

Ejercicios de lógica proposicional



1.- Tenemos una fórmula α en Lógica Proposicional.

- a) De las siguientes afirmaciones indica cuál es el número de la afirmación que define una F.N.C. (forma normal conjuntiva), e indica el número de la que define una F.N.D. (forma normal disyuntiva):

1.	$\alpha = \bigvee_i K_i$ $K_i = \bigwedge_j \lambda_{ij}$	(α es una disyunción de cláusulas conjuntivas o \wedge -cláusulas; K_i es una \wedge -cláusula)
2.	$\alpha = \bigwedge_i K_i$ $K_i = \bigvee_j \lambda_{ij}$	(α es una conjunción de cláusulas disyuntivas o \vee -cláusulas; K_i es una \vee -cláusula)
3.	$\alpha = \bigvee_i K_i$ $K_i = \bigvee_j \lambda_{ij}$	(α es una disyunción de cláusulas disyuntivas o \vee -cláusulas; K_i es una \vee -cláusula)
4.	$\alpha = \bigwedge_i K_i$ $K_i = \bigwedge_j \lambda_{ij}$	(α es una conjunción de cláusulas conjuntivas o \wedge -cláusulas; K_i es una \wedge -cláusula)

- b) Se desea demostrar que la fórmula α en Lógica Proposicional es insatisfactible. De las siguientes afirmaciones (de la forma: $X \Leftrightarrow Y$) indica el número de la que es cierta:

1.	$\alpha \in A_f$, α en F.N.C. α es insatisfactible \Leftrightarrow	\exists una cadena de resoluciones que llevan a la cláusula vacía (contradicción).
2.	$\alpha \in A_f$, α en F.N.D. α es insatisfactible \Leftrightarrow	\exists una cadena de resoluciones que llevan a la cláusula vacía (contradicción).

- c) En la afirmación falsa del apartado anterior, que es de la forma: $X \Leftrightarrow Y$, ¿cómo hay que cambiar Y para convertirla en una afirmación correcta?.

ATENCIÓN: No se puede utilizar lo siguiente:

$\alpha \in A_f$ α es insatisfactible \Leftrightarrow	$\neg\alpha$ es tautología
---	----------------------------

- d) Aplica el razonamiento propuesto en el apartado anterior para demostrar que la siguiente fórmula es insatisfactible: $\alpha = (p \rightarrow q) \wedge \neg[(r \wedge p) \rightarrow (r \wedge q)]$

2. ¿Es el siguiente razonamiento correcto? Traducir a fórmulas bien formadas y aplicar reglas de inferencia para verificar si es correcto.

“Si la temperatura y la presión del aire permanecen constantes no llueve. La temperatura permaneció constante. Por lo tanto, si llovió entonces la presión del aire no permaneció constante”

3. Considera las siguientes observaciones:

“Sólo hay dos formatos de foto: rectangular y cuadrada. Las fotos son en color o en blanco y negro. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro. Si es rectangular, es una foto digital en color. En caso de que la foto sea en blanco y negro o digital, entonces es un retrato. Si es un retrato, es la foto de mi amigo.”

- a) Construid la base de conocimiento escribiendo fórmulas bien formadas de lógica proposicional que representen lo expresado en el párrafo anterior.

Para escribir las fórmulas, utilizad los átomos A,B,C,D,E,F,G

Átomo	Interpretación
A	la foto es en color
B	la foto es en blanco y negro
C	la foto es cuadrada
D	la foto es rectangular
E	la foto es digital
F	la foto es un retrato
G	la foto es de mi amigo

	fórmula bien formada
1. Sólo hay dos formatos de foto: rectangular y cuadrada.	
2. Las fotos son en color o en blanco y negro.	
3. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro.	
4. Si es rectangular, es una foto digital en color.	
5. En caso de que la foto sea en blanco y negro o digital, entonces es un retrato.	
6. Si es un retrato, es la foto de mi amigo.	

- b) Utilizando inferencia ¿es posible decir si se trata de la foto de mi amigo?

4. Tenemos las siguientes fórmulas de partida:

$$W1 = [(p \wedge q) \rightarrow (t \wedge s)]$$

$$W2 = [(r \wedge u) \rightarrow w]$$

$$W3 = [(w \wedge s) \rightarrow v]$$

$$W4 = p$$

$$W5 = q$$

$$W6 = u$$

$$W7 = r$$

Fórmula “objetivo”: $W8 = v$

- a) Utilizando inferencia ¿Es posible inferir con las formulas $W1 - W7$ la fórmula $W8$?

$$\text{PISTA: } \{W1, W2, W3, W4, W5, W6, W7\} \vdash_R W8$$

- b) Utilizando reducción al absurdo ¿Es posible deducir $W8$ a partir de las fórmulas $W1 - W7$?

PISTA: $\delta = \{ [(p \wedge q) \rightarrow (t \wedge s)] \wedge [(r \wedge u) \rightarrow w] \wedge [(w \wedge s) \rightarrow v] \wedge p \wedge q \wedge u \wedge r \} \rightarrow v$
 Calcula la FNC de $\neg\delta$, utiliza resolución para llegar a una contradicción.