1.- MODELIZACIÓN Y RESOLUCIÓN GRÁFICA. MATRICES BÁSICAS. SIMPLEX ALGEBRAICO.

1. Plantear el modelo asociado al siguiente problema:
   Una empresa consultora tiene en cartera realizar una serie de proyectos de dos tipos A y B, cuyo coste de desarrollo unitario es el mismo. Las necesidades de analistas, programadores y terminales para cada tipo de proyecto se indican en la tabla siguiente.

TIPO	Nº de programadores	Nº de analistas	Nº de terminales
A	2	2	3
B	3	6	1

   Estos proyectos pueden realizarse bien total o parcialmente y el deseo de la empresa es minimizar el coste de desarrollo de los proyectos que se vayan a ejecutar. Los condicionantes para el desarrollo de éstos proyectos son: al menos 10 programadores y 5 analistas deben estar ocupados en ellos y se cuanta únicamente con 6 terminales.
2. Resolver geométricamente el problema anterior.
3. Resolver geométricamente los problemas de programación lineal siguientes:

$$\begin{array}{l} min \quad z = x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \le 1 \\ \quad 4x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} min \quad z = 2x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \le 2 \\ \quad -x_1 + x_2 \le 3 \\ \quad 3x_1 + 2x \le 10 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} min \quad z = 2x_1 + 5x_2 \\ \text{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \ge 4 \\ \quad x_1 \qquad \ge 2 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

4. Considérense las siguientes restricciones

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \le 6 \\ x_1 - x_2 \le 4 \\ x_1,\ x_2 \ge 0 \end{array}$$

   1. Representar la región factible,
   2. Identificar los puntos extremos y en cada uno de estos puntos, identificar las variables básicas y no básicas,

Supóngase que el proceso de optimización se mueve del punto extremo $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ al punto extremo $\begin{pmatrix} 14/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}$.

Especificar cuál es la variable que entró a la base y cuál es la que salió.

5. Resolver el siguiente Problema de Programación Lineal por el método geométrico. Indica claramente los distintos elementos que componen el problema, la región factible, la función objetivo, el vector gradiente, la solución, etc.

$$\begin{array}{ll} \min & x - y \\ s.a. & x \le 1 \\ & y \le 1 \\ & x \le y \\ & x + y \ge 1 \\ & x,\ y \ge 0 \end{array}$$

6. Formalizar el modelo asociado al siguiente problema de programación lineal.

   Una compañía produce dos tipos de ratones para ordenador: láser e inerciales. El ratón láser necesita 2 horas pasa su fabricación y 1 para su control de calidad, mientras que el segundo requiere 1 hora para su fabricación y 3 para su control de calidad. El número de horas de fabricación disponibles durante la semana es de 200 y 300 horas para el control de calidad. Los costes de fabricación son de 30 y 20 unidades monetarias respectivamente para cada ratón. La compañía pretende optimizar el proceso productivo con el fin de maximizar sus beneficios.

7. El problema anterior expresarlo en forma estándar de minimización.
8. De las siguientes bases $B_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, ¿cuáles corresponden a soluciones básicas factibles del ejercicio 6?.

2.- ALGORITMO SIMPLEX. MÉTODO DOS FASES.

9. Resolver los problemas de programación lineal siguientes mediante el algoritmo simplex y el mismo algoritmo en formato de tabla. En el último de ellos realizar sólo una iteración en la versión algebraica y la Fase 1, en el método dos fases.

$$\begin{array}{l} \min \quad z = x_1 + x_2 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \le 1 \\ \quad 4x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad z = 2x_1 + x_2 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \le 2 \\ \quad -x_1 + x_2 \le 3 \\ \quad 3x_1 + 2x \le 10 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \max \quad z = 2x_1 + 5x_2 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \ge 4 \\ \quad x_1 \quad \ge 2 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \max \quad z = 2x_1 - x_2 + x_3 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 - 2x_3 \le 8 \\ \quad 4x_1 - x_2 + x_3 \ge 2 \\ \quad 2x_1 + 3x_2 - x_3 \ge 4 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{array}$$

10. Dado el siguiente PPL se pide

$$\begin{array}{l} P: \min \quad x_1 - 2x_2 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad 3x_1 + 4x_2 = 12 \\ \quad 2x_1 - x_2 \le 12 \\ \quad x_1, x_2 \ge 0 \end{array}$$

   1. Plantear el PPL en forma estándar.
   2. Resolver geométricamente. Expresar: (a) la región factible, (b) el vector de costes, (c) la función objetivo, (d) los puntos extremos y sus coordenadas, (e) el punto o puntos solución y el valor objetivo óptimo en el/los mismo/s.
   3. Resuélvelo aplicando el algoritmo simplex algebraico a la SBF inicial dada por la submatriz básica $B = (a_2 \quad a_3)$.
   Debes indicar la solución y el valor objetivo óptimo, justificando por qué lo son.

11. Resolver por el método de las dos fases el PPL correspondiente al ejercicio 10.
12. Dada la siguiente tabla simplex, indica:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Z
	1	0	0	0	-1	-1
x_2	1	1	0	0	-2	2
x_3	2	0	1	0	-1	5
x_4	-2	0	0	1	1	1

   1. la variable que entra en la base y la que sale de la base (no hay variables artificiales).
   2. calcula la nueva fila 0. ¿Se alcanza optimalidad?, ¿cuánto vale z y las variables básicas?.

13. dado el siguiente conjunto poliédrico

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \le 4 \\ 2x_1 + 4x_2 \ge 2 \end{array}$$

indicar si la matriz $B = (a_1 \quad a_2)$ es básica.

14. Dada la siguiente matriz de coeficientes ampliada con el vector del lado derecho

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

   1. ¿Es básica la matriz $B = (a_4 \quad a_5 \quad a_6)$?.
   2. ¿Cuánto valen $z_1 - c_1$ y $z_3 - c_3$ si la función objetivo es $x_1 + x_2 - 4x_3$?.
   3. ¿Qué variable entraría en la base y cuál saldría?.