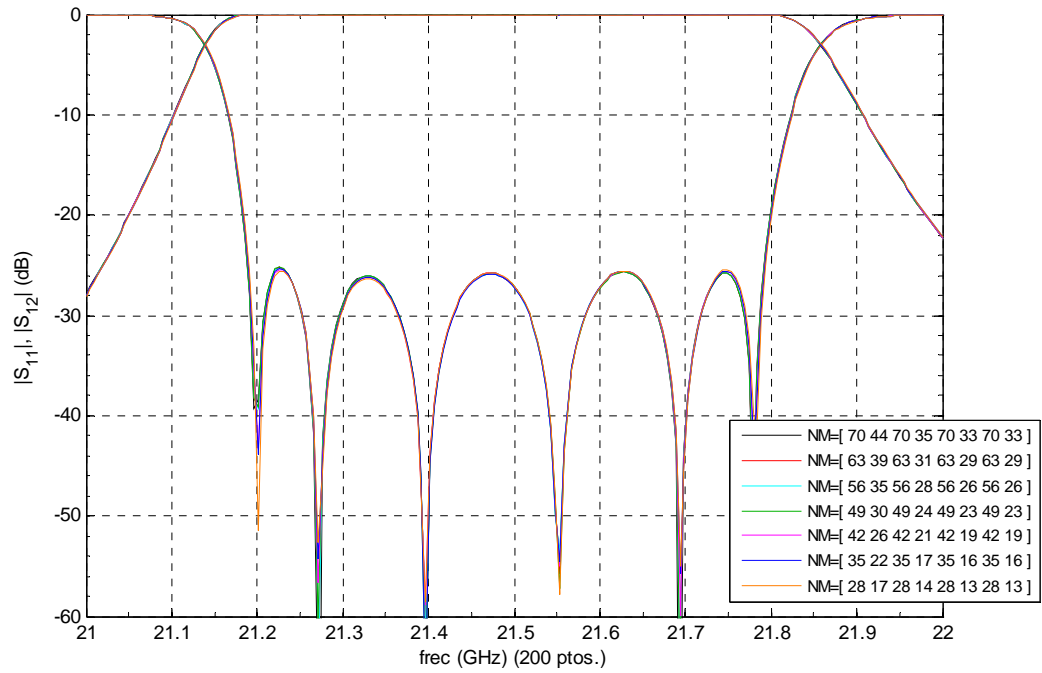


## Ejemplo 2: Filtro paso banda plano H asimétrico.

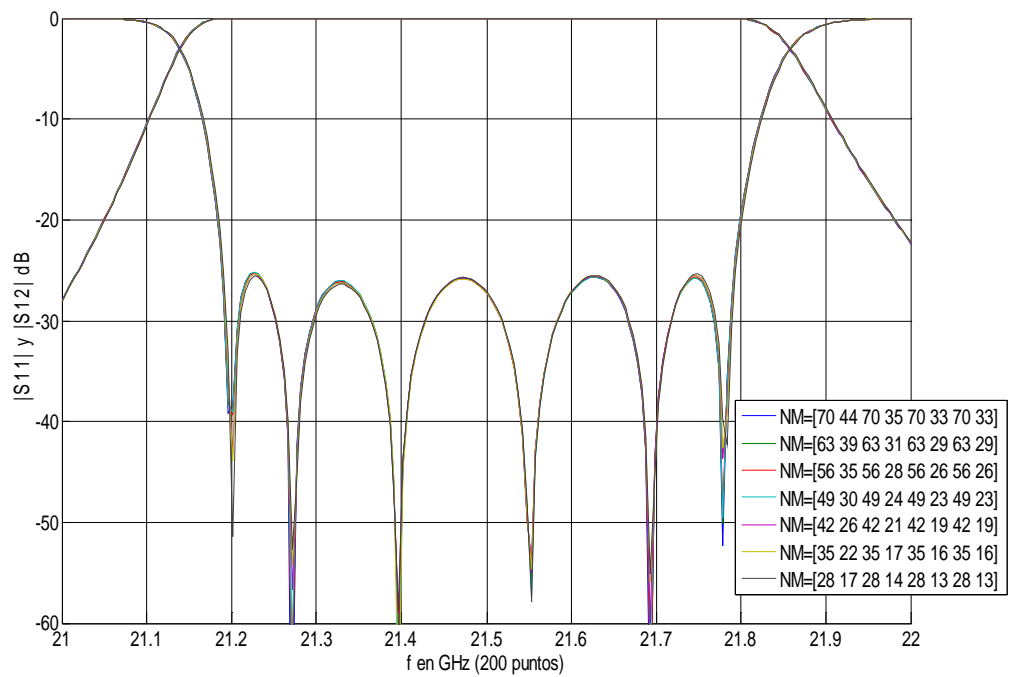
Anchura (cm)	10,6680	6,8140	10,6680	5,4460	10,6680	5,1390	10,6680	5,0920
Altura (cm)	4,3180	4,3180	4,3180	4,3180	4,3180	4,3180	4,3180	4,3180
Longitud (cm)	10,000	3,0000	6,7160	3,0000	8,0230	3,0000	8,2000	3,0000



**Datos esperados:**



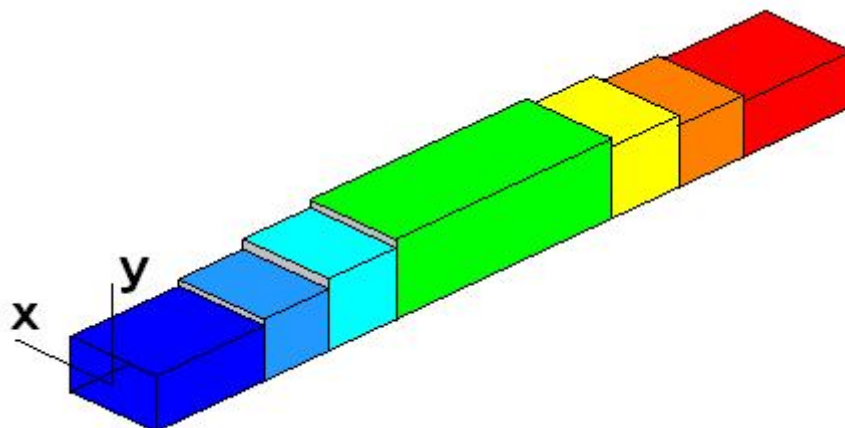
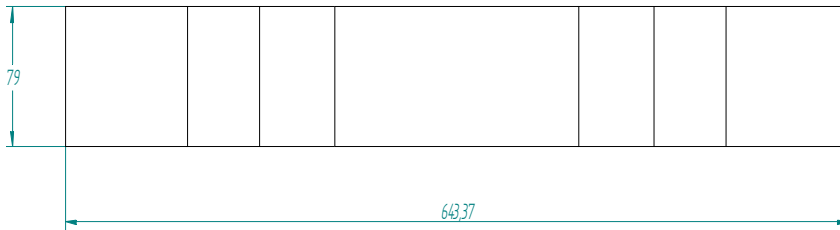
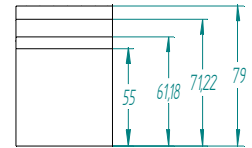
**Datos obtenidos:**



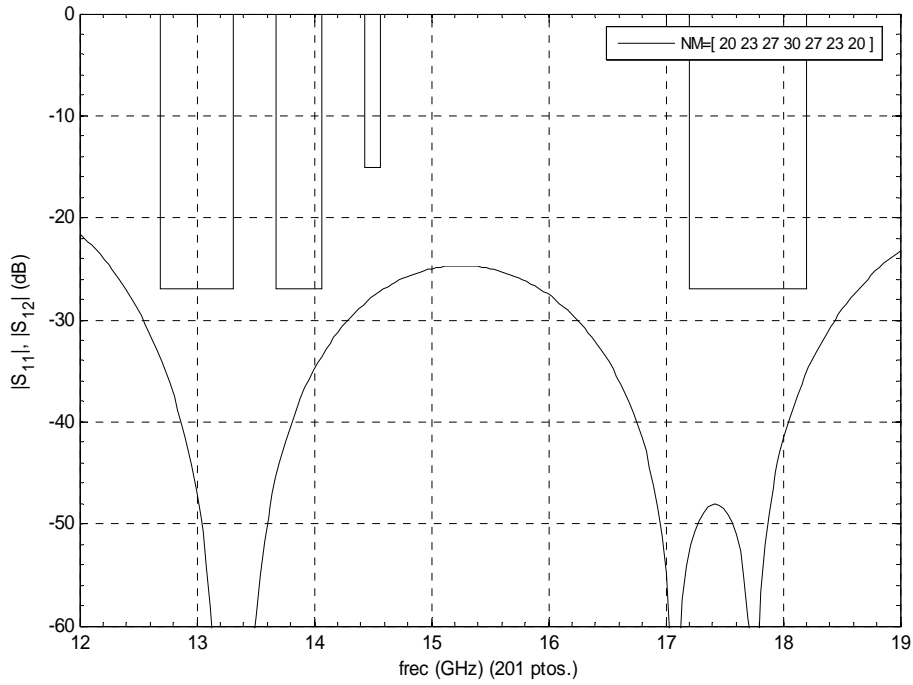
### 3.4.2 PROBLEMAS PLANO E

**Ejemplo 1: Transformador a guía estándar de dos secciones enlazada con su simétrica.**

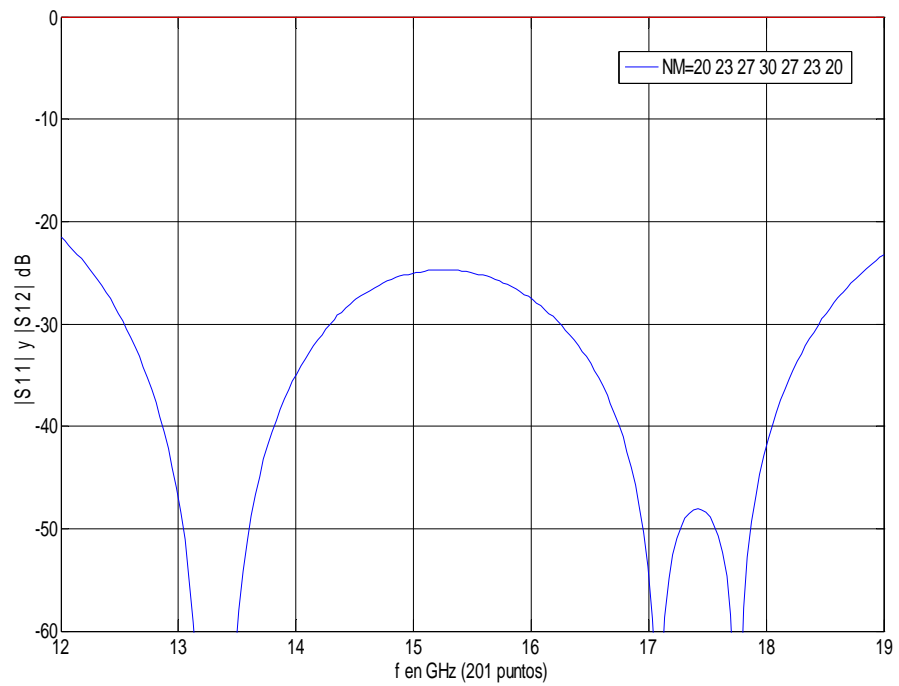
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	6,1183	7,1218	7,9000	7,1218	6,1183	5,5000
Longitud (cm)	10,0000	5,9730	6,1956	20,0000	6,1956	5,9730	10,0000



**Datos esperados:**

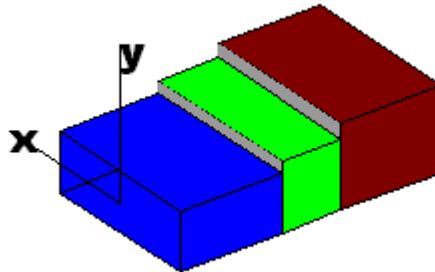


**Datos obtenidos:**

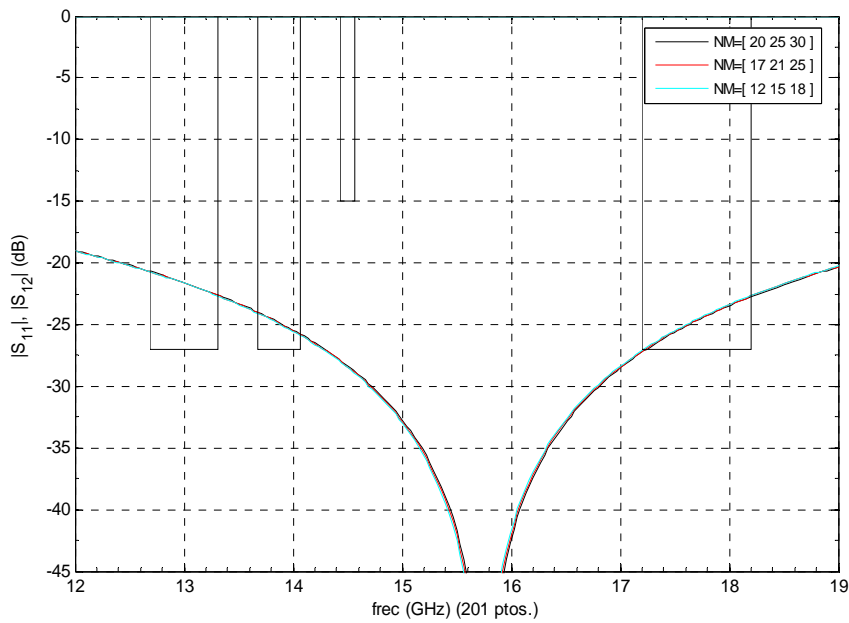


## Ejemplo 2: Transformador a guía estándar de una sección.

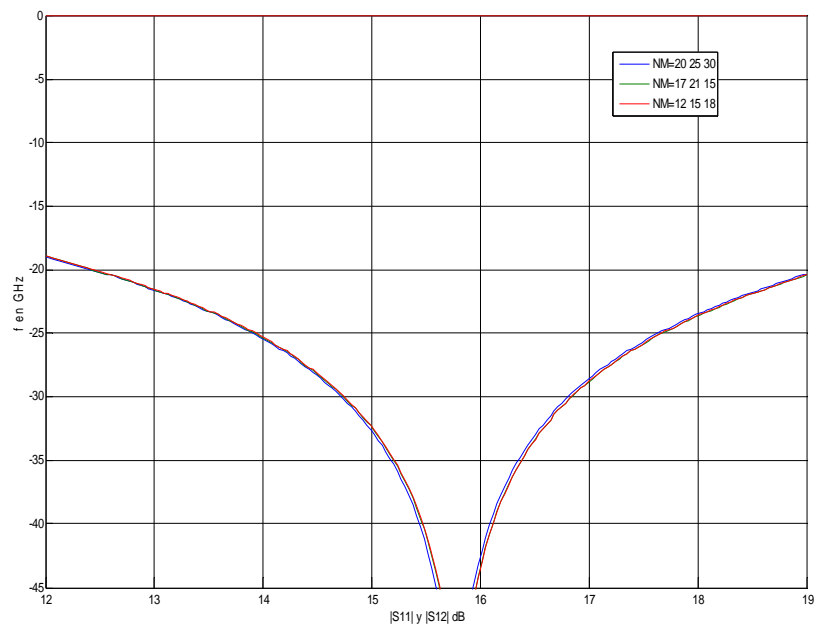
Anchura (cm)	7,90	7,90	7,90
Altura (cm)	5,50	6,63	7,90
Longitud (cm)	10,00	5,76	10,00



### Datos esperados:

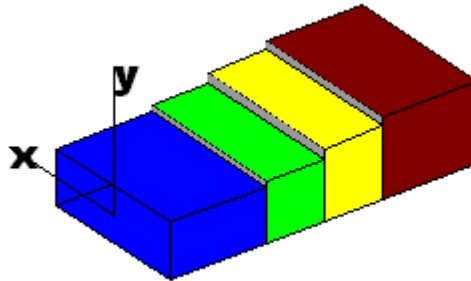


### Datos obtenidos:

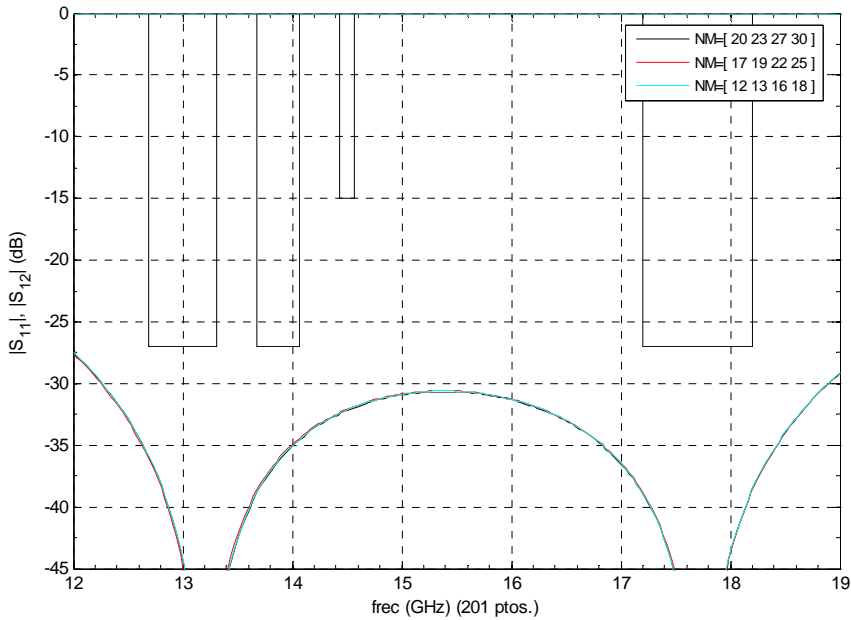


### Ejemplo 3: Transformador a guía estándar de dos secciones.

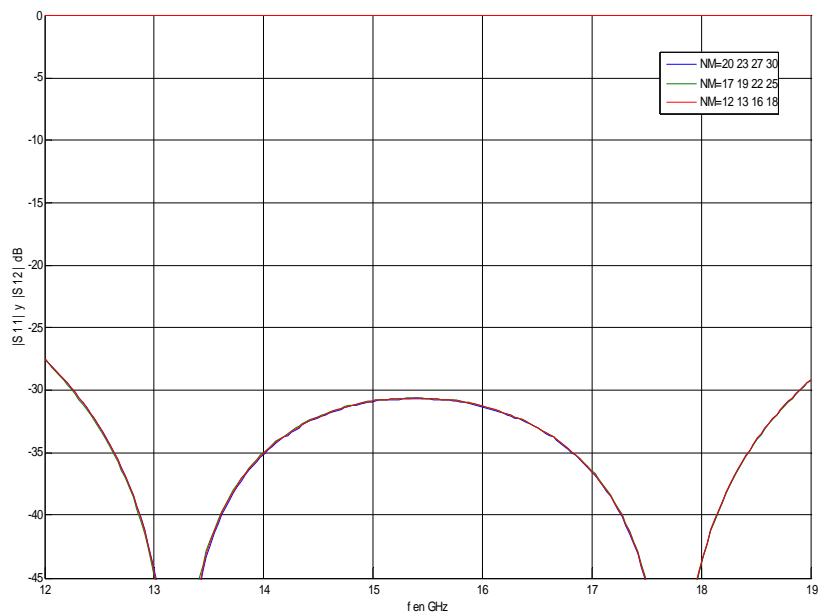
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	6,12	7,1218	7,9000
Longitud (cm)	10,0000	5,9730	6,1956	10,0000



#### Datos esperados:

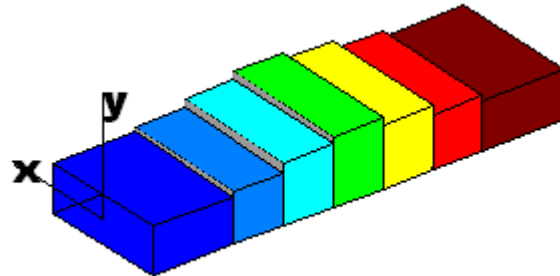


#### Datos obtenidos:

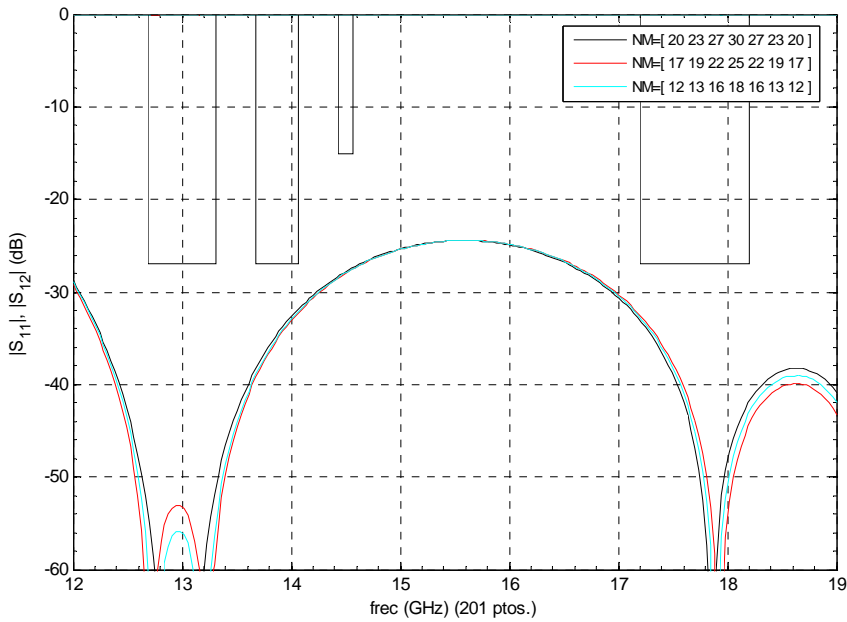


**Ejemplo 4: Transformador a guía estándar de dos secciones enlazada con su simétrica.**

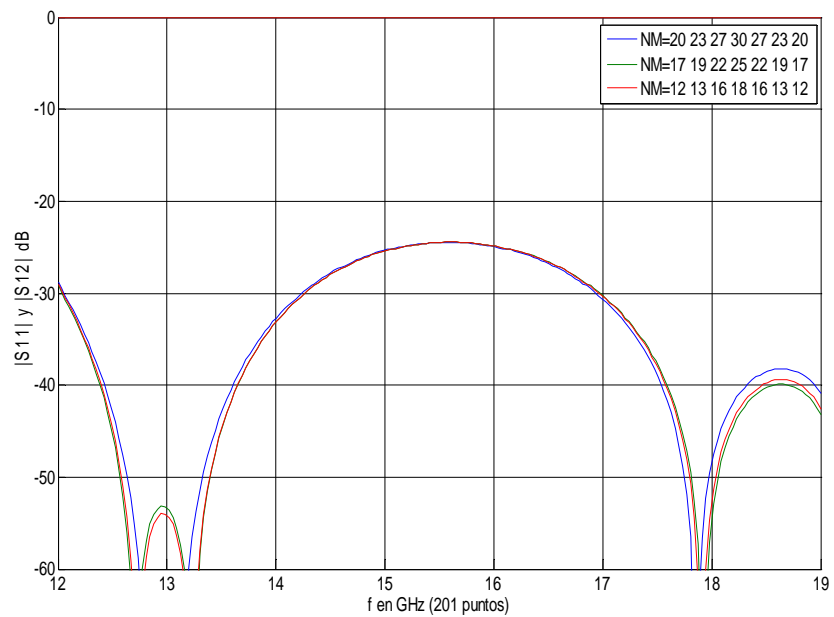
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	6,1183	7,1218	7,9000	7,1218	6,1183	5,5000
Longitud (cm)	10,0000	5,9730	6,1956	6,0000	6,1956	5,9730	10,0000



**Datos esperados:**



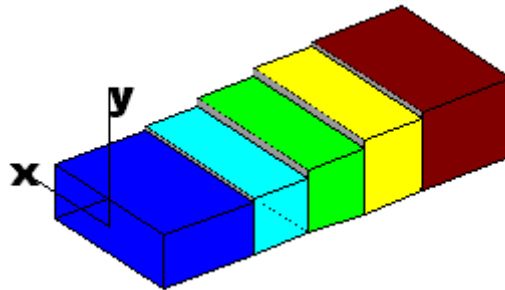
**Datos obtenidos:**



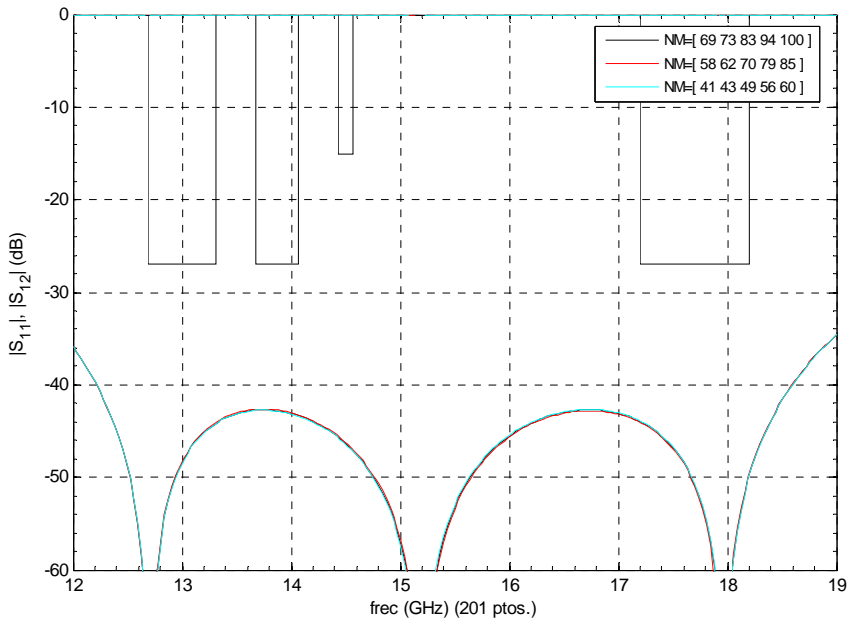


### Ejemplo 5: Transformador a guía estándar de tres secciones.

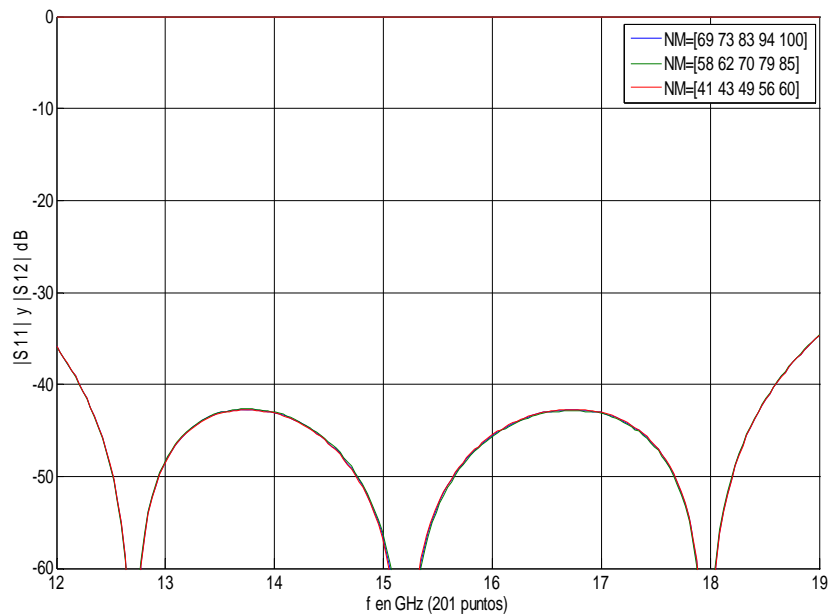
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	5,8209	6,5959	7,4677	7,9000
Longitud (cm)	10,0000	6,0690	6,1815	6,4468	10,0000



#### Datos esperados:

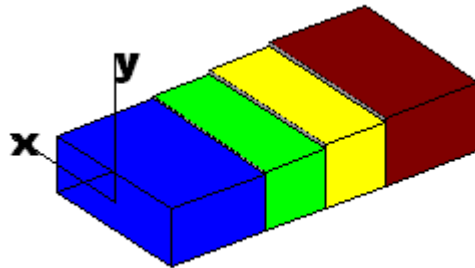


#### Datos obtenidos:

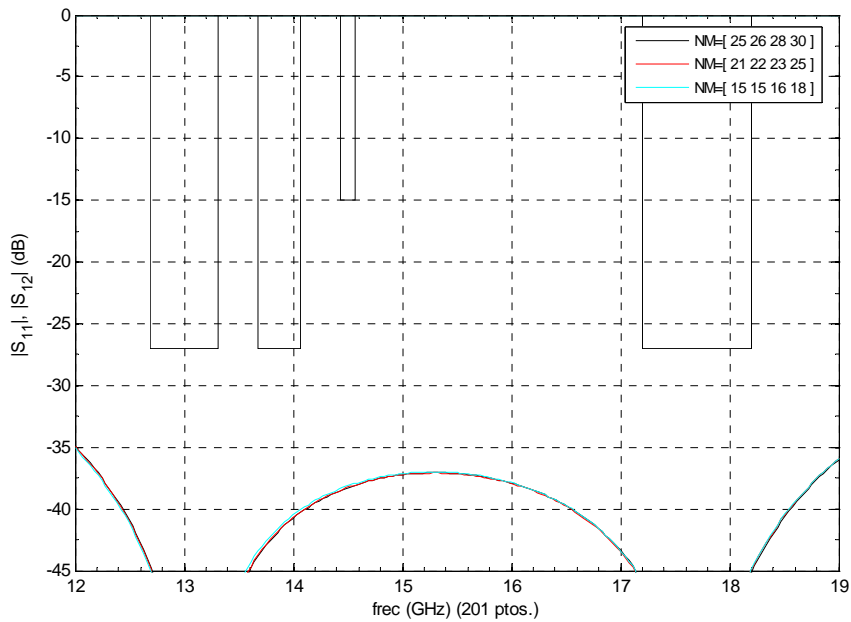


**Ejemplo 6: Transformador a guía estándar. Transformador de 5,5 a 6,5 de dos secciones.**

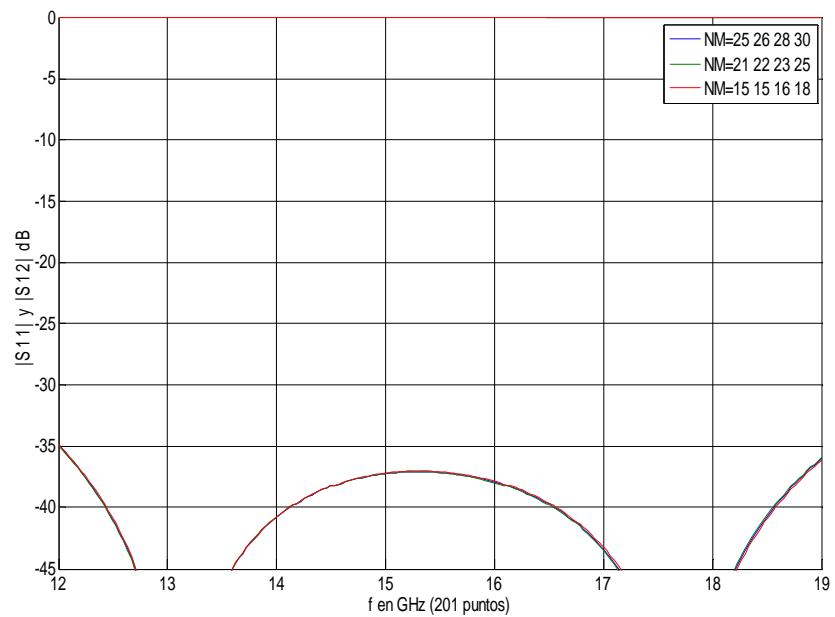
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	5,7762	6,1918	6,5000
Longitud (cm)	10,0000	6,1332	6,2778	10,0000



**Datos esperados:**

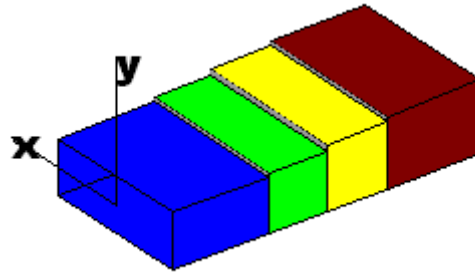


**Datos obtenidos:**

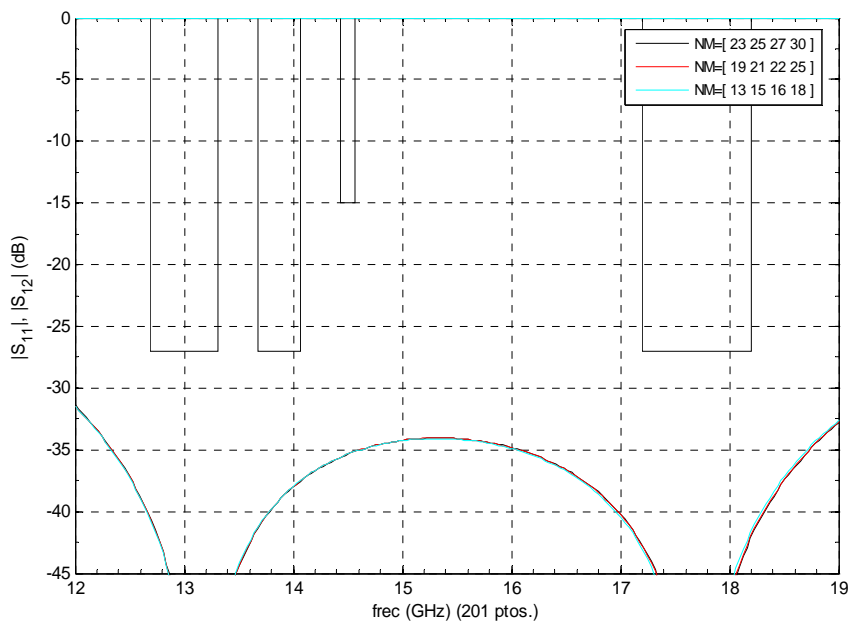


**Ejemplo 7: Transformador a guía estándar. Transformador de 5,5 a 7 de dos secciones.**

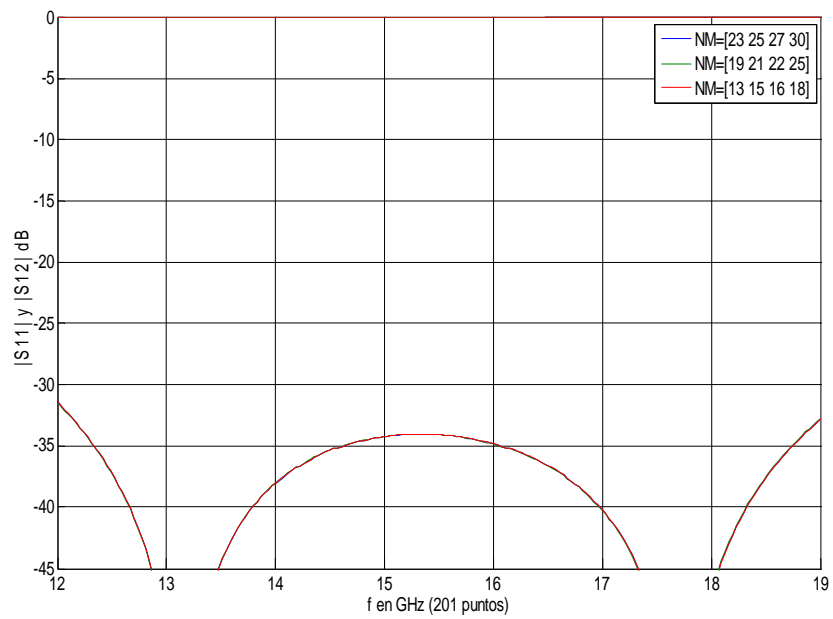
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	5,9023	6,5280	7,0000
Longitud (cm)	10,0000	6,0981	6,2426	10,0000



**Datos esperados:**

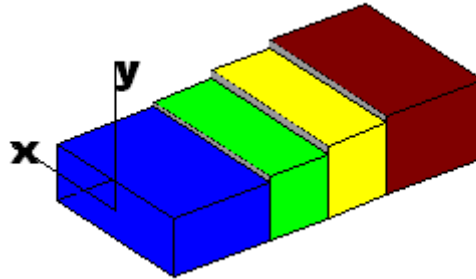


**Datos obtenidos:**

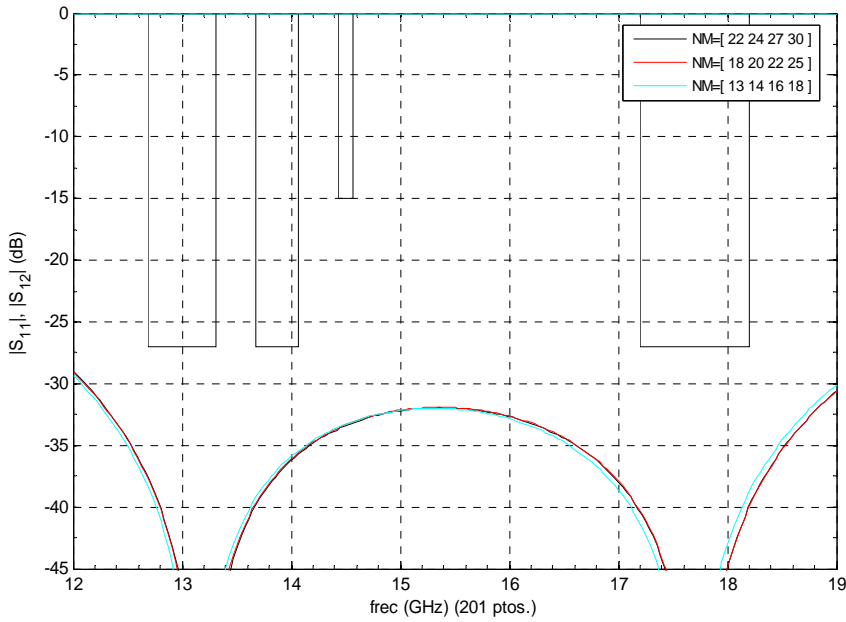


**Ejemplo 8: Transformador a guía estándar. Transformador de 5,5 a 7,5 de dos secciones.**

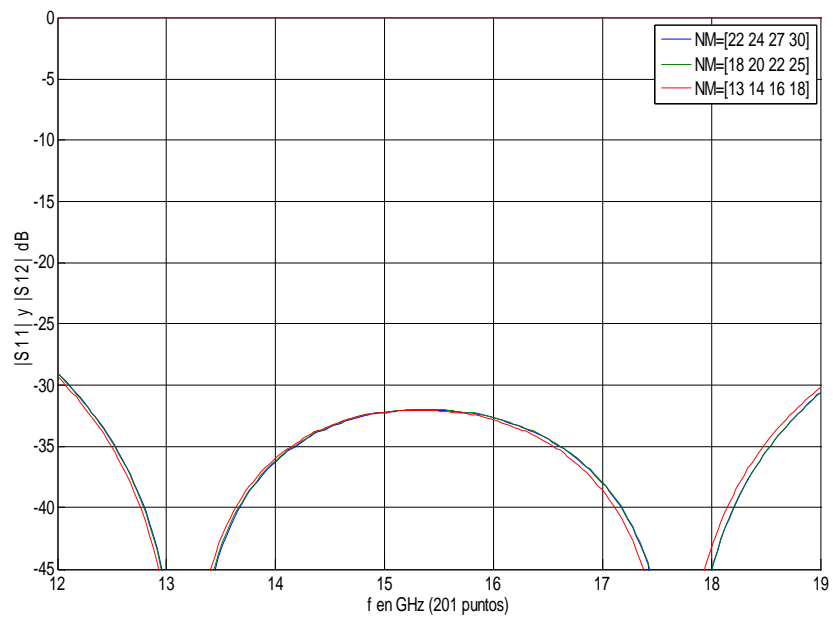
Anchura (cm)	7,9000	7,9000	7,9000	7,9000
Altura (cm)	5,5000	6,0244	6,8599	7,5000
Longitud (cm)	10,0000	6,0196	6,2252	10,0000



**Datos esperados:**



**Datos obtenidos:**

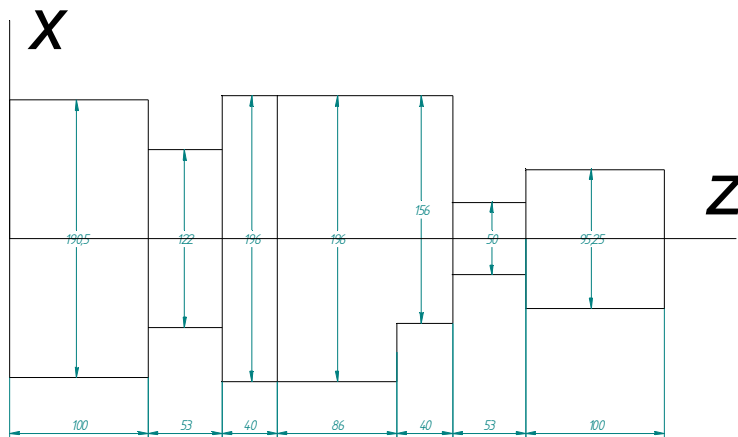
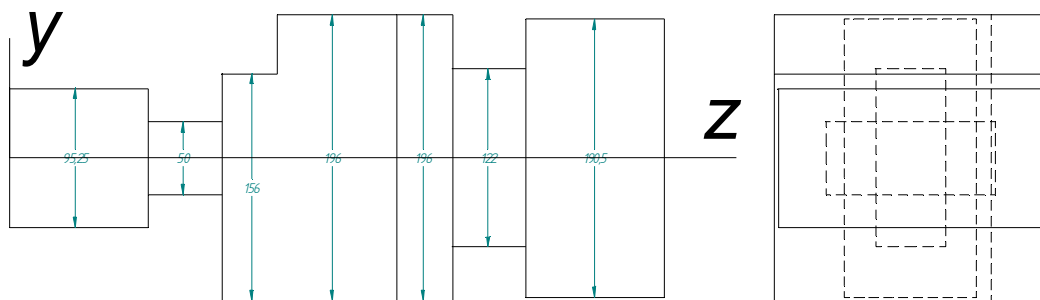


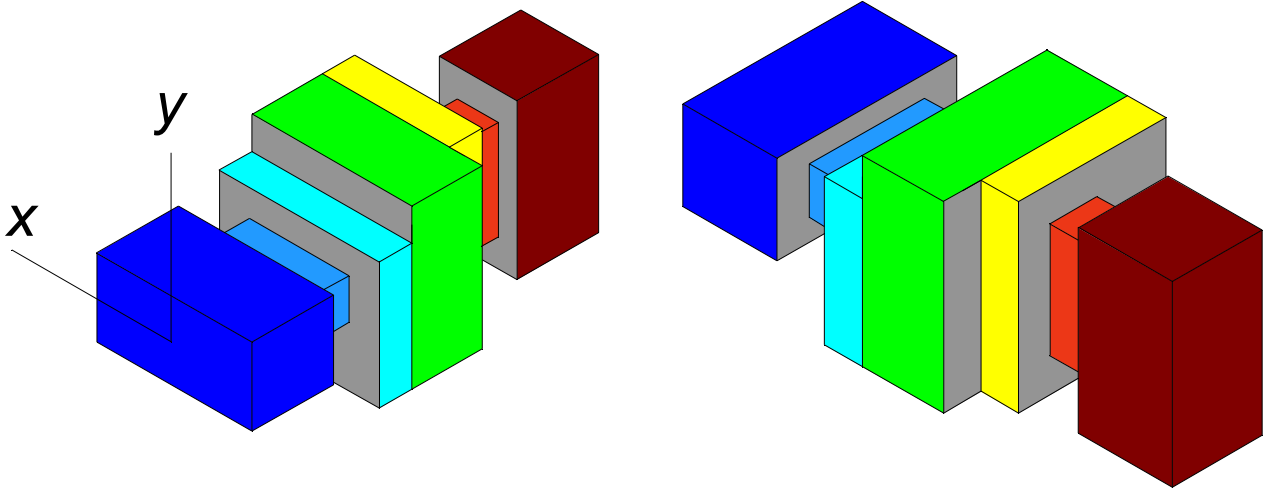
### 3.4.3 FORMA GENERAL. DOBLE SALTO

**Ejemplo 1: Filtro paso banda triple mode, (unas especificaciones más detalladas pueden encontrarse en [9]).**

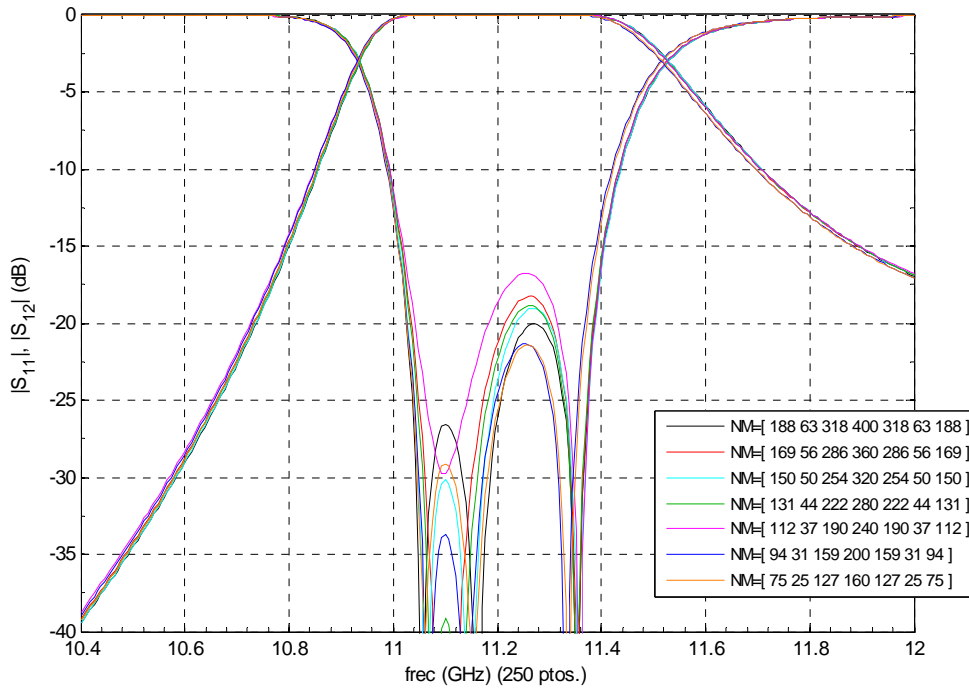
Anchura (cm)	19,0500	12,2000	19,6000	19,6000	15,6000	5,0000	9,5250
Altura (cm)	9,5250	5,0000	15,6000	19,6000	19,6000	12,2000	19,0500
Longitud (cm)	10,0000	5,3000	4,0000	8,6000	4,0000	5,3000	10,0000

Offset x	0	0	0	$(a(5)-a(4))/2$	$-(a(5)-a(4))/2$	0
Offset y	0	$(b(4)-b(3))/2$	$-(b(4)-b(3))/2$	0	0	0

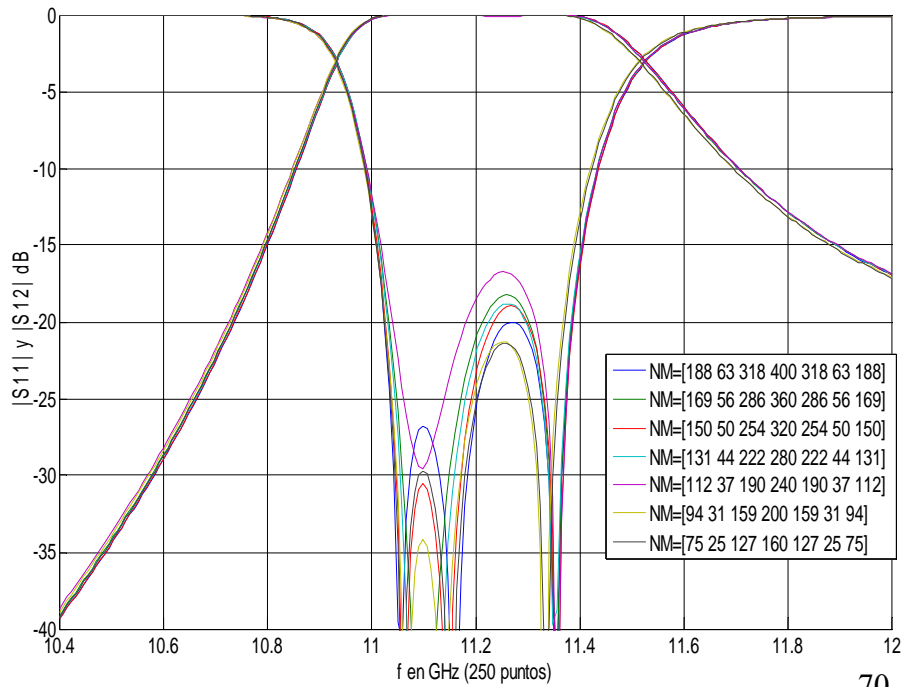




**Datos esperados:**



**Datos obtenidos:**



### 3.5. CONCLUSIONES

En este capítulo se han presentado los fundamentos del método de adaptación modal como método para la resolución de discontinuidades entre guías de onda rectangulares. Como se trata de un método numérico, es inevitable truncar las series con las que realizamos los cálculos. De hecho, si este truncamiento no se hace de la manera adecuada nos puede llevar a una solución errónea, pues para conseguir la convergencia de los resultados a un valor estable que sea solución del problema hay que tener en cuenta el problema de la convergencia relativa explicado en las secciones anteriores.

Posteriormente, en 3.3, se ha mostrado la forma de obtener una matriz  $S$  global que caracterice una estructura formada por varias discontinuidades como las estudiadas en los apartados anteriores. Finalmente, en la sección 3.4 se ha pasado a resolver una serie de ejemplos prácticos y a validar el código desarrollado. A continuación, en el capítulo 4 se explican los distintos recursos que se han explotado para mejorar el rendimiento del programa.





## 4. ACELERACIÓN DEL ANÁLISIS

La aceleración del cálculo del método de ajuste modal y el estudio de cómo optimizar su eficiencia es el objetivo primordial de este trabajo. Es en este capítulo en el que se propone de manera detallada las distintas opciones para lograr el comportamiento óptimo del programa. Se hará un análisis pormenorizado del número de operaciones que requiere el método y se utilizarán las particularidades de las estructuras bajo estudio para acelerar los cálculos.

Este análisis se complementará con un estudio en profundidad y cuantificado de los tiempos de simulación en el capítulo 5. Hay que recordar una vez más que cualquier reducción en tiempos de cálculo se traducirá en un diseño más eficiente de los circuitos bajo estudio, puesto que la optimización de un problema de guías de ondas puede necesitar que una determinada estructura se analice miles de veces hasta encontrar las dimensiones óptimas.

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Para cada uno de los tres problemas que resolvemos de manera independiente (plano H, plano E y doble salto) nos hemos centrado en cinco formas diferentes que nos permiten acelerar el tiempo de cálculo de la forma más eficiente posible. Las cinco formas son:

- I. Explotar las simetrías de la estructura de los dispositivos.
- II. Aprovechar las expresiones del enlace de dos matrices **S**.
- III. Recorte de modos que intervienen en el enlace, para así reducir las matrices.
- IV. Utilización de múltiples procesadores para paralelizar el trabajo.
- V. Programación eficiente en MATLAB (adaptarse a este lenguaje interpretado).

La primera forma explota las propiedades de la matriz **S** y reduce al mínimo el número de operaciones a realizar para calcularla.

La segunda consiste en interpretar la estructura y utilizar la forma de cálculo que más simetrías tenga en cuenta para evitar el mayor número de matrices **S** a calcular.

La tercera consiste en no considerar los modos localizados en el enlace y así reducir el tamaño de las matrices al mínimo número de modos que afectan al cálculo.

La cuarta se centra en aprovechar y explotar al máximo la capacidad de los equipos actuales, maximizando el uso de la CPU y evitando el traspaso de datos al disco, explotando la mayor velocidad de la memoria RAM, para hacer factibles problemas que antes no lo eran.

La quinta y última se refiere a la necesidad de conocer el lenguaje de programación para explotar su potencial al máximo.

## PROPIEDADES DE LA MATRIZ S

A continuación vamos a explicar los pasos realizados para implementar cada uno de los puntos anteriores. Pero antes vamos a explicar las propiedades de la matriz de dispersión generalizada (GSM) o matriz de parámetros  $S$  con normalización unitaria para guías con dos puertos. Esta información también puede encontrarse en el capítulo 1 de [11].

### 1) Submatrices de $S$ :

- $S_{11}$  y  $S_{22}$  son simétricas.
- $S_{12} = S_{21}^t$ .

### 2) Matriz $S$ :

- $S$  es ortogonal;  $S \cdot S = I$ .
- $S$  es simétrica;  $S = S^t$ .
- Por lo tanto según se desprende de los desarrollos anteriores  $S = S^{-1}$ .

El procedimiento habitual de resolver un problema de discontinuidades consiste en calcular primero las submatrices que forman la matriz  $S$ . Por lo tanto, a la vista de las expresiones anterior, inicialmente ya podemos evitar el cálculo de la submatriz  $S_{21}$  para cada matriz GSM y utilizar  $S_{12} = S_{21}^t$ . Igualmente, de las matrices  $S_{11}$  y  $S_{22}$  sólo habría que calcular su triángulo inferior (o superior).

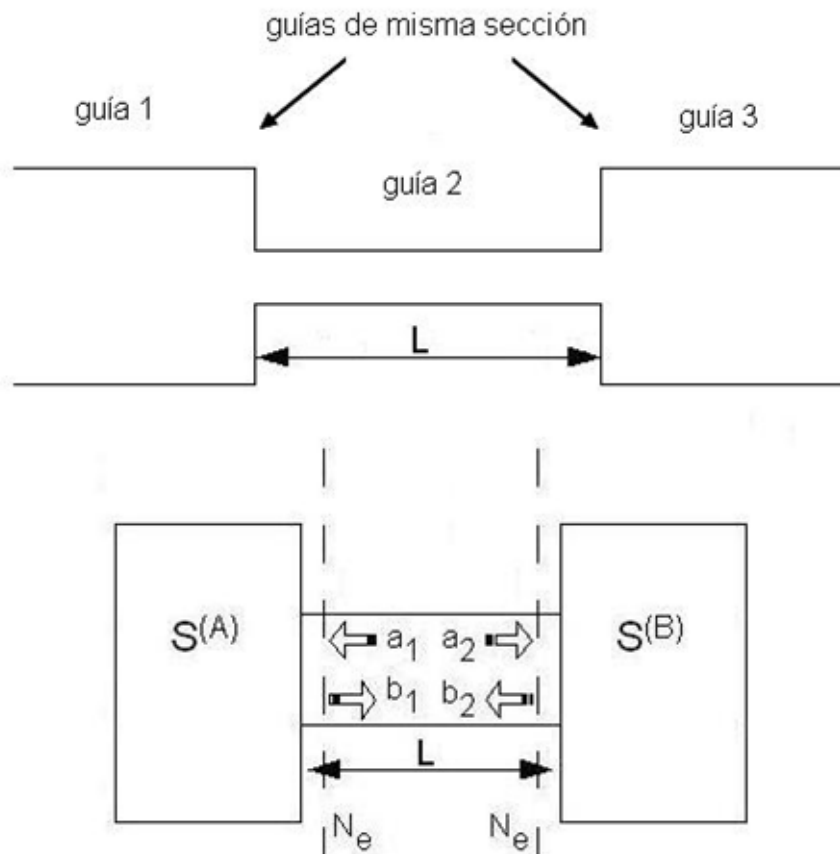


Figura 4-1. Estructura simétrica: las guías 1 y 3 tienen la misma sección.

Adicionalmente comentar que para dos subestructuras simétricas, como las de la figura anterior, no necesitamos calcular las matrices  $\mathbf{S}$  de cada una, vale con hacerlo para una  $\mathbf{S}^{(A)}$  y luego reordenar sus submatrices de la siguiente forma y así conseguir la matriz  $\mathbf{S}$  de la estructura simétrica  $\mathbf{S}^{(B)}$  (suponiendo que los planos de referencia de  $\mathbf{S}^{(A)}$  y  $\mathbf{S}^{(B)}$  son también simétricos):

$$\mathbf{S}^{(A)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{11} \\ \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}^{(B)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{21} \\ \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Haciendo uso de las propiedades de las submatrices finalmente queda:

$$\mathbf{S}^{(A)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{12}^t & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{S}^{(B)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{22} & \mathbf{S}_{12}^t \\ \mathbf{S}_{12} & \mathbf{S}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Así conseguimos reducir el cálculo de submatrices de 8 a 3.

## 4.2 TIPOS DE MEJORAS

### 4.2.1. SIMETRÍAS

El objetivo es dividir el problema complejo en problemas más simples y así dividir una estructura en subestructuras más pequeñas y sencillas, de tal forma que la compleja sea combinación de las sencillas y sus simétricas. Si una subestructura o su simétrica aparece varias veces repetida nos ahorraremos su cálculo, ya que podemos conseguir todas reordenando las submatrices de la que nos hemos calculado.

Para realizar esta tarea y explotar al máximo el recurso, hemos implementado en nuestro programa tres tipos de funciones; dos basadas en estructuras simétricas y otra basada en estructuras simétricas y giradas 90 grados. Estas funciones son:

#### 1) Simetría general:

Sólo puede usarse en estructuras que presenten simetría axial respecto de un plano que la corte perpendicularmente a la dirección de propagación de los campos. Por lo tanto será indiferente excitarlas por cualquiera de sus dos puertas, tales como los ejemplos 1 y 2 del apartado 3.4.1 entre otros.

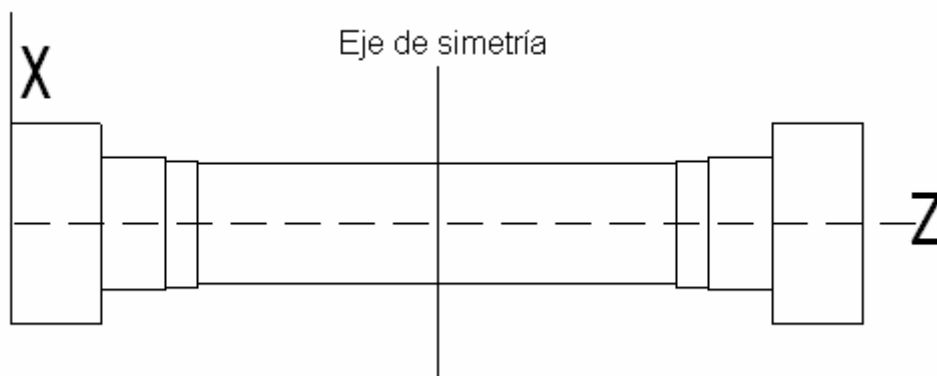


Figura 4-2. Estructura con simetría general.

Como ya hemos mencionado antes, dos estructuras simétricas muestran la propiedad de que sus matrices **S** tienen los mismos valores, sólo hay que reordenar las submatrices tal y como hemos mencionado con anterioridad.

De esta forma conseguimos reducir el cálculo de matrices de Scattering y su posterior enlace de  $N-1$  (para  $N$  guías) a  $(N-1)/2 + 1$ , donde  $(N-1)/2$  es el número de enlace de matrices de la mitad de la estructura, al que hay que añadir el enlace final con la matriz reordenada que representa la otra mitad de la estructura.

## 2) Simetría iris:

Es independiente de la anterior, y se pueden dar conjuntas o no. Ésta reduce el cálculo en estructuras que contengan iris.

El iris es una subestructura muy característica que consta de tres guías, de las cuales sólo la central tiene diferentes dimensiones. Se trata, entonces, de un caso particular de simetría general en la cual la estructura sólo consta de tres guías.

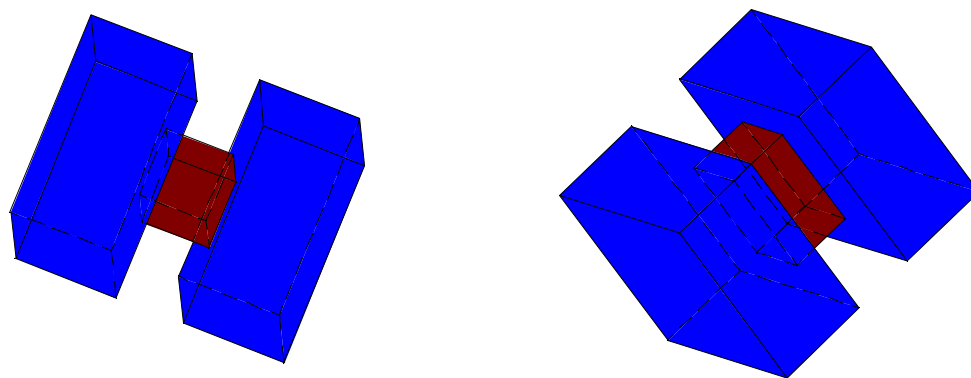


Figura 4-3. Subestructura iris.

En este caso la ventaja está en que en cada iris (por la misma propiedad que la simetría general) en vez de tener que calcular dos matrices  $\mathbf{S}$ , sólo necesitamos calcular una y enlazarla con ella misma, habiendo reordenado previamente las submatrices.

En problemas compuestos por subestructuras que tengan simetría iris reducimos el cálculo de matrices  $\mathbf{S}$  de  $N-1$  a  $(N-1)/2$ , dos ejemplos que muestran esta característica se estudiaron en el apartado 3.4.1.

Si el problema tiene conjuntamente simetría general e iris, entonces reduciremos el cálculo de matrices de Scattering casi a la cuarta parte.

## 3) Giro de 90°:

Una estructura que posea simetría con giro de 90° (ver figura 4-4) tiene que ser una estructura que pueda dividirse en varias subestructuras idénticas a ambos lados del eje de simetría, igual que ocurre en simetría general. La diferencia reside en que *giro 90°* no une las subestructuras como simetría general, sino que una de ellas aparece girada 90°. En resumen, si dividimos la estructura por la mitad sólo una guía de la parte derecha está girada respecto de la análoga en la izquierda, tal y como puede observarse en la figura 4-4.

En los casos como el de la figura 4-4 (que se estudiará en detalle en la sección 5-2), los elementos de la matriz  $\mathbf{S}$  (que representa a la primera mitad de la estructura SUB1) y la matriz  $\mathbf{S}'$  (que representa a la segunda SUB2) tienen el mismo módulo y sólo se diferencian en que algunos de sus elementos aparecen cambiados de signo (cambia la fase). Si se aprovecha esta circunstancia,  $\mathbf{S}'$  se obtiene de  $\mathbf{S}$  mediante cambios de signo en las posiciones adecuadas de la matriz. Los elementos  $S_{ij}$  que se cambian de signo dependen de de la simetría de los modos  $i, j$  que está relacionando  $S_{ij}$ .

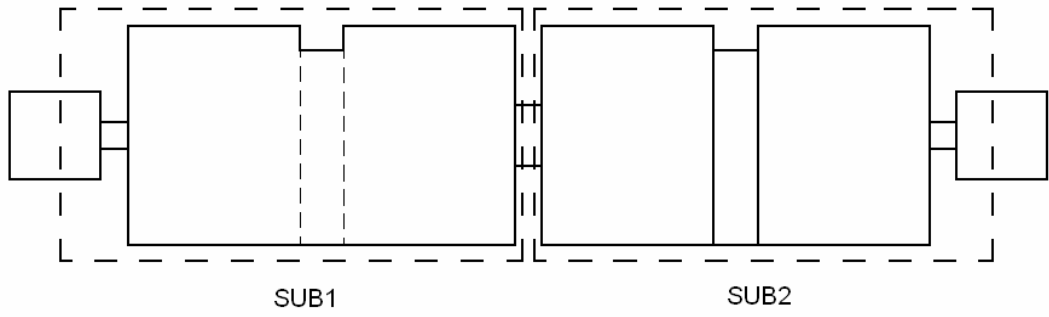
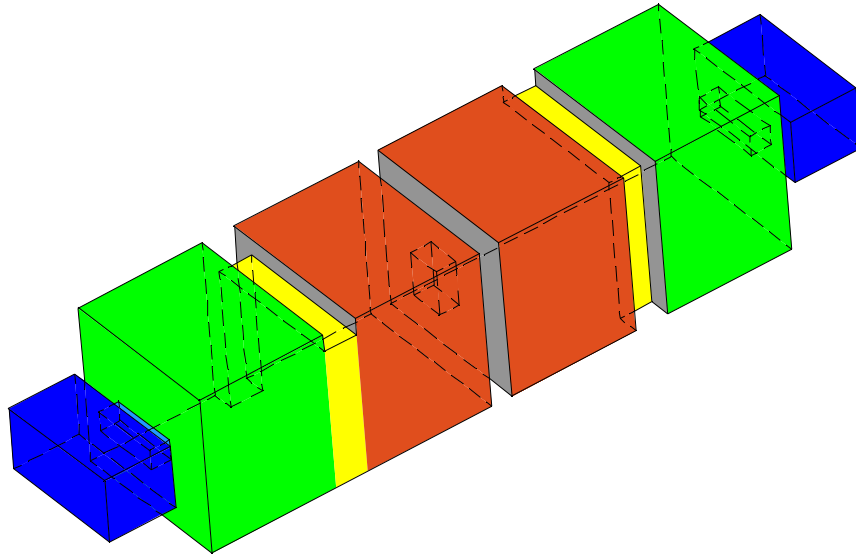


Figura 4-4. Estructura con simetría de giro 90°.

## 4.2.2. ENLACE

El enlace consiste en el cálculo de una matriz  $S$  global que representa a una estructura más compleja. Está compuesta por dos subestructuras más sencillas previamente resueltas, de las cuales conocemos sus respectivas matrices  $S$ , y por una guía de onda que las une. El ejemplo más sencillo sería el de una estructura de tres guías formada por dos discontinuidades y una guía que las une. Ambos casos se muestran en la siguiente figura:

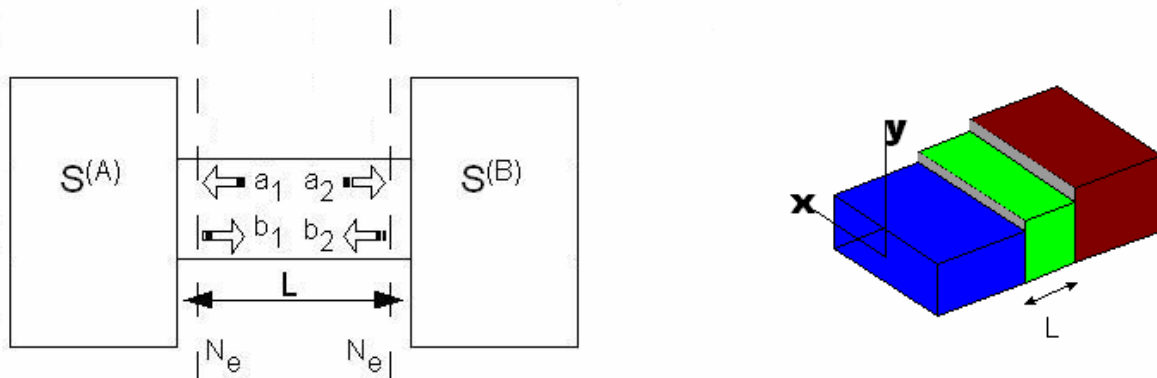


Figura 4-5. Esquema de enlace de matrices  $S$  que representan subestructuras que pueden tener un grado de complejidad distinto (izquierda). Ejemplo en que los bloques A y B representan discontinuidades (derecha).

Aquí también hacemos diferencia entre el enlace de matrices normales y matrices provenientes de subestructuras iris o simétricas:

### 1) Enlace normal:

Se trata por ejemplo del caso derecho de la figura 4-5, en el que las discontinuidades no mantienen ninguna simetría.

Eliminamos todas las operaciones necesarias para calcular la submatriz  $S_{21}$  de la matriz  $S$  global dado que es directamente  $S_{12}^t$ . Podríamos desarrollarlo al revés y calcular previamente  $S_{21}$  y trasponerla para obtener  $S_{12}$ . Pero elegimos el primer caso porque el número de operaciones necesarias para calcular  $S_{12}$  según las ecuaciones (3.43) es menor y menos complejo que el de  $S_{21}$ .

### 2) Enlace iris o simétrico:

En este caso se enlazan dos matrices  $S$  que representan subestructuras simétricas; ya sea el caso general del cual podemos ver un ejemplo en la figura 4-2, o el caso más sencillo que es un iris, como los representados en la figura 4-3.

Eliminamos no sólo el cálculo de  $S_{21}$ , tal y como hemos explicado en el enlace normal, sino que también eliminamos el cálculo de  $S_{22}$ , dado que al ser una estructura simétrica ésta submatriz es igual a  $S_{11}$ .

Por lo tanto, en el primer caso conseguimos ahorrarnos el cálculo de una submatriz de cada cuatro y en el segundo caso los cálculos se reducen a la mitad.

### 4.2.3. RECORTE DE MODOS

Se trata de una mejora muy específica y muy potente. A grandes rasgos se trata de realizar el enlace entre dos discontinuidades tan sólo con los modos que se atenúan por debajo de un umbral (fijado por el diseñador) en la guía que los une.

Es importante conocer las clasificaciones de los modos en función de la frecuencia de trabajo:

1. Clasificación 1: Modos propagantes y al corte o evanescentes: los primeros son aquellos cuya frecuencia de corte está por debajo de la frecuencia de trabajo; y los segundos son aquellos cuya frecuencia de corte está por encima, por lo que se atenúan (ver capítulo 2).
2. Clasificación 2: Modos interactivos y localizados: los primeros son todos los modos propagantes ( $\gamma = j\beta$ ) y los evanescentes que se atenúan muy despacio ( $\gamma = \alpha$  es cercano a 0 y  $e^{-\alpha L}$  es un valor no muy alejado de 1), por lo que llegan con suficiente energía a la siguiente guía como para excitar de forma significativa los modos de esta última. Por el contrario, los modos localizados son aquellos que se atenúan tanto que no interactúan con los de la siguiente guía (o bien se considera que esta interacción es despreciable) [12].

Los modos importantes para el cálculo del enlace son aquellos que atraviesan la guía que une ambas discontinuidades, de tal forma que son capaces de excitar modos al otro lado. Por ello, utilizamos los modos interactivos desechando la mayoría de los modos evanescentes y reduciendo el tamaño de las matrices con las que realizar los cálculos del enlace.

Definiremos la atenuación en amplitud del campo de un modo en una guía de longitud  $l$  como:  $At = -20 \log_{10}(e^{-\alpha l})$  (dB).

Generalmente es suficiente con desechar todos los modos cuya atenuación sea superior a 60dB, lo que indica que eliminamos los modos que se atenúan más de un millón de veces. Pero ese valor dependerá en cada caso.

Para conocer cuál es el umbral óptimo para cada estructura se hará un estudio de la convergencia dependiendo de este umbral.

A pesar de su sencillez, la mejora es muy potente porque elimina muchos modos, sobre todo en las frecuencias más bajas en las que realizamos la simulación. Esto provoca que los cálculos se realicen sobre matrices de muchos menos elementos, lo que reduce exponencialmente el trabajo y el tiempo empleado en realizar el enlace.

El tiempo de simulación del programa tiene un comportamiento exponencial debido al cálculo de la matriz  $S$  de una discontinuidad y al enlace de matrices  $S$ . Esta mejora limita el tiempo desempeñado en realizar los enlaces, que pasan a tener un comportamiento más lineal, repercutiendo en el tiempo de ejecución global.

De esta forma conseguimos un comportamiento más eficiente del código en su conjunto, lo cual nos permite limitar el tiempo de ejecución de una forma decisiva. Así hacemos factibles problemas que de otra forma tardarían semanas en resolverse.



#### 4.2.4. UTILIZACIÓN DE MÚLTIPLES PROCESADORES

En este campo la intención es explotar al máximo la capacidad de los nuevos equipos con más de un procesador o núcleo. Actualmente son muy comunes en el mercado y demuestran su potencial cuando ejecutan varios programas por separado, distribuyéndose las tareas entre varios procesadores. No hay ventajas si por el contrario todas las tareas se centraran en un solo procesador.

La forma en la que conseguimos que todos los procesadores trabajen simultáneamente y al máximo rendimiento es paralelizando el trabajo, creando tareas independientes que se puedan simular de manera simultánea en todos los núcleos.

Nuestro programa calcula el comportamiento de una estructura en un rango de frecuencias haciendo un barrido punto a punto independiente. Como resultado, devuelve una función de transferencia en el ancho de banda deseado. Para llevar acabo la tarea, el programa repite el mismo proceso de manera secuencial para cada una de las frecuencias solicitadas y almacena los resultados en dos arrays hasta que finaliza y después los representa respecto del vector de frecuencias.

Nuestro objetivo es localizar las tareas que puedan ejecutarse de forma independiente y lanzar cada una en un núcleo.

Gracias a una serie de instrucciones de las que dispone MATLAB, somos capaces de lanzar desde una sesión MATLAB cliente otras sesiones de MATLAB que se comportarán como servidor. Los procesos MATLAB servidor son llamados de forma secuencial con una frecuencia diferente. Cada servidor, y por lo tanto cada núcleo, realiza sus cálculos de manera independiente y al finalizarlos devuelve los resultados al proceso MATLAB cliente que lo creó. Éste se encarga de volver a llamarlo con una nueva frecuencia y de almacenar de manera satisfactoria los resultados hasta el fin del cálculo.

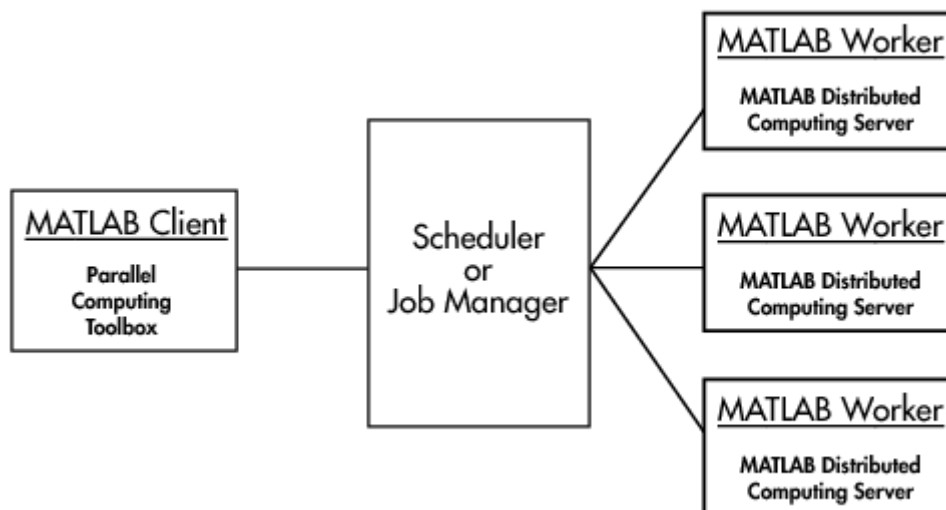


Figura 4-6. Esquema del funcionamiento de la paralelización en MATLAB.

Job Manager es la parte del software del servidor que coordina la ejecución de los trabajos y la evaluación de sus tareas. El Job Manager distribuye las tareas en evaluación a las sesiones MATLAB servidor llamadas Workers.

La paralelización puede producir una gran mejora en el tiempo final de simulación llegando incluso a reducir el tiempo en más del 60 %. Pero esta mejora depende del número de modos empleados para resolver el problema y la forma en que definamos la estructura. A continuación vamos a explicar la influencia de ambos conceptos de forma más específica.

El aumento del número de modos ( $N$ ) provoca un aumento del tamaño de las matrices ( $N \times N$ ) con las que trabaja cada procesador y por tanto aumenta el trasiego de datos que hace disminuir el rendimiento del sistema. En un proceso secuencial se almacenan varias matrices de  $N \times N$  elementos (las submatrices de  $S$  y las variables intermedias necesarias para obtenerlas), mientras que en un trabajo con 4 procesos se almacenan cuatro veces las mismas matrices de  $N \times N$  elementos. Esto provoca que la mejora tienda a reducirse hasta el 16%, en el peor de los casos.

Ahora bien, tenemos que tener cuidado a la hora de interpretar la estructura bajo estudio. Eso implica que si definimos demasiadas subestructuras, para ahorrarnos volver a calcularlas porque se repiten varias veces, haya que almacenar muchos datos (cada subestructura son tres matrices de  $N \times N$  y muchas variables intermedias, algunas de las cuales son también de  $N \times N$ ) y que, por lo tanto, el hecho de paralelizar deje de ser un beneficio.

## 4.2.5. PROGRAMACIÓN EN MATLAB.

MATLAB es un lenguaje de programación interpretado de alto nivel que se está utilizando cada vez más en aquellas áreas científicas en las que es necesario llevar a cabo cálculos numéricos de gran envergadura, existiendo versiones compatibles con prácticamente todos los sistemas operativos.

MATLAB permite abordar tanto problemas de cálculo sencillos de forma interactiva, como tratar problemas numéricos mucho más complejos a través de su uso como lenguaje de programación. Además, los programas realizados mediante MATLAB resultan agradables y de fácil lectura para el usuario, debido principalmente a que la manipulación de vectores y matrices es más sencilla y eficiente trabajando con MATLAB que con cualquier otro lenguaje de programación.

Adicionalmente, MATLAB posee una gran cantidad de funciones internas implementadas que facilitan, en gran medida, el proceso de programación. Algunas de estas rutinas sirven, por ejemplo, para calcular raíces de una ecuación, resolver ecuaciones diferenciales, calcular integrales por métodos numéricos, buscar índices de determinados elementos en matrices, u ordenar los elementos de un vector o matriz, etc.

Pero MATLAB tiene un inconveniente frente a los lenguajes de programación de bajo nivel, que es el tiempo de ejecución. MATLAB es un lenguaje interpretado por lo que cada sentencia debe ser traducida a bajo nivel para ejecutarse. Por ejemplo, en un bucle todas las sentencias que contenga serán traducidas tantas veces como iteraciones realice el bucle. Ese tiempo no es, en absoluto, despreciable, y si queremos que nuestro programa sea eficaz y realice las simulaciones en un tiempo adecuado debemos conocer las funciones que incorpora MATLAB y utilizarlas de forma óptima, evitando por ejemplo, utilizar bucles o productos matriciales “\*” donde pueda usarse sentencias directas o productos de elementos “.\*”.

Vamos a mostrar a continuación varios ejemplos de optimización de código:

### Ejemplo 1: Ahorro de productos matriciales.

#### CÓDIGO INICIAL

```
gamma=diag(exp(-g1.*d));
I=eye(length(g1));
H1=inv(I-S11*gamma*Stot22*gamma);

aux_1=Stot12*gamma*H1;
aux_2=S11*gamma;
aux_3=S21*gamma;
aux_4=Stot22*gamma*H1;

Stot11=Stot11+aux_1*aux_2*Stot21;
Stot12=aux_1*S12;
Stot21=aux_3*(I+aux_4*aux_2)*Stot21;
Stot22=S22+aux_3*aux_4*S12;
```

TOTAL: 17 productos matriciales.

#### CÓDIGO OPTIMIZADO

```
gamma=exp(-g1.*d);
gamma1= repmat(gamma, length(g1), 1);
[F,C]=size(S12);
gamma2= repmat(gamma, C, 1);
I=eye(length(g1));
H1=inv(I-S11*((gamma1.').*Stot22.*gamma1));

aux_1=Stot12*((gamma1.').*H1);
aux_2=S11.*gamma1;
aux_3=(S12.').*gamma2;
aux_4=(Stot22.*gamma1)*H1;

Stot11=Stot11+aux_1*aux_2*(Stot12. ');
Stot12=aux_1*S12;
Stot21=aux_3*(I+aux_4*aux_2)*Stot21;
Stot22=S22+aux_3*aux_4*S12;
```

TOTAL: 11 productos matriciales.

Este ahorro consiste en eliminar aquellos productos que aunque pueden hacerse como producto matricial, pero que en realidad no requieren tantas operaciones. Se recuerda que una multiplicación de dos matrices de  $N \times N$  requiere  $N^3$  multiplicaciones, mientras que una multiplicación punto a punto requiere  $N^2$ . Como ejemplo, veamos el caso de un producto matricial entre una matriz, “**M**”, y una matriz diagonal formada a partir de un vector “**v**”. En el caso inicial el vector se transforma en una matriz diagonal para poder usar operadores matriciales. El caso optimizado se resuelve realizando productos de dos números entre los elementos de dos matrices del mismo tamaño, estas matrices son “**M**” y una matriz creada por concatenación del vector “**v**” (se concatena tantas veces como sea necesaria para que esta matriz tenga las mismas dimensiones que “**M**”).

Este proceso requiere generar nuevas matrices pero elimina gran número de cálculos innecesarios.

Como resultado, en esas pocas líneas de código, se obtiene una mejora de 6 productos matriciales. Esto puede aumentar si se añaden otras propiedades, como la simetría de la matriz **S** que permite eliminar el cálculo de  $S_{21}$  y ahorrar 3 productos matriciales más.

## Ejemplo 2: Ahorro de bucles e instrucciones.

CÓDIGO INICIAL:

```
for ii=1:N1
    for jj=1:N2
        if vtipol(ii)==1 && vtipo2(jj)==1
            p1=pp1(ii,jj)*ky1(ii)*ky2(jj);
            p2=pp2(ii,jj)*kx1(ii)*kx2(jj);
            Xnm(ii,jj)=(p1+p2);

            if (vm1(ii)==0)
                Xnm(ii,jj)=Xnm(ii,jj)/(sqrt(2));
            elseif (vn1(ii)==0)
                Xnm(ii,jj)=Xnm(ii,jj)/(sqrt(2));
            end

            if (vm2(jj)==0)
                Xnm(ii,jj)=Xnm(ii,jj)/(sqrt(2));
            elseif (vn2(jj)==0)
                Xnm(ii,jj)=Xnm(ii,jj)/(sqrt(2));
            end

        end
    end
end
```

## CÓDIGO OPTIMIZADO:

```
ind_TE1=find(vtipo1==1);
ind_TE2=find(vtipo2==1);
ind_TM1=find(vtipo1==-1);
ind_TM2=find(vtipo2==-1);

if(numel(ind_TE1)>0 && numel(ind_TE2)>0)
    M_ind1= repmat(ind_TE1.',1,numel(ind_TE2));%primer bucle
    M_ind2= repmat(ind_TE2,numel(ind_TE1),1);%primer bucle

    if(numel(M_ind1)==numel(M_ind1(:,1)) || numel(M_ind2)==numel(M_ind2(:,1)))
        Xnm(ind_TE1,ind_TE2)=pp1(ind_TE1,ind_TE2).*ky1(M_ind1).'.*ky2(M_ind2) +
        pp2(ind_TE1,ind_TE2).*kx1(M_ind1).'.*kx2(M_ind2);
    else
        Xnm(ind_TE1,ind_TE2)=pp1(ind_TE1,ind_TE2).*ky1(M_ind1).*ky2(M_ind2) +
        pp2(ind_TE1,ind_TE2).*kx1(M_ind1).*kx2(M_ind2);
    end
end

end
```

En este caso, la mejora no sólo significa un número menor de instrucciones, sino que además, mientras que en el código optimizado sólo se interpretan las instrucciones una vez en el código inicial, lo hacen  $N_1 \cdot N_2$  veces. Las variables  $N_1$  y  $N_2$  representan los modos en la primera y segunda guía respectivamente (pudiendo tomar valores de entre varias decenas y varios miles) lo cual puede significar que en el código original las instrucciones se interpreten en el bucle desde varios cientos hasta varios millones de veces.

### 4.3 ESTUDIO DEL NÚMERO DE OPERACIONES AL ENLAZAR MATRICES

En esta sección vamos a hacer un estudio del ahorro de operaciones que podemos conseguir utilizando las propiedades de la matriz **S** y una comparativa con un nuevo método que aparece en [5].

Las operaciones que influyen más decisivamente sobre el tiempo final de simulación son los productos matriciales y las inversiones por su mayor tiempo de cálculo, ya que éste crece de forma exponencial con el número de filas o columnas. La multiplicación de dos vectores de longitud  $N$  requiere  $N$  multiplicaciones, pero la multiplicación de dos matrices de  $N \times N$  requiere  $N^3$  productos (el número de sumas es despreciable frente al de productos). Por lo tanto, son estas las operaciones que nos interesan evitar y las que vamos a tener en cuenta en este apartado. La inversión de una matriz también lleva un número de operaciones que crece con  $N^3$ , siendo además la inversión una operación que puede estar mal condicionada, por lo que interesan formulaciones que requieran el menor número de inversiones.

A continuación se van a enumerar diferentes formas de resolver el problema, partiendo de la más sencilla que no aprovecha las ventajas de la matriz **S** y evolucionando hasta la más veloz que las explota al máximo.

El desarrollo completo de las ecuaciones se estudió en el capítulo 3.3. Para empezar, las ecuaciones del primer caso bajo estudio son las que aparecen en (3.42) y (3.43) y se refieren, como ya hemos dicho, al caso menos eficiente.

Para los siguientes casos se utilizan matrices intermedias que permiten ahorrar operaciones, ya que evitan repetir cálculos hechos con anterioridad. Esas matrices son las siguientes:

$$\begin{aligned}\mathbf{Aux1} &= \mathbf{S}_{12}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{Aux2} &= \mathbf{S}_{11}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \\ \mathbf{Aux3} &= \mathbf{S}_{21}^{(B)} \boldsymbol{\gamma} \\ \mathbf{Aux4} &= \mathbf{S}_{22}^{(A)} \boldsymbol{\gamma} \mathbf{H}_1\end{aligned}\tag{4.3}$$

Para todos los cálculos el número de discontinuidades se representará con “N”. En las figuras, “S” representará el cálculo de una discontinuidad y “C” e “I” el enlace entre dos matrices de Scattering normal y simétrico, respectivamente.

### 4.3.1. TIPOS DE ESTRUCTURAS.

#### 4.3.1.1. Estructura sin simetrías y sin usar matrices intermedias.

Se resuelven agrupando de dos en dos las matrices de Scattering para enlazarlas y luego repitiendo el algoritmo hasta que sólo quede una sola matriz **S** que represente toda la estructura. Realizamos así N-1 enlaces para un número de discontinuidades N tanto par como impar.

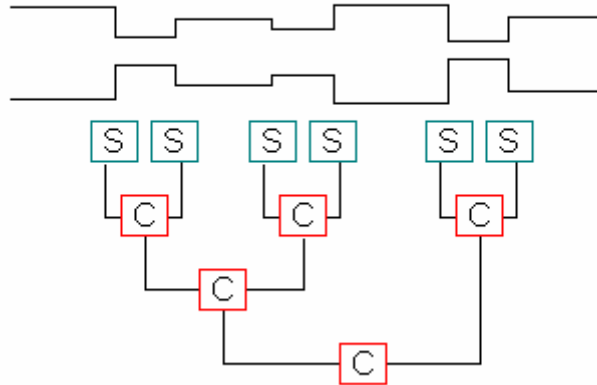


Figura 4-7. Esquema de una estructura sin simetrías.

En este caso cada enlace conlleva (no se usan las matrices intermedias Aux en (4.3)):

- 1 inversión.
- 13 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	0	0	0	0	3	2	4	3	13

Eficiencia:

Para una estructura de “N” discontinuidades necesitamos realizar los siguientes cálculos:

- N inversiones.
- 13N productos.

#### 4.3.1.2. Estructura sin simetrías realizando el cálculo con matrices intermedias.

La estructura bajo estudio tiene el mismo esquema que la anterior, sólo varía el modo empleado en su cálculo. En este caso cada enlace conlleva:

- 1 inversión.
- 11 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

<b>H1</b>	<b>Aux1</b>	<b>Aux2</b>	<b>Aux3</b>	<b>Aux4</b>	<b>S11</b>	<b>S12</b>	<b>S21</b>	<b>S22</b>	<b>TOTAL</b>
1	1	0	0	1	2	1	3	2	11

Eficiencia:

Para una estructura de “N” discontinuidades necesitamos realizar los siguientes cálculos:

- N inversiones.
- 11N productos.

#### 4.3.1.3. Estructura sin simetrías, mejora eliminando el cálculo de $S_{21}$ por simetría en S.

Nuevamente el esquema de la estructura puede ser el mismo que en los casos anteriores. El nuevo modo de cálculo conlleva:

- 1 inversión.
- 8 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

<b>H1</b>	<b>Aux1</b>	<b>Aux2</b>	<b>Aux3</b>	<b>Aux4</b>	<b>S11</b>	<b>S12</b>	<b>S21</b>	<b>S22</b>	<b>TOTAL</b>
1	1	0	0	1	2	1	0	2	8

Eficiencia:

Para una estructura de “N” discontinuidades realizamos los siguientes cálculos:

- N inversiones.
- 8N productos.



### 4.3.1.4. Estructura con subestructura iris.

La siguiente figura presenta un esquema de este tipo de estructuras.

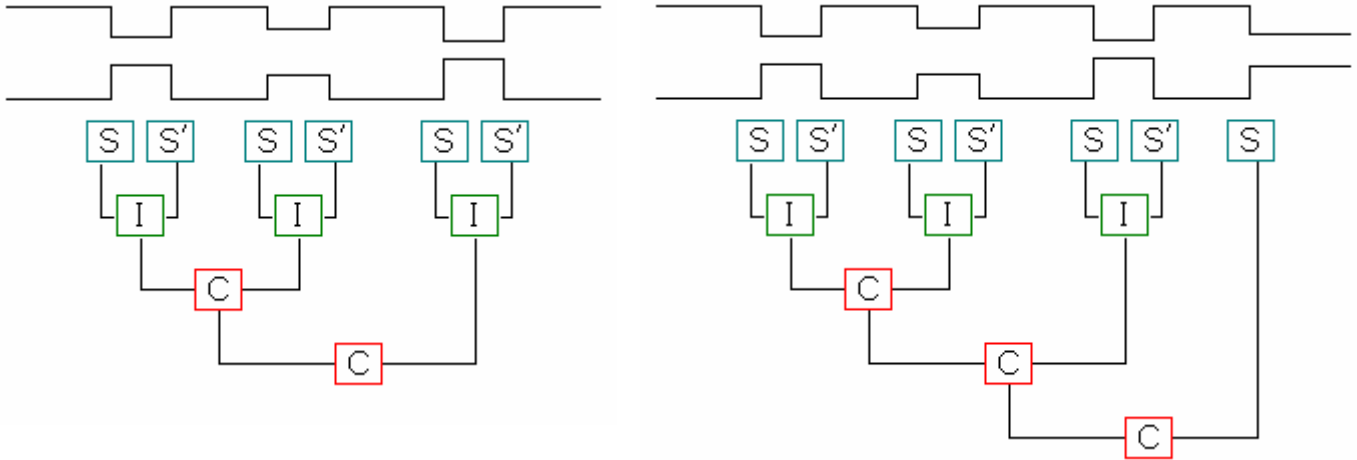


Figura 4-8. Esquema de dos estructuras con simetría iris. N par (izquierda) e impar (derecha).

En la gráfica, las discontinuidades que representan **S** y **S'** son simétricas, por lo tanto **S'** se obtiene a partir de la recombinación de las submatrices de **S**.

En este caso hay una combinación de enlaces normales e iris.

Cada enlace normal conlleva:

- 1 inversión.
- 8 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	1	2	1	0	2	8

Para cada enlace en iris:

- 1 inversión.
- 5 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	0	2	1	0	0	5

Eficiencia:

Para una estructura de “N” discontinuidades realizamos los siguientes cálculos:

- “N” es par y se producen  $N/2-1$  llamadas normales y  $N/2$  llamadas a iris.
  - $N/2$  inversiones.
  - $(N/2-1) \times 8 + N/2 \times 5 = 4N-8+5N/2 = 13N/2 - 8$  productos.
- “N” es impar y se producen  $(N-1)/2$  llamadas normales y  $(N-1)/2$  llamadas a iris.
  - $N/2+1$  inversiones.
  - $(N-1)/2 \times 8 + (N-1)/2 \times 5 = (8N-8 + 5N-5)/2 = (13N-13)/2$  productos.

### 4.3.1.5. Estructura con simetría general.

En la siguiente figura se representa un ejemplo de una estructura con esta simetría.

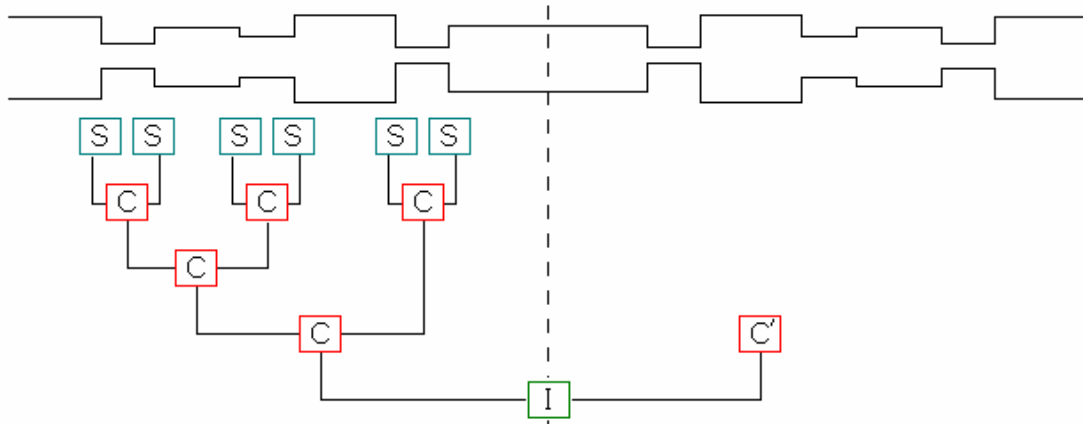


Figura 4-9. Esquema de una estructura con simetría general.

De forma análoga a  $S'$  en 4.3.1.4, las matrices necesarias en  $C'$  se obtiene por la recombinación de la submatrices en  $C$ .

El número de guías totales ( $N+1$ ) en la estructura debe ser impar para que haya simetría general, de otro modo sería imposible. El número de matrices totales será  $N$ .

En este caso, aprovechando las propiedades de  $S$ , el cálculo final de la estructura se realiza tan sólo con  $N/2$  matrices  $S$  y realizando  $N/2-1$  enlaces. Hay que añadir 1 enlace adicional proveniente de enlazar la mitad de la estructura con su simétrica para obtener la estructura global. Éste puede calcularse más eficientemente suponiendo iris ya que se realiza con 2 estructuras simétricas.

Cada enlace normal conlleva:

- 1 inversión.
- 8 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	1	2	1	0	2	8

Y el enlace iris conlleva:

- 1 inversión.
- 5 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	0	2	1	0	0	5

Eficiencia:

Para una estructura de “ $N$ ” discontinuidades realizamos los siguientes cálculos:

- $N/2$  inversiones.
- $(N/2-1) \times 8 + 5 = 4N - 8 + 5 = 4N - 3$  productos.

### 4.3.1.6. Estructura con simetría general y subestructuras con simetría iris.

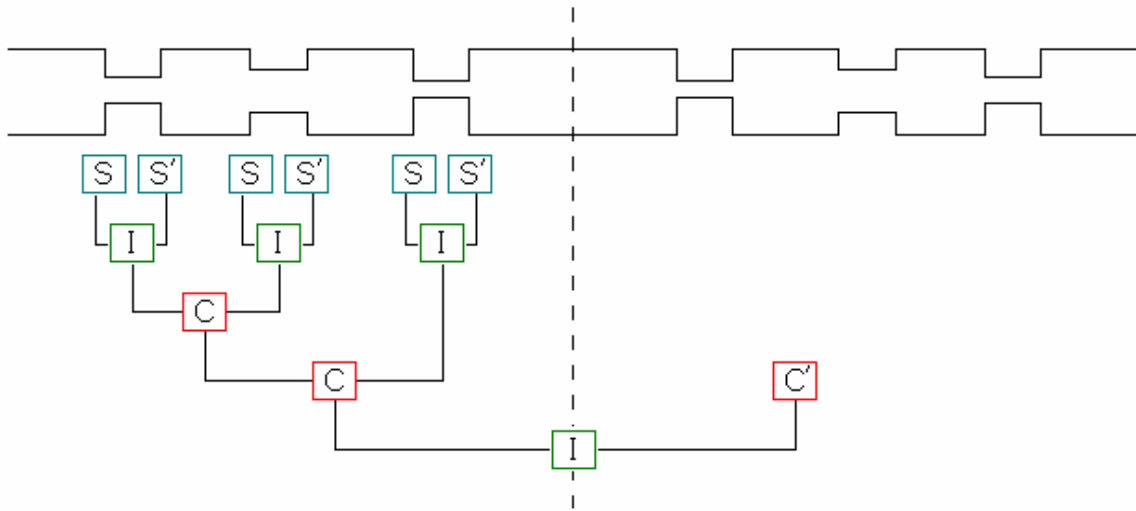


Figura 4-10. Esquema de una estructura con simetría general y subestructuras iris.

En este caso el cálculo puede mejorarse sustituyendo parte de los enlaces normales por enlaces de subestructuras iris.

En este caso cada enlace normal conlleva como en el caso anterior:

- 1 inversión.
- 8 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	1	2	1	0	2	8

En el caso del enlace iris conlleva también:

- 1 inversión.
- 5 productos matriciales repartidos de la siguiente manera:

H1	Aux1	Aux2	Aux3	Aux4	S11	S12	S21	S22	TOTAL
1	1	0	0	0	2	1	0	0	5

Por lo tanto, la diferencia está en el número de veces que se llama a uno u otro enlace. A diferencia del caso anterior en éste llamamos al enlace normal  $N/4$  veces y al iris  $N/4-1$  (estos datos se obtienen de sustituir, en el caso 4,  $N$  por  $N/2$  dado que existe simetría). Pero hay que tener en cuenta una llamada adicional al enlace con iris de la misma forma que ocurre en 5, por lo tanto el número de llamadas al enlace normal e iris es respectivamente  $N/4-1$  y  $N/4+1$ .

Eficiencia:

Para una estructura de “N” discontinuidades realizamos los siguientes cálculos:

- $N/4$  inversiones.
- $(N/4-1) \times 8 + (N/4+1) \times 5 = 2N-8 + 5N/4+5 = (8N-32 + 5N+20)/4=13N/4-3$  productos.

### 4.3.2. COMPARATIVA CON EL MÉTODO PRESENTADO EN [5].

Recientemente se ha publicado en [5] un método para mejorar la eficiencia del enlace en cascada de matices  $S$ . La idea del nuevo método es relacionar las ondas incidentes y reflejadas en cada subestructura caracterizada por una matriz  $S$  con las ondas calculadas en el paso anterior, es decir, se basa en un método iterativo. Al final de este proceso, las ondas en los puertos de entrada y salida de la estructura global están relacionadas por una serie de expresiones y a partir de ellas se obtienen los parámetros de reflexión y transmisión. Como en cualquier procedimiento de enlace de matrices, en [5] se hace notar que hay que tener cuidado con el mal condicionamiento de una matriz que debe ser invertida, al igual que pasaba en los enlaces que hemos estudiado en el apartado anterior. En [5] además se hace una comparativa con el método “ABCD” y con el método que denominan “por pares” que es exactamente el que se estudia en profundidad en este trabajo y que consiste en el enlace dos a dos de matrices  $S$  para obtener la matriz global que caracterice el conjunto. La matriz global  $S$  recién calculada nuevamente será enlazada con otra y continuaremos de esta forma hasta obtener el comportamiento de la estructura total.

El método introducido en [5] encuentra su máxima eficiencia cuando la estructura global es simétrica. Para ello relaciona la onda incidente y reflejada con las de la etapa anterior de forma iterativa hasta obtener las expresiones de los puertos de entrada y salida, tal y como se comentó anteriormente. Con dichas expresiones se resuelven las ecuación (3.43) ahorrándose el cálculo de  $S_{21}$  y  $S_{22}$  (de la matriz  $S$  global) por tratarse de una estructura simétrica y simplificando  $S_{11}$  y  $S_{12}$ . Simplificación que no puede realizar el método “por pares” ya que discontinuidad a discontinuidad no se mantienen las propiedades de simetría.

En el artículo al que nos referimos, encontramos la siguiente tabla que compara el número de operaciones requeridas para enlazar “ $N$ ” matrices de Scattering, para cada uno de los tres métodos:

	ABCD	Por pares	Nuevo método propuesto en [5]
Productos matriciales	14N-4	8(N-1)	5N-5
Inversiones matriciales	N+1	N-1	N-1

Tabla 4-1. Resumen de operaciones para los distintos métodos.

Sin embargo, estos datos no coinciden con los obtenidos finalmente en nuestro estudio, sólo coinciden con los datos obtenidos en 4.3.1.3 (el caso de una estructura sin simetrías cuyas únicas mejoras consisten en la utilización de matrices intermedia y la eliminación del cálculo de  $S_{21}$  por simetría en  $S$ ).

Para hacer una comparación con [5], nos centraremos en el caso que plantean en el que la estructura global sea simétrica, sin entrar en las operaciones que requiere el cálculo de cada matriz  $S$  de las subestructuras. Su resultado es que usan 5N-5 productos y N-1 inversiones. Utilizando las operaciones descritas en 4.3.1.5 para cada enlace, el número de operaciones que nosotros usaríamos son:

- N/2-1 enlaces (mitad de la estructura) con 1 inversión y 8 multiplicaciones por enlace.
- Un enlace adicional con la matriz de la estructura simétrica: 1 inversión y 5 multiplicaciones (se utiliza que en el problema total  $S_{22} = S_{11}$ ).

Por tanto, se tienen  $4N-3$  multiplicaciones y  $N/2$  inversiones, que es una solución con menos operaciones que la de [5] para el problema bajo estudio.

Lo cual demuestra que el método “por pares” es el óptimo para realizar estas operaciones. Esto tiene ventajas adicionales si la estructura contiene además otras propiedades tales como subestructuras iris, estudiadas en 4.3.1.6.

En resumen, el método que estamos estudiando aquí inicialmente requiere mayor número de cálculos que el nuevo método estudiado en [5]. Sin embargo, si explotamos todos los recursos que nos ofrece la matriz  $S$  y las simetrías de la estructura, podemos reducir el número de productos en torno al  $4/5$  frente a los del nuevo método, y reducir el número de inversiones a la mitad para un caso de simetría general, resultando nuestra programación más eficiente para este caso.

## 4.4 CONCLUSIONES

En este capítulo hemos mostrado de manera detallada todas las posibilidades de desarrollo que tiene nuestro programa. Además hemos cuantificado aquellas provenientes de la buena utilización de las propiedades estructurales y del método de cálculo, de tal forma que sea independiente del ordenador en el que se ejecuten.

Por otra parte, hemos realizado una comparativa con el método que aparece en [5] y hemos demostrado que, realizando las optimizaciones que se enumeran en este capítulo, el método de ajuste modal y el enlace de matrices  $S$  por pares puede ser más eficaz.

También hemos explicado otras mejoras cuyos beneficios no son tan fáciles de evaluar matemáticamente. Para ello en el capítulo 5 se van a simular distintas estructuras, para ver cuál es el beneficio real de cada una de las mejoras y hacer una cuantificación en tiempos de cálculo sobre unas estructuras concretas.



## 5. ESTUDIO DE CASOS PRÁCTICOS: ALTERNATIVAS PARA MEJORAR LA EFICIENCIA DE LAS SIMULACIONES.

El objetivo de este capítulo es presentar los resultados del análisis de tiempos de latencia obtenidos al simular una serie de problemas con cada una de las mejoras que hemos implementado. Se hará un estudio de cómo incide cada mejora en la eficiencia de las simulaciones.

Durante el trabajo se han desarrollado tres programas que resuelven respectivamente un problema plano H, uno plano E y uno tipo Doble Salto. En este capítulo sólo nos vamos a centrar en el comportamiento de dos casos de estudio: el plano H y el Doble Salto, porque el tercero, el plano E, tiene un comportamiento prácticamente idéntico al plano H.

### 5.1 SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA PLANO H: FILTRO DE IRISES INDUCTIVOS SIN CAMBIO DE ALTURA

El primer análisis que se va a realizar (cuyos tiempos de ejecución se presentarán más adelante de forma gráfica) ha utilizado la implementación directa del método descrito en el capítulo 3, sin ninguna mejora de las descritas en el capítulo 4. Tomando ese caso como referencia, se le irán añadiendo mejoras que repercutirán de diferente forma, hasta llegar al caso más eficiente. La estructura sobre la que se va a realizar el estudio se presenta en la figura 5-1 y consiste en un filtro plano H de irises inductivos de 8 cavidades para comunicaciones por satélite en la banda de 14.3GHz.

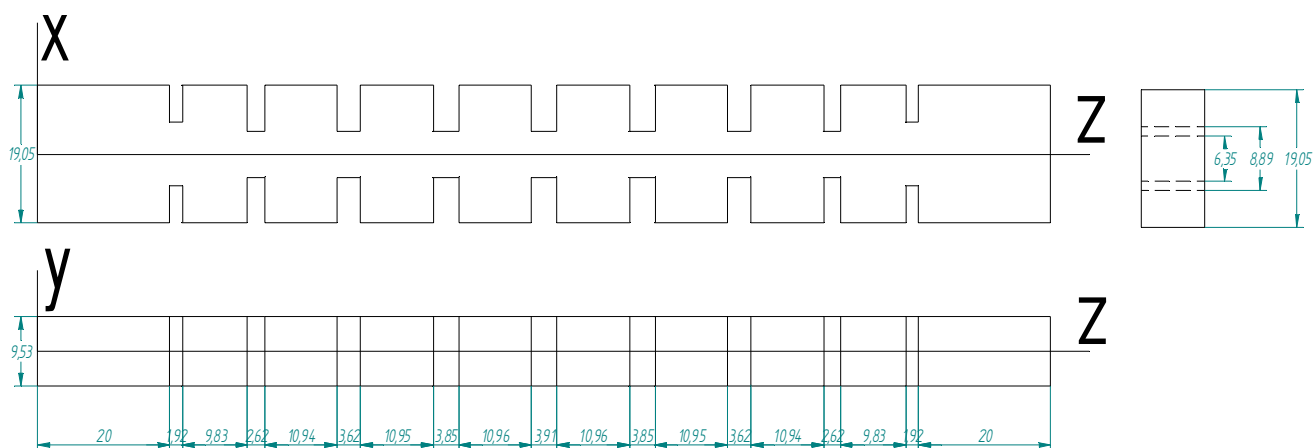
Algunos de las mejoras se refieren a las explicadas de forma matemática en el apartado 4.2.1; otras no aprovechan recursos teóricos, como las propiedades de la matriz  $S$ , sino que simplemente se basan en truncamientos de operaciones porque la aportación numérica de esos cálculos es despreciable.

El campo electromagnético en muchas guías de los dispositivos que se han presentado converge con menos de 20 modos, pero en el peor de los casos (como en estructuras sin simetría respecto del plano YZ o en estructuras cuyas guías no están centradas) necesitamos 40 modos para asegurar que conseguiremos convergencia. Por ello, para conocer el comportamiento del programa para todos los casos, las simulaciones se van a realizar con un número máximo de 40 modos.

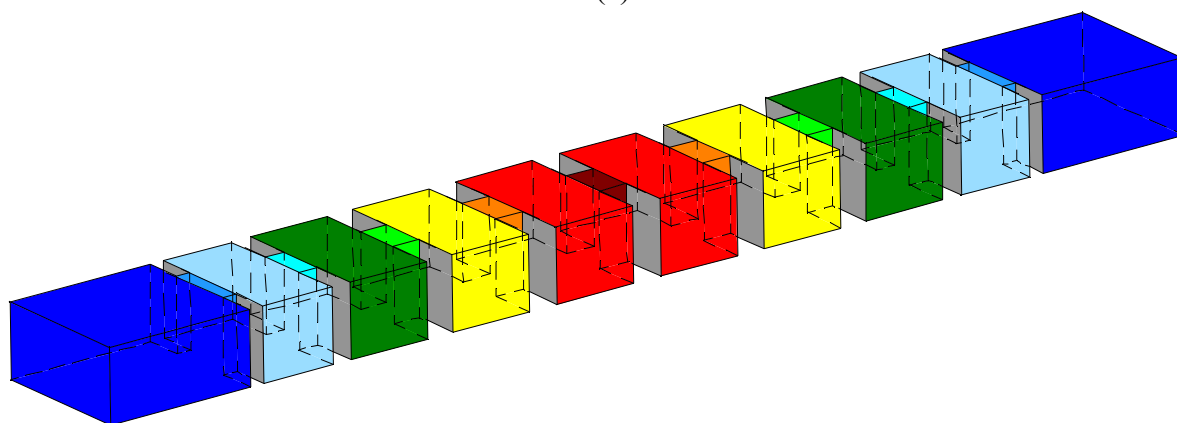
Estos 40 modos están muy lejos de los necesarios para que una estructura de tipo Doble Salto alcance la convergencia (hasta 3000 modos en el peor de los casos) pero este caso se estudiará más adelante. Ahora el objetivo es cuantificar la mejora producida por cada uno de los avances realizados en el programa inicial y ver cómo se comporta éste al aumentar los modos.

Para este estudio se simulará una estructura plano H, simétrica, con las siguientes dimensiones detalladas en la siguiente tabla en relación a la figura 5-1:

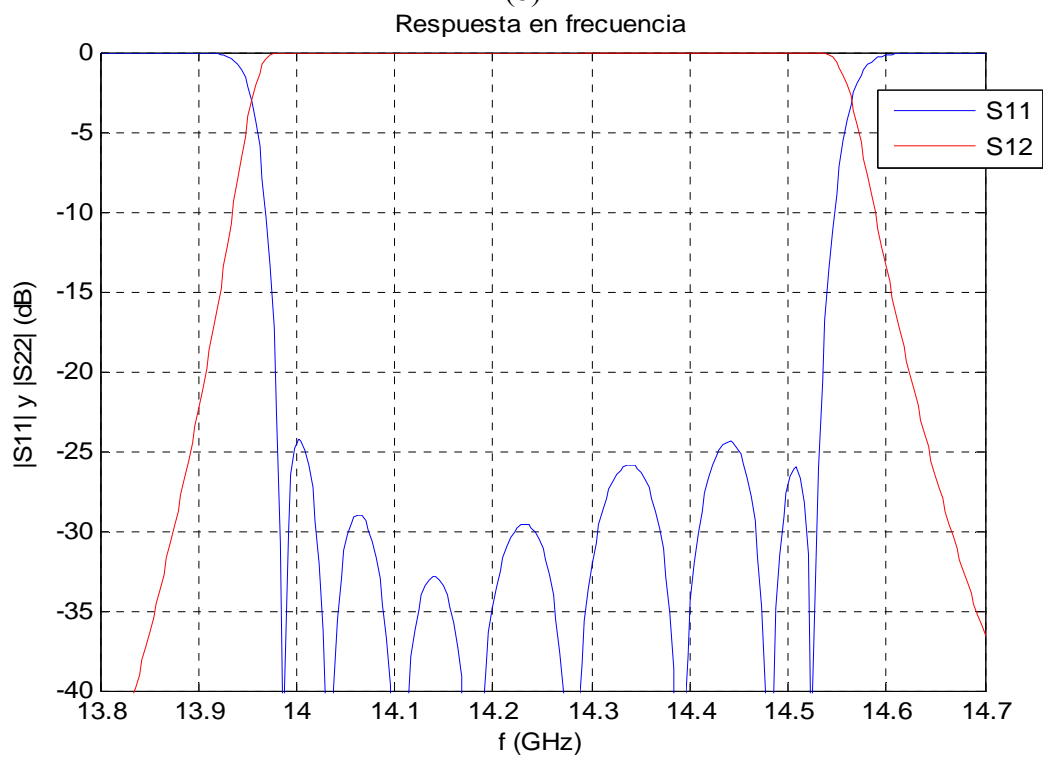
Anc(mm)	19,05	8,89	19,05	6,35	19,05	6,35	19,05	6,35	19,05	6,35
Alt (mm)	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525	9,525
Lon(mm)	20	1,9213	9,8258	2,6219	10,9361	3,6229	10,9539	3,8542	10,9561	3,9050



(a)



(b)



(c)

Figura 5-1. Estructura Plano H bajo estudio, Filtro de irises inductivos de orden 8: (a) Visión 2D, (b) Visión 3D, (c) Respuesta en frecuencia para 40 modos y 251 puntos.



Simulamos la estructura realizando un barrido de 251 frecuencias entre 13.8 y 14.7 GHz. para un número de modos creciente desde 4 hasta 40, siempre en múltiplos de 4 para aprovechar al máximo la paralelización en 4 procesos. El número de modos en las guías se elige manteniendo la relación entre las anchuras (tal y como se explicó en la sección 3.1.2) correspondiendo el número de modos definido en el problema a la guía de mayor anchura. Para este problema definido con 40 modos, los que se tienen en cuenta en cada guía son los que aparecen en la tabla siguiente:

Guía	Número de modos
1	40
2	19
3	40
4	14
5	40
6	14
7	40
8	14
9	40
10	14

Tabla 5-1. Elección de modos en las guías de la estructura bajo estudio.

Comenzamos simulando un programa sin mejoras que no aprovecha simetrías ni tipos de enlace ni recortes de modos, sólo una optimización del código utilizando funciones nativas de MATLAB y paralelización, que usaremos para enfrentar los resultados de simulaciones en serie y paralelas. El ordenador usado es el descrito en el capítulo 3.4, y los tiempos se refieren a la simulación de una frecuencia, es decir, realizamos la media sobre el tiempo total de la simulación completa de la estructura con 251 frecuencias y utilizando los modos definidos anteriormente (si no se especifica lo contrario).

La figura 5-2 representa el tiempo real de simulación para el recuento de operaciones realizado en el apartado 4.3.1.1, y la figura 5-3 para el recuento de operaciones del apartado 4.3.1.2. Lo mismo ocurre con la figura 5-4 y el apartado 4.3.1.3.

Para las figuras 5-2 y 5-3, los tiempos de simulación son muy parecidos, entorno a los 40ms para 40 modos. La mejora es tan leve debido a que no se explota ninguna simetría ni propiedad, sólo se optimiza el código para que se almacenen algunos cálculos y no haya que repetirlos con posterioridad. En la tercera figura, 5-4, se elimina el cálculo de  $S_{21}$  por simetría en  $S$  y se reduce el tiempo a 33ms para 40 modos. A partir de ahora, todos los datos se referirán a la simulación para un proceso en serie y 40 modos.

La figura 5-5 coincide esta vez con el recuento de operaciones del apartado 4.3.1.5, en el que se estudia una estructura con simetría general, a excepción del último enlace que aquí se considera normal en vez de iris. La mejora que produce esta forma de estudiar las estructuras simétricas es muy importante ya que reduce el número de cálculos a la mitad. En este caso el tiempo se ha reducido hasta 16ms para 40 modos.

La figura 5-6 representa los tiempos de simulación de una estructura con simetría general pero con la ventaja de que el último enlace se realiza sabiendo que es simétrica. Ahora sí, esto coincide exactamente con el esquema mostrado en la figura 4-9 y con el recuento de 4.3.1.5. El tiempo para 40 modos es de 15ms.

Los resultados de la figura 5-7 representan el tiempo real del recuento realizado en el apartado 4.3.1.6 y esta estructura coincide con el esquema presentado en la figura 4-10. En este caso evitamos el cálculo de una matriz **S** completa en cada iris. Esta mejora es muy potente en estructuras que contengan esta subestructura porque puede reducirse el cálculo de matrices **S** a la mitad (sin tener en cuenta simetría general). El tiempo para 40 modos es de 11,7ms.

Aquí finalizan las mejoras provenientes de un buen uso de las propiedades de la matriz **S**. Como se puede observar en las gráficas anteriores, hemos conseguido reducir el tiempo de simulación en serie de 39,2ms a 11,7ms por frecuencia simulada lo que significa una mejora de 27,5ms o lo que es lo mismo, una mejora del 70,1%. Para dos y cuatro procesos en paralelo la mejora es del 70,5% y del 70,9% respectivamente. En estos casos, el comportamiento de la paralelización es el mismo para todos los casos, debido al bajo número de modos y a la brevedad de las operaciones que no provocan ventaja al paralelizar ni desbordamiento de la memoria ni un excesivo trasiego de datos entre procesos.

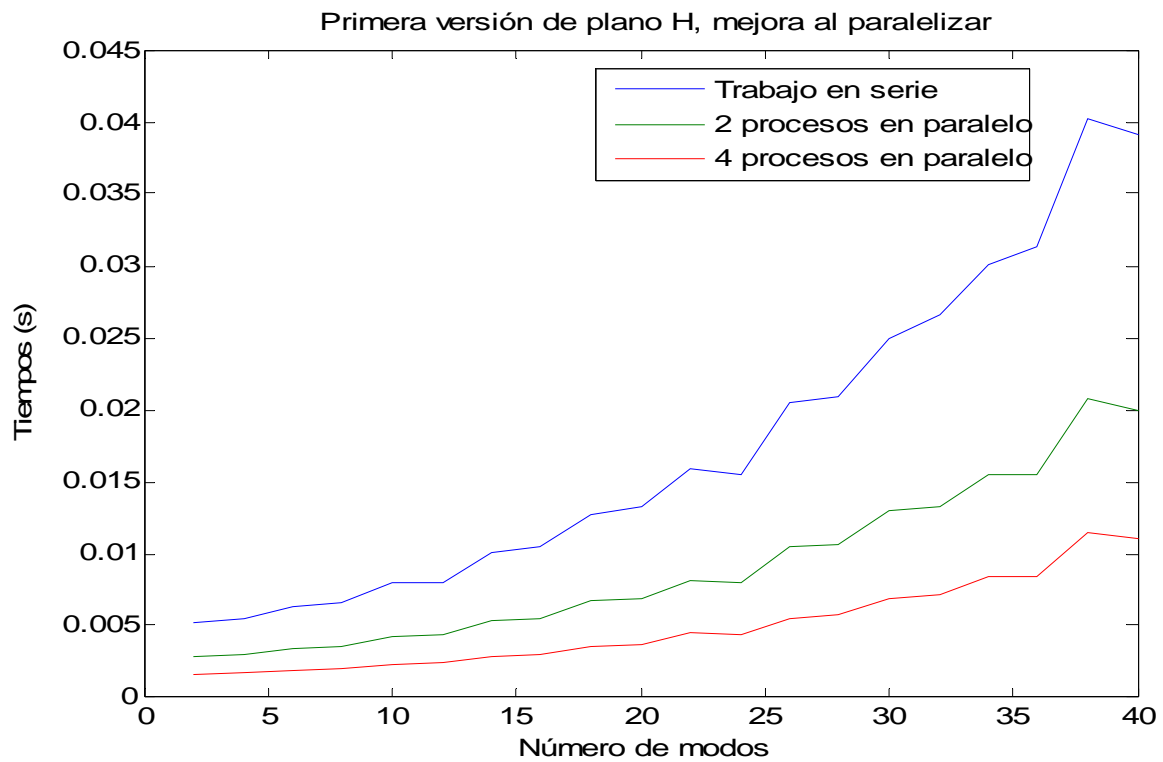


Figura 5-2. Representación del tiempo de simulación del programa sin mejoras.

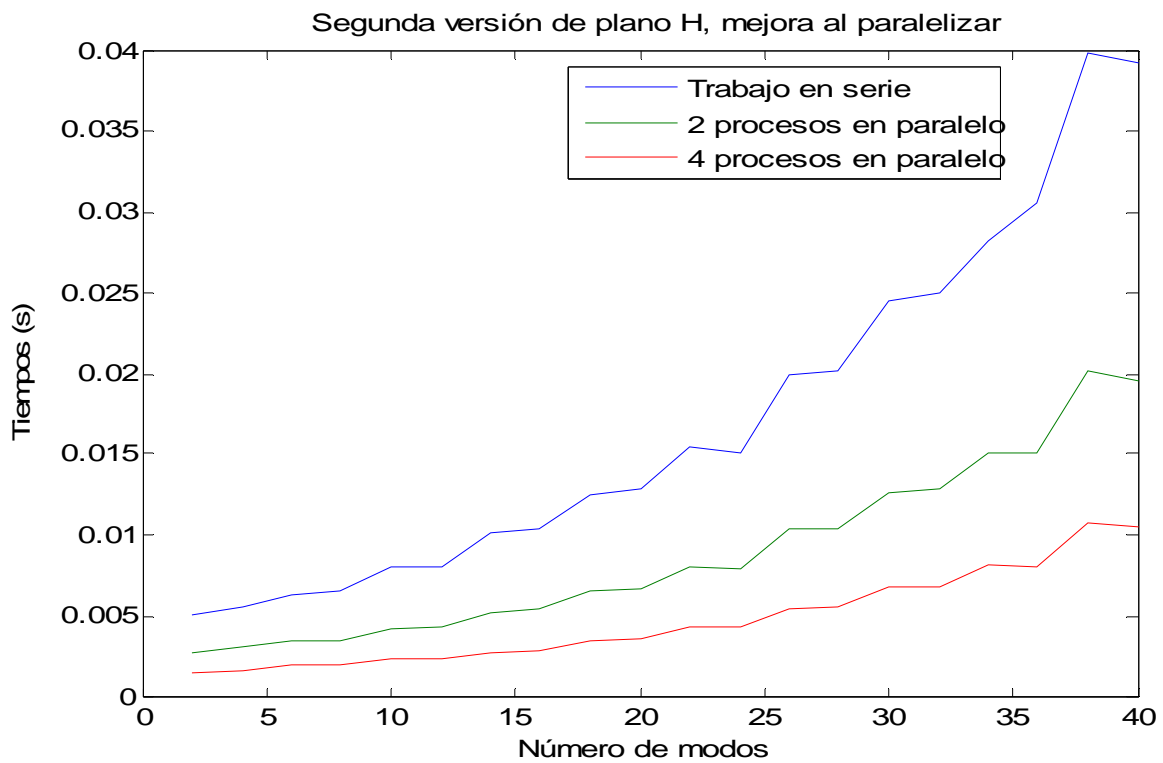


Figura 5-3. Uso de matrices intermedias.

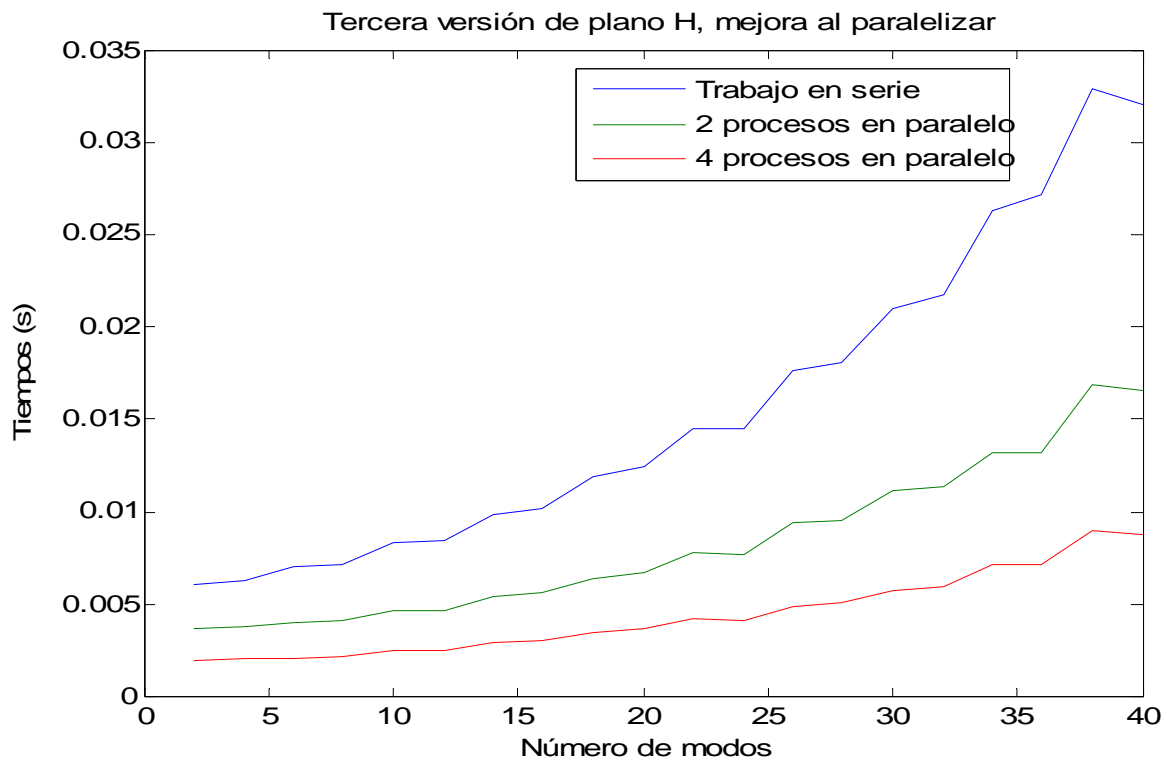


Figura 5-4. Se elimina el cálculo de  $S_{21}$ .

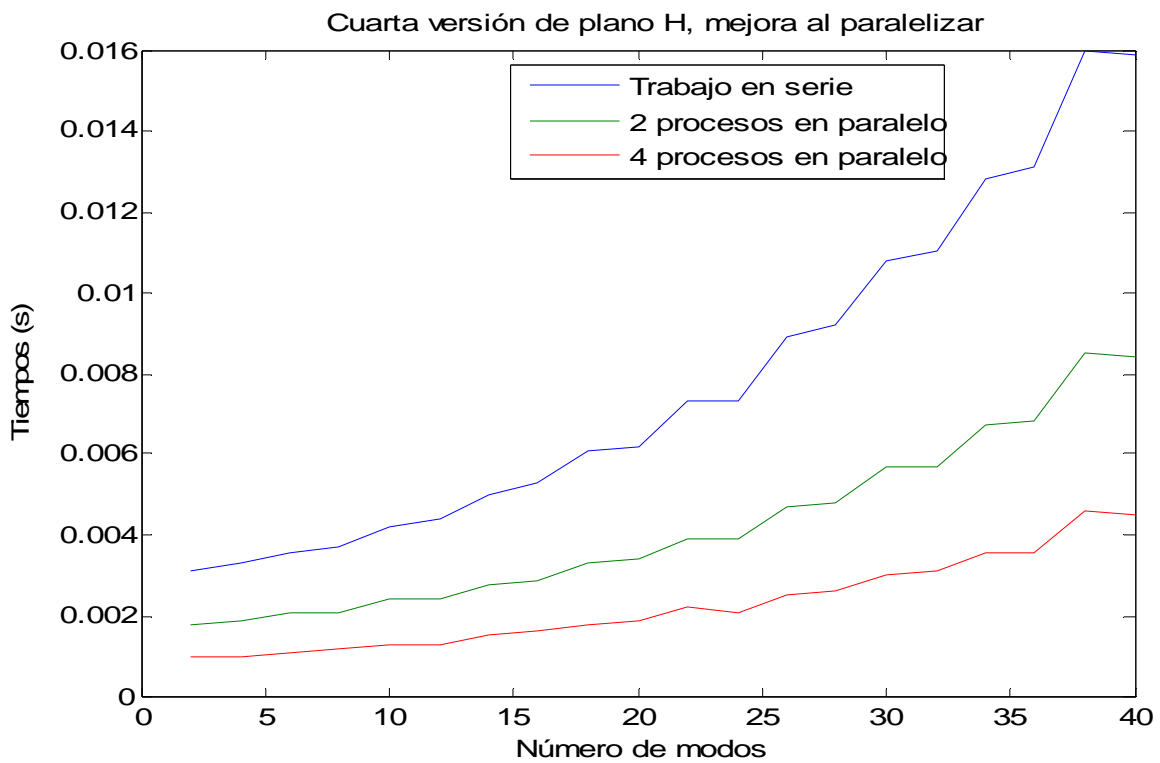


Figura 5-5. Se implementa simetría general.

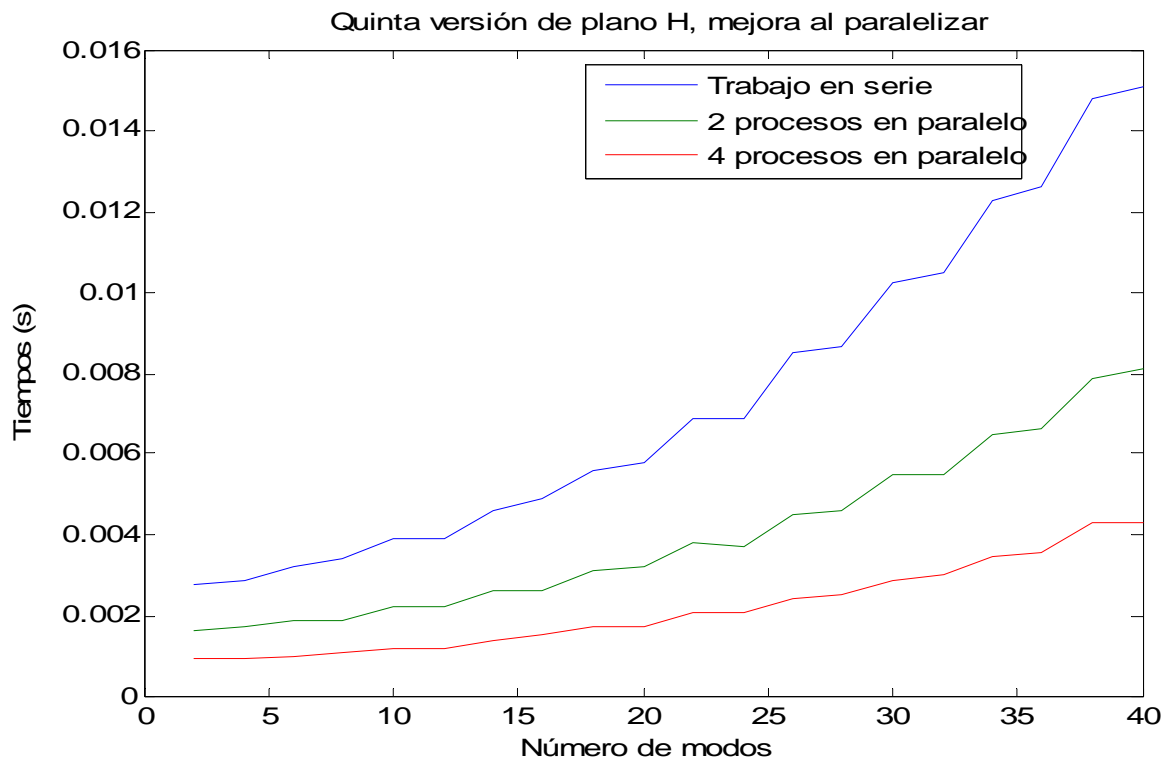


Figura 5-6. Se elimina el cálculo de  $S_{22}$  en los enlaces de discontinuidades simétricas.

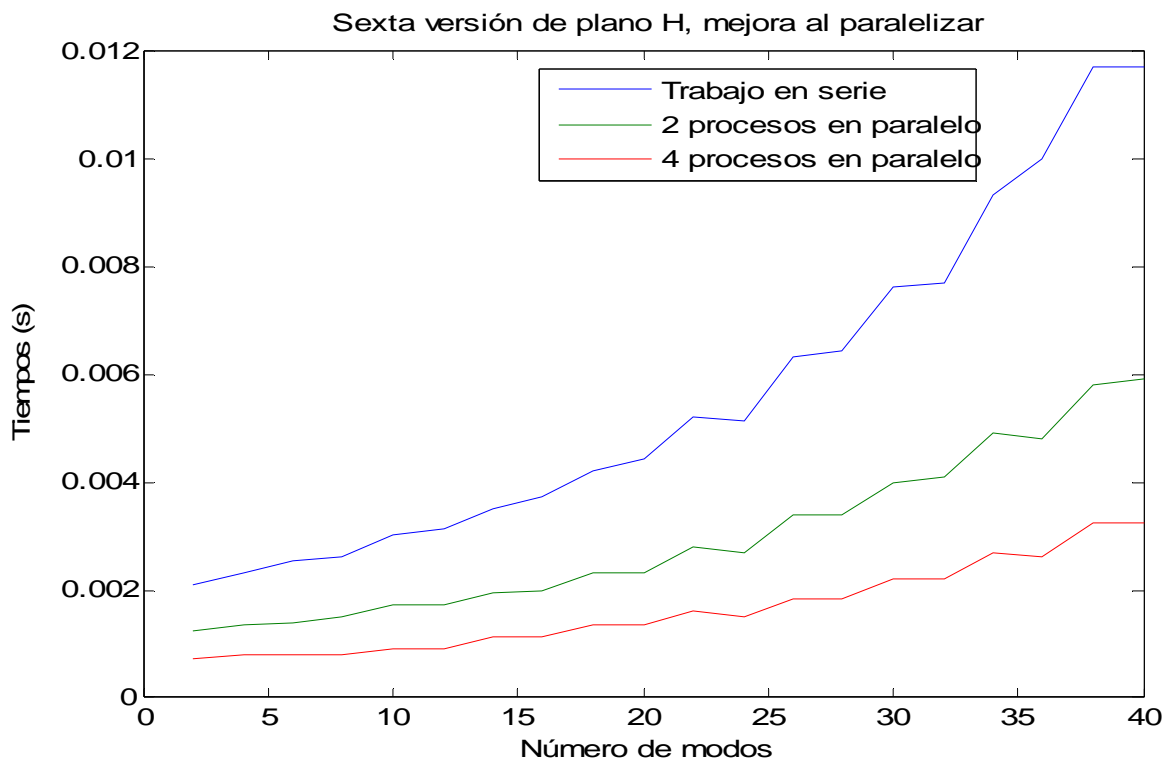


Figura 5-7. Se incorpora simetría iris para todas las subestructuras que lo permitan.

Sin dejar de lado los avances conseguidos continuamos evolucionando, centrándonos esta vez en reducir el tamaño de las matrices que manejamos.

En la figura 5-8 se representa el tiempo para un programa en el que se eliminan los modos localizados en los enlaces. Eso implica reducir el tamaño de las matrices al mínimo que nos interesa, desechando aquellos modos cuyo aporte consideremos despreciable. El tiempo para un trabajo en serie y 40 modos se reduce hasta los 8ms por frecuencia simulada.

Como en el enlace de dos matrices  $S$ , la submatriz  $S_{11}$  de la primera sólo aparece sumando en la ecuación (3.43) y para representar las gráficas sólo necesitamos los parámetros  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{22}$  que representan el primer elemento de las matrices que tienen su mismo nombre, podemos reducir el número de elementos de la submatriz  $S_{11}$  a un sólo elemento. Esto obliga a reducir a  $S_{12}$  y  $S_{21}$  a un vector fila y un vector columna respectivamente. Los mismos pasos pueden seguirse para reducir las matrices  $S_{22}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{12}$  de la segunda. Esto permite ahorrar operaciones y espacio de almacenamiento en la memoria si reducimos el tamaño de las matrices que no intervienen en los enlaces. Hay que tener cuidado porque a menudo la matriz  $S_{22}$  de la segunda discontinuidad no se puede reducir porque puede actuar como primera para el siguiente enlace.

En la figura 5-9 se ha realizado la mejora explicada anteriormente. En detalle, la mejora proviene de la reducción de las matrices  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  y  $S_{21}$  de la primera discontinuidad (a un sólo elemento, un vector fila y un vector columna respectivamente) y las matrices  $S_{22}$ ,  $S_{21}$  y  $S_{12}$  de la última discontinuidad (a un sólo elemento, un vector fila y un vector columna respectivamente). Con esta mejora se consigue reducir el tiempo para el mismo problema que en todos los casos anteriores a 7,7ms.

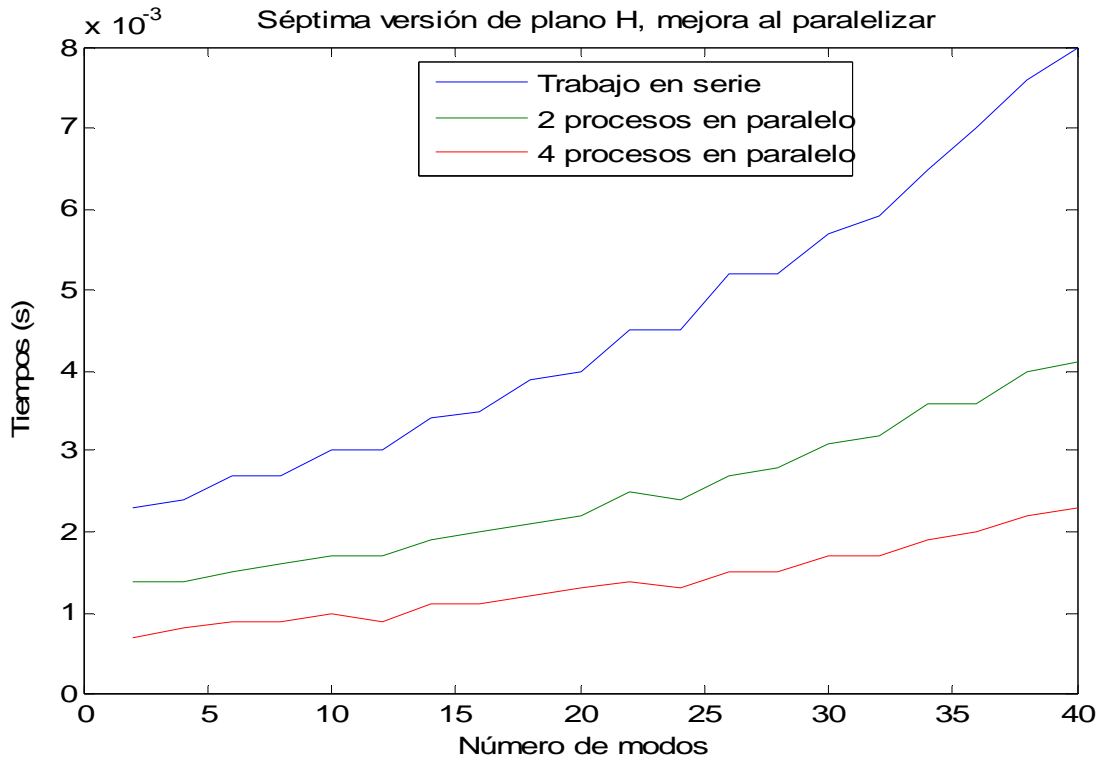


Figura 5-8. Eliminación de modos muy evanescentes (localizados).

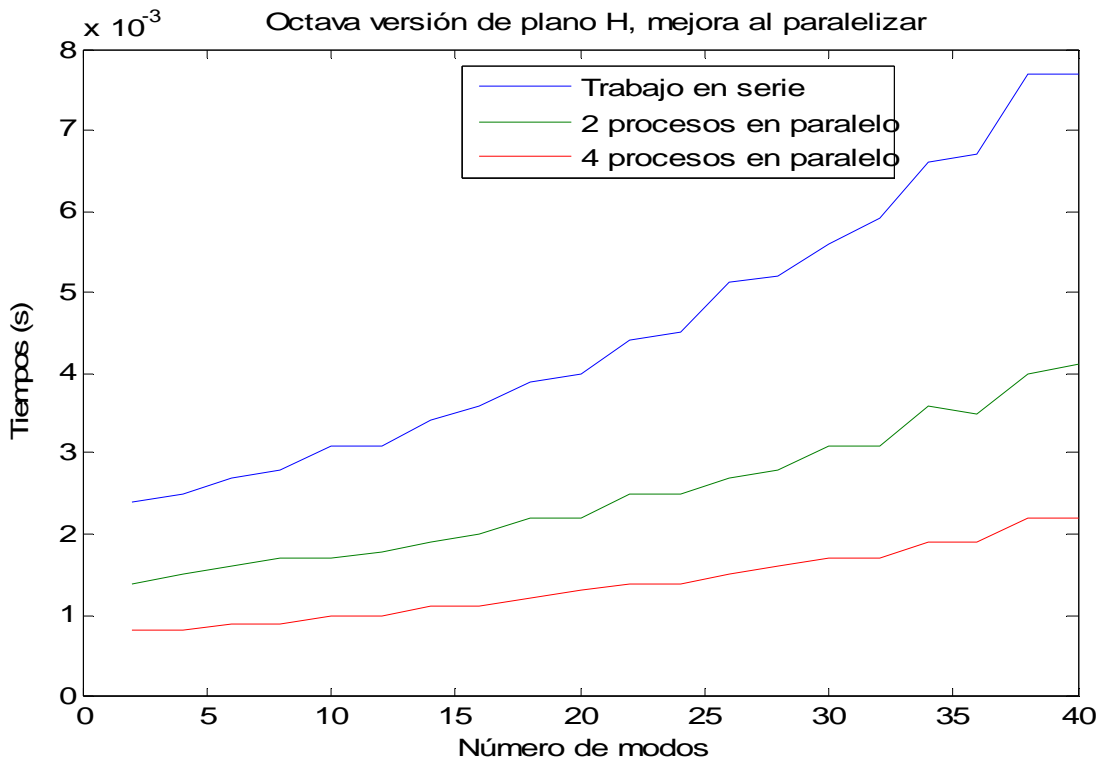


Figura 5-9. Reducción de las matrices que no intervienen en el enlace.

Los estudios de paralelización se han realizado con 2 y 4 procesos en paralelo. Pero como se ha demostrado en los resultados que el número óptimo de procesos corresponde al número de núcleos de los que dispone el ordenador, las conclusiones las vamos a sacar a partir de los datos obtenidos con una paralelización de cuatro procesos.

La paralelización se sigue comportando de la misma forma, mejorando en torno al 71,5 % pero su rendimiento no luce igual. Al ampliar las mejoras disminuye el número de operaciones y por lo tanto, la paralelización no provoca una reducción del tiempo de simulación tan considerable. Esto se traduce en que la diferencia entre el tiempo de un proceso en serie y el de cuatro procesos en paralelo se reduce.

El beneficio obtenido con cada una de las 7 mejoras se muestra en la gráfica siguiente. El cálculo de porcentajes se realiza sobre la mejora anterior para cuantificar el beneficio producido por cada una de las mejoras de forma independiente.

MEJORA	CARACTERISTICAS	TIEMPO ABSOLUTO	PORCETAJE DE MEJORA
1	Utilización de matrices intermedias.	40ms	1%
2	Ahorro de submatriz $S_{21}$ por simetría en $S$ .	33ms	18,1%
3	Simetría general.	16ms	50,5%
4	Ahorro de submatriz $S_{22}$ en discontinuidad simétrica.	15ms	5,0%
5	Resolución óptima de iris. Ahorro de una matriz $S$ .	11,7ms	22,5%
6	Eliminación de modos localizados.	8ms	31,6%
7	Reducción del tamaño de matrices que no interfieren en los cálculos.	7,7ms	2,7%

Tabla 5-2. Beneficios de las mejoras.

El ahorro producido, por el aprovechamiento de las propiedades de la matriz  $S$  y de las estructuras, asciende al 80,3%. Además hay que añadir la mejora que produce la paralelización, que está en torno a 71,5%. Por lo tanto la mejora global asciende al 94,4%.

Ahora vamos a representar en tres gráficas (figuras 5-10, 5-11 y 5-12) los mismos ejemplos agrupándolos esta vez por su forma de ejecución (serie, 2 procesos y 4 procesos). Esto nos permitirá ver más claramente la evolución de la reducción del tiempo de simulación debida a la incorporación de nuevas mejoras.



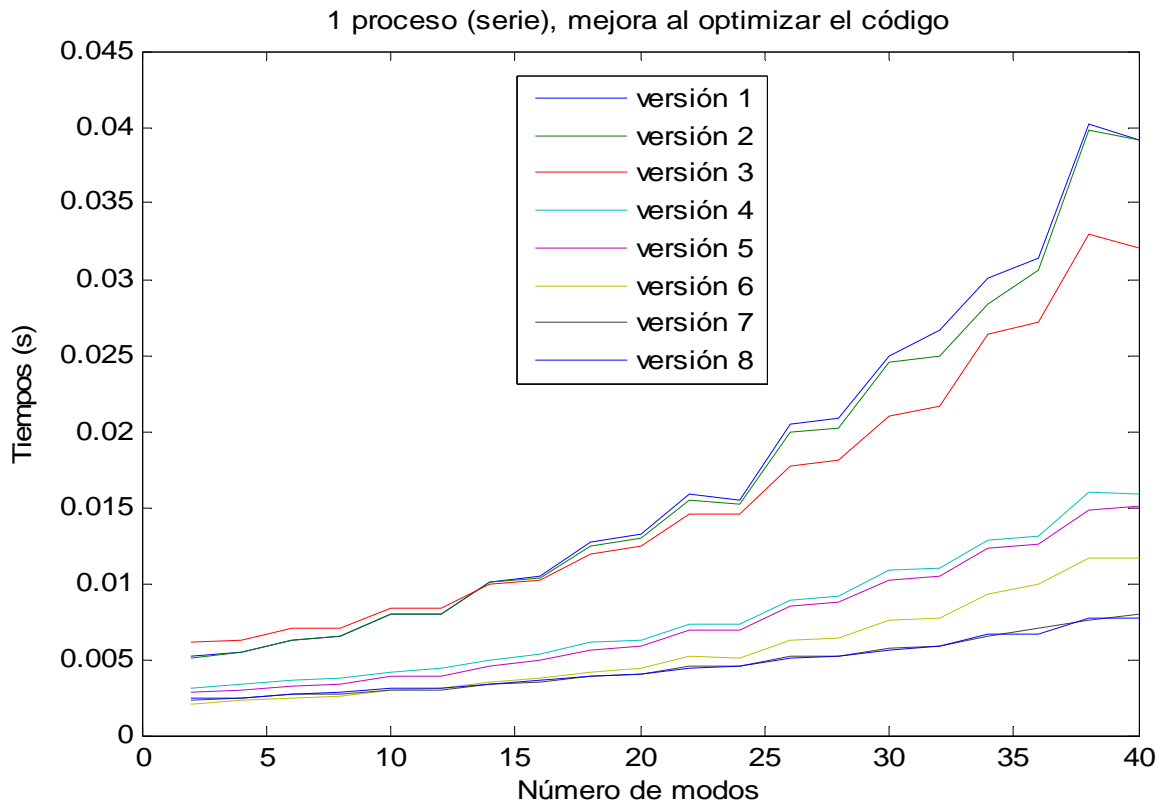


Figura 5-10. Representación del tiempo de simulación. Todos los cálculos en serie.

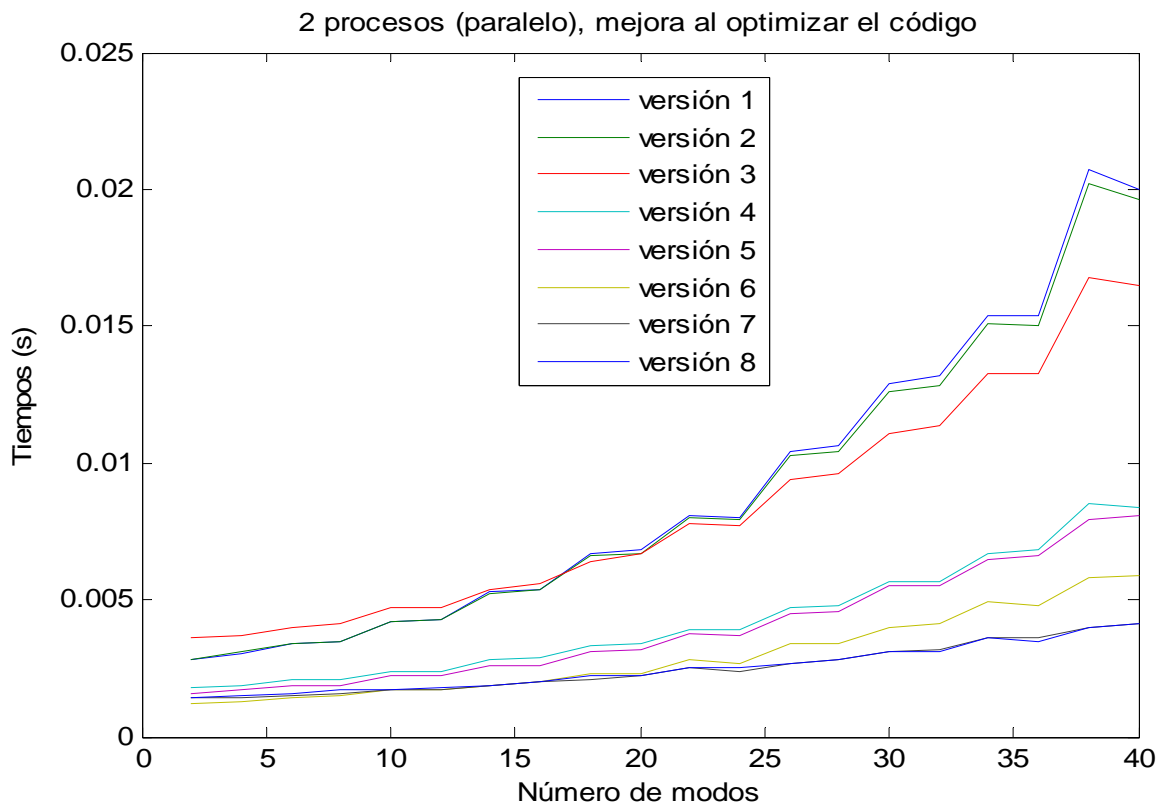


Figura 5-11. Representación del tiempo de simulación. Simulaciones con 2 procesos en paralelo.

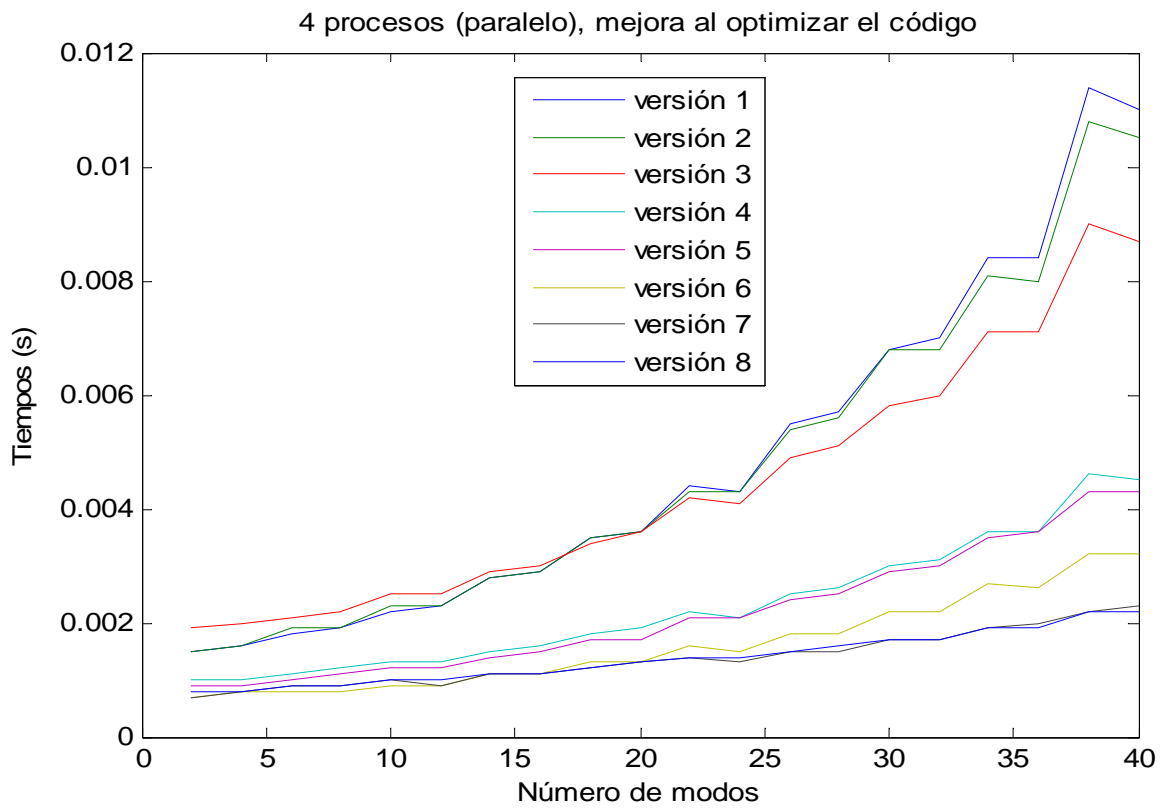


Figura 5-12. Representación del tiempo de simulación. Simulaciones con 4 procesos en paralelo.

## 5.2 SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA CON DISCONTINUIDADES DE DOBLE SALTO: FILTRO DUAL-MODE CON RESPUESTA ELÍPTICA

En este apartado mostraremos de forma secuencial las mejoras desarrolladas para una estructura (un filtro de doble modo) que tiene discontinuidades de Doble Salto. Las simulaciones comienzan con muchas de las mejoras ya mencionadas en el caso de estudio anterior del filtro plano H e intentarán poner de manifiesto las dificultades a las que nos hemos ido enfrentando en cada momento.

En este caso se han llevado a cabo simulaciones mucho más lentas que en el caso anterior, llegando a los 3000 modos para conseguir la convergencia. Los 3000 modos que se han usado son números que se utilizan en el diseño real, por lo que estamos hablando de matrices de grandes tamaños (de más de 3000 modos, ver sección 3.1.2). Esto nos producirá problemas de sobrecarga de memoria, lo que ralentizará las ejecuciones hasta llegar al bloqueo de algunas simulaciones por falta de memoria.

La estructura elegida es un filtro Dual-Mode presentado en [10]. Las dimensiones de la estructura están en la tabla siguiente y las vistas en la figura 5-13. El número de modos en las distintas guías del problema se ha calculado de acuerdo a la relación de áreas, por lo que el máximo número de modos (3000), se tiene en la guía de mayor altura y anchura. La respuesta en frecuencia se mostrará al final del apartado en la figura 5-39.

La ventaja de los filtros de este tipo (ver [10] para una discusión más detallada y referencias adicionales) es que cada cavidad tiene dos modos resonantes, por lo que si se quiere un filtro de orden 4 (como en el ejemplo a continuación), sólo hacen falta dos cavidades. De esta manera se reduce peso y volumen, factores cruciales en sistemas de comunicaciones embarcados en satélite. Adicionalmente, con esta estructura se pueden conseguir funciones de transferencia de tipo elíptico, caracterizadas por la alta selectividad que introducen los ceros de transmisión de la respuesta. La desventaja de estas estructuras, desde el punto de vista del análisis, es que son muy sensibles y requieren un altísimo número de modos en la formulación por ajuste modal.

Después de la figura 5-13, hasta la 5-20 se presentan curvas del análisis de tiempo realizados sobre esta estructura para distintos tipos de mejoras. Se presentan a continuación una detrás de otra, para ser comentadas y explicadas más adelante.

Anc(mm)	19,050	10,063	24,000	20,859	24,000	5,066
Alt(mm)	9,525	3,000	24,000	21,336	24,000	6,720
Lon(mm)	10,000	3,000	42,559	4,852	42,559	3,000

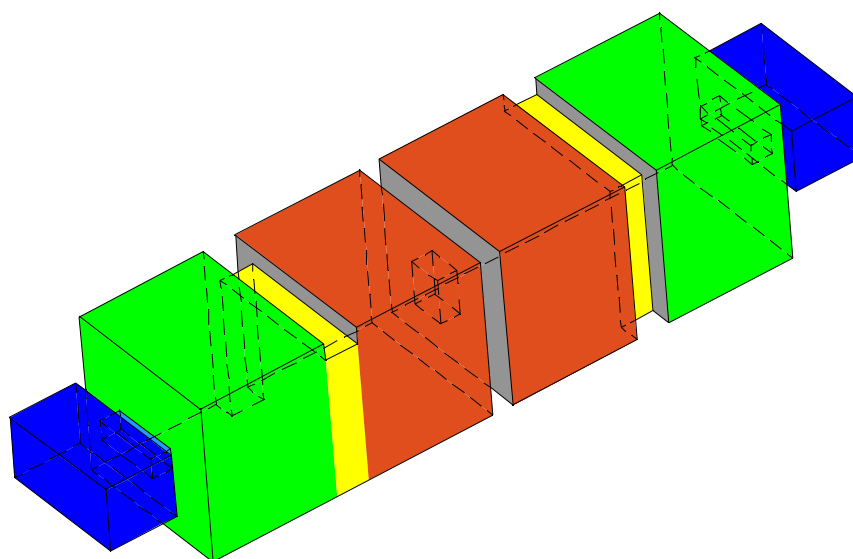
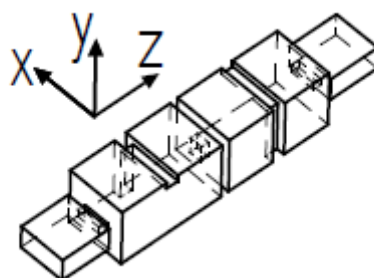
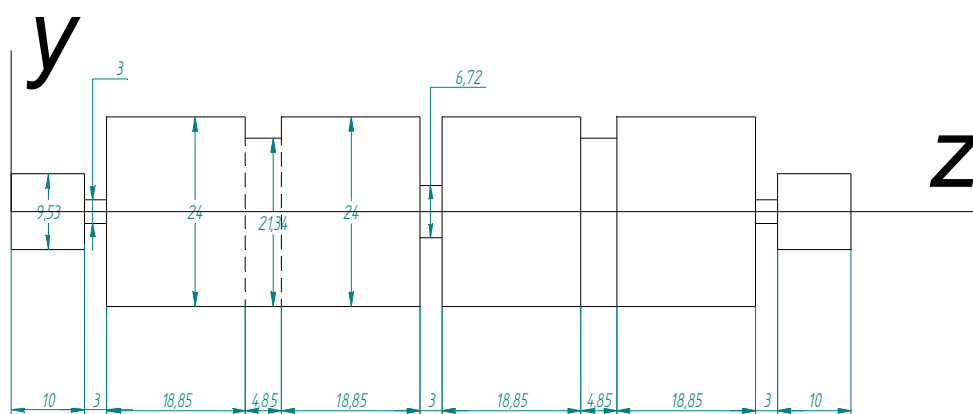
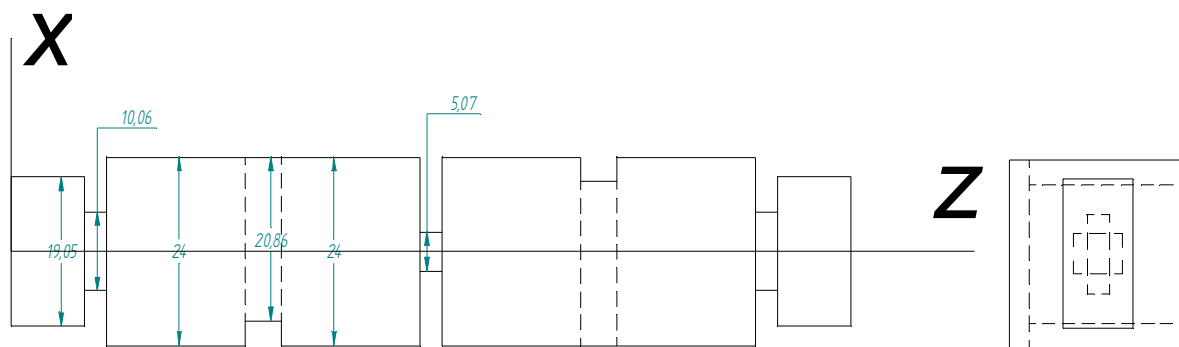


Figura 5-13. Estructura con discontinuidades de Doble Salto bajo estudio. Visión 2D (arriba), Visión 3D con eje de coordenadas (abajo).

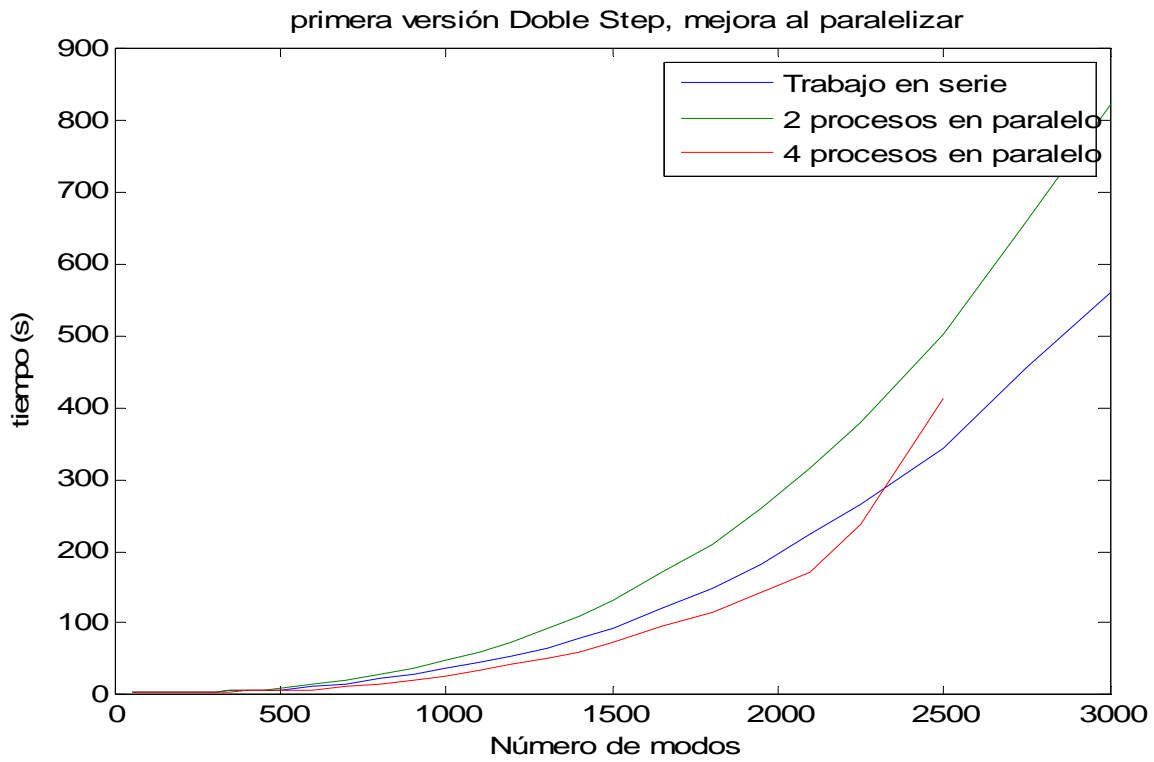


Figura 5-14. Representación del tiempo de simulación del programa sin mejoras. Configuración 1.

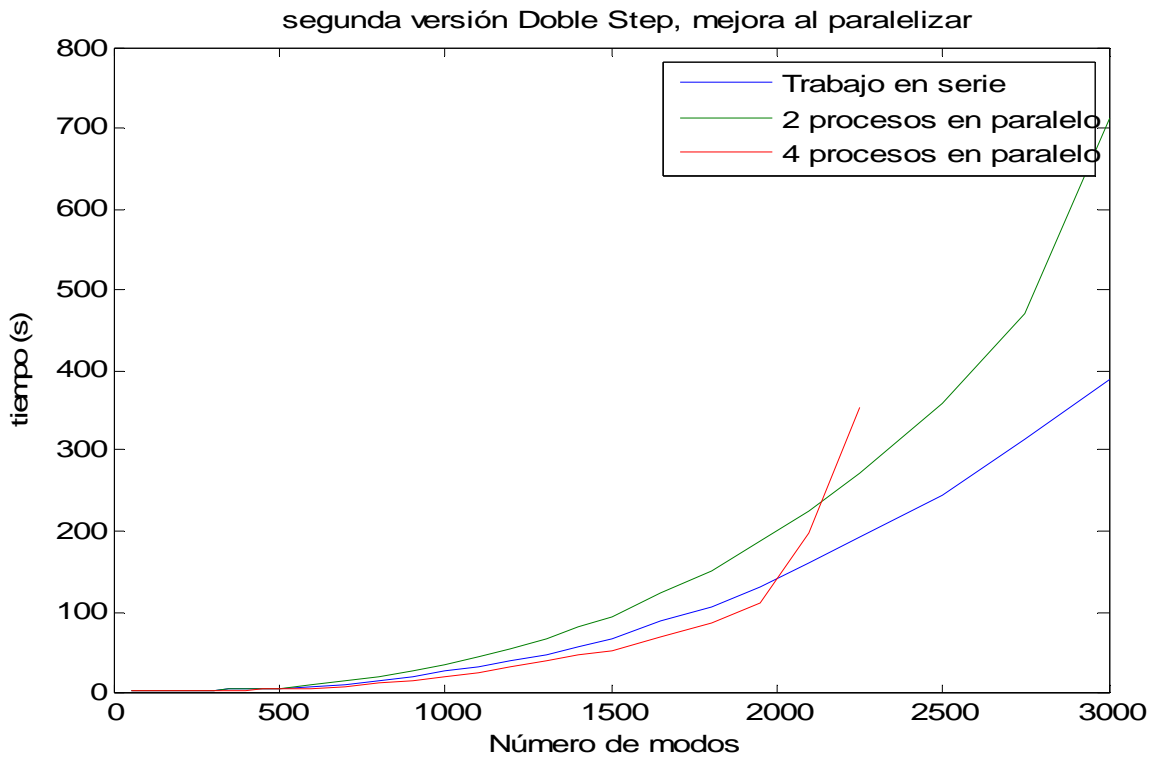


Figura 5-15. Cálculo y reutilización de submatrices. Configuración 2.

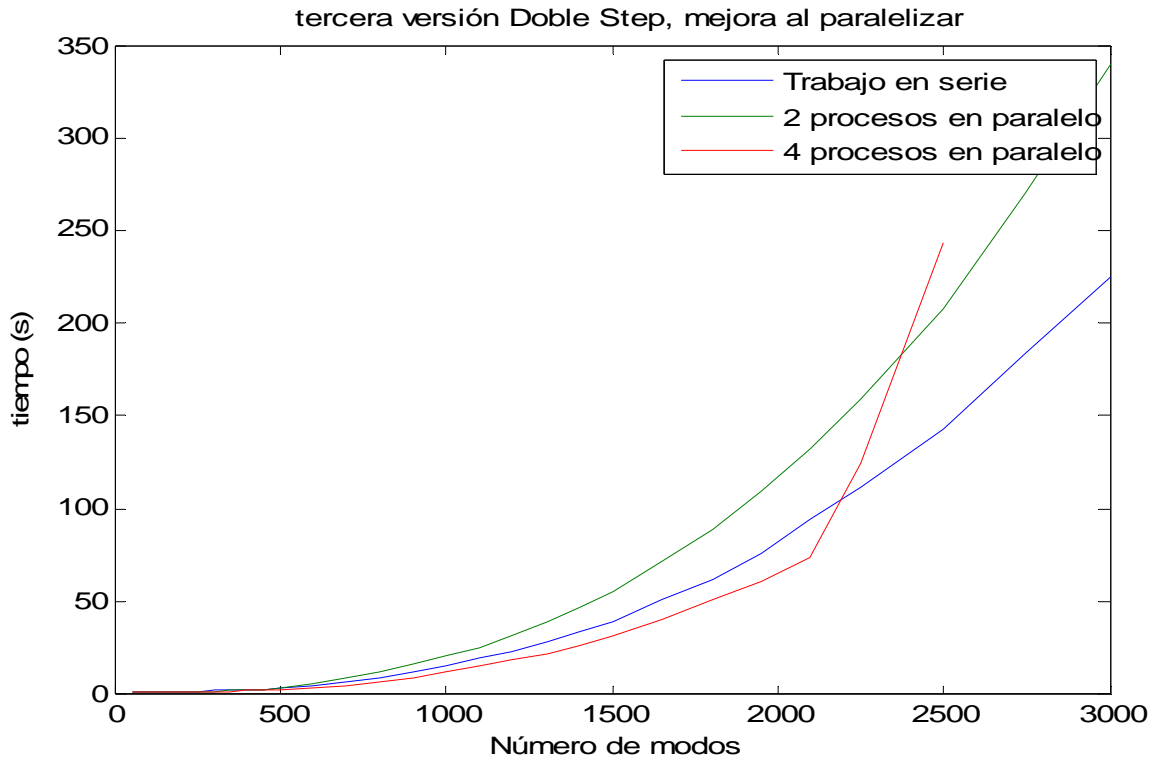


Figura 5-16. Se añade algoritmo para evitar cálculo de subestructuras giradas 90°. Configuración 3.

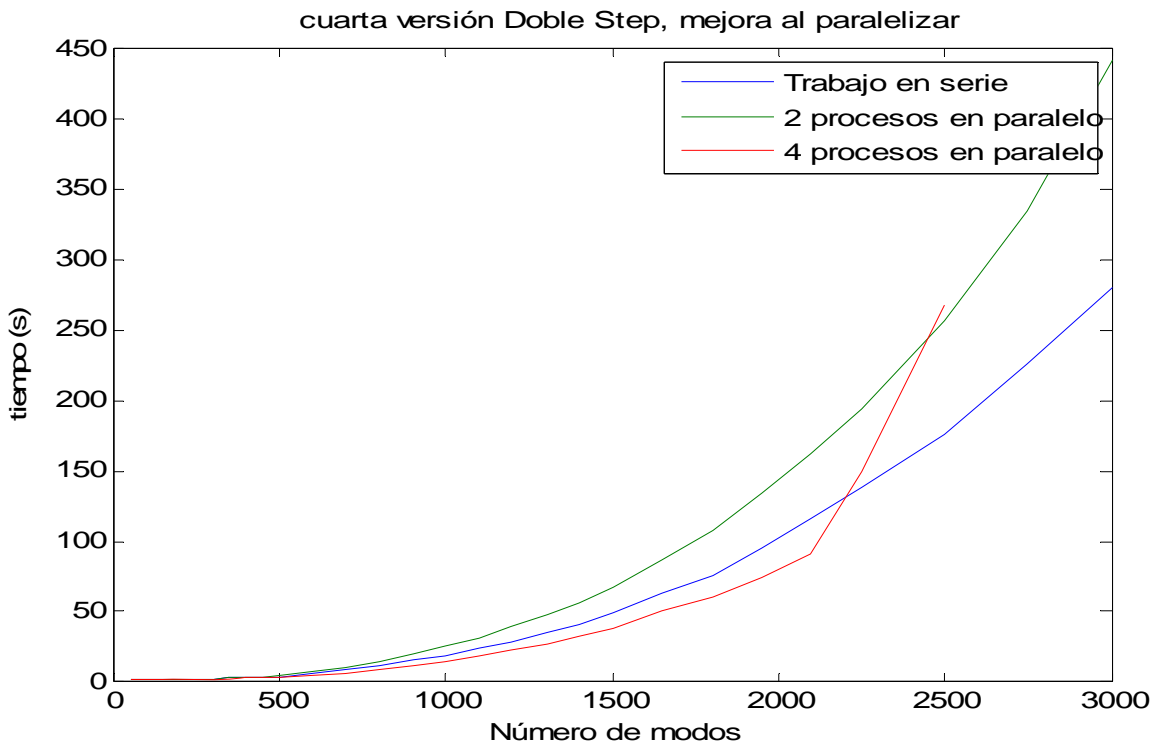


Figura 5-17. Cambio en la definición de las subestructuras. Configuración 4.

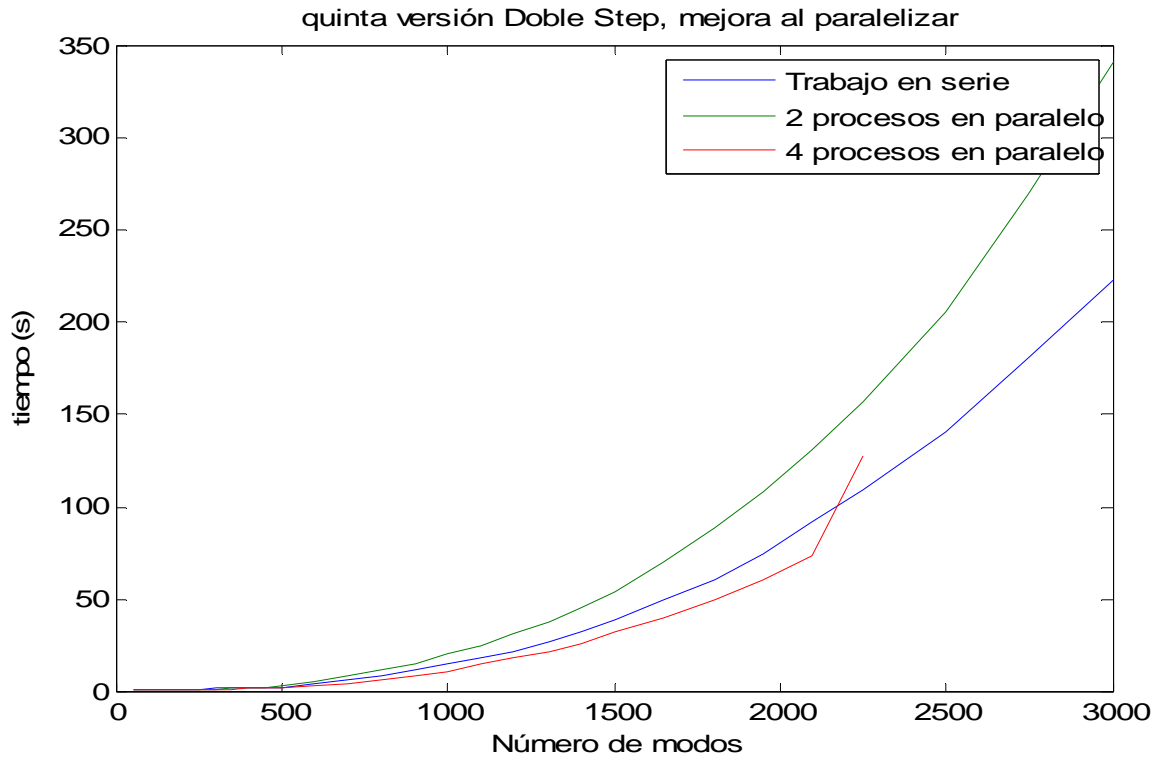


Figura 5-18. Simetría general con giro de 90°. Configuración 5.

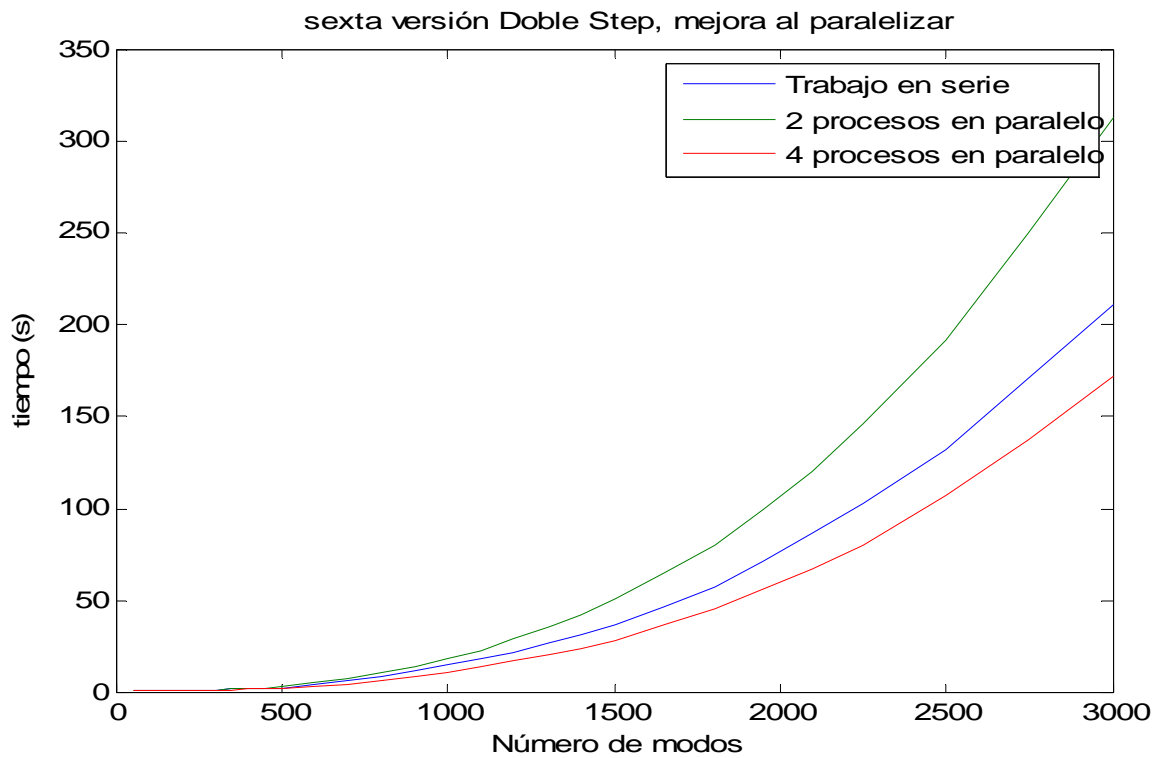


Figura 5-19. Reducción de la sobrecarga de la memoria.

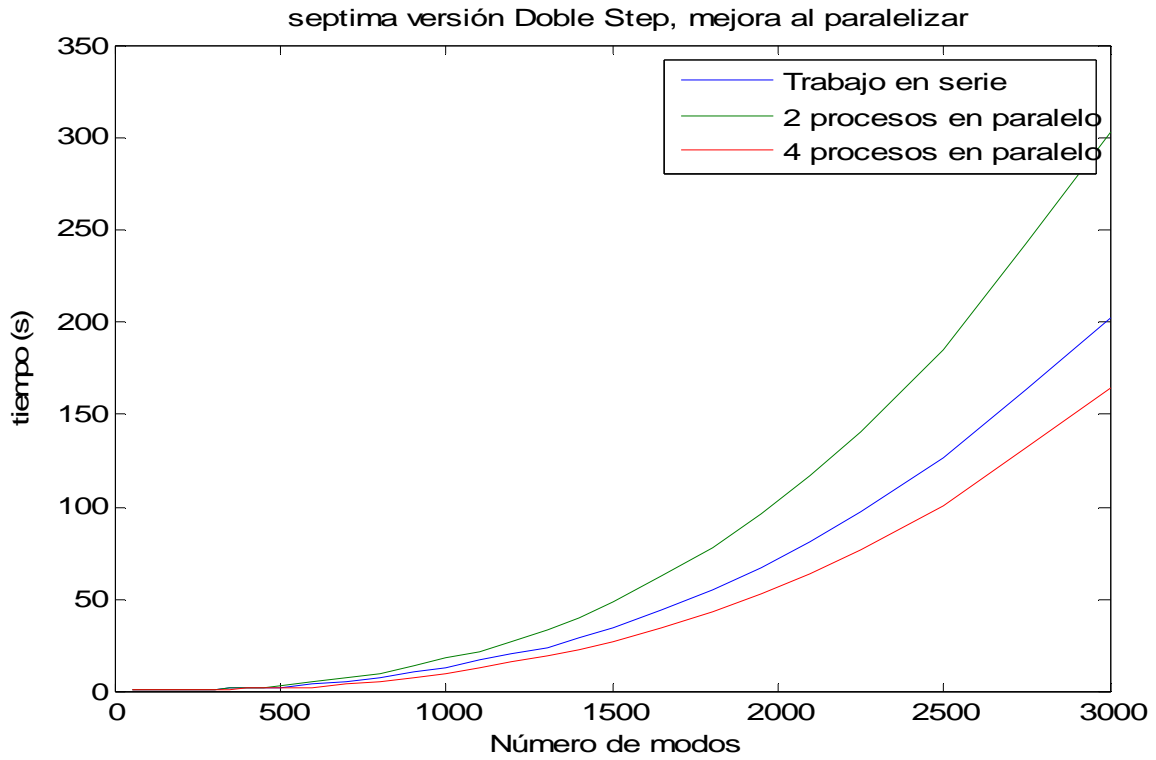


Figura 5-20. Optimización del código.

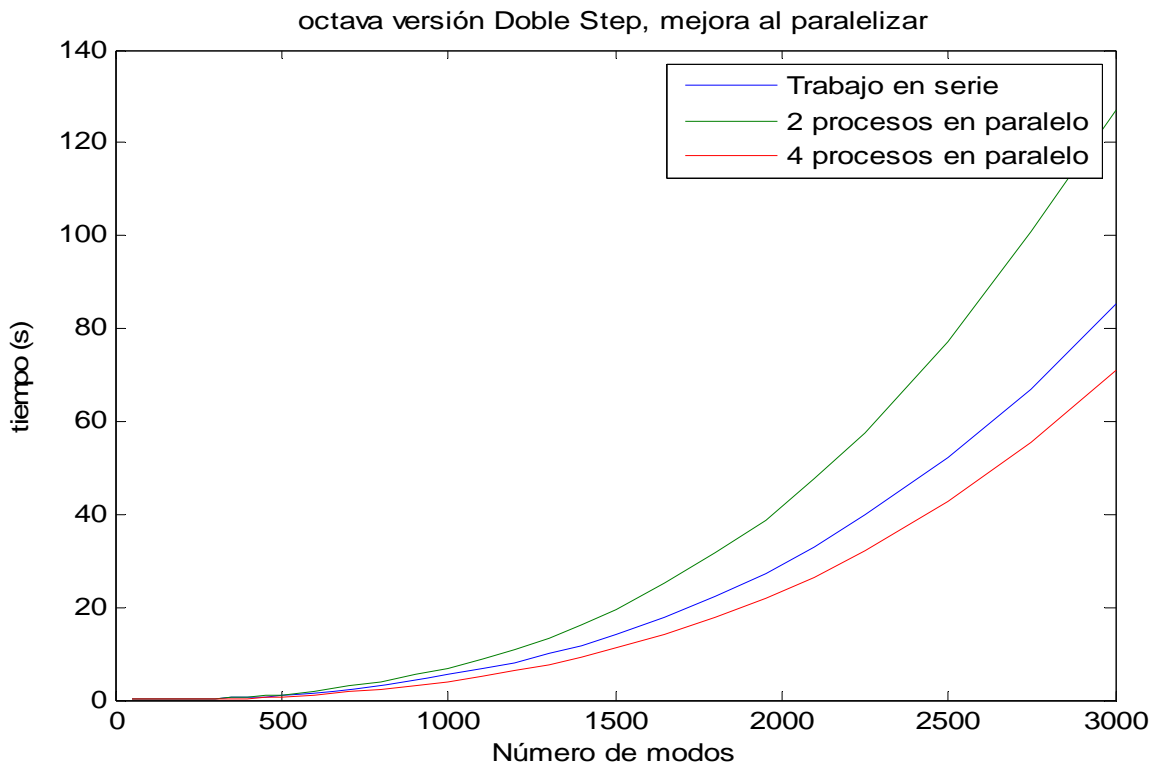


Figura 5-21. Elección óptima del número de modos.



La gráfica 5-14 muestra la ejecución de un programa que mantiene todas las mejoras que se han estudiado en el caso del plano H: propiedades de la matriz **S** y reducción del tamaño de las matrices usadas en los cálculos.

La única diferencia formal entre el caso plano H y la estructura con dobles saltos es que la función que calcula la matriz de Scattering ha cambiado (aparte del número de modos). Aunque se basa en los mismos principios, tiene en cuenta los nuevos cruces que se producen entre modos TM y TM, modos TE y TM y modos TM y TE.

Sin embargo hay mejoras de gran importancia, como es la simetría general o simetría iris, que en este ejemplo no se pueden aprovechar en la manera que estaban implementadas para el filtro plano H del apartado anterior. La primera causa es porque la estructura no es simétrica y la segunda porque no todas las discontinuidades son de tipo iris.

La primera mejora que se implementa en este apartado es evitar el cálculo innecesario de matrices repetidas y optimizar el cálculo de aquellas que tengan simetría iris (inicialmente no se consideran iris aquellas subestructuras de tres elementos cuya segunda guía no esté centrada). Se debe tener en cuenta que, como el programa parte de las mejoras del plano H (a excepción de las que aportan ventajas por simetrías de la estructura), partimos con un programa que aporta un beneficio de 46,1%, proveniente de las mejoras 1, 2, 6 y 7 estudiadas en el apartado anterior y que aparecen en la tabla 5-2.

Para esta primera mejora se divide la estructura en otras más pequeñas que aporten ventajas al cálculo, tal y como muestra la figura 5-22. Se resuelven de forma óptima e independiente y se almacenan para su reutilización. Este método aumenta la carga de datos en la memoria física del sistema pero ahorra el cálculo de la subestructura SUB5 por ser simétrica de SUB1, SUB3 se calcula con simetría iris y el resto: SUB2 y SUB4 se resuelven de forma normal. La figura 5-15 representa el tiempo de simulación para un programa con estas características. El beneficio respecto del caso anterior es del 30,5%.

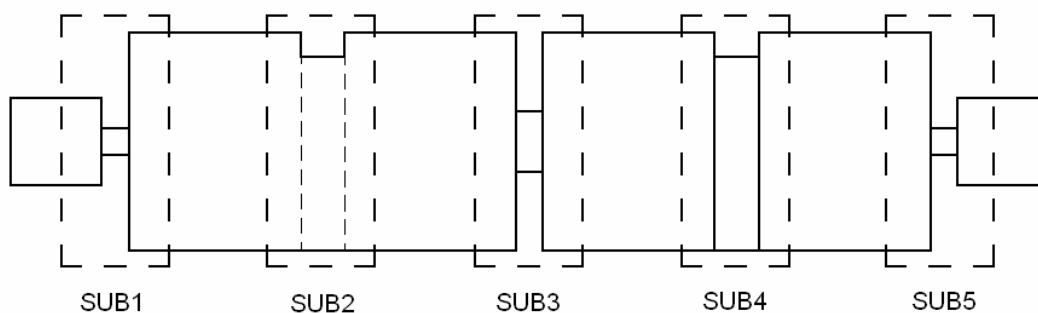


Figura 5-22. Estructura dual mode dividida en 5 subestructuras.

Esta estructura es muy apropiada para comprobar el buen funcionamiento del programa porque es muy completa (presenta muchas técnicas y llamadas a rutinas distintas) y requiere emplear distintas mejoras para calcular SUB1-SUB5. Como se puede apreciar en la figura 5-13, tiene partes de la estructura que teniendo los mismos elementos, algunos se encuentran girados unos respecto de los otros.

En estos casos en los que se trata de un giro de  $90^\circ$  el módulo de los elementos de la matriz  $S$  no varía, sólo lo hace el signo de alguno de los elementos (como ya hemos explicado en el apartado 4.2.1) por lo tanto, nos ahorramos también su cálculo. Tras esta mejora, y teniendo en cuenta a partir de ahora que SUB2 puede considerarse iris, obtenemos los resultados de la figura 5-16, donde se obtiene una reducción de tiempo del 59,7% respecto del caso inicial.

Para ver cómo influye la definición del problema en la sobrecarga de la memoria física, se decide simular el mismo programa cambiando las subestructuras. Ahora se divide la estructura en dos, una está girada  $90^\circ$  respecto de la otra. Esta nueva representación aparece en la figura 5-23. Los resultados son los de la figura 5-17, que presentan una mejora del 50% respecto de la primera simulación.

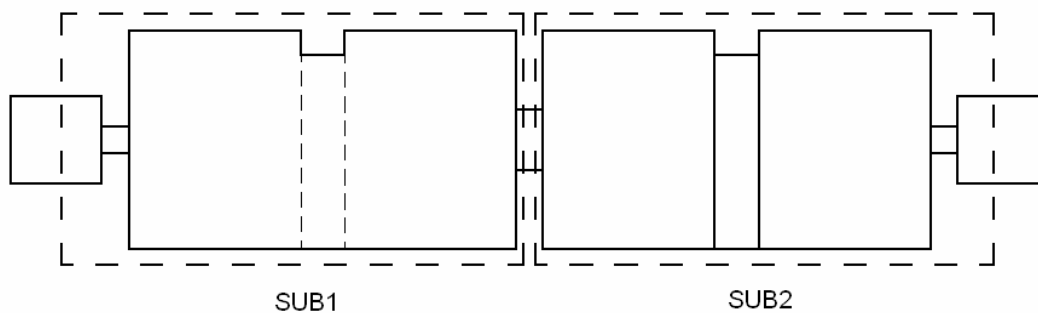


Figura 5-23. Estructura dual mode dividida en 2 subestructuras.

Esta nueva representación no permite usar simetría iris, obligando a calcular todas las discontinuidades de forma normal. Como ventaja, disminuimos la ocupación de memoria debido al menor almacenamiento de subestructuras, pero a cambio aumentamos el cálculo de matrices  $S$ . Los datos obtenidos sugieren que el tiempo desechado en el trasiego de datos por sobrecarga de la memoria es despreciable frente a evitar el cálculo de subestructuras innecesarias, ya que con esta nueva configuración hemos empleado más tiempo en la simulación.

Por lo tanto, volvemos al caso de la tercera versión pero implementamos la mejora de giro de  $90^\circ$  para que pueda ejecutarse de la misma forma que una simetría general y así poder calcular la mitad de la estructura de la forma más óptima (algunas subestructuras podrán calcularse con simetría iris) y no como en el caso anterior en el cual lo hemos hecho de la forma más básica, discontinuidad a discontinuidad.

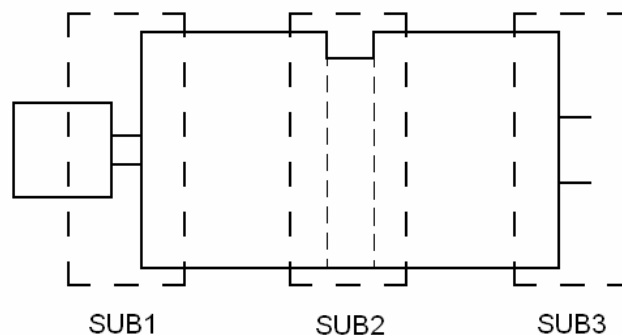


Figura 5-24. Estructura dual mode dividida en 3 subestructuras para su cálculo con simetría de giro de  $90^\circ$ .

Los datos, que pueden verse en la figura 5-18, revelan un mínimo beneficio en el tiempo de simulación, 60,3% frente a 59,7% de la segunda mejora, lo que implica que esta última configuración es la mejor de las tres que hemos planteado.

Hay que señalar también que se produce un desbordamiento de la memoria a 2500 modos, aunque esto puede deberse a múltiples motivos, como el uso de otros programas durante la simulación que ocupen más memoria física (el ordenador estaba siendo compartido con otros usuarios, efecto que se tuvo en cuenta para no asignar tiempos erróneos) o a la propia velocidad de simulación de los procesos, pudiendo coincidir todos en un punto de máxima ocupación.

Sin embargo, como los resultados demuestran que el desbordamiento aparece independientemente de si definimos la estructura como combinación de cinco subestructuras o de sólo dos, significa que el almacenamiento de las subestructuras no es el motivo por el cual se produce la sobrecarga de la memoria física.

La tabla siguiente muestra más detalladamente las ventajas y desventajas de las distintas configuraciones.

	Estructuras calculadas			Estructuras almacenadas	Matrices S calculadas	Enlaces realizados	Referencia
	Normal	Iris	Totales				
1º	1	0	1	1	10	9	Figura 5-14
2º	3	1	4	5	7	8	Figura 5-15 y 5-22
3º	1	2	3	5	4	7	Figura 5-16 y 5-22
4º	1	0	1	2	5	5	Figura 5-17 y 5-23
5º	mixta		1	2	4	5	Figura 5-18 y 5-24

Tabla 5-3. Exigencias de cálculos de cada configuración.

La segunda y la tercera configuración se basan en la figura 5-22, con la diferencia de que la tercera tiene en cuenta simetría de giro de 90°. La cuarta se basa en la figura 5-23 y la quinta en la 5-24 tal y como muestra la tabla anterior.

Todo esto nos lleva a descartar la idea del cálculo por subestructuras. Cambiamos de algoritmo para que calcule de manera óptima sin almacenar. En este caso si hay dos subestructuras idénticas o giradas deberemos calcularlas las veces que aparezcan. Dado que el cálculo por subestructuras puede ser beneficioso para otros casos se deja como alternativa.

Para reducir al mínimo la carga de la memoria física revisamos todo el código eliminando variables innecesarias o liberando memoria después de su uso, lo cual mejorará el rendimiento del programa, pero lo hará más difícil de entender para el programador. Los resultados obtenidos son los de la figura 5-19.

De esta forma conseguimos reducir de forma drástica la sobrecarga y así poder realizar los cálculos para 2750 y 3000 modos que hasta ahora eran imposibles. Sin embargo, continuamos con sutiles mejoras en el código para intentar reducir al mínimo el tiempo de simulación, optimizamos las llamadas a funciones para evitar las que son innecesarias. La mejora obtenida es muy sutil y se representa en la figura 5-20.

Ahora vamos a pasar a otro conjunto de mejoras relacionadas con las familias de modos y los umbrales de atenuación para considerar modos en los enlaces.

La gráfica 5-21 muestra la importancia del conocimiento de las familias y tipos de modos que importan en la resolución de la estructura, así como la relación entre los modos de dos guías.

En todos los casos anteriores se simulaba suponiendo que en todas las guías había el mismo número de modos. Ahora el número de modos, que se indican en el eje de abscisas, muestran el número de modos en la guía cuya sección tiene mayor área. Para el resto de guías el número de modos guardará la misma relación que las áreas, tal y como se explicó en el apartado 3.1.2.

El beneficio obtenido con cada una de las mejoras es la siguiente:

MEJORA	CARACTERÍSTICAS	PORCENTAJE DE MEJORA
1	Uso de iris en la figura 5-22.	30,5%
2	Uso de simetría 90° en la figura 5-22.	59,7%
3	Mejoras 1 Y 2 con otra configuración, la figura 5-23.	50,0%
4	Simetría general 90, figura 5-24.	60,3%
5	Eliminación de variables.	5,2%
6	Optimización del código.	4,4%
7	Elección de modos.	57,8%

Tabla 5-4. Beneficios de las mejoras.

Las cuatro primeras mejoras se refieren a los cuatro últimos casos de configuración de la tabla 5-1, donde las subestructuras que se enlazaban eran distintas. El objetivo es saber cuál es el óptimo. Las tres últimas mejoras de la tabla anterior son independientes de la configuración de subestructuras que se escogen para hacer los enlaces.

La mejora producida por el buen aprovechamiento de las propiedades de la matriz  $S$  en la estructura bajo estudio es del 78,6%, que es combinación de la mejora 4 y de aquellas provenientes del estudio del filtro plano  $H$  que no dependían de la estructura (utilización de matrices intermedias, ahorro de  $S_{21}$  por simetría en  $S$ , eliminación de modos localizados y reducción de submatrices que no intervienen en el enlace). La mejora global conseguida, que es del 91,8%, considera además las mejoras 5, 6, y 7.

A esta mejora hay que añadirle la obtenida por la paralelización. Ésta depende tanto del número de modos como del ahorro obtenido por otras mejoras. Es peor a mayor número de modos, por sobrecarga de la memoria, y peor cuanto más ahorro se obtiene con otras mejoras, ya que le deja menos operaciones sobre las que pueda ahorrar tiempo.

Para realizar los cálculos globales elegiremos el peor de los casos, que es el que tiene en cuenta todas las mejoras previas posibles y el número de modos más elevado, 3000. En ese caso la mejora por paralelización es de 16,5%. Por lo tanto, la mejora total es del 93,2%.

Ahora vamos a representar en tres gráficas (figuras 5-25, 5-26 y 5-27) los mismos ejemplos agrupándolos esta vez por su forma de ejecución (serie, 2 procesos y 4 procesos). Esto nos permitirá ver más claramente la evolución de la reducción del tiempo de simulación debida a la mejora del código.

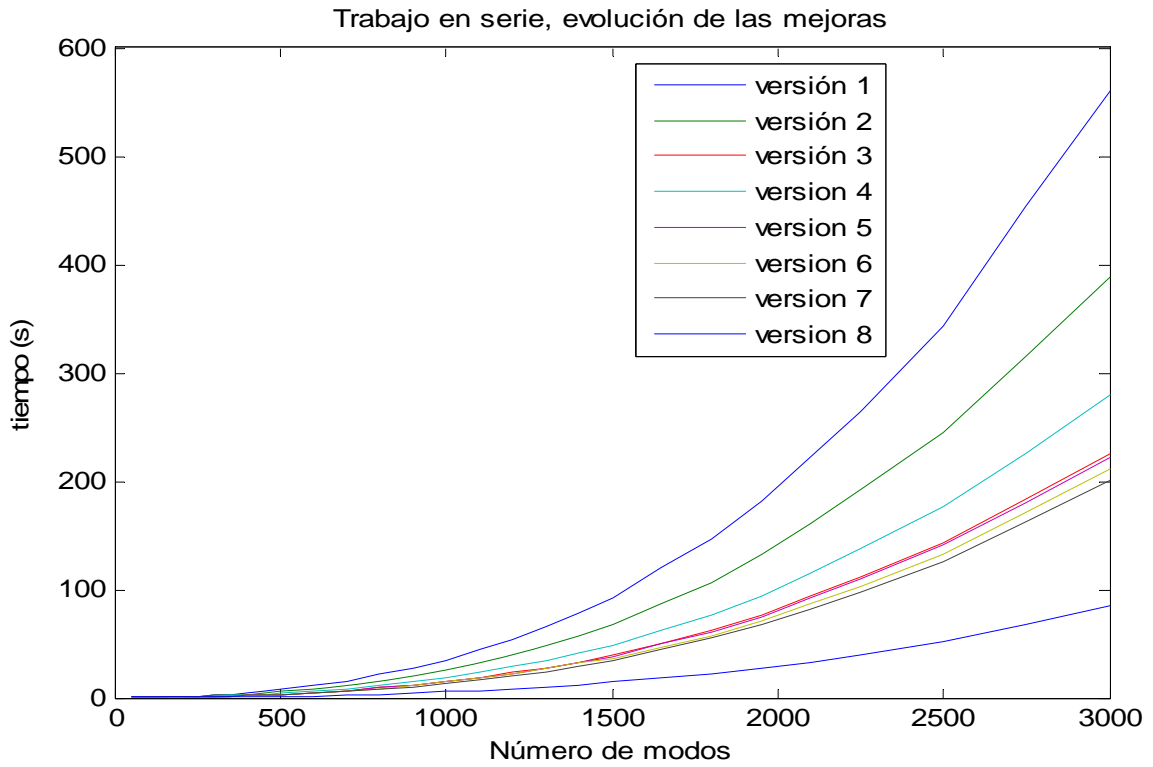


Figura 5-25. Simulaciones en serie.

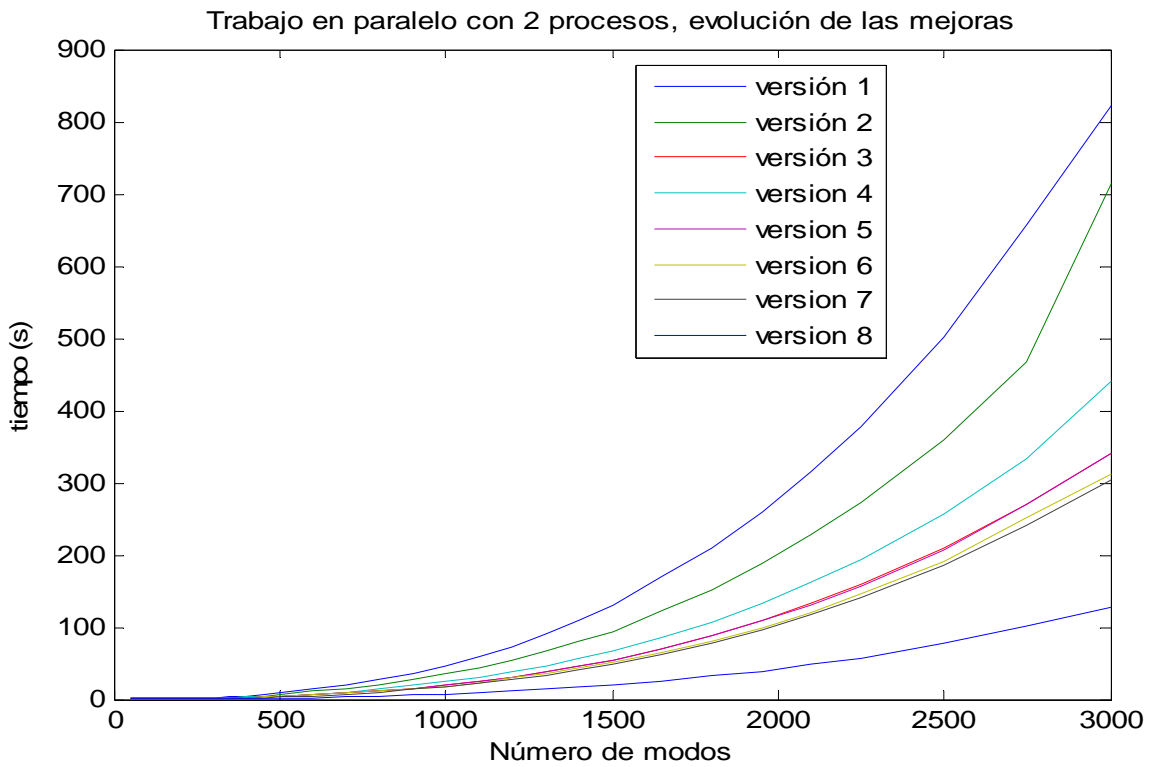


Figura 5-26. Simulaciones con 2 procesos en paralelo.

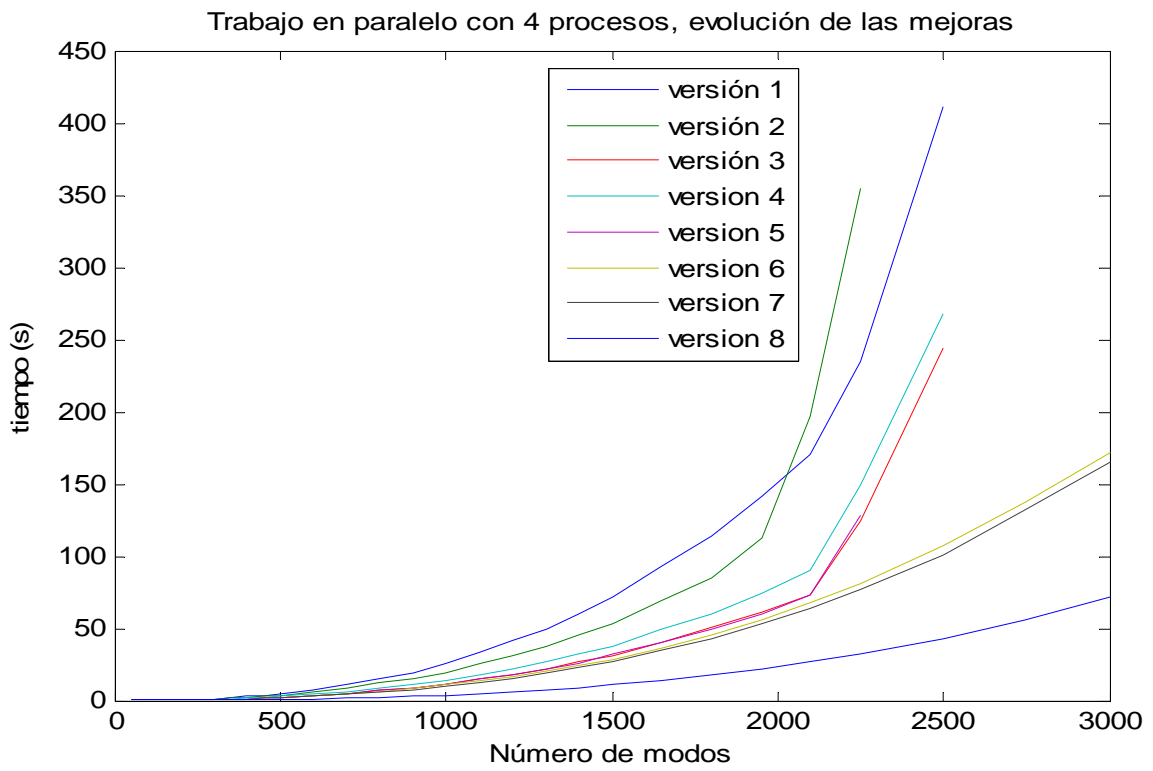


Figura 5-27. Simulaciones con 4 procesos en paralelo.

### **5.3 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE UNA ESTRUCTURA CON DISCONTINUIDADES DE DOBLE SALTO EN FUNCIÓN DEL UMBRAL QUE DETERMINA LOS MODOS LOCALIZADOS.**

La estructura bajo estudio es la misma que en el apartado 5.2, pero ahora el objetivo es descubrir hasta qué valores podemos reducir el umbral que minimiza el número de modos interactivos y que, por lo tanto, minimiza el tiempo de simulación, sin perder precisión en los resultados.

El umbral se define como la atenuación límite tal que si un modo en una guía de enlace entre dos subestructuras está al corte y se atenúa más de este umbral, se descarta en el enlace (es un modo localizado). Descartarlo significa que se eliminan sus entradas en las matrices **S** de las subestructuras que están unidas por ese tramo de guía antes de hacer las operaciones (3.43). La atenuación de un modo al corte al propagarse por una guía de longitud  $L$  está definida en la sección 4.2.3, junto al concepto de modos interactivos y localizados.

La idea es tomar la estructura y resolverla para diferentes números de modos, y para cada uno de ellos ver cómo evoluciona el resultado al aumentar el umbral, hasta que consideramos todos los modos interactivos. El umbral óptimo será aquel que ofrezca una solución idéntica al que considera todos los modos interactivos y a la vez minimice el valor del umbral.

Tal vez la diferencia de tiempos no sea muy grande si el umbral varía sólo 20 o 40dB. Sin embargo, hay que tener en cuenta, que en un proyecto real, la búsqueda de la estructura que satisfaga las condiciones que nos imponen puede suponer realizar la simulación de la misma estructura, con pequeñas variaciones en las dimensiones, miles de veces.

Por ello, es sumamente importante reducir el tiempo de simulación al mínimo, aunque sea tan sólo en unos segundos, ya que eso a la larga puede suponer un ahorro de varias horas. Por ejemplo, si para calcular una estructura necesitamos conocer su valor en 15 frecuencias determinadas, y esa estructura tenemos que resolverla 1000 veces para ver cuál es la que optimiza los resultados, ahorrarnos tan sólo 2 segundos en cada cálculo supone a la larga el ahorro de más de 8 horas, lo que puede adelantar el trabajo una jornada laboral.

Para 1000 modos:

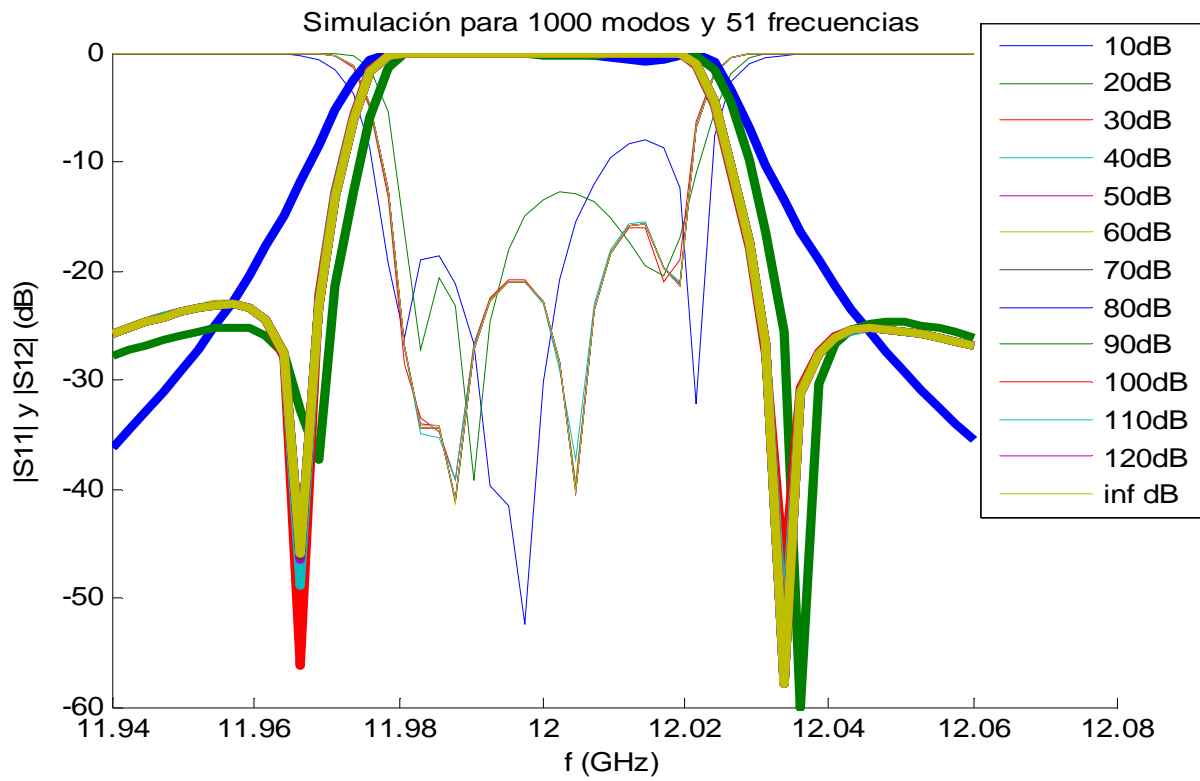


Figura 5-28. Respuesta en frecuencia para 1000 modos.

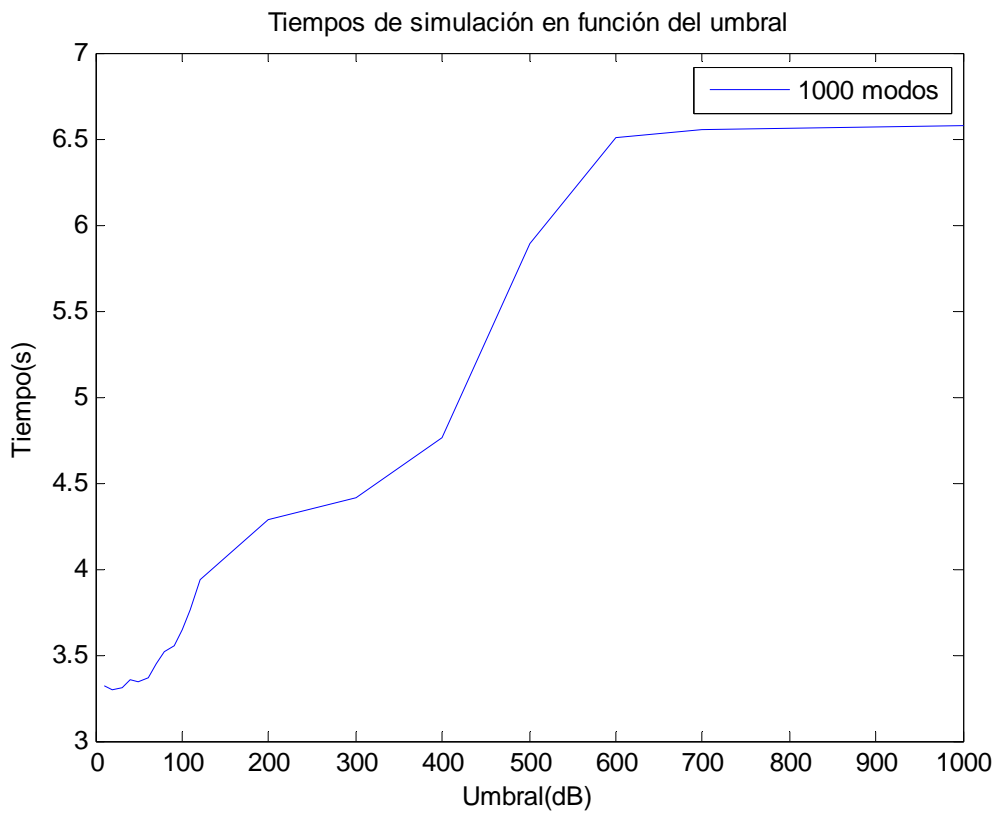


Figura 5-29. Tiempos de simulación para 1000 modos.



Para 1500 modos:

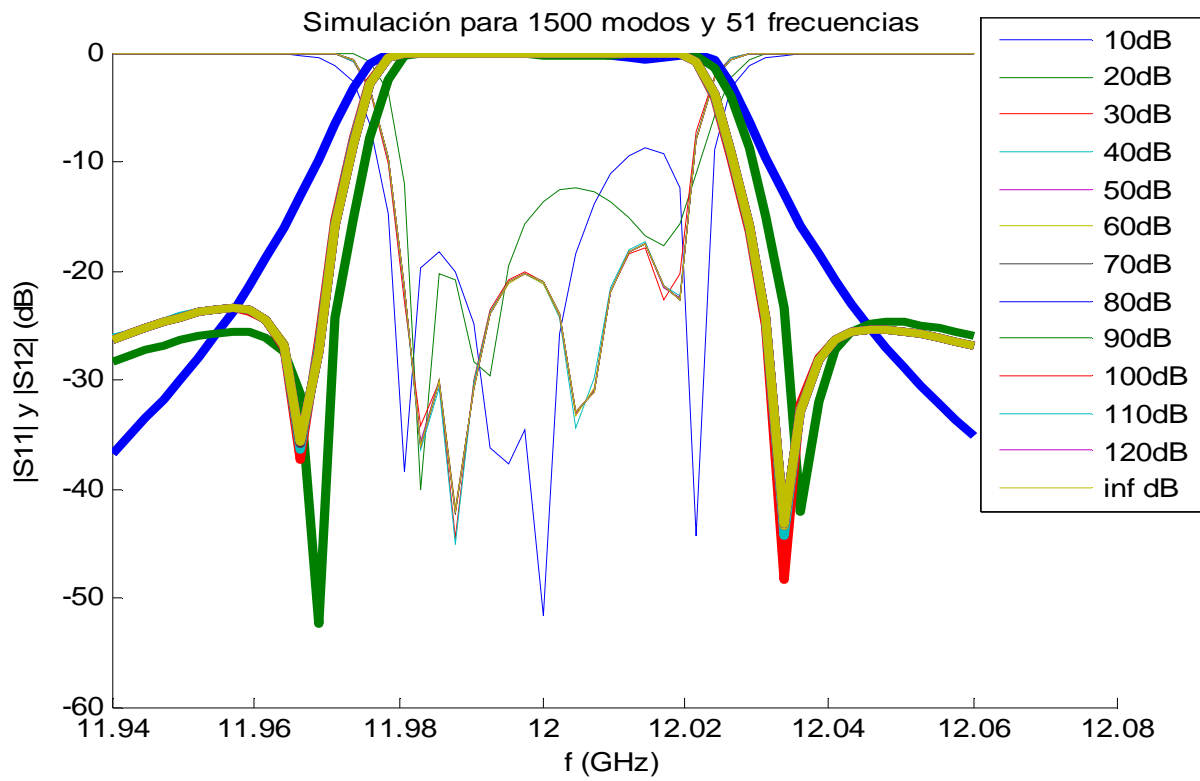


Figura 5-30. Respuesta en frecuencia para 1500 modos.

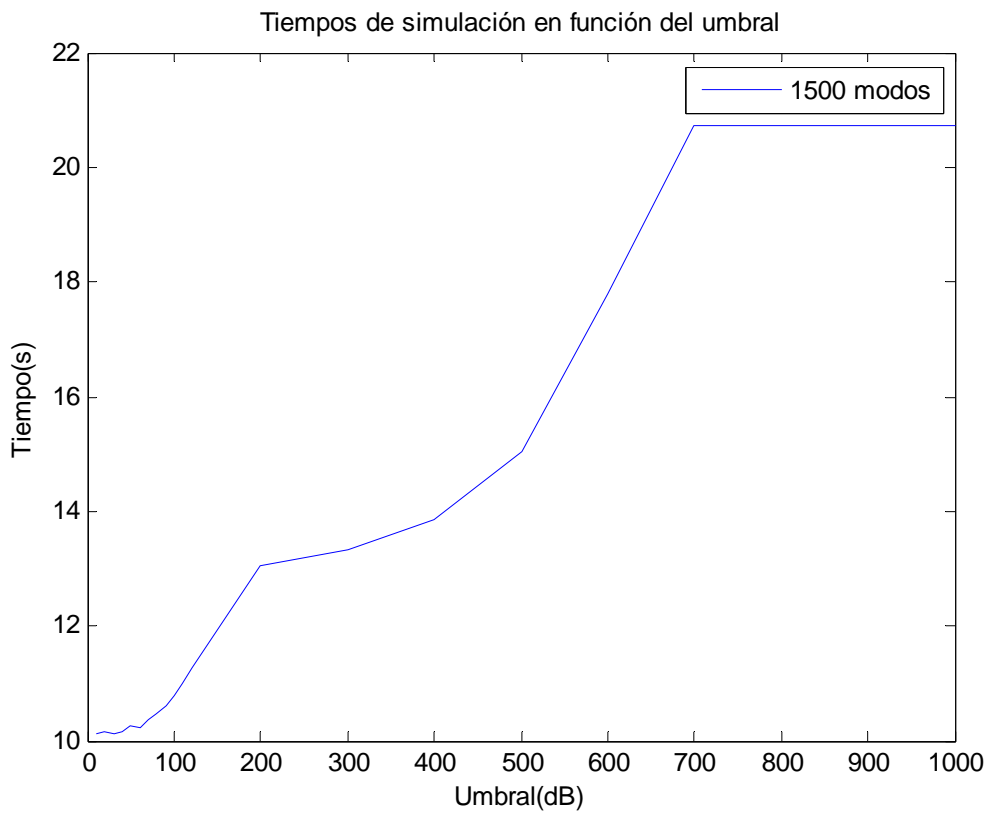


Figura 5-31. Tiempos de simulación para 1500 modos.

Para 2000 modos:

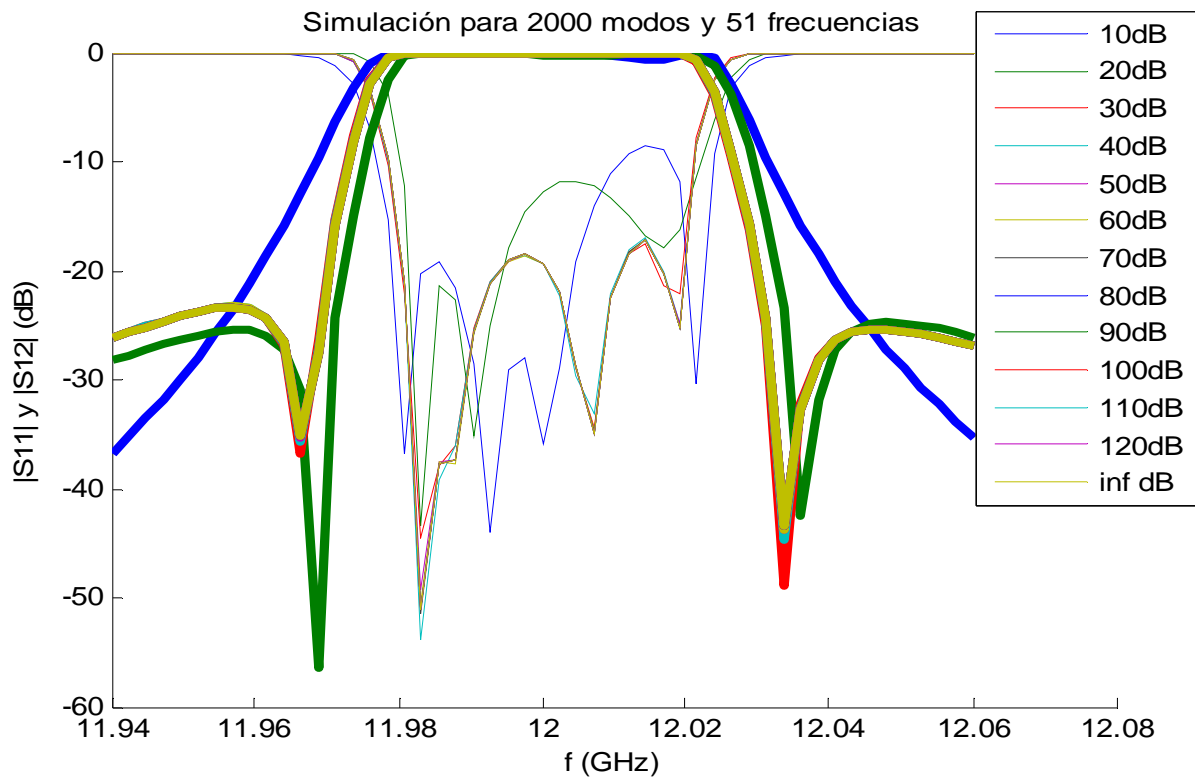


Figura 5-32. Respuesta en frecuencia para 2000 modos.

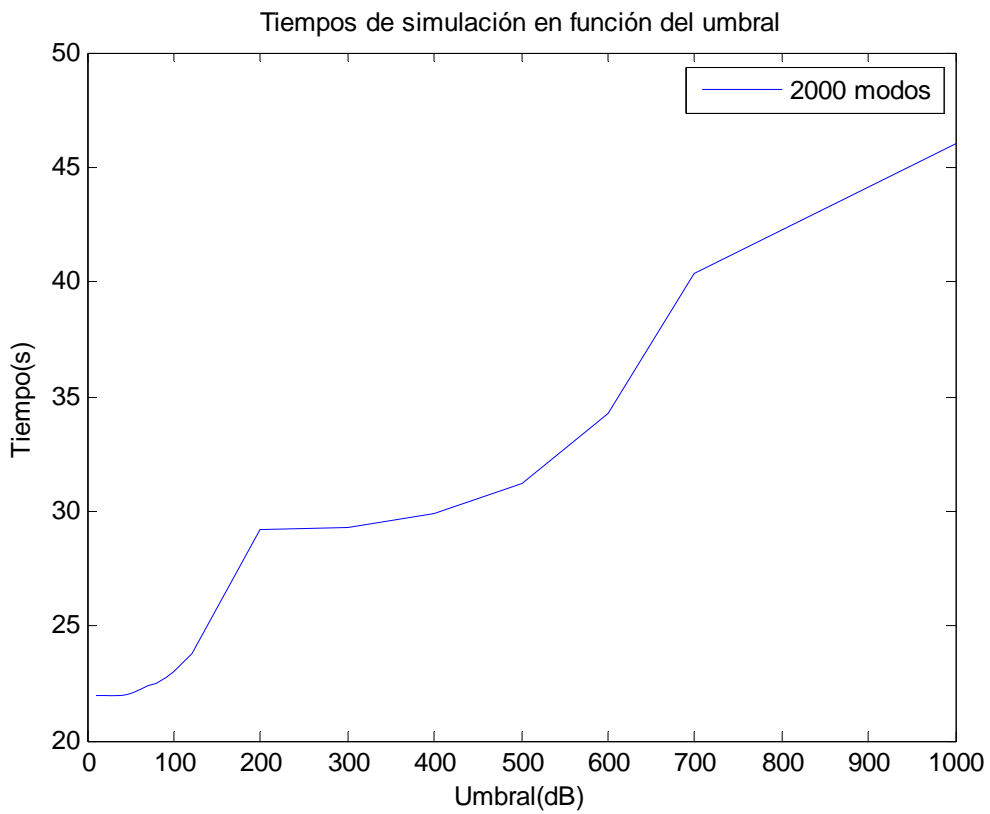


Figura 5-33. Tiempos de simulación para 2000 modos.

Para 2500 modos:

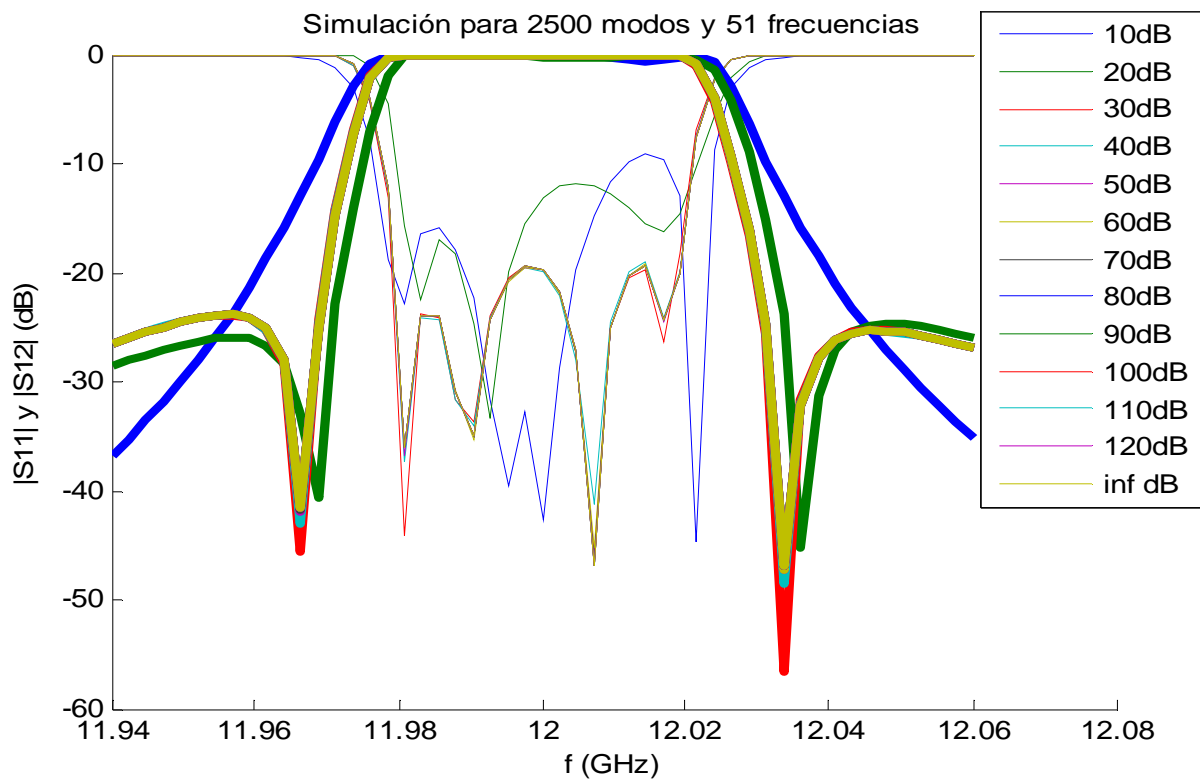


Figura 5-34. Respuesta en frecuencia para 2500 modos.

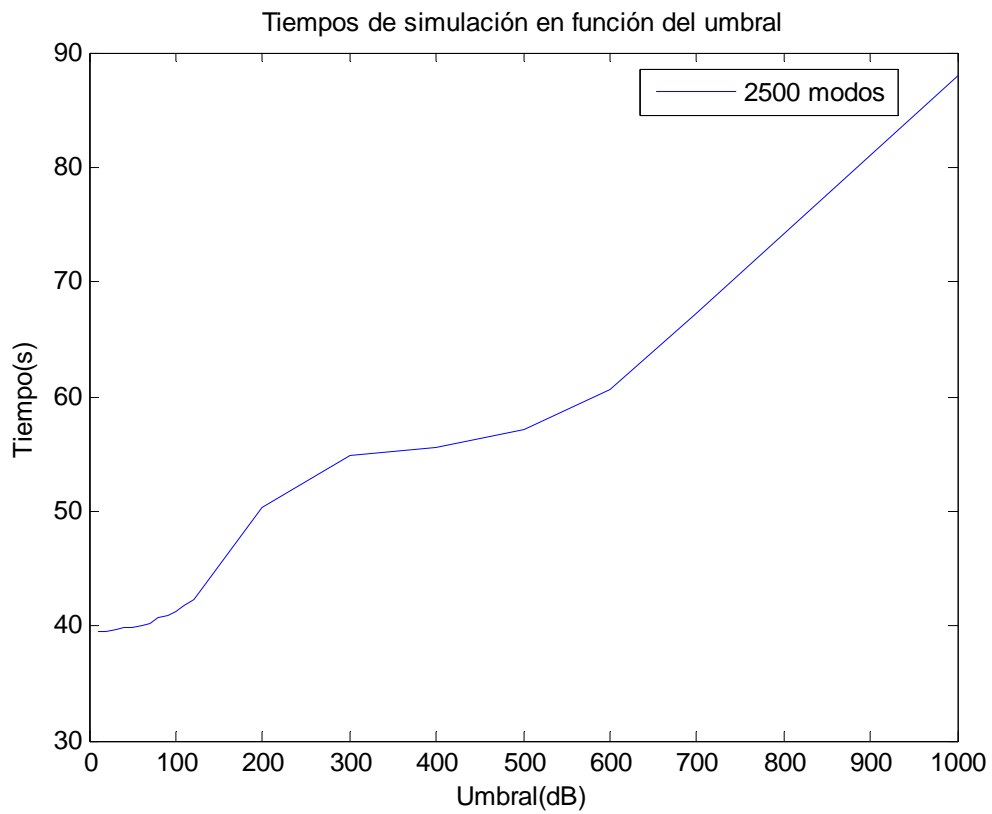


Figura 5-35. Tiempos de simulación para 2500 modos.

Para 3000 modos:

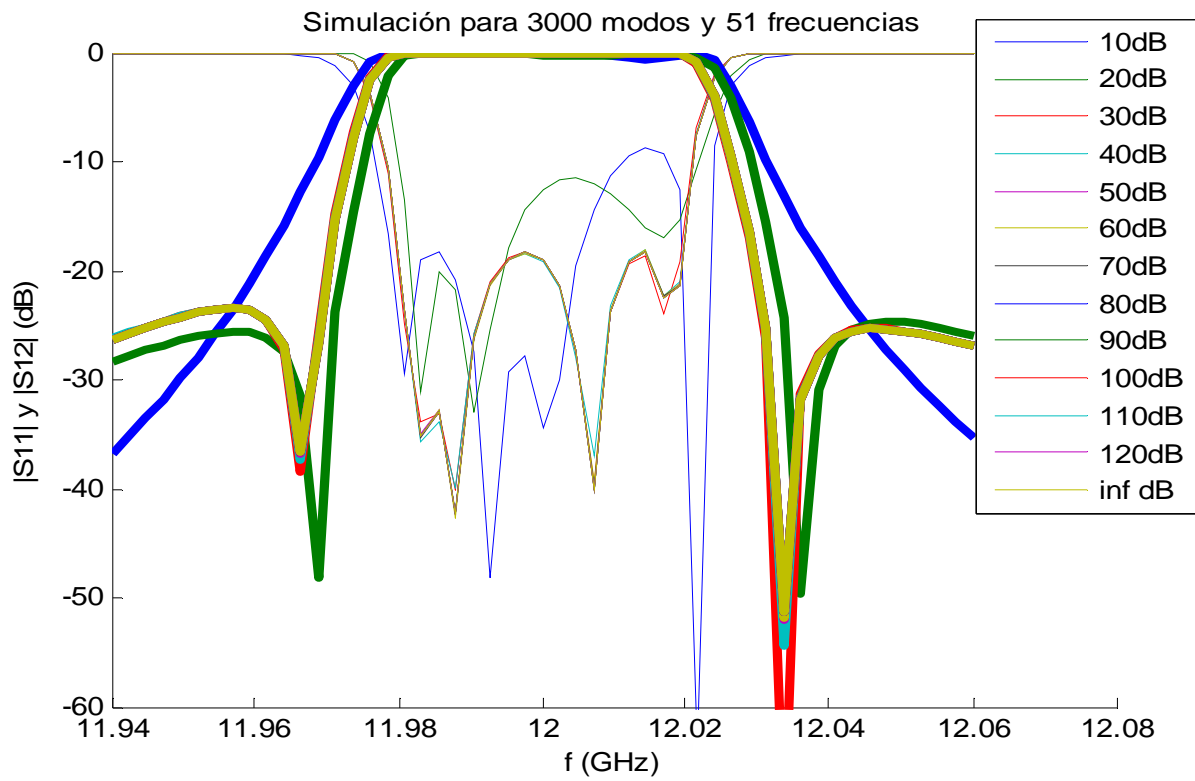


Figura 5-36. Respuesta en frecuencia para 3000 modos.

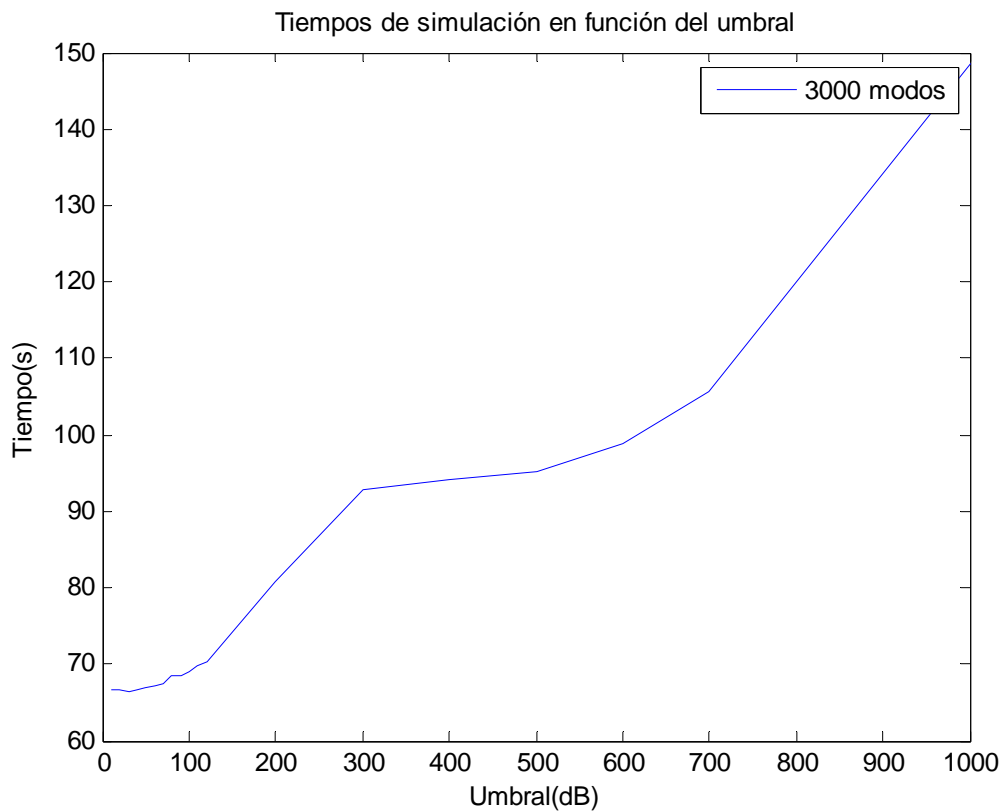


Figura 5-37. Tiempos de simulación para 3000 modos.

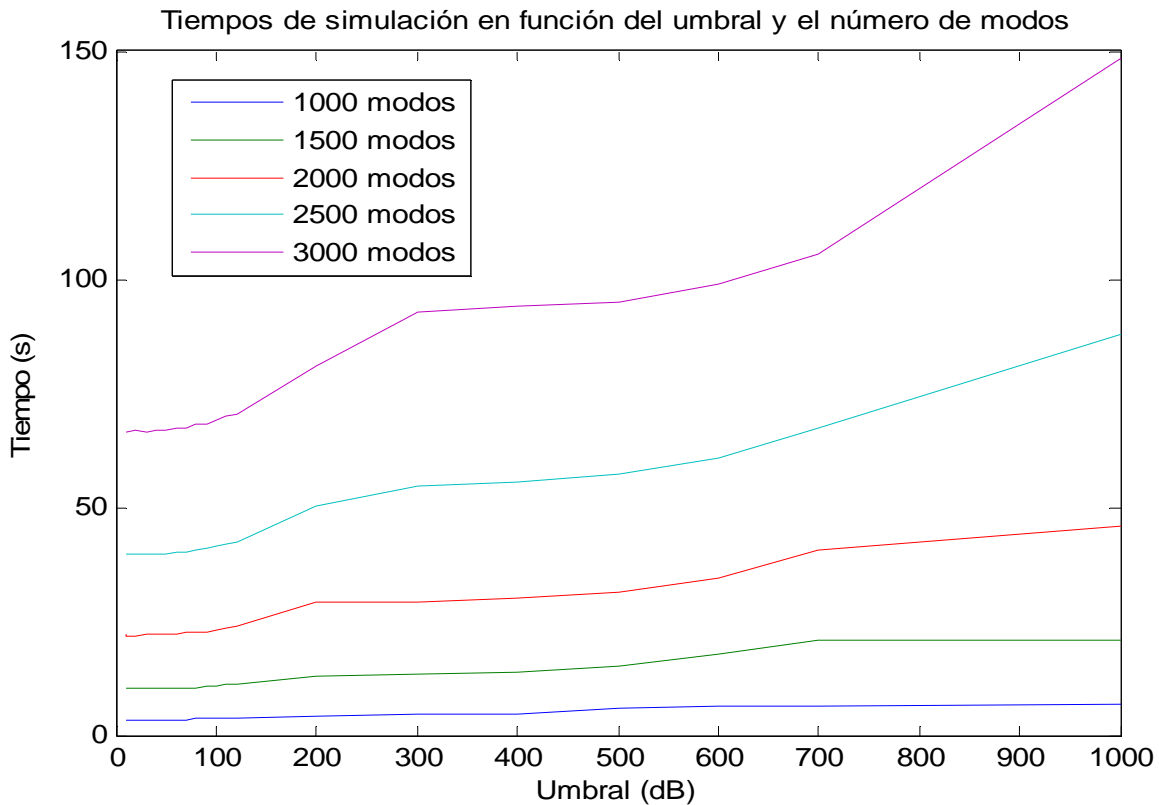


Figura 5-38. Tiempos de simulación en función del umbral y el número de modos para la estructura bajo estudio.

En todas las simulaciones realizadas utilizando entre 1000 y 3000 modos, las respuestas en frecuencia colapsan en una única línea a partir de 80dB, aproximadamente. Por lo tanto, este es el umbral óptimo para esta estructura independientemente del número de modos que empleemos para resolver el problema.

Ahora mostraremos algunas de las mejoras que se obtienen usando el umbral óptimo frente a uno predeterminado, por ejemplo 120dB, y frente al hecho de no usar ninguno y tener en cuenta todos los modos.

Para 1000 modos tal y como se muestra en la figura 5-29, la mejora obtenida al elegir el umbral óptimo frente a los 120dB predeterminados es de 0.43 segundos y frente a una simulación que no tiene en cuenta esta mejora es de 3.33 segundos. En ambos casos, y para el resto del apartado, las cifras son por frecuencia simulada.

Las figuras 5-30 y 5-31 representan el caso para 1500 modos. Usar el umbral que optimiza la convergencia nos permite ahorrar 0.81 segundos, frente a los 120dB de umbral predeterminado, y 11.27 segundos si enlazásemos las matrices, teniendo en cuenta todos los modos.

El aumento del tiempo que se representa en las curvas de la figura 5-38 se debe a dos motivos:

- Al aumentar el número de modos los cálculos de la matriz  $S$  se basan sobre matrices más grandes y por lo tanto las simulaciones son más lentas.
- Al aumentar el umbral realizamos los cálculos del enlace teniendo en cuenta más modos en la guía, lo cual aumenta la precisión pero también la carga computacional.

Esto queda patente en la gráfica anterior ya que por ejemplo para 1000 modos hay un umbral a partir del cual no se introducen modos nuevos en el cálculo pues todos los definidos se atenúan menos que dicho umbral. Al ir aumentando el número de modos el umbral en el que ocurre esto también va aumentando. Además una comparativa de las curvas al mismo umbral demuestra que las simulaciones son más lentas si se tienen en cuenta más modos.

Definiendo 2000 modos obtenemos las gráficas 5-32 y 5-33, en las cuales se observa que el beneficio obtenido al elegir el umbral óptimo frente a 120dB es de 1.30 segundos, y el obtenido al elegir el umbral óptimo frente a no usar esta mejora es de 25.72 segundos.

Para 2500 modos se produce un ahorro de 1.56 segundos por frecuencia simulada al elegir el umbral óptimo, frente a 120dB, y un ahorro de 48.25 segundos frente a no definir. Las figuras 5-34 y 5-35 representan los resultados de este caso particular.

Para el último caso, en el que se consideran 3000 modos y se representan los resultados en 5-36 y 5-37 el umbral óptimo de 80dB nos permite ahorrar 2.62 segundos, frente a 120dB, y 83.54 segundos frente a una simulación sin esta mejora.

Para umbrales bajos, los modos que se tienen en cuenta para realizar el enlace son muy pocos pero para el cálculo de la discontinuidad debemos tener en cuenta todos. Esto provoca que el tiempo de cálculo del enlace sea despreciable frente al tiempo de cálculo de una discontinuidad. Al aumentar el umbral deja de ser despreciable hasta llegar a tener el mismo orden, si tenemos en cuenta todos los modos en el enlace.

Podemos concluir que esta mejora es muy potente ya que ofrece un gran ahorro de tiempo y que para el conocimiento del umbral óptimo no necesitamos simular la estructura de manera exacta. Podemos simularla con un número menor de modos y frecuencias y extraer de ahí el umbral óptimo, ya que en todas las simulaciones de las gráficas comentadas se obtienen resultados parecidos a partir del mismo umbral, aproximadamente.

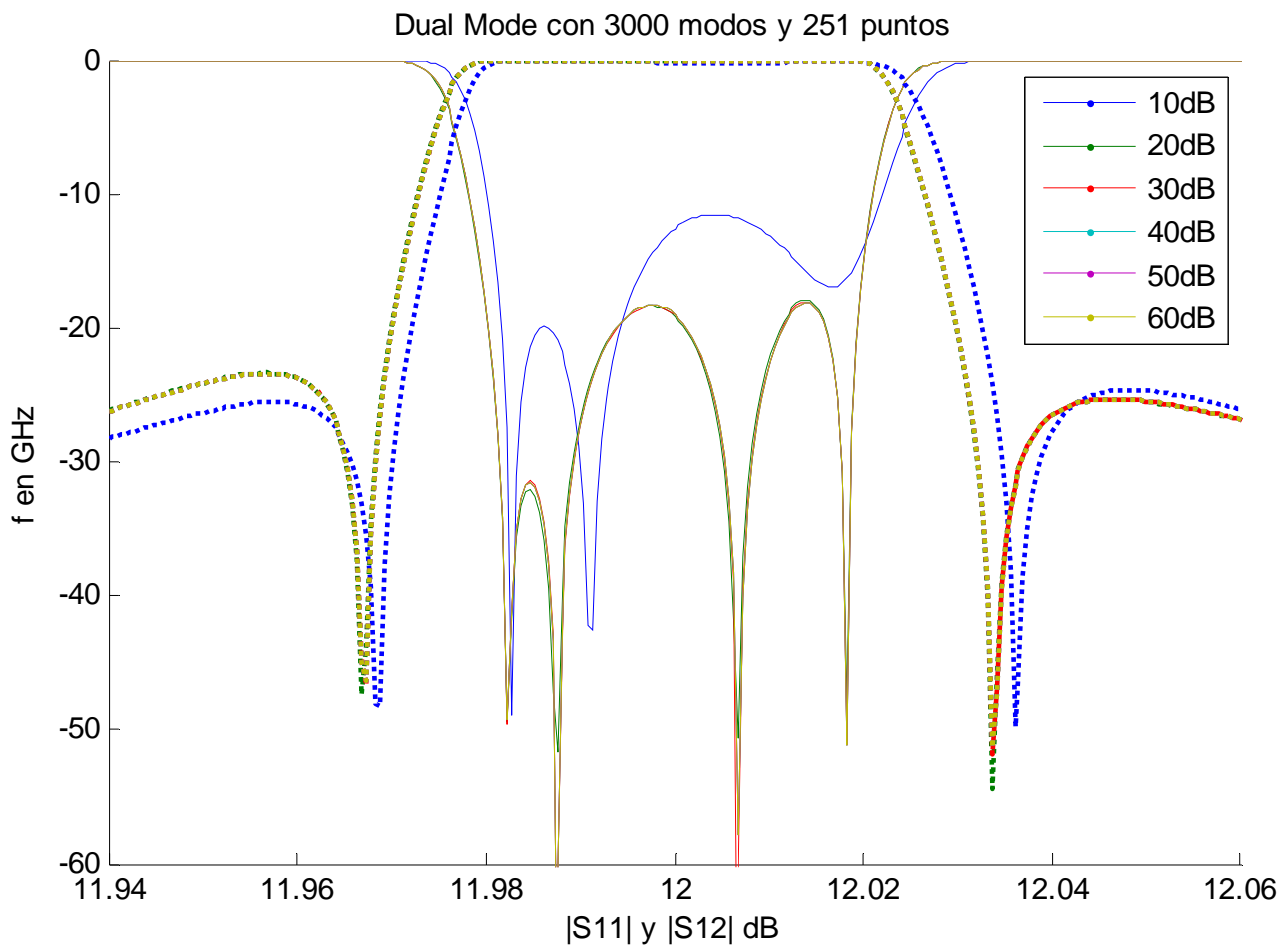


Figura 5-39. Respuesta en frecuencia del ejemplo dual mode para 3000 modos y distintos umbrales.

## 5.4 CONCLUSIONES

En este capítulo se han realizado las simulaciones de dos dispositivos reales, un filtro de orden 8 con discontinuidades de tipo Plano H y un filtro dual mode de orden 4 con discontinuidades de doble salto. Estas estructuras son muy comunes en sistemas de comunicaciones por satélite y ampliamente usadas en la industria, siendo hoy todavía objeto de estudio en la literatura técnica.

Los resultados para ambos casos de estudio han sido muy buenos. En el primer caso hemos reducido el número de operaciones en un 80,3% llegando a una reducción del tiempo final de simulación del 94,4% debida en su mayor parte al gran beneficio (70%) que aporta la paralelización. En el segundo caso las operaciones se reducen al 78,6%, y el tiempo final de simulación al 93,2% pero ahora la gran mejora está en la buena elección del número de modos (mejora del 57,8%) más que en la paralelización que se queda en un discreto 16,5%.

En cualquiera de los dos casos estudiados ha quedado de manifiesto que sobre el método general de ajuste modal, se pueden realizar unas mejoras notables en el tiempo de ejecución. Estas mejoras dependen de las particularidades de la geometría bajo estudio, pero para el tipo de diseños que se utilizan en la industria, es muy habitual que sean aplicables varias de las alternativas que se han expuesto en el capítulo 4 y que se han cuantificado en este capítulo 5.

Por otro lado, hay que hacer notar que los software comerciales que se usan para aplicaciones reales en las empresas basados en métodos generales, tardan entre un orden de magnitud o dos más que los métodos de ajuste modal sin las mejoras estudiadas. Con esto se quiere incidir en que los estudios realizados pueden permitir un análisis mucho más eficiente de los circuitos en guía de onda bajo estudio y por tanto un mejor diseño.



## 6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este proyecto se ha estudiado el método del ajuste modal o mode-matching para desarrollar una herramienta eficiente que calcule la respuesta en frecuencia de estructuras basadas en la unión de guías rectangulares.

Para ello comenzamos estudiando las estructuras Plano H (circuitos en el que todas las guías tienen la misma altura, pero puede que diferente anchura), que son el caso particular más sencillo. A continuación estudiamos las estructuras Plano E (todas las guías tienen la misma anchura, pero puede que diferente altura) y finalmente el caso general con estructuras de tipo Doble Salto (las guías pueden variar en altura y anchura). Para cada tipo de estructura, en este proyecto se han desarrollado por completo los programas que permitían simular de forma óptima este tipo de circuitos en el ordenador. La base teórica para comprender la formulación utilizada se explicó en el capítulo 2 y 3.

En todos los casos se ha comprobado el beneficio decisivo que proporciona un conocimiento previo de la estructura y de los modos que intervienen de forma significativa en el cálculo final. Nada más hay que comparar los datos temporales de las simulaciones para la misma estructura (por ejemplo un filtro plano H) resuelta de forma general con el programa de Doble Salto y de forma óptima con el programa de Plano H para ver que, usando el programa óptimo, ahorramos un tiempo decisivo. Esta mejora es muy importante para hacer factibles cierto tipo de diseños.

Además también hemos comprobado las numerosas posibilidades de optimización que tienen el método elegido para desarrollar un software preciso y eficiente en tiempos de cálculo y de utilización de memoria. Las mejoras que se han estudiado son:

- Simetrías de la matriz de Scattering.
- Reducción del número de operaciones en los enlaces de matrices.
- Simetrías de la estructura.
- Umbral de modos localizados y recorte de modos.
- Programación eficiente en MATLAB.

También se ha estudiado la utilización de estas mejoras en comparación con los resultados del nuevo método aparecido recientemente en un artículo de una revista técnica ([5]). Los cálculos matemáticos muestran que estas mejoras, para el mismo problema, reducen el número de productos matriciales a  $4N-3$  frente a  $5N-5$  del método en [5] (donde  $N$  es el número de subestructuras caracterizadas por la matriz  $S$ ), y el número de inversiones matriciales a la mitad.

Los resultados finales obtenidos son muy satisfactorios ya que proporcionan un ahorro de operaciones superior al 78% en todos los casos, independientemente del ordenador en el que se ejecute. La mejora del tiempo de simulación real puede variar entre unos ordenadores y otros. En nuestro caso, utilizando el ordenador cuyas características mencionamos en la sección 3.4, el ahorro es superior en todos los casos al 90%, llegando en el Plano H casi al 95% para un número pequeño de modos. Esto hace factible pensar en estas estrategias a la hora de desarrollar problemas más complejos como trabajo futuro.

Aún así queda mucho margen de mejora para el software desarrollado. Una nueva línea sería implementar nuevas funciones que permitan resolver nuevas estructuras. Esta herramienta, por ejemplo, puede ampliarse introduciendo la posibilidad de resolver estructuras con guías de secciones distintas a la rectangular, ya sean circular o elíptica y pueden desarrollarse nuevas funciones que permitan resolver estructuras en las que cambie la dirección de propagación.

Otra posibilidad proviene de la paralelización. Podríamos pasar de trabajar con los núcleos de un único ordenador, a paralelizar el trabajo entre varios ordenadores, que a su vez paralelizarían su trabajo entre sus núcleos. Esto es factible ya que MATLAB permite la creación de servidores por control remoto a través de Internet y ofrecería una ventaja más lineal debido a la independencia de los núcleos y la memoria de los distintos ordenadores.

Finalmente, la paralelización también se podría usar en la optimización de los circuitos llevados a cabo. En este proyecto, el diseño de los circuitos en guía de onda que se han presentado no aprovecha el uso de diferentes procesadores en la optimización. Esta posible futura contribución sería muy interesante para reducir los tiempos de diseño, que son en si mismo otro problema de gran complejidad que se ha tratado menos durante este proyecto.

## REFERENCIAS

- [1] J. E. Page de la Vega, “Propagación de ondas guiadas”, Universidad Politécnica de Madrid, 1983
- [2] Constantine A. Balanis, “Advanced Engineering Electromagnetics”, New York, Wiley-Intersc.,1989.
- [3] Ignacio Izquierdo, “Design of wideband orthomode transducers based on the turnstile junction for satellite communications”, Proyecto fin de carrera, Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid, 2008/09  
(<http://arantxa.ii.uam.es/~jms/pfcsteleco/lecturas/20081106IgnacioIzquierdo.pdf>),
- [4] Carlos Vecino Montalvo, “Análisis de discontinuidades entre guías rectangulares y circulares mediante el método de adaptación modal”, Proyecto fin de carrera, Universidad Politécnica de Madrid, 1993.
- [5] Carmen Bachiller, Héctor Esteban Gonzalez, Vicente Enrique Boria Esbert, Ángel Belenguer Martínez, José Vicente Morro, “Efficient Technique for the Cascade Connection of Multiple Two-Port Scattering Matrices”, IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, Vol 55, No. 9 , pp. 1880-1886.
- [6] D. M. Pozar, “Microwave engineering”, New York, John Wiley & Sons, 2005.
- [7] R. E. Collin, “Foundations of microwave engineering”, New York, Wiley-Intersc., 2001.
- [8] J. Uher, J. Bornemann, U. Rosenberg, "Waveguide components for antenna feed systems: theory and CAD", Artech House, 1993.
- [9] Mattes, M., Mosig, J., Guglielmi, M, “Six-pole triple mode filters in rectangular waveguide”, Microwave Symposium Digest., *2008 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 1775–1778, June 2000
- [10] J.A. Ruiz-Cruz, Y. Zhang, J.R. Montejo-Garai, J.M. Rebollar, and K.A. Zaki, "Longitudinal Dual-Mode Filters in Rectangular Waveguide," *2008 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 631-634, June 2008.
- [11] Pedro Crespo Valero, “Equivalente circuital de un stub radial en guía circular”, Proyecto fin de carrera, Universidad Politécnica de Madrid, 2001.
- [12] G. Conciauro, “Advanced modal analysis CAD techniques for waveguide components and filtros” New York, John Wiley & Sons, 2000.



## A. Anexos

### CAVIDADES RESONANTES RECTANGULARES

Las guías de onda también pueden actuar a modo de resonadores, donde los dos extremos de las guías de onda se cierran con dos paredes conductoras, formando una caja cerrada o cavidad de dimensiones  $a$ ,  $b$  y  $d$ .

La energía eléctrica y magnética se almacena en el interior de la cavidad y puede que haya pérdidas por disipación de potencia tanto en las paredes metálicas de la cavidad como en el dieléctrico que la llena. La energía electromagnética se puede acoplar a la cavidad a través de una pequeña apertura, o con una sonda. En nuestro caso, en las estructuras que estudiaremos más adelante las cavidades serán alimentadas a través de guías de menor sección (una apertura pequeña).

Suponemos que la dirección de propagación sigue siendo el *eje*  $z$ . En realidad, la existencia de paredes conductoras en  $z=0$  y  $z=d$  genera reflexiones múltiples y crea ondas estacionarias; las ondas no se propagan en una cavidad cerrada. Se requiere un subíndice de tres símbolos ( $mnl$ ) para designar una distribución de onda estacionaria TE o TM en una cavidad resonante.

Comenzaremos calculando cuales son las frecuencias resonantes de la cavidad bajo la hipótesis de que la cavidad es sin pérdidas. Un cálculo más detallado puede encontrar en [6]. Partiendo de los resultados obtenidos del capítulo 2 podemos escribir:

$$E_t(x, y, z) = F_E(x, y)(Ae^{\gamma z} + Be^{-\gamma z}) \quad (3.42)$$

donde  $\gamma = -j\beta$  por tratarse de una cavidad sin pérdidas.

La constante de propagación de los modos  $TE_{mn}$  y  $TM_{mn}$  es:

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (3.43)$$

donde  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ , y  $\mu$ ,  $\varepsilon$  son la permeabilidad y permitividad del material que llena la cavidad.

Aplicando las condiciones de contorno  $\bar{E}_t = 0$  en  $z = 0$  a (3.42) obtenemos que  $A = -B$  lo cual deja la ecuación (3.42) de la siguiente manera.

$$E_t(x, y, d) = -F_E(x, y)A2j \sin(\beta_{mn}d) = 0 \quad (3.44)$$

Lo cual deja como única solución no trivial la que hace que se anule la función trigonométrica, y por lo tanto:

$$\beta_{mn}d = l\pi, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.45)$$

Esto implica que la cavidad debe tener una longitud un múltiplo de media longitud de onda de guía en la frecuencia de resonancia.

El número de onda de un resonador para una cavidad rectangular puede definirse como:

$$k_{mnl} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (3.46)$$

Entonces podemos referirnos a los modos resonantes de la cavidad  $TE_{mnl}$  y  $TM_{mnl}$ , donde  $m$ ,  $n$ ,  $l$  se refieren al número de variaciones en el modelo de onda estacionaria en las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente. La frecuencia de resonancia de los modos  $TE_{mnl}$  se puede calcular como:

$$f_{mnl} = \frac{ck_{mnl}}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (3.47)$$

La expresión de la frecuencia resonante  $f_{mnl}$  para los modos  $TM_{mnl}$  es igual que para los modos  $TE_{mnl}$ .

Si  $b < a < d$ , el modo resonante dominante (el de frecuencia de resonancia menor) será el modo  $TE_{101}$ , correspondiente al modo de guía de onda dominante  $TE_{10}$  en una guía cortocircuitada de longitud  $\lambda_g/2$ . El modo TM dominante es el  $TM_{110}$ .

Los distintos modos que tienen la misma frecuencia de resonancia se denominan modos degenerados. De esta forma los modos  $TE_{mnl}$  y  $TM_{mnl}$  siempre son degenerados si ninguno de los índices es cero. El modo con menor frecuencia resonante para un tamaño dado de la cavidad se conoce como modo dominante.

## FACTOR DE CALIDAD DE LAS CAVIDADES RESONANTES, Q

Una cavidad resonante almacena energía en los campos eléctrico y magnético para cualquier configuración particular de un modo. Toda cavidad resonante práctica tiene paredes con conductividad finita (resistencia superficial distinta de cero) y la pérdida de potencia resultante ocasiona una disminución de la energía almacenada. El factor de calidad  $Q$ , de una cavidad resonante, como el de cualquier circuito resonante, es una medida del ancho de banda de la cavidad resonante y se define como:

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energía media temporal almacenada a una frecuencia resonante}}{\text{Energía disipada en un periodo de esta frecuencia}} \quad (\text{sin dimensiones})$$

En nuestro estudio, las cavidades resonantes toman gran importancia dado que todas las estructuras de tipo filtro que analizaremos en la sección 3.5 como en el capítulo 4 y 5 son una serie de cavidades resonantes alimentadas a través de guías de onda de menor sección.

## **PRESUPUESTO**

### **1. Ejecución Material**

- Compra de ordenador personal ..... 2.000 €
- Material de oficina ..... 150 €
- Total de ejecución material ..... 2.150 €

### **2. Gastos Generales**

- 16 % sobre Ejecución Material ..... 344 €

### **3. Beneficio Industrial**

- 6 % sobre Ejecución Material ..... 129 €

### **4. Honorarios Proyecto**

- 640 horas a 15 € / hora..... 9600 €

### **5. Material Fungible**

- Gastos de impresión..... 60 €
- Encuadernación..... 200 €

### **6. Subtotal del Presupuesto**

- Subtotal Presupuesto..... 12010 €

### **7. I.V.A. aplicable**

- 16% Subtotal Presupuesto ..... 1921.6 €

### **8. Total Presupuesto**

- Total Presupuesto..... 13931,6 €

Madrid, Mayo de 2009

El Ingeniero Jefe de Proyecto

Fdo.: Francisco Carmona Martínez  
Ingeniero de Telecomunicación

## PLIEGO DE CONDICIONES

Este documento contiene las condiciones legales que guiarán la realización, en este proyecto, de una herramienta software para el análisis eficiente de estructuras en guías de onda rectangular y un estudio de su eficiencia. En lo que sigue, se supondrá que el proyecto ha sido encargado por una empresa cliente a una empresa consultora con la finalidad de realizar dicho sistema. Dicha empresa ha debido desarrollar una línea de investigación con objeto de elaborar el proyecto. Esta línea de investigación, junto con el posterior desarrollo de los programas está amparada por las condiciones particulares del siguiente pliego.

Supuesto que la utilización industrial de los métodos recogidos en el presente proyecto ha sido decidida por parte de la empresa cliente o de otras, la obra a realizar se regulará por las siguientes:

### Condiciones generales

1. La modalidad de contratación será el concurso. La adjudicación se hará, por tanto, a la proposición más favorable sin atender exclusivamente al valor económico, dependiendo de las mayores garantías ofrecidas. La empresa que somete el proyecto a concurso se reserva el derecho a declararlo desierto.

2. El montaje y mecanización completa de los equipos que intervengan será realizado totalmente por la empresa licitadora.

3. En la oferta, se hará constar el precio total por el que se compromete a realizar la obra y el tanto por ciento de baja que supone este precio en relación con un importe límite si este se hubiera fijado.

4. La obra se realizará bajo la dirección técnica de un Ingeniero Superior de Telecomunicación, auxiliado por el número de Ingenieros Técnicos y Programadores que se estime preciso para el desarrollo de la misma.

5. Aparte del Ingeniero Director, el contratista tendrá derecho a contratar al resto del personal, pudiendo ceder esta prerrogativa a favor del Ingeniero Director, quien no estará obligado a aceptarla.

6. El contratista tiene derecho a sacar copias a su costa de los planos, pliego de condiciones y presupuestos. El Ingeniero autor del proyecto autorizará con su firma las copias solicitadas por el contratista después de confrontarlas.

7. Se abonará al contratista la obra que realmente ejecute con sujeción al proyecto que sirvió de base para la contratación, a las modificaciones autorizadas por la superioridad o a las órdenes que con arreglo a sus facultades le hayan comunicado por escrito al Ingeniero Director de obras siempre que dicha obra se haya ajustado a los preceptos de los pliegos de condiciones, con arreglo a los cuales, se harán las modificaciones y la valoración de las diversas unidades sin que el importe total pueda exceder de los presupuestos aprobados. Por consiguiente, el número de unidades que se consignan en el proyecto o en el presupuesto, no podrá servirle de fundamento para entablar reclamaciones de ninguna clase, salvo en los casos de rescisión.

8. Tanto en las certificaciones de obras como en la liquidación final, se abonarán los trabajos realizados por el contratista a los precios de ejecución material que figuran en el presupuesto para cada unidad de la obra.

9. Si excepcionalmente se hubiera ejecutado algún trabajo que no se ajustase a las condiciones de la contrata pero que sin embargo es admisible a juicio del Ingeniero Director de obras, se dará conocimiento a la Dirección, proponiendo a la vez la rebaja de precios que el Ingeniero estime justa y si la Dirección resolviera aceptar la obra, quedará el contratista obligado a conformarse con la rebaja acordada.



10. Cuando se juzgue necesario emplear materiales o ejecutar obras que no figuren en el presupuesto de la contrata, se evaluará su importe a los precios asignados a otras obras o materiales análogos si los hubiere y cuando no, se discutirán entre el Ingeniero Director y el contratista, sometiéndolos a la aprobación de la Dirección. Los nuevos precios convenidos por uno u otro procedimiento, se sujetarán siempre al establecido en el punto anterior.

11. Cuando el contratista, con autorización del Ingeniero Director de obras, emplee materiales de calidad más elevada o de mayores dimensiones de lo estipulado en el proyecto, o sustituya una clase de fabricación por otra que tenga asignado mayor precio o ejecute con mayores dimensiones cualquier otra parte de las obras, o en general, introduzca en ellas cualquier modificación que sea beneficiosa a juicio del Ingeniero Director de obras, no tendrá derecho sin embargo, sino a lo que le correspondería si hubiera realizado la obra con estricta sujeción a lo proyectado y contratado.

12. Las cantidades calculadas para obras accesorias, aunque figuren por partida alzada en el presupuesto final (general), no serán abonadas sino a los precios de la contrata, según las condiciones de la misma y los proyectos particulares que para ellas se formen, o en su defecto, por lo que resulte de su medición final.

13. El contratista queda obligado a abonar al Ingeniero autor del proyecto y director de obras así como a los Ingenieros Técnicos, el importe de sus respectivos honorarios facultativos por formación del proyecto, dirección técnica y administración en su caso, con arreglo a las tarifas y honorarios vigentes.

14. Concluida la ejecución de la obra, será reconocida por el Ingeniero Director que a tal efecto designe la empresa.

15. La garantía definitiva será del 4% del presupuesto y la provisional del 2%.

16. La forma de pago será por certificaciones mensuales de la obra ejecutada, de acuerdo con los precios del presupuesto, deducida la baja si la hubiera.

17. La fecha de comienzo de las obras será a partir de los 15 días naturales del replanteo oficial de las mismas y la definitiva, al año de haber ejecutado la provisional, procediéndose si no existe reclamación alguna, a la reclamación de la fianza.

18. Si el contratista al efectuar el replanteo, observase algún error en el proyecto, deberá comunicarlo en el plazo de quince días al Ingeniero Director de obras, pues transcurrido ese plazo será responsable de la exactitud del proyecto.

19. El contratista está obligado a designar una persona responsable que se entenderá con el Ingeniero Director de obras, o con el delegado que éste designe, para todo relacionado con ella. Al ser el Ingeniero Director de obras el que interpreta el proyecto, el contratista deberá consultarle cualquier duda que surja en su realización.

20. Durante la realización de la obra, se girarán visitas de inspección por personal facultativo de la empresa cliente, para hacer las comprobaciones que se crean oportunas. Es obligación del contratista, la conservación de la obra ya ejecutada hasta la recepción de la misma, por lo que el deterioro parcial o total de ella, aunque sea por agentes atmosféricos u otras causas, deberá ser reparado o reconstruido por su cuenta.

21. El contratista, deberá realizar la obra en el plazo mencionado a partir de la fecha del contrato, incurriendo en multa, por retraso de la ejecución siempre que éste no sea debido a causas de fuerza mayor. A la terminación de la obra, se hará una recepción provisional previo reconocimiento y examen por la dirección técnica, el depositario de efectos, el interventor y el jefe de servicio o un representante, estampando su conformidad el contratista.

22. Hecha la recepción provisional, se certificará al contratista el resto de la obra, reservándose la administración el importe de los gastos de conservación de la misma hasta su recepción definitiva y la fianza durante el tiempo señalado como plazo de garantía. La recepción definitiva se hará en las mismas condiciones que la provisional, extendiéndose el acta correspondiente. El Director Técnico propondrá a la Junta Económica la devolución de la fianza al contratista de acuerdo con las condiciones económicas legales establecidas.

23. Las tarifas para la determinación de honorarios, reguladas por orden de la Presidencia del Gobierno el 19 de Octubre de 1961, se aplicarán sobre el denominado en la actualidad "Presupuesto de Ejecución de Contrata" y anteriormente llamado "Presupuesto de Ejecución Material" que hoy designa otro concepto.

### **Condiciones particulares**

La empresa consultora, que ha desarrollado el presente proyecto, lo entregará a la empresa cliente bajo las condiciones generales ya formuladas, debiendo añadirse las siguientes condiciones particulares:

1. La propiedad intelectual de los procesos descritos y analizados en el presente trabajo, pertenece por entero a la empresa consultora representada por el Ingeniero Director del Proyecto.

2. La empresa consultora se reserva el derecho a la utilización total o parcial de los resultados de la investigación realizada para desarrollar el siguiente proyecto, bien para su publicación o bien para su uso en trabajos o proyectos posteriores, para la misma empresa cliente o para otra.

3. Cualquier tipo de reproducción aparte de las reseñadas en las condiciones generales, bien sea para uso particular de la empresa cliente, o para cualquier otra aplicación, contará con autorización expresa y por escrito del Ingeniero Director del Proyecto, que actuará en representación de la empresa consultora.

4. En la autorización se ha de hacer constar la aplicación a que se destinan sus reproducciones así como su cantidad.

5. En todas las reproducciones se indicará su procedencia, explicitando el nombre del proyecto, nombre del Ingeniero Director y de la empresa consultora.

6. Si el proyecto pasa la etapa de desarrollo, cualquier modificación que se realice sobre él, deberá ser notificada al Ingeniero Director del Proyecto y a criterio de éste, la empresa consultora decidirá aceptar o no la modificación propuesta.

7. Si la modificación se acepta, la empresa consultora se hará responsable al mismo nivel que el proyecto inicial del que resulta el añadirla.

8. Si la modificación no es aceptada, por el contrario, la empresa consultora declinará toda responsabilidad que se derive de la aplicación o influencia de la misma.

9. Si la empresa cliente decide desarrollar industrialmente uno o varios productos en los que resulte parcial o totalmente aplicable el estudio de este proyecto, deberá comunicarlo a la empresa consultora.

10. La empresa consultora no se responsabiliza de los efectos laterales que se puedan producir en el momento en que se utilice la herramienta objeto del presente proyecto para la realización de otras aplicaciones.

11. La empresa consultora tendrá prioridad respecto a otras en la elaboración de los proyectos auxiliares que fuese necesario desarrollar para dicha aplicación industrial, siempre que no haga explícita renuncia a este hecho. En este caso, deberá autorizar expresamente los proyectos presentados por otros.

12. El Ingeniero Director del presente proyecto, será el responsable de la dirección de la aplicación industrial siempre que la empresa consultora lo estime oportuno. En caso contrario, la persona designada deberá contar con la autorización del mismo, quien delegará en él las responsabilidades que ostente.