Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia (ACAF)
Primera parte, Tema II

Profesores: **Jorge A. Ruiz Cruz** *(jorge.ruizcruz@uam.es)*
José L. Masa Campos *(joseluis.masa@uam.es)*

Colaboradores de este tema: *José R. Montejo* (*) y *Jesús M. Rebollar* (*)

(*) Dpto. de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos
Universidad Politécnica de Madrid

Master en Ingeniería Informática
y de Telecomunicación
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid

Primera parte de ACAF:
Circuitos de Alta Frecuencia.

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia, www.eps.uam.es/~acaf
Master en Ingeniería Informática y de Telecomunicación
Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid
Jorge A. Ruiz Cruz (jorge.ruizcruz@uam.es, www.eps.uam.es/~jruiz)

II. Teoría circuital de los dispositivos de RF

1. Ondas de potencia y parámetros S.
2. Diagrama de flujo con parámetros S.
3. Propiedades de la matriz S: reciprocidad, unitariedad, simetría.
4. Medida de parámetros S. Calibración.
5. Desplazamiento de los planos de referencia.
6. Cambio de la impedancia de referencia.
7. Conexión en cascada de dos cuadripolos con parámetros S.
8. Teorema de Bartlett: simetría de los dispositivos pasivos.
9. Relación entre parámetros S, Z, Y, ABCD.
10. Cálculo de los parámetros S de circuitos concentrados y distribuidos.
11. Análisis por ordenador de dispositivos caracterizados por matriz S.
12. Dispositivos de 2, 3 y 4 puertas.

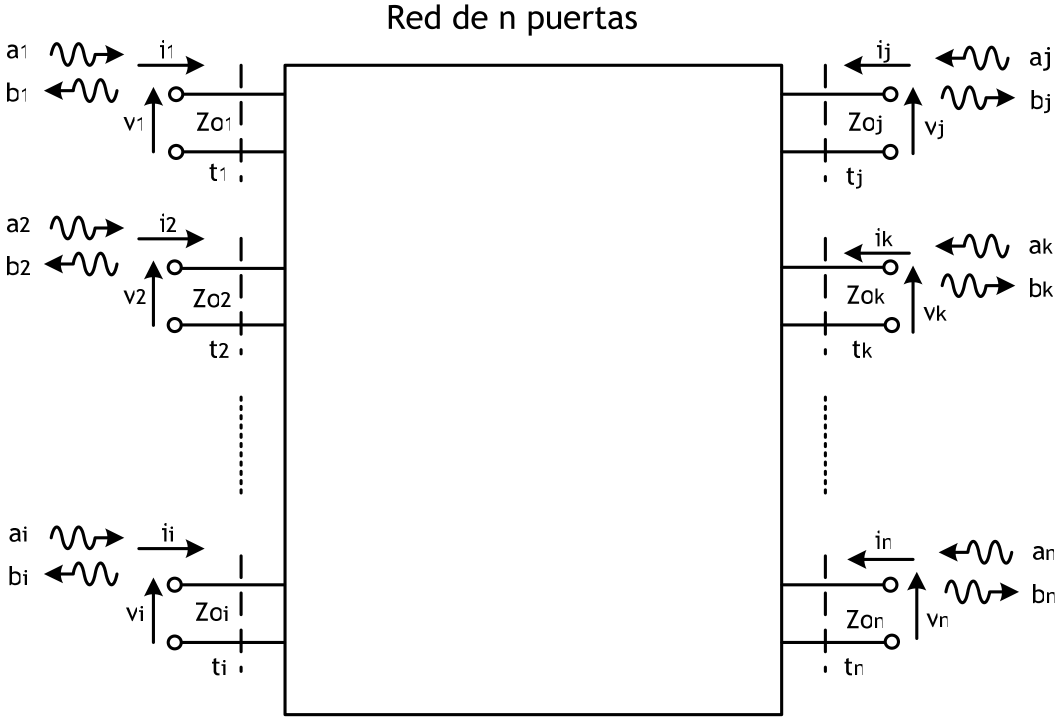
1. Ondas de potencia y parámetros S

- **Justificación**:
  - A las frecuencias de microondas, la medida de tensiones y corrientes es un tarea complicada. Incluso, bajo ciertas circunstancias puede que no exista unicidad en la definición de dichas magnitudes.
  - Por ejemplo, en el caso de modos TE y TM en una guía de onda, no existe una definición única de tensión y corriente cuyo significado físico sea el mismo que el asociado a un modo TEM.
  - En general, tensiones y corrientes juegan un papel secundario, reservándose el papel principal a la potencia, que es más sencilla de caracterizar y medir.

➢ **Justificación (cont)**:

- Por otro lado, sería de gran interés poder utilizar los conceptos de baja frecuencia, como impedancia, admitancia, tensión, corriente, etc., donde existe una teoría circuital bien establecida.
- La caracterización mediante parámetros Z, Y ó ABCD impone en las puertas condiciones de circuito abierto o de cortocircuito. Estás condiciones no son operativas en los dispositivos de microondas, porque pueden conducir a la destrucción del dispositivo o a generar radiación.
- Además, existen diversos circuitos que no se pueden caracterizar mediante los parámetros Z, Y ó ABCD porque se hacen singulares, como por ejemplo el transformador ideal.
- Todas estas consideraciones obligan a la definición de los parámetros S (Scattering) o de dispersión ó distribución, para caracterizar los dispositivos de microondas.

Red de n puertas



- Ondas de potencia generalizadas

$$a_i = \frac{v_i + Z_{0i}\, i_i}{\sqrt{8\mathrm{Re}[Z_{0i}]}} \qquad b_i = \frac{v_i - Z_{0i}^{*}\, i_i}{\sqrt{8\mathrm{Re}[Z_{0i}]}} \qquad Z_{0i} \in C$$

- Físicamente relacionadas con el flujo de potencia en la red
- Aplicación en dispositivos activos; amplificadores, mezcladores, etc.

- Matriz S

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \ldots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \ldots & S_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ S_{n1} & S_{n2} & \ldots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{bmatrix}$$

- Ondas de potencia no generalizadas

$$a_i = \frac{v_i + Z_{0i}\, i_i}{\sqrt{8 Z_{0i}}} \qquad b_i = \frac{v_i - Z_{0i}\, i_i}{\sqrt{8 Z_{0i}}} \qquad Z_{0i} \in R$$

$$v_i = (a_i + b_i)\sqrt{2Z_{0i}} \qquad i_i = (a_i - b_i)\sqrt{\frac{2}{Z_{0i}}}$$

- Matriz S

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \ldots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \ldots & S_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ S_{n1} & S_{n2} & \ldots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{bmatrix}$$

- Todos lo conceptos y desarrollos que siguen, se refieren a las ondas de potencia no generalizadas

- En el plano terminal t_i de la puerta i

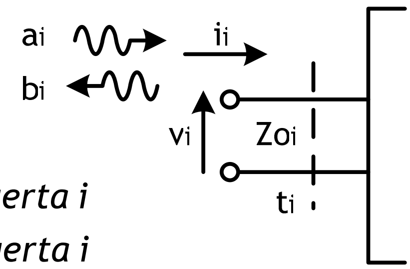
$$v_i = v_i^+ + v_i^- \qquad i_i = \frac{v_i^+ - v_i^-}{Z_{0i}}$$

- Sustituyendo

$$a_i = \frac{v_i^+}{\sqrt{2Z_{0i}}} \qquad b_i = \frac{v_i^-}{\sqrt{2Z_{0i}}}$$

- Las ondas de potencia incidente y reflejada en la puerta i son proporcionales respectivamente a las ondas de tensión incidente y reflejada en dicha puerta

- Puerta genérica i
- Ondas de potencia no generalizadas



i_i *corriente en la puerta i*

v_i *voltaje en la puerta i*

a_i *onda de potencia incidente en puerta i*

b_i *onda de potencia reflejada en puerta i*

t_i *plano de referencia en puerta i*

Z_{oi} *impedancia de referencia en la puerta i* $\quad Z_{oi} \in R$

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}[v_i i_i^*] = |a_i|^2 - |b_i|^2 = \text{Potencia entregada en la puerta i}$$

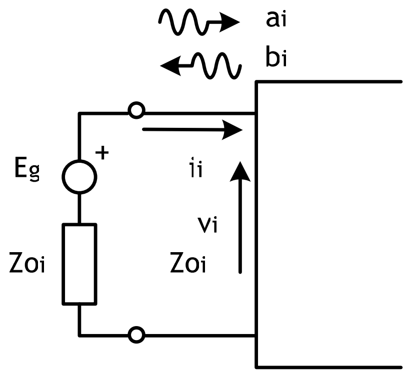
- Z_{oi} parámetro de referencia con dimensiones de impedancia
- Los valores de tensión y corriente son de pico

- Excitación en la puerta i

$$a_i = \frac{v_i + Z_{0i}\, i_i}{\sqrt{8Z_{0i}}}$$

$$v_i = E_g - Z_{0i}\, i_i$$

$$a_i = \frac{E_g}{\sqrt{8Z_{0i}}}$$



$$|a_i|^2 = \frac{|E_g|^2}{8Z_{0i}} = P_{dg}$$ Potencia disponible del generador

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}[v_i i_i^*] = |a_i|^2 - |b_i|^2 = \text{Potencia entregada en la puerta i}$$

- Significado físico de los parámetros S:

- Coeficientes de reflexión

$$S_{ii} = \left.\frac{b_i}{a_i}\right|_{a_j = 0,\quad \forall j \neq i}$$

$$|S_{ii}|^2 = \frac{\text{Potencia reflejada en la puerta i}}{\text{Potencia disponible en la puerta i}}$$

$$\text{Pérdidas de retorno (dB)} = -20 \log |S_{ii}|$$

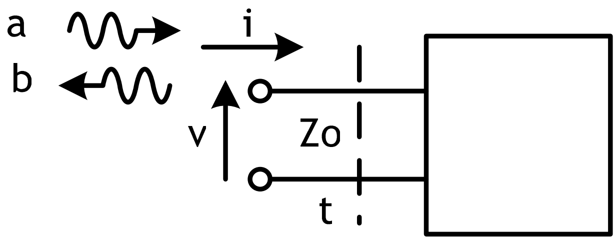
- Coeficientes de transmisión

$$S_{ji} = \left.\frac{b_j}{a_i}\right|_{a_j = 0,\quad \forall j \neq i}$$

$$|S_{ji}|^2 = \frac{\text{Potencia entregada en la puerta j}}{\text{Potencia disponible en la puerta i}}$$

$$\text{Pérdidas de inserción (dB)} = -20 \log |S_{ji}|$$

• Cálculo de los parámetros S: Monopolo



$$b = S\,a \qquad S = \rho$$

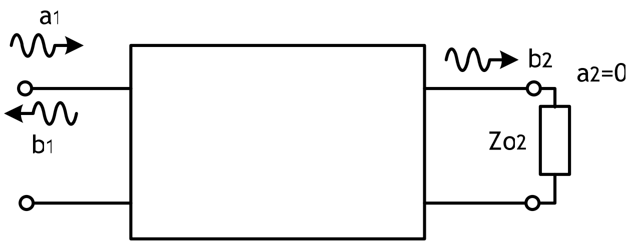
$$S = \rho = \frac{b}{a} = \frac{v - Z_0 i}{v + Z_0 i} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

Z_{in} Impedancia de entrada

• Cálculo de los parámetros S: Cuadripolo

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

- Cálculo de los parámetros S: Cuadripolo

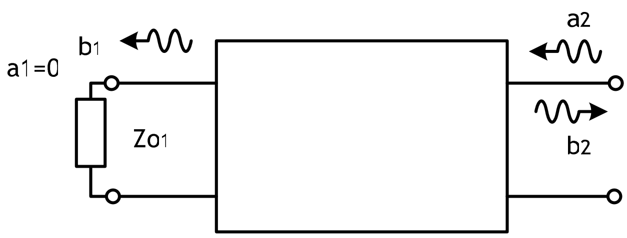


$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} \qquad S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} \qquad a_2 = 0 \Leftrightarrow v_2 = -Z_{02} i_2 \quad \textit{Puerta 2} \quad \textit{cargada con } Z_{02}$$

$$S_{11} = \frac{v_1 - Z_{01} i_1}{v_1 + Z_{01} i_1} = \frac{Z_{in1} - Z_{01}}{Z_{in1} + Z_{01}} \qquad S_{21} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \frac{v_2 - Z_{02} i_2}{v_1 + Z_{01} i_1} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}} \frac{2v_2}{v_1 + Z_{01} i_1}$$

Z_{in1} impedancia de entrada en la puerta 1

- Cálculo de los parámetros S: Cuadripolo



$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} \qquad S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} \qquad a_1 = 0 \Leftrightarrow v_1 = -Z_{01} i_1 \quad \text{Puerta 1} \quad \text{cargada con } Z_{01}$$

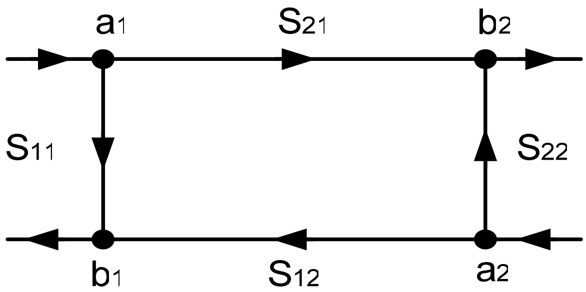
$$S_{12} = \frac{v_1 - Z_{01} i_1}{v_2 + Z_{02} i_2} = \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}} \frac{2v_1}{v_2 + Z_{02} i_2} \qquad S_{22} = \frac{v_2 - Z_{02} i_2}{v_2 + Z_{02} i_2} = \frac{Z_{in2} - Z_{02}}{Z_{in2} + Z_{02}}$$

Z_{in2} impedancia de entrada en la puerta 2

2. Diagrama de flujo con parámetros S

- Un diagrama de flujo es una herramienta que permite expresar relaciones circuitales de forma sencilla
- Es de gran aplicación en el caso de parámetros S porque simplifica los cálculos

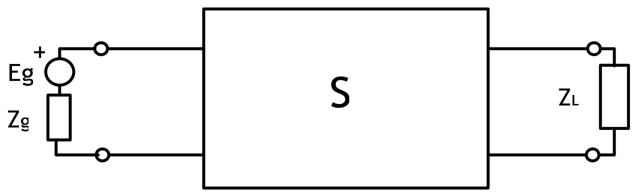
- Cada variable (a_i, independientes, b_i, dependientes) es un nodo.
- Cada constante (S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}) es una rama que va de uno nodo independiente a otro dependiente.

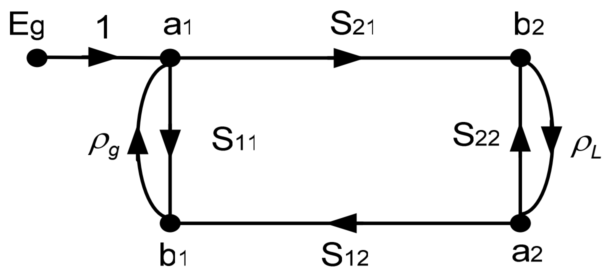


$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

2. Diagrama de flujo con parámetros S

- **Calculo de la respuesta de un cuadripolo**



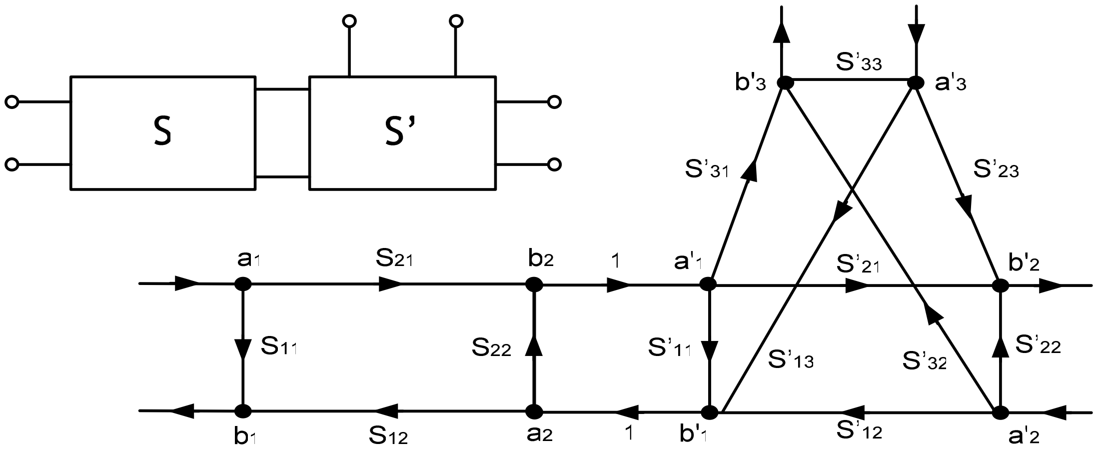


$$\frac{b_2}{E_g} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11}\rho_g - S_{22}\rho_L + S_{11}S_{22}\rho_g\rho_L - S_{12}S_{21}\rho_g\rho_L}$$

Simplified signal flow graph analysis. Nicholas Kuhn Hewlett-Packard. The Microwave Journal 1963

2. Diagrama de flujo con parámetros S

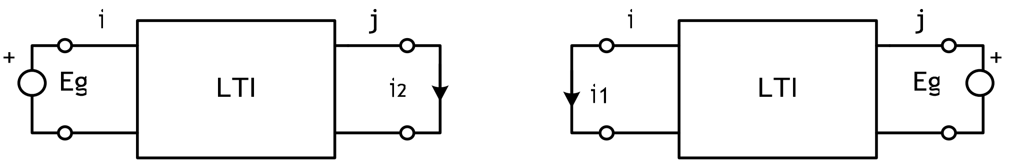
- Enlace de parámetros S



$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

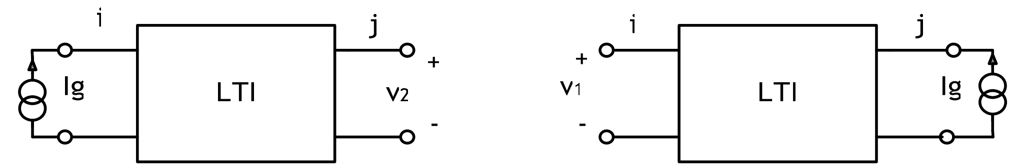
$$b_1' = S_{11}'a_1' + S'_{12}\,a_2' + S'_{13}\,a_3'$$
$$b_2' = S_{21}'a_1' + S_{22}'a_2' + S'_{23}\,a_3'$$
$$b_3' = S_{31}'a'_1 + S_{32}'a'_2 + S'_{33}\,a_3'$$

3. Propiedades de la matriz S: reciprocidad, unitariedad, simetría.

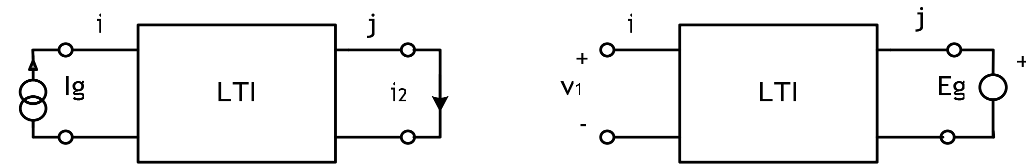


- Reciprocidad

i1=i2



v1=v2



Ig v1=Eg i2

Relaciones válidas para cualquier par de puertas i,j de una red de N puertas

- Reciprocidad

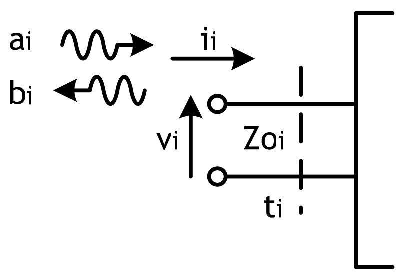
$$s_{ij} = s_{ji} \qquad [S] = [S]_t$$

- En una red de N puertas habrá $\dfrac{N^2+N}{2}$ parámetros S diferentes
- Y por lo tanto N^2+N grados de libertad
- Ejemplo de una red 4 puertas recíproca

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix}$$

- La idea que subyace bajo la propiedad de reciprocidad es que la relación entre la repuesta y la excitación se mantiene al intercambiar éstas

- Unitariedad



•Potencia entregada a la puerta i

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}[v_i i_i^*] = |a_i|^2 - |b_i|^2$$

- Potencia total entrega a las N puertas

$$P = \sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 - |b_i|^2 = [a]_t^*[a] - [b]_t^*[b] = [a]_t^*[a] - [a]_t^*[S]_t^*[S][a] = [a]_t^*([U] - [S]_t^*[S])[a]$$

$$[Q] = [U] - [S]_t^*[S]$$

•[Q] es una matriz hermítica $[Q] = [Q]_t^*$

$$q_{ij} = q_{ji}^*$$

•Elementos de la diagonal principal reales

• Unitariedad

• En una red pasiva la potencia total entregada debe ser positiva $P = [a]_t^*[Q][a] \geq 0$

$$[Q] = [U] - [S]_t^*[S]$$

•[Q] es una matriz semidefinida positiva

• La condición necesaria y suficiente para que una matriz sea semidefinida positiva es que los cofactores principales no sean negativos.

• Los elementos de la diagonal de Q son cofactores principales y tampoco pueden ser negativos.

$$q_{jj} = 1 - \sum_i s_{ij}^* s_{ij} = 1 - \sum_i | s_{ij} |^2 \geq 0$$

$$| s_{ij}(jw) |^2 \leq 1$$

• En una red pasiva, los módulos de los coeficientes de reflexión y transmisión no pueden exceder la unidad.

3. Propiedades de la matriz S: reciprocidad, unitariedad, simetría.

• Unitariedad

• En una red pasiva y sin pérdidas la potencia total entregada es nula.

$$[Q] = [U] - [S]_t^* [S] = [0]$$

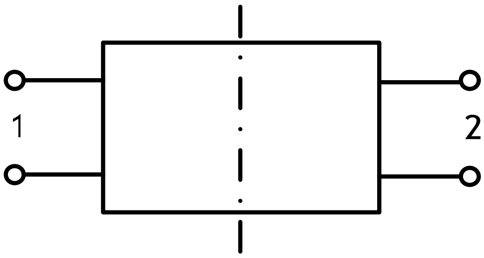
$$[S]_t^* [S] = [U] = [S][S]_t^* \qquad [S]_t^* [S] = [U] = [S][S]_t^*$$

$$[S]^{-1} = [S]_t^*$$

•[S] es una matriz unitaria

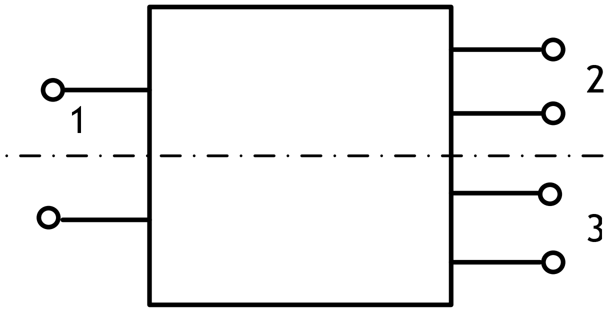
$$\sum_{i=1}^{n} s_{ij}^* s_{ik} = \delta_{jk} \qquad \delta_{jk} \text{ delta de Kronecker}$$

- Simetría
  - Red de 2 puertas
  - 1 plano de simetría
  - Puertas 1 y 2 indistinguibles



$$S_{11} = S_{22} \quad \text{Simétrico}$$
$$S_{11} = -S_{22} \quad \text{Antimétrico}$$

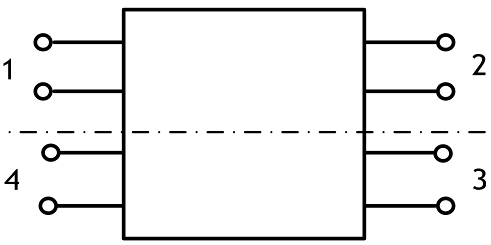
  - Red de 3 puertas
  - 1 plano de simetría
  - Puertas 2 y 3 indistinguibles



$$S_{22} = S_{33}$$
$$S_{12} = S_{13}$$
$$S_{21} = S_{31}$$

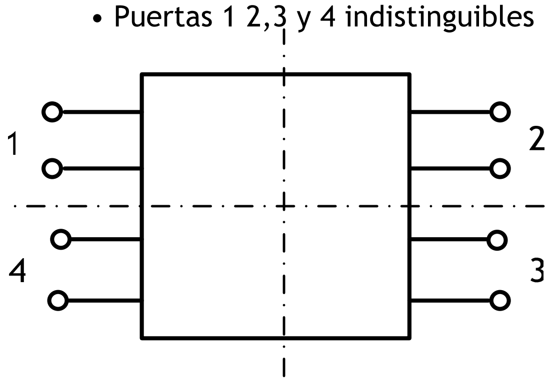
3. Propiedades de la matriz S: reciprocidad, unitariedad, simetría.

- Simetría
  - Red de 4 puertas
  - 1 plano de simetría
  - Puertas 1 y 4 indistinguibles
  - Puertas 2 y 3 indistinguibles



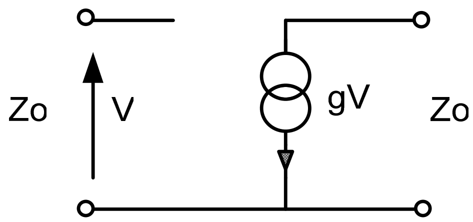
$$S_{11} = S_{44}$$
$$S_{22} = S_{33}$$
$$S_{21} = S_{34} \qquad S_{12} = S_{43}$$
$$S_{31} = S_{24} \qquad S_{13} = S_{42}$$

  - Red de 4 puertas
  - 2 planos de simetría
  - Puertas 1 2,3 y 4 indistinguibles

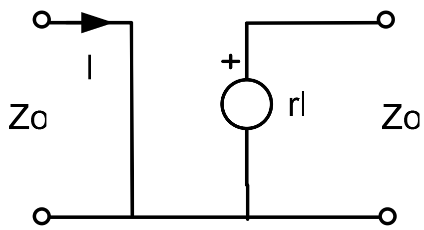


$$S_{11} = S_{44} = S_{22} = S_{33}$$
$$S_{12} = S_{43} \qquad S_{21} = S_{34}$$
$$S_{13} = S_{24} \qquad S_{31} = S_{42}$$
$$S_{14} = S_{23} \qquad S_{41} = S_{32}$$

- Simetría
- Si un cuadripolo es simétrico, entonces $S_{11} = S_{22}$ pero lo contrario no es cierto
  - Ejemplos



$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2gZo & 1 \end{bmatrix}$$



$$S = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \dfrac{2r}{Zo} & -1 \end{bmatrix}$$

- Otras matrices circuitales
  - Matriz Z

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$Z_{ji} = \left.\frac{v_i}{i_i}\right|_{i_j = 0, \quad \forall j \neq i}$$

- Condición de circuito abierto
- Impedancia de carga infinita

- Reciprocidad

$$z_{ij} = z_{ji} \qquad [Z] = [Z]_t$$

- Pasiva y sin pérdidas

$$[Z] + [Z]_t^* = 0$$

- Otras matrices circuitales

  - Matriz Y

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \cdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

$$Y_{ji} = \left. \frac{i_i}{v_i} \right|_{v_j = 0, \quad \forall j \neq i}$$

- Condición de corto circuito
- Admitancia de carga infinita

- Reciprocidad

$$y_{ij} = y_{ji} \qquad [Y] = [Y]_t$$

- Pasiva y sin pérdidas

$$[Y] + [Y]_t^* = 0$$

- Cuadripolo genérico

$$[Z] = \begin{bmatrix} r_{11} + jx_{11} & r_{12} + jx_{12} \\ r_{21} + jx_{21} & r_{22} + jx_{22} \end{bmatrix}$$

8 variables reales

- Cuadripolo recíproco

$$[Z] = \begin{bmatrix} r_{11} + jx_{11} & r_{12} + jx_{12} \\ r_{12} + jx_{12} & r_{22} + jx_{22} \end{bmatrix}$$

6 variables reales

- Cuadripolo sin pérdidas

$$[Z] = \begin{bmatrix} jx_{11} & r_{12} + jx_{12} \\ -r_{12} + jx_{12} & jx_{22} \end{bmatrix}$$

4 variables reales

- Cuadripolo recíproco y sin pérdidas

$$[Z]=\begin{bmatrix} jx_{11} & jx_{12} \\ jx_{12} & jx_{22} \end{bmatrix}$$

3 variables reales

- Cuadripolo recíproco, sin pérdidas y simétrico

$$[Z]=\begin{bmatrix} jx_{11} & jx_{12} \\ jx_{12} & jx_{11} \end{bmatrix}$$

2 variables reales

- De forma similar para el caso de parámetros Y
- Cuadripolo genérico

$$[Y]=\begin{bmatrix} g_{11}+jb_{11} & g_{12}+jb_{12} \\ g_{21}+jb_{21} & g_{22}+jb_{22} \end{bmatrix}$$

- Cuadripolo genérico

$$[S]=\begin{bmatrix} |s_{11}|e^{j\theta_{11}} & |s_{12}|e^{j\theta_{12}} \\ |s_{21}|e^{j\theta_{21}} & |s_{22}|e^{j\theta_{22}} \end{bmatrix}$$

8 variables reales

- Cuadripolo recíproco

$$[S]=\begin{bmatrix} |s_{11}|e^{j\theta_{11}} & |s_{12}|e^{j\theta_{12}} \\ |s_{12}|e^{j\theta_{12}} & |s_{22}|e^{j\theta_{22}} \end{bmatrix}$$

6 variables reales

- Cuadripolo sin pérdidas

$$[S]=\begin{bmatrix} |s_{11}|e^{j\theta_{11}} & \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{12}} \\ \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{21}} & |s_{11}|e^{j\theta_{22}} \end{bmatrix}$$

4 variables reales

$$\theta_{21}=\theta_{11}+\theta_{22}-\theta_{12}\pm\pi(2n-1) \qquad n=0,1,2,\ldots$$

- Cuadripolo recíproco y sin pérdidas

$$[S]=\begin{bmatrix} |s_{11}|\,e^{j\theta_{11}} & \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{12}} \\ \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{12}} & |s_{11}|\,e^{j\theta_{22}} \end{bmatrix}$$

3 variables reales

$$\theta_{12}=\frac{\theta_{11}+\theta_{22}}{2}+\frac{\pi}{2}\pm n\pi \qquad n=0,1,2,\ldots$$

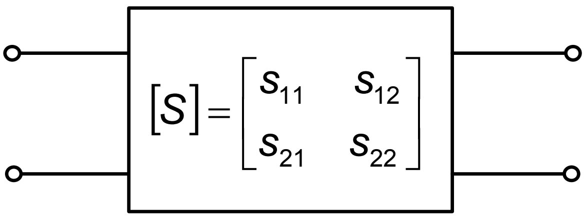
- Cuadripolo recíproco, sin pérdidas y simétrico

$$[S]=\begin{bmatrix} |s_{11}|\,e^{j\theta_{11}} & \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{12}} \\ \sqrt{1-|s_{11}|^2}\,e^{j\theta_{12}} & |s_{11}|\,e^{j\theta_{11}} \end{bmatrix}$$

2 variables reales

$$\theta_{12}=\theta_{11}+\frac{\pi}{2}\pm n\pi \qquad n=0,1,2,\ldots$$

- Resumen



$$[S]=\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$$

- Sin pérdidas

$$|s_{11}|=|s_{22}|$$
$$|s_{12}|=|s_{21}|$$

- Sin pérdidas y recíproco

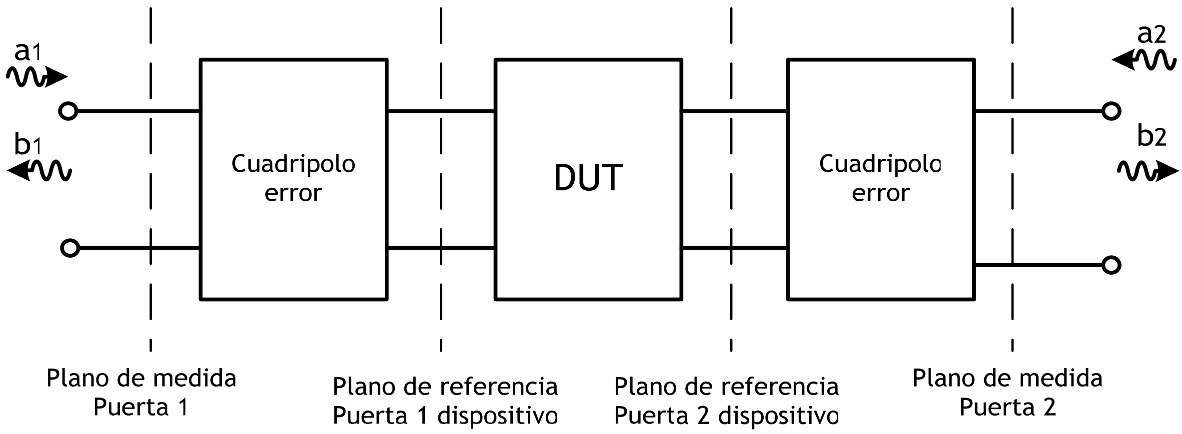
$$|s_{11}|=|s_{22}|$$
$$s_{12}=s_{21}$$

- Recíproco y simétrico

$$s_{12}=s_{21}$$
$$s_{11}=s_{22}$$

4. Medida de parámetros S. Calibración

• En la caracterización de dispositivos de microondas mediante la medida de sus parámetros S, es necesario utilizar elementos auxiliares como conectores, cables y transiciones que no forman parte del dispositivo a medir DUT (Device Under Test). Mediante un proceso de calibrado se eliminan los efectos introducidos por dichos elementos auxiliares.



4. Medida de parámetros S. Calibración

Se considera que los dos cuadripolos error son iguales y además recíprocos.

• A partir de tres medidas es posible caracterizar el cuadripolo error y por lo tanto aislarlo de la medida del DUT

• *Thru*: conexión directa de las dos puertas de medida

• *Reflection*: en cada puerta de medida se conecta una carga cuyo valor no es necesario conocer a priori, siendo generalmente un cortocircuito

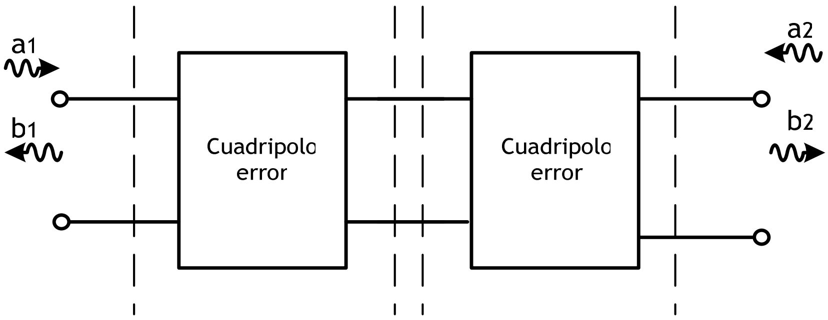
• *Line*: se conecta un tramo de línea de transmisión adaptada a las puertas de medida cuya longitud no es necesario conocer a priori

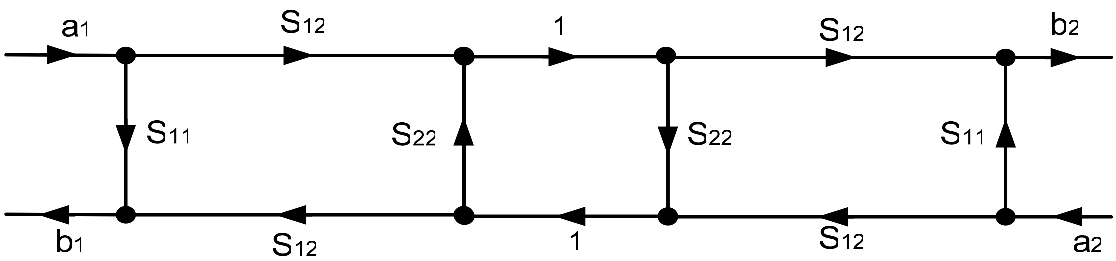
• De los resultados de estas tres medidas y mediante un algoritmo se calculan los parámetros S del cuadripolo error. Una vez conocido éste, al medir el DUT se compensará adecuadamente

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \quad \textit{cuadripolo} \quad \textit{errror}$$

4. Medida de parámetros S. Calibración

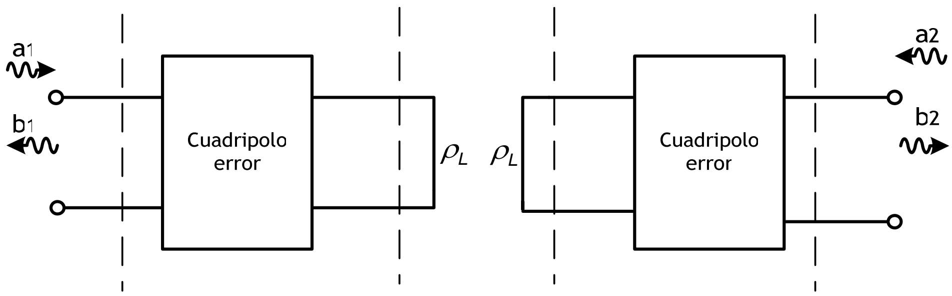
- Calibración TRL (Thru, Reflection, Line)
  - Thru

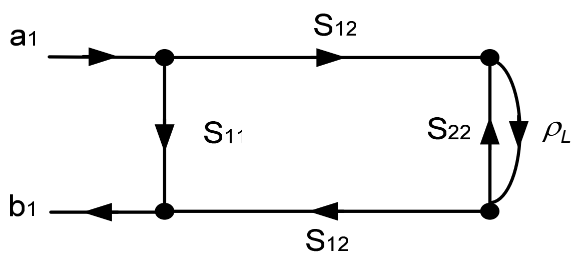




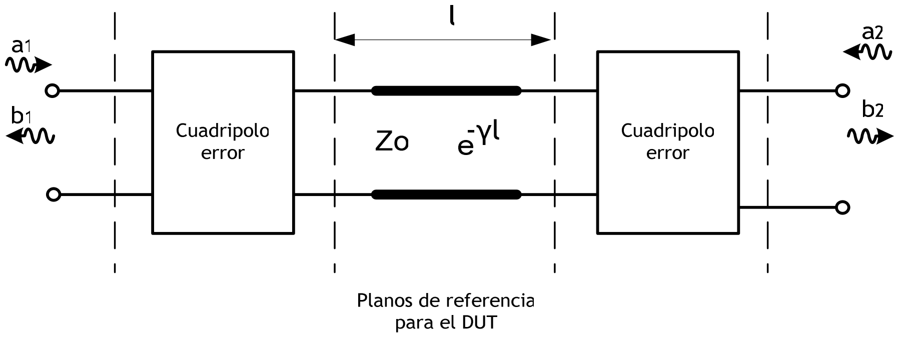
4. Medida de parámetros S. Calibración

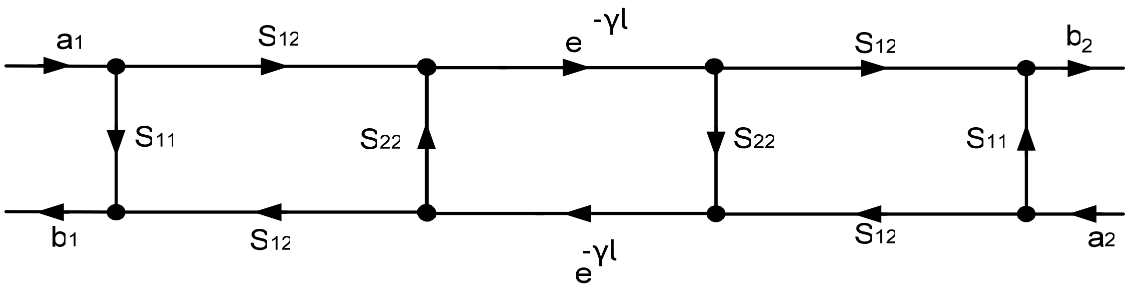
- Calibración TRL (Thru, Reflection, Line)
  - Reflection





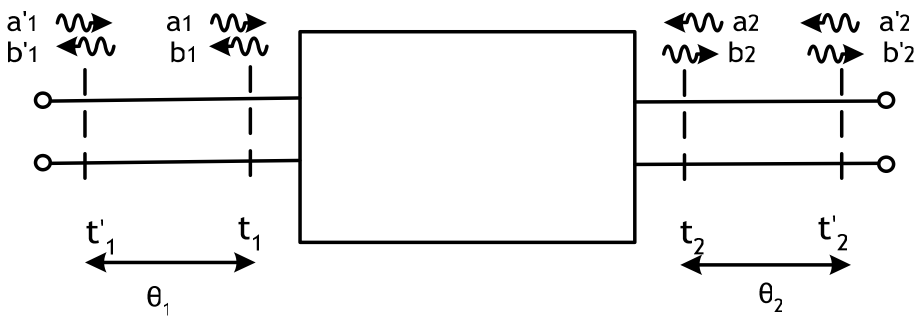
- Calibración TRL (Thru, Reflection, Line)
  - Line





5. Desplazamiento de los planos de referencia

- Traslación hacia fuera del dispositivo de los planos de referencia



- En los planos t_1 y t_2

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad [b] = [S][a]$$

- Relación entre las ondas de potencia en los planos t y t'

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$[a] = [P][a'] \qquad [b'] = [P][b]$$

- Operando

$$[b'] = [P][b] = [P][S][a] = [P][S][P][a']$$

$$[S'] = [P][S][P]$$

$$\begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}$$

- Matriz de traslación genérica P

$$P = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\theta_n} \end{bmatrix}$$

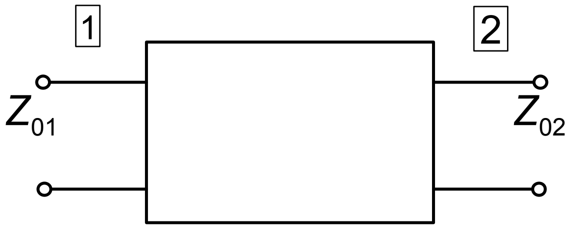
- Si la traslación es hacia el interior las exponenciales son positivas.

- La longitud eléctrica θ corresponde a la longitud física desplazada por la β del modo que se propaga $\theta = \beta l$.

- En el caso de considerar pérdidas la β se sustituye por la γ

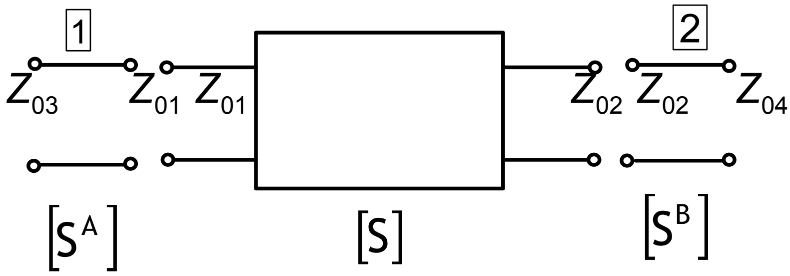
6. Cambio de la impedancia de referencia

• Supongamos un cuadripolo cuya matriz S se conoce, estando referenciada a Z_{01} en la puerta 1 y Z_{02} en la puerta 2.



$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}_{Z_{01}\,Z_{02}}$$

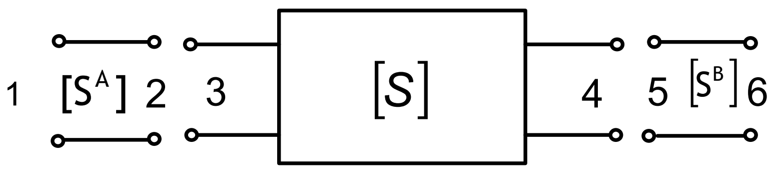
• Se desea obtener la nueva matriz S, estando referenciada a Z_{03} en la puerta 1 y Z_{04} en la puerta 2.



$$[S^A]=\frac{1}{Z_{01}+Z_{03}}\begin{bmatrix} Z_{01}-Z_{03} & 2\sqrt{Z_{01}Z_{03}} \\ 2\sqrt{Z_{01}Z_{03}} & Z_{03}-Z_{01} \end{bmatrix}_{Z_{03}\,Z_{01}}$$

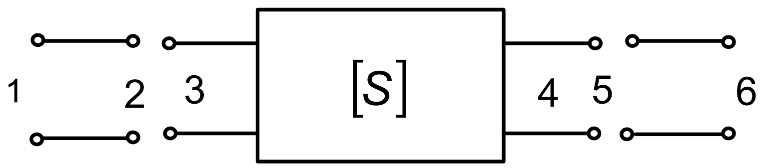
$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}_{Z_{01}\,Z_{02}}$$

$$[S^B]=\frac{1}{Z_{02}+Z_{04}}\begin{bmatrix} Z_{04}-Z_{02} & 2\sqrt{Z_{02}Z_{04}} \\ 2\sqrt{Z_{02}Z_{04}} & Z_{04}-Z_{02} \end{bmatrix}_{Z_{02}\,Z_{04}}$$



$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_6 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^A & 0 & s_{12}^A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{22}^B & 0 & 0 & 0 & s_{21}^B \\ s_{21}^A & 0 & s_{22}^A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{11} & s_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{21} & s_{22} & 0 \\ 0 & s_{12}^B & 0 & 0 & 0 & s_{11}^B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_6 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} B_p \\ B_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{pp} & S_{pc} \\ S_{cp} & S_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p \\ A_c \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}$$

- p conexiones exteriores
- c conexiones interiores

$$[B_c] = [G][A_c]$$

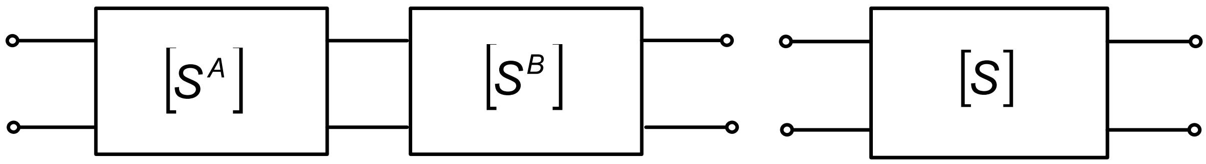
$$[B_c] = [S_{cp}][A_p] + [S_{cc}][A_c] = [G][A_c]$$

$$[A_c] = [G - S_{cc}]^{-1}[S_{cp}][A_p]$$

$$[B_p] = [[S_{pp}] + [S_{pc}][G - S_{cc}]^{-1}[S_{cp}]][A_p]$$

$$\boxed{[S_p] = [S_{pp}] + [S_{pc}][G - S_{cc}]^{-1}[S_{cp}]}$$

7. Conexión en cascada de dos cuadripolos con parámetros S

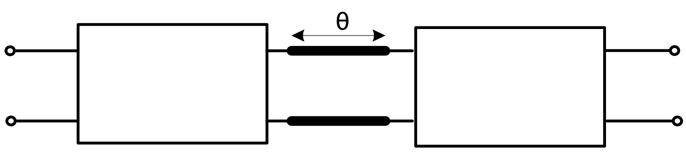


$$[S^A] = \begin{bmatrix} s_{11}^A & s_{12}^A \\ s_{21}^A & s_{22}^A \end{bmatrix} \qquad [S^B] = \begin{bmatrix} s_{11}^B & s_{12}^B \\ s_{21}^B & s_{22}^B \end{bmatrix} \qquad [S\ ] = \begin{bmatrix} s_{11}^T & s_{12}^T \\ s_{21}^T & s_{22}^T \end{bmatrix}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11}^A + \dfrac{s_{12}^A s_{11}^B s_{21}^A}{1 - s_{11}^B s_{22}^A} & \dfrac{s_{12}^A s_{12}^B}{1 - s_{11}^B s_{22}^A} \\ \dfrac{s_{21}^A s_{21}^B}{1 - s_{11}^B s_{22}^A} & s_{22}^B + \dfrac{s_{12}^B s_{22}^A s_{21}^B}{1 - s_{11}^B s_{22}^A} \end{bmatrix}$$

7. Conexión en cascada de dos cuadripolos con parámetros S

- Conexión en cascada de 2 cuadripolos idénticos y recíprocos.



$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11}^T & s_{12}^T \\ s_{12}^T & s_{22}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} + \dfrac{s_{12}^2 s_{11} e^{-j2\theta}}{1 - s_{11}s_{22}e^{-j2\theta}} & \dfrac{s_{12}^2 e^{-j2\theta}}{1 - s_{11}s_{22}e^{-j2\theta}} \\ \dfrac{s_{12}^2 e^{-j2\theta}}{1 - s_{11}s_{22}e^{-j2\theta}} & s_{22}e^{-j2\theta} + \dfrac{s_{12}^2 s_{22} e^{-j4\theta}}{1 - s_{11}s_{22}e^{-j2\theta}} \end{bmatrix}$$

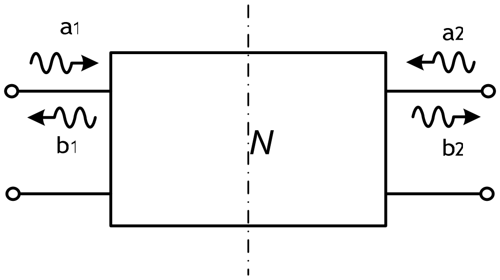
- Considerando niveles de adaptación elevados $|s_{11}|.|s_{22}| \approx 0$

$$[S] \approx \begin{bmatrix} s_{11} + s_{12}^2 s_{11} e^{-j2\theta} & s_{12}^2 e^{-j2\theta} \\ s_{12}^2 e^{-j2\theta} & s_{22}e^{-j2\theta} + s_{12}^2 s_{22} e^{-j4\theta} \end{bmatrix}$$

- Para ciertos valores de frecuencia, el $s_{11}{}^T$ es muy aproximadamente $2s_{11}$ y por lo tanto las nuevas pérdidas de retorno están 6 dB por debajo de las correspondientes al cuadripolo original

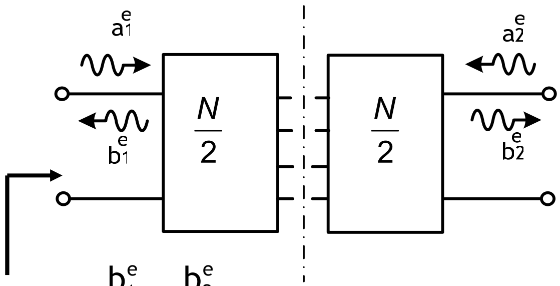
8. Teorema de Bartlett: simetría de los dispositivos pasivos

- Considerando un cuadripolo simétrico y recíproco.

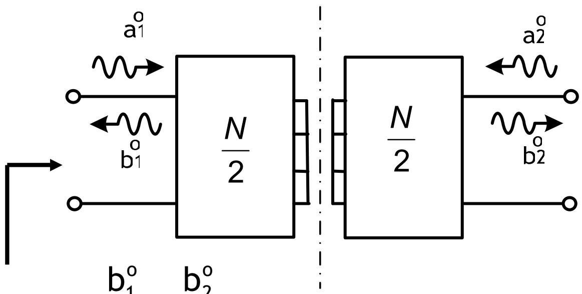


$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} \\ s_{21} & s_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

- Excitación simétrica. $a_1^e = a_2^e = a$
- Excitación asimétrica. $a_1^o = -a_2^o = a$



$$\rho_e = \frac{b_1^e}{a_1^e} = \frac{b_2^e}{a_2^e}$$



$$\rho_o = \frac{b_1^o}{a_1^o} = \frac{b_2^o}{a_2^o}$$

- Suma de excitaciones y respuestas.

$$a_1 = a_1^e + a_1^o = a + a = 2a$$
$$a_2 = a_2^e + a_2^o = a - a = 0$$

$$b_1 = b_1^e + b_1^o = \rho_e a_1^e + \rho_o a_1^o = (\rho_e + \rho_o)a = \frac{1}{2}(\rho_e + \rho_o)a_1$$
$$b_2 = b_2^e + b_2^o = \rho_e a_2^e + \rho_o a_2^o = (\rho_e - \rho_o)a = \frac{1}{2}(\rho_e - \rho_o)a_1$$

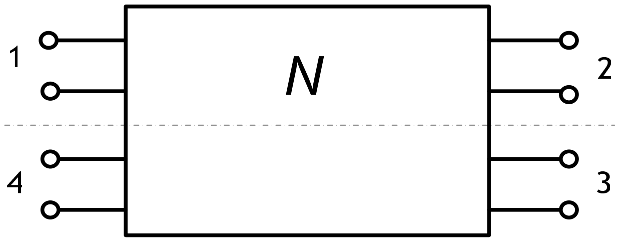
$$s_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{1}{2}(\rho_e + \rho_o)$$
$$s_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{1}{2}(\rho_e - \rho_o)$$

$$S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \rho_e + \rho_o & \rho_e - \rho_o \\ \rho_e - \rho_o & \rho_e + \rho_o \end{bmatrix}$$

- En vez de resolver una vez una red de dos puertas para calcular s_{11} y s_{21} se resuelven dos redes de una puerta para calcular ρ_e y ρ_o

8. Teorema de Bartlett: simetría de los dispositivos pasivos

- Considerando una red de cuatro puertas recíproca y con un plano de simetría.



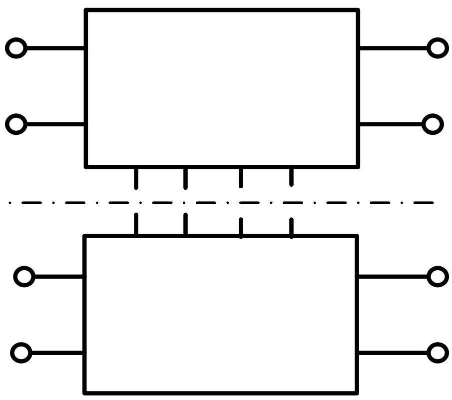
- Las puertas 1 y 4 son indistinguibles
- Las puertas 2 y 3 son indistinguibles

$$S_{11} = S_{44} \qquad S_{22} = S_{33} \qquad S_{21} = S_{34} \qquad S_{31} = S_{24}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{13} \\ \hline S_{13} & S_{23} & S_{22} & S_{12} \\ S_{14} & S_{13} & S_{12} & S_{11} \end{array}\right] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

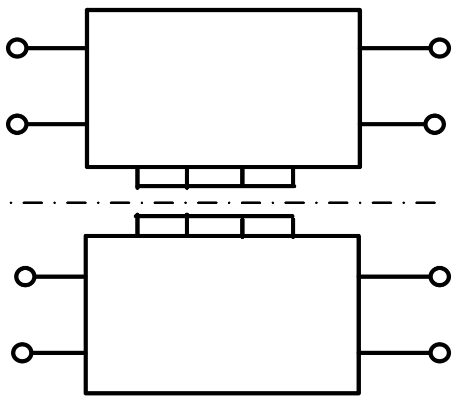
8. Teorema de Bartlett: simetría de los dispositivos pasivos

- Excitación simétrica.



$$S^e = \begin{bmatrix} S_{11}^e & S_{12}^e \\ S_{12}^e & S_{22}^e \end{bmatrix}$$

- Excitación asimétrica.



$$S^o = \begin{bmatrix} S_{11}^o & S_{12}^o \\ S_{12}^o & S_{22}^o \end{bmatrix}$$

8. Teorema de Bartlett: simetría de los dispositivos pasivos

- Aplicando ambas excitaciones se recompone la matriz

$$S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} s_{11}^e + s_{11}^o & s_{12}^e + s_{12}^o & s_{12}^e - s_{12}^o & s_{11}^e - s_{11}^o \\ s_{12}^e + s_{12}^o & s_{22}^e + s_{22}^o & s_{22}^e - s_{22}^o & s_{12}^e - s_{12}^o \\ s_{12}^e - s_{12}^o & s_{22}^e - s_{22}^o & s_{22}^e + s_{22}^o & s_{12}^e + s_{12}^o \\ s_{11}^e - s_{11}^o & s_{12}^e - s_{12}^o & s_{12}^e + s_{12}^o & s_{11}^e + s_{11}^o \end{bmatrix}$$

- En vez de resolver una vez una red de cuatro puertas se resuelven dos veces, dos redes de dos puertas

9. Relación entre parámetros S, Z, Y, ABCD

- Relación entre parámetros S y ABCD. Cuadriplo recíproco

$$s_{11} = \frac{AZ_0 + B - CZ_0^2 - DZ_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0} \qquad s_{12} = \frac{2Z_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0}$$

$$s_{21} = \frac{2Z_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0} \qquad s_{22} = \frac{-AZ_0 + B - CZ_0^2 + DZ_0}{AZ_0 + B + CZ_0^2 + DZ_0}$$

- Relaciones matriciales entre parámetros S y Z.

$$[Z] = \sqrt{[Zo]}[U - S]^{-1}[U + S]\sqrt{[Zo]}$$

$$[S_\Omega] = \sqrt{[Y_\Omega]}[Z - Z_\Omega][Z - Z_\Omega]^{-1}\sqrt{[Y_\Omega]}$$

$[Zo]$ $[Z_\Omega]$ •Matrices diagonales que representan las impedancias de referencia en cada puerta

$[U]$ •Matriz unidad

9. Relación entre parámetros S, Z, Y, ABCD

- Considerando las matrices de impedancia y admitancia normalizadas $\left[\overline{Z}\right]$ $\left[\overline{Y}\right]$

$$[S]=\left[\overline{Z}-U\right]\left[\overline{Z}+U\right]^{-1}=[U]-2\left[\overline{Z}+U\right]^{-1}$$

$$[S]=\left[U-\overline{Y}\right]\left[U+\overline{Y}\right]^{-1}=2\left[U+\overline{Y}\right]^{-1}-[U]$$

$$\left[\overline{Z}\right]=[U+S]\,[U-S]^{-1}=[U]+2[S][U-S]^{-1}$$

$$\left[\overline{Y}\right]=[U-S]\,[U+S]^{-1}=[U]-2[S][U+S]^{-1}$$

- Existen otras expresiones alternativas y por eso hay que tener en cuenta como realiza cada programa comercial estas transformaciones entre parámetros.

10. Cálculo de los parámetros S de circuitos concentrados y distribuidos

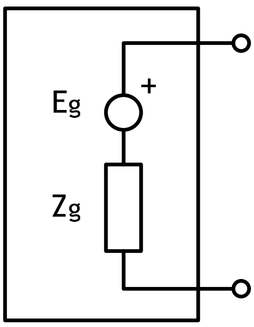
- Conexión directa con cambio de impedancia de referencia

$$S=\begin{bmatrix}\dfrac{Z_{02}-Z_{01}}{Z_{02}+Z_{01}} & \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{02}+Z_{01}}\\[2ex] \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{02}+Z_{01}} & \dfrac{Z_{01}-Z_{02}}{Z_{02}+Z_{01}}\end{bmatrix}$$

$$S=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$Z_{01}=Z_{02}=Z_0$$

- Generador real

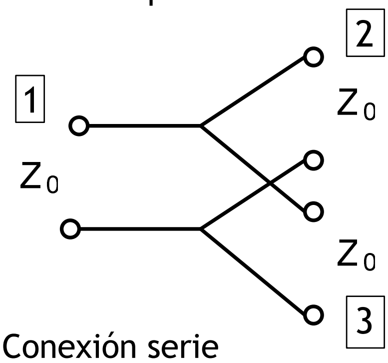


$$b=\frac{Z_g-Z_0}{Z_g+Z_0}a+\frac{\sqrt{Z_0}}{Z_g+Z_0}\frac{E_g}{\sqrt{2}}$$

$$b=Sa+c$$

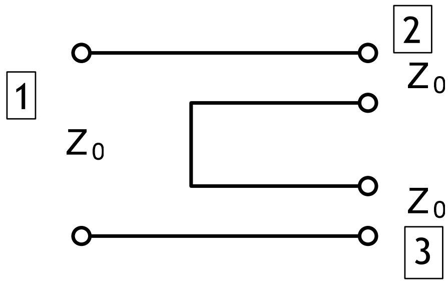
$$Z_g=Z_0 \qquad |c|^2=\frac{1}{8}\frac{|E_g|^2}{Z_0}=P_{dg}$$

- Conexión paralelo



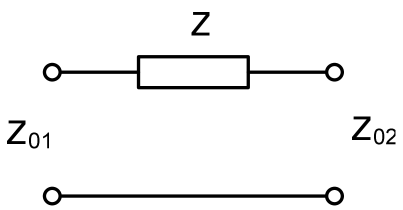
$$S = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

- Conexión serie



$$S = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Impedancia serie

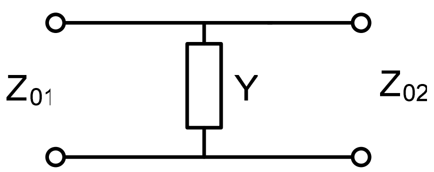


$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{Z + Z_{02} - Z_{01}}{Z + Z_{02} + Z_{01}} & \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z + Z_{02} + Z_{01}} \\ \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z + Z_{02} + Z_{01}} & \dfrac{Z + Z_{01} - Z_{02}}{Z + Z_{02} + Z_{01}} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{Z}{Z + 2Z_0} & \dfrac{2Z_0}{Z + 2Z_0} \\ \dfrac{2Z_0}{Z + 2Z_0} & \dfrac{Z}{Z + 2Z_0} \end{bmatrix}$$

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0$$

- Admitancia paralelo

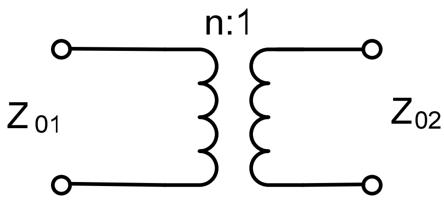


$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_{02} - Z_{01} - YZ_{01}Z_{02}}{Z_{02} + Z_{01} + YZ_{01}Z_{02}} & \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{02} + Z_{01} + YZ_{01}Z_{02}} \\ \dfrac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{02} + Z_{01} + YZ_{01}Z_{02}} & \dfrac{Z_{01} - Z_{02} - YZ_{01}Z_{02}}{Z_{02} + Z_{01} + YZ_{01}Z_{02}} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{-Y}{Y + 2Y_0} & \dfrac{2Y_0}{Y + 2Y_0} \\ \dfrac{2Y_0}{Y + 2Y_0} & \dfrac{-Y}{Y + 2Y_0} \end{bmatrix}$$

$$Z_{01} = Z_{02} = Z_0 = \frac{1}{Y_0}$$

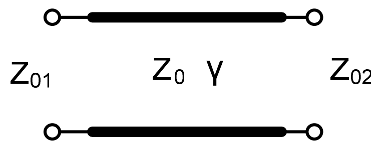
- Transformador ideal



$$S=\begin{bmatrix}\dfrac{n^2Z_{02}-Z_{01}}{n^2Z_{02}+Z_{01}} & \dfrac{2n\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{n^2Z_{02}+Z_{01}}\\[2ex] \dfrac{2n\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{n^2Z_{02}+Z_{01}} & \dfrac{Z_{01}-n^2Z_{02}}{n^2Z_{02}+Z_{01}}\end{bmatrix}\qquad S=\begin{bmatrix}\dfrac{n^2-1}{n^2+1} & \dfrac{2n}{n^2+1}\\[2ex] \dfrac{2n}{n^2+1} & \dfrac{1-n^2}{n^2+1}\end{bmatrix}$$

$$Z_{01}=Z_{02}=Z_0$$

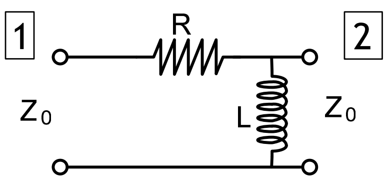
- Línea de transmisión



$$S=\begin{bmatrix}\dfrac{(Z_0^2-Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{02}-Z_{01})}{(Z_0^2+Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{01}+Z_{02})} & \dfrac{\dfrac{2Z_0\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{\cosh(\gamma l)}}{(Z_0^2+Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{01}+Z_{02})}\\[3ex] \dfrac{\dfrac{2Z_0\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{\cosh(\gamma l)}}{(Z_0^2+Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{01}+Z_{02})} & \dfrac{(Z_0^2-Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{01}-Z_{02})}{(Z_0^2+Z_{01}Z_{02})\tanh(\gamma l)+Z_0(Z_{01}+Z_{02})}\end{bmatrix}$$

$$Z_{01}=Z_{02}=Z_0=\frac{1}{Y_0}\qquad S=\begin{bmatrix}0 & e^{-\gamma l}\\ e^{-\gamma l} & 0\end{bmatrix}$$

- Red con pérdidas



$$S=\begin{bmatrix}\dfrac{jwRL+Z_0R-Z_0^2}{jwL(R+2Z_0)+Z_0^2+RZ_0} & \dfrac{2jwLZ_0}{jwL(R+2Z_0)+Z_0^2+RZ_0}\\[3ex] \dfrac{2jwLZ_0}{jwL(R+2Z_0)+Z_0^2+RZ_0} & \dfrac{jwRL-Z_0R-Z_0^2}{jwL(R+2Z_0)+Z_0^2+RZ_0}\end{bmatrix}$$

Existe reciprocidad	No existe simetría	Existen pérdidas
$S_{12}=S_{21}$	$S_{11}\neq S_{22}$	$\lvert S_{11}\rvert\neq\lvert S_{22}\rvert$

10. Cálculo de los parámetros S de circuitos concentrados y distribuidos

- Potencia disipada en R excitando en la puerta 1 con un generador Vg,Zo y la 2 cargada con Zo

$$P_R^1 = \frac{1}{2}\frac{\left|V_g\right|^2 (Z_0^2 + w^2L^2)R}{\left(RZ_0 + Z_0^2\right)^2 + \left(wLR + 2wLRZ_0\right)^2}$$

- Potencia disipada en R excitando en la puerta 2 con un generador Vg, Zo y la 1 cargada con Zo

$$P_R^2 = \frac{1}{2}\frac{\left|V_g\right|^2 (w^2L^2)R}{\left(RZ_0 + Z_0^2\right)^2 + \left(wLR + 2wLRZ_0\right)^2}$$

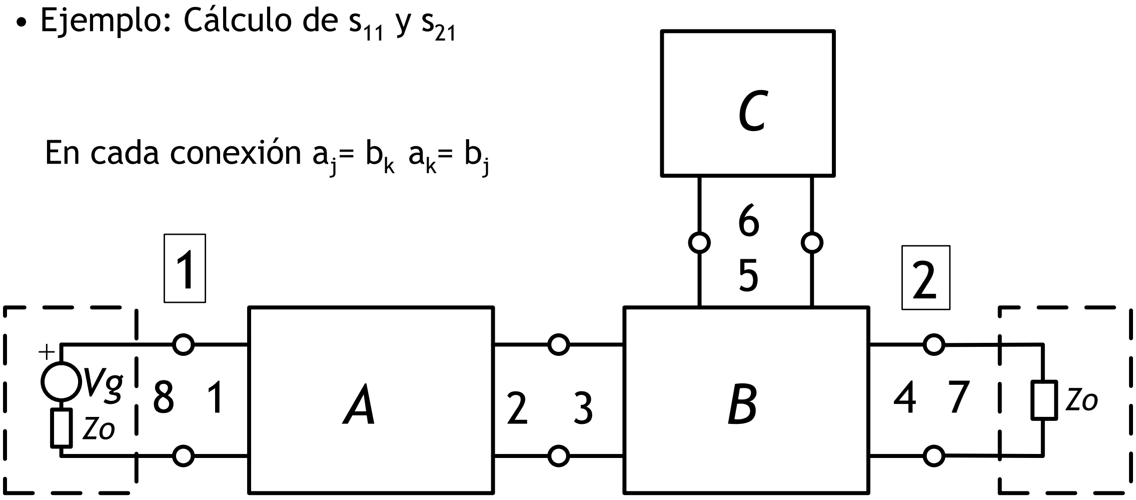
$$P_R^1 \neq P_R^2$$

11. Análisis por ordenador de dispositivos caracterizados por matriz S

- Existen diferentes técnicas para calcular los parámetros S de redes multipuerta conectadas arbitrariamente.

- Ejemplo: Cálculo de s_{11} y s_{21}

En cada conexión $a_j = b_k$ $a_k = b_j$



- Matriz S global

$$\begin{bmatrix} b_1\\ b_2\\ b_3\\ b_4\\ b_5\\ b_6\\ b_7\\ b_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^A & s_{12}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ s_{21}^A & s_{22}^A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & s_{11}^B & s_{12}^B & s_{13}^B & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & s_{21}^B & s_{22}^B & s_{23}^B & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & s_{31}^B & s_{32}^B & s_{33}^B & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{s^C} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1\\ a_2\\ a_3\\ a_4\\ a_5\\ a_6\\ a_7\\ a_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[b] = [S]\,[a] + [c]$$

- Matriz de la geometría

$$[G] = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

$$[b] = [G]\,[a]$$

$$[b] = [G]\,[a] = [S]\,[a] + [c] \qquad [G - S]^{-1}\,[a] = [c]$$

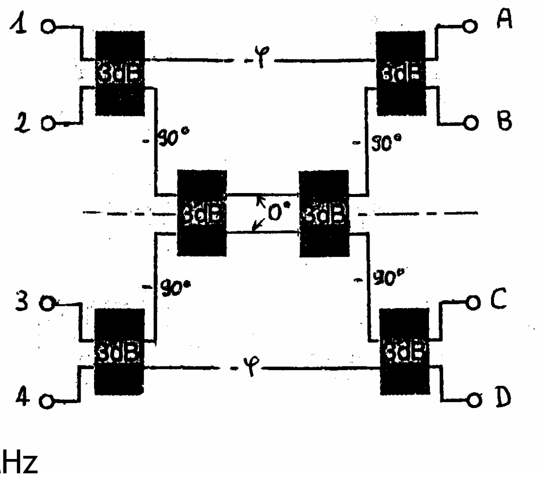
$$\boxed{[a] = [G - S]^{-1}[c]}$$

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_4=0} = \frac{a_8}{b_8} = \frac{a_8}{c_8} = a_8$$

$$S_{21} = \left.\frac{b_4}{a_1}\right|_{a_4=0} = \frac{a_7}{b_8} = \frac{a_7}{c_8} = a_7$$

• Ejemplo: Matriz de Butler del satélite GAIA

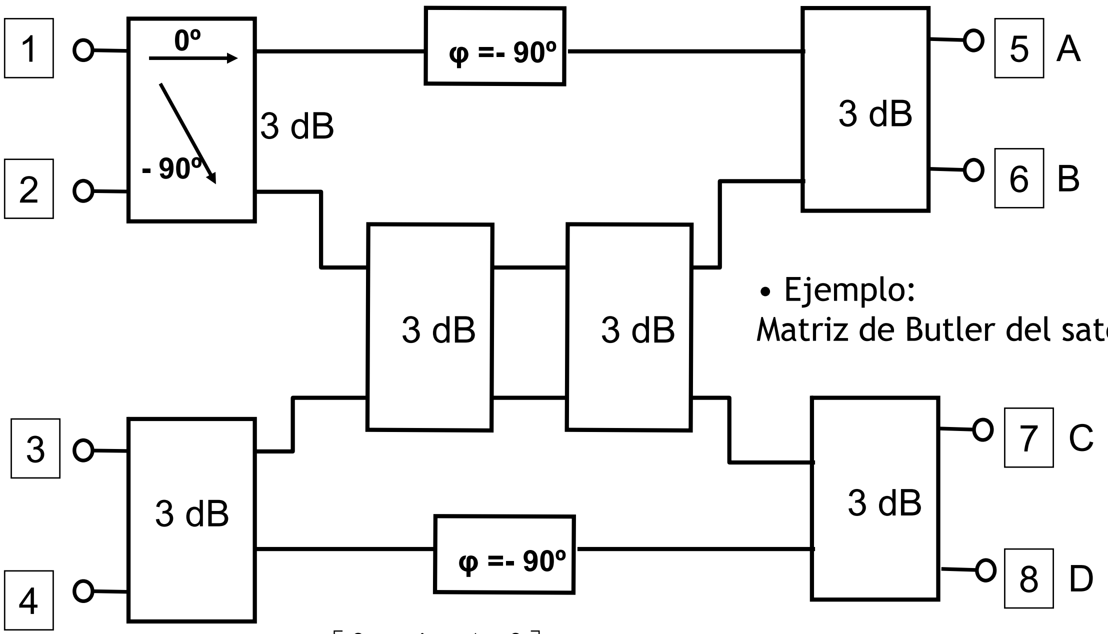
$$S = \frac{e^{j\varphi_0}}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & j & 1 & 1 & -j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -j & j & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & j & -j & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -j & 1 & 1 & j \\ j & 1 & 1 & -j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -j & j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & j & -j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -j & 1 & 1 & j & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Especificaciones

- Banda de trabajo: 8430 – 8520 MHz
- Adaptación > 25 dB
- Aislamiento > 25 dB

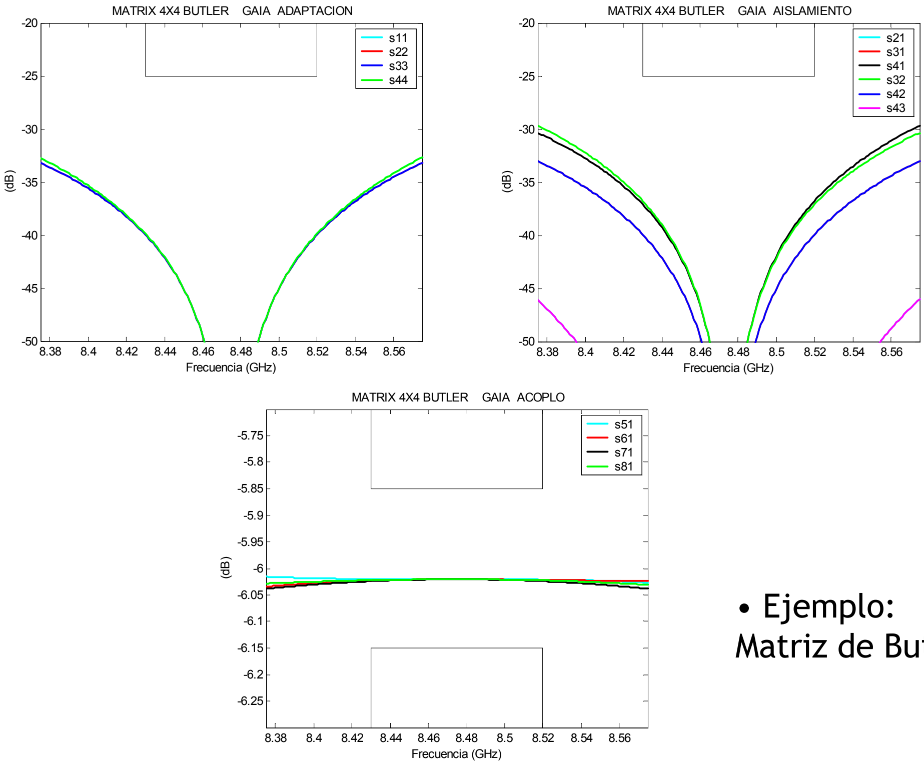
- Desbalance de amplitud en la banda de paso: 0.3 dB
- Desbalance de fase respecto del ideal en la banda de paso: +/- 2.5º



• Ejemplo:
Matriz de Butler del satélite GAIA

- Acoplador $S = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & -j & -1 & 0 \\ -j & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -j \\ 0 & -1 & -j & 0 \end{bmatrix}$
- Desfasador $S = \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix}$

11. Análisis por ordenador de dispositivos caracterizados por matriz S

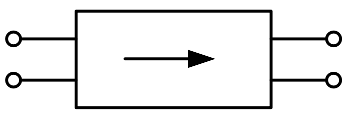


- Ejemplo:
Matriz de Butler del satélite GAIA

12. Dispositivos de 2,3 y 4 puertas

- Aislador

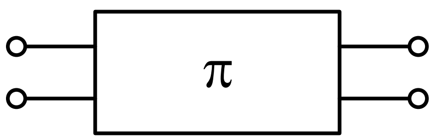
Dispositivo adaptado, no recíproco, con pérdidas



$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Girador

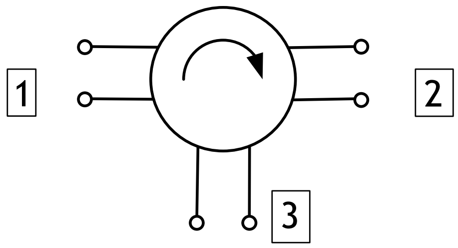
Dispositivo adaptado, no recíproco, sin pérdidas



$$S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Circulador

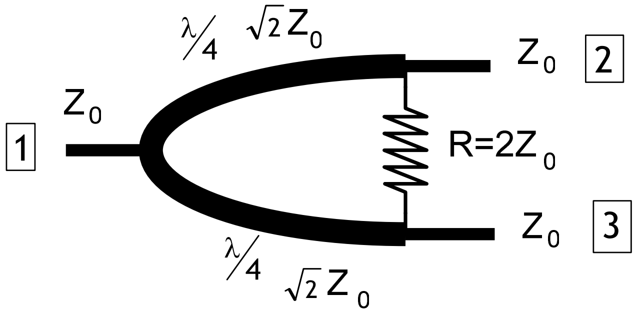
Dispositivo adaptado, no recíproco, sin pérdidas



$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Divisor Wilkinson

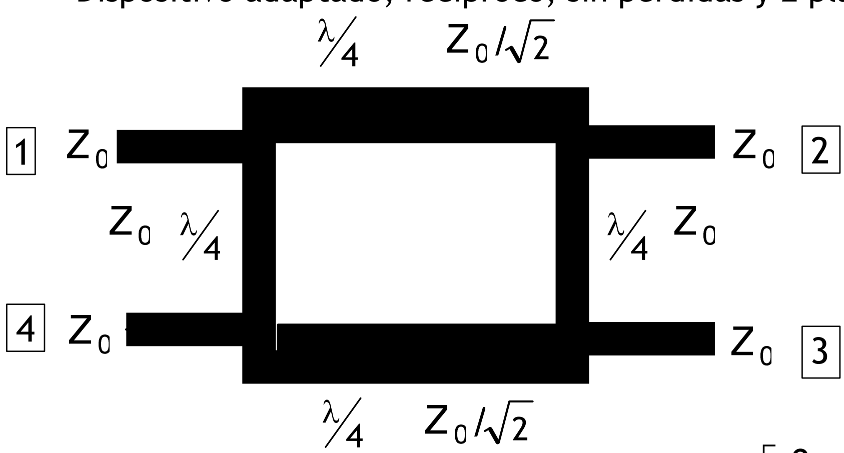
Dispositivo adaptado, recíproco, con pérdidas y 1 plano de simetría



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

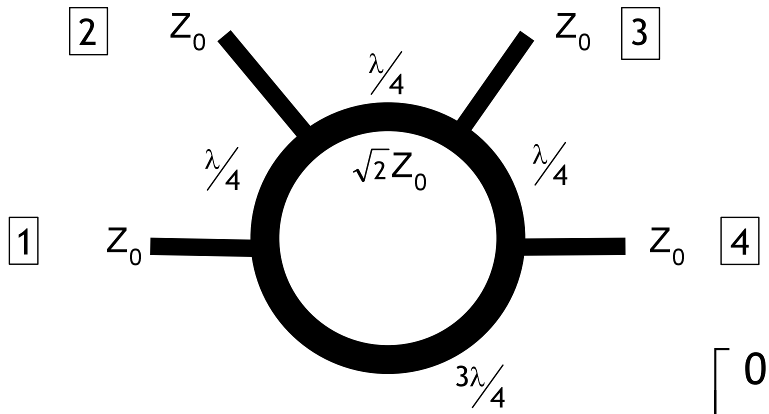
- Acoplador *branch-line* 3 db y 90º

Dispositivo adaptado, recíproco, sin pérdidas y 2 planos de simetría



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -1 & 0 \\ -j & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -j \\ 0 & -1 & -j & 0 \end{bmatrix}$$

- Acoplador *rat-race* 3 db y 180º
  Dispositivo adaptado, recíproco, sin pérdidas y 1 plano de simetría



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & -j & 0 & j \\ -j & 0 & -j & 0 \\ 0 & -j & 0 & -j \\ j & 0 & -j & 0 \end{bmatrix}$$