

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia (ACAF)

Primera parte, Tema III

Profesores: **Jorge A. Ruiz Cruz** (jorge.ruizcruz@uam.es)
José L. Masa Campos (joseluis.masa@uam.es)

Colaboradores de este tema: *Juan E. Page* (*), *José R. Montejo* (*) y *Jesús M. Rebollar* (*)

(*) Dpto. de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos
Universidad Politécnica de Madrid



Master en Ingeniería Informática
y de Telecomunicación
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid



Primera parte de ACAF: Circuitos de Alta Frecuencia.



I. PROCESADO DE SEÑAL EN RF.

II. TEORÍA CIRCUITAL DE LOS DISPOSITIVOS DE RF.



III. DISEÑO DE CIRCUITOS PASIVOS DE RF.

IV. DISPOSITIVOS EN GUÍA DE ONDA.

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia, www.eps.uam.es/~acaf
Master en Ingeniería Informática y de Telecomunicación
Escuela Politécnica Superior, Universidad Autónoma de Madrid
Jorge A. Ruiz Cruz (jorge.ruizcruz@uam.es, www.eps.uam.es/~jrui)

III. Diseño de circuitos pasivos de RF

1. Transformación de impedancias.
2. División y combinación de señales: divisores de potencia, acopladores.
3. Selección de bandas de frecuencias: filtros, multiplexores.
4. Otras funciones: atenuación, conmutación, modulación,...

1. Transformación de impedancias

➤ Para optimizar la calidad de un sistema de comunicaciones hay que maximizar la cantidad de señal (la potencia) que llega al receptor:

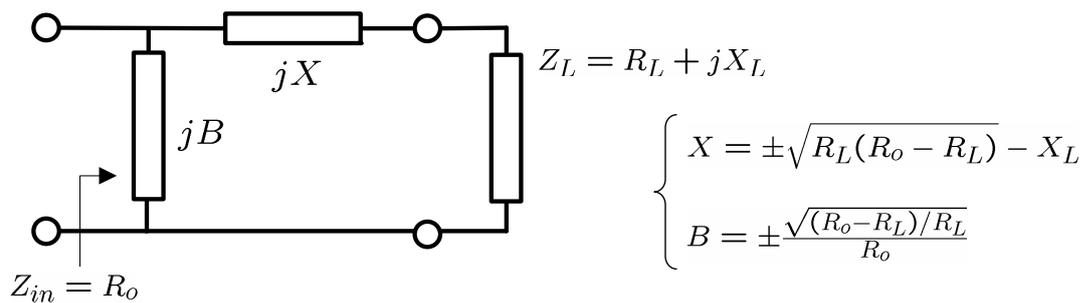
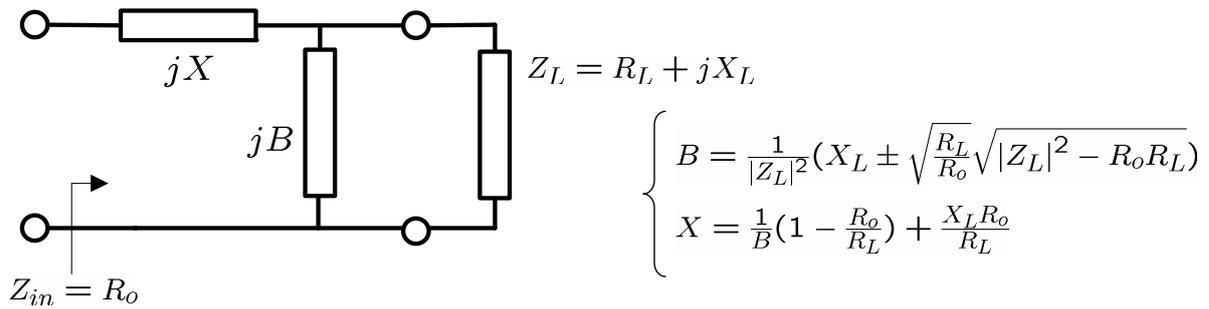
- Por tanto, cuando se diseñan los distintos componentes del sistema hay que conseguir la adaptación de impedancias entre ellos para transferir la máxima potencia.
- Es decir, las impedancias de salida de un componente y de entrada al siguiente deben ser complejas conjugadas.
- La adaptación habrá de conseguirse en todo el ancho de banda de funcionamiento del sistema.

➤ Dos problemas típicos:

- Adaptación de una impedancia de carga compleja a un generador real
- Transformación de una carga real a otra carga real de valor distinto

1. Transformación de impedancias: carga compleja

➤ Adaptación con elementos concentrados:



1. Transformación de impedancias: carga compleja

➤ Adaptación con elementos concentrados (cont.):

- ¿Qué cantidad mínima de elementos se necesita para la adaptación? En principio, para adaptar a una frecuencia sólo dos (la susceptancia y reactancia ya vistas). Con más elementos se podrá ganar en ancho de banda.

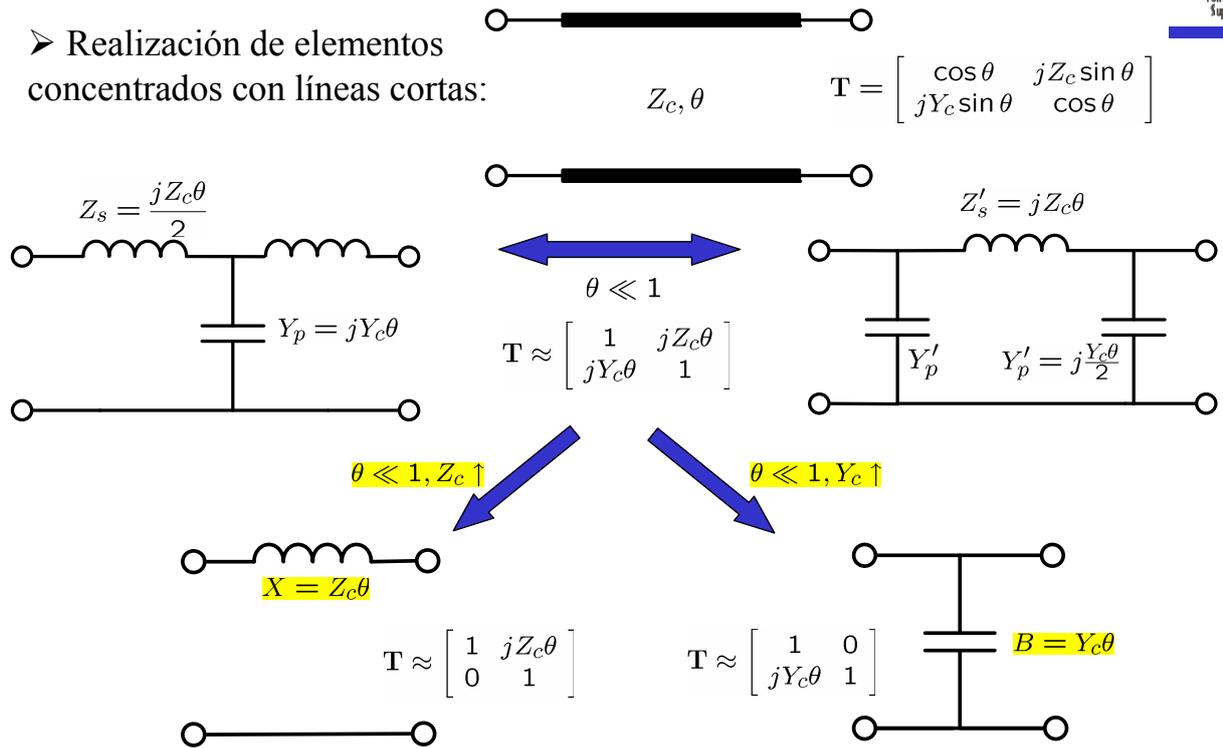
- Las dos topologías vistas tienen respuestas en frecuencia distintas y serán más o menos difíciles de realizar. ¿Cómo se implementan en alta frecuencia?

- Los elementos resultantes pueden sintetizarse con líneas cortas o con stubs (ver trasp. siguientes) y pueden aplicarse las mismas técnicas de transformación que se usan en filtros (ver más adelante)

➤ Sin embargo, también se pueden usar técnicas de adaptación que no pasen por elementos concentrados y que se basen desde el principio en líneas de transmisión: ej: adaptación con línea y stub que se verá más adelante.

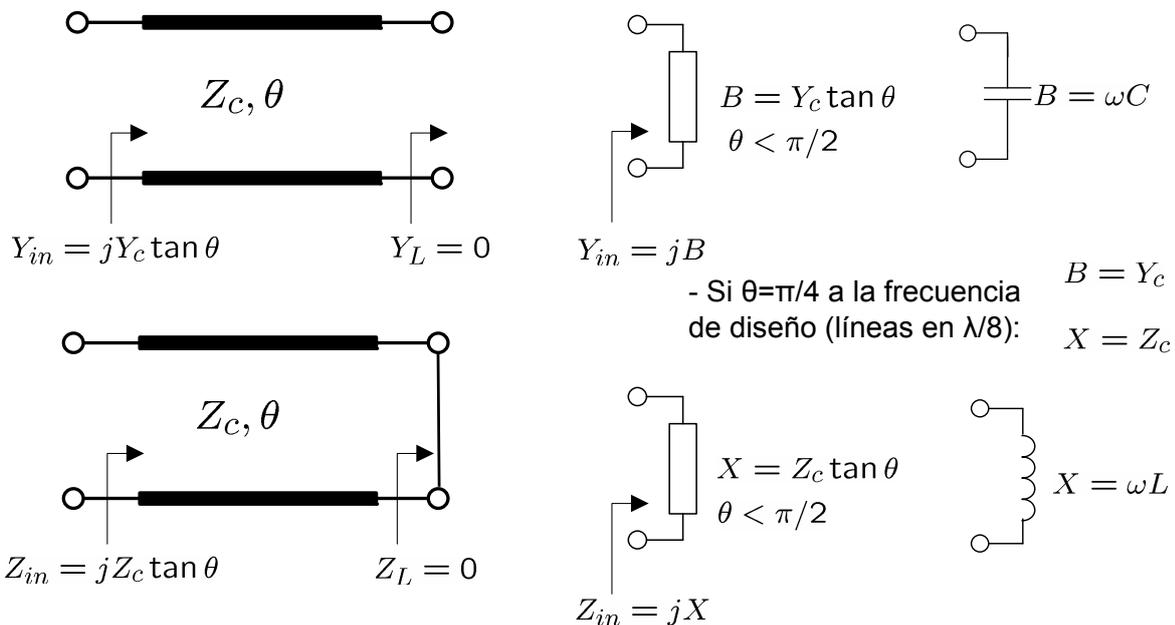
1. Transformación de impedancias elementos concentrados y líneas cortas

➤ Realización de elementos concentrados con líneas cortas:



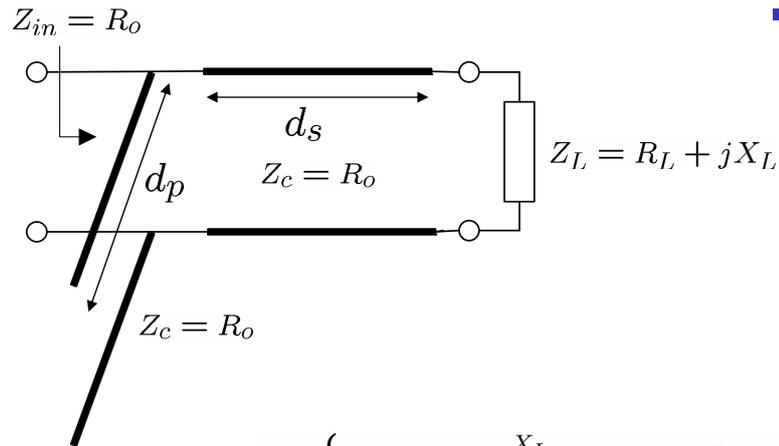
1. Transformación de impedancias elementos concentrados y stubs

➤ Realización de elementos concentrados con stubs:



1. Transformación de impedancias: carga compleja

➤ Adaptación con línea y stub:



$$\frac{d_s}{\lambda} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \operatorname{atan}(t) & t \geq 0 \\ \frac{1}{2\pi} (\pi + \operatorname{atan}(t)) & t < 0 \end{cases} \quad t = \begin{cases} -\frac{X_L}{2R_o} & R_L = R_o \\ \frac{X_L \pm \sqrt{\frac{R_L}{R_o}((R_o - R_L)^2 + X_L^2)}}{R_L - R_o} & R_L \neq R_o \end{cases}$$

$$\frac{d_p}{\lambda} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \operatorname{atan}(-BR_o) & B \leq 0 \\ \frac{1}{2\pi} (\pi + \operatorname{atan}(-BR_o)) & B > 0 \end{cases} \quad B = \frac{tR_L^2 - (R_o - tX_L)(X_L + tR_o)}{R_o(R_L^2 + (X_L + tR_o)^2)}$$

1. Transformación de impedancias: carga compleja

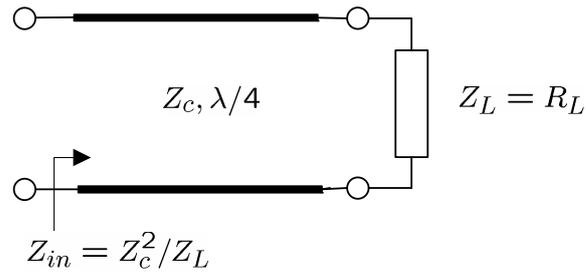
➤ A parte de la solución anterior, la adaptación con línea y stub admite múltiples variantes y tipos de diseños:

- Puede terminarse el stub en cortocircuito o situarse en serie
- Se pueden variar las impedancias de líneas y stub
- El uso de la carta de Smith es muy útil para entender la estrategia de diseño

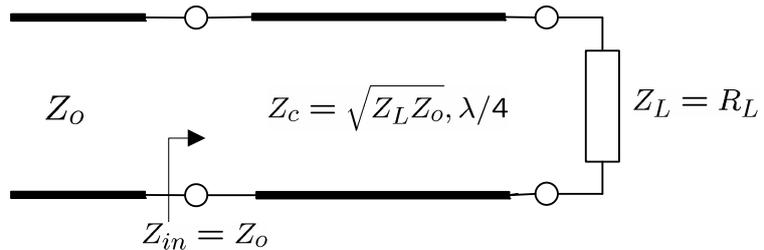
➤ Respuesta en frecuencia:

- Los diseños proporcionan la adaptación buscada a la frecuencia de diseño.
- Fuera de esa frecuencia, cada diseño tendrá una variación en principio distinta.
- Se puede usar más de una sección, para conseguir una banda más ancha o algún otro objetivo. Ahora se verá esta idea para cargas reales.

➤ Transformador en $\lambda/4$:

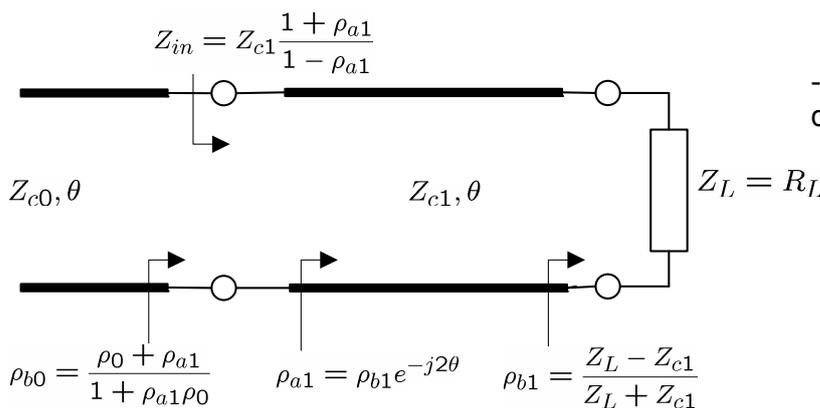


➤ Uso como adaptador de impedancias:



- Adaptación perfecta a la frecuencia que la línea mide $\lambda/4$. Cuanto más nos alejemos de esa frecuencia, peor adaptación → Uso de múltiples secciones.

➤ Coeficiente de reflexión a la entrada de dos secciones de línea:



- Se define el coeficiente de reflexión auxiliar:

$$\rho_0 \triangleq \frac{Z_{c1} - Z_{c0}}{Z_{c1} + Z_{c0}}$$

$$\updownarrow$$

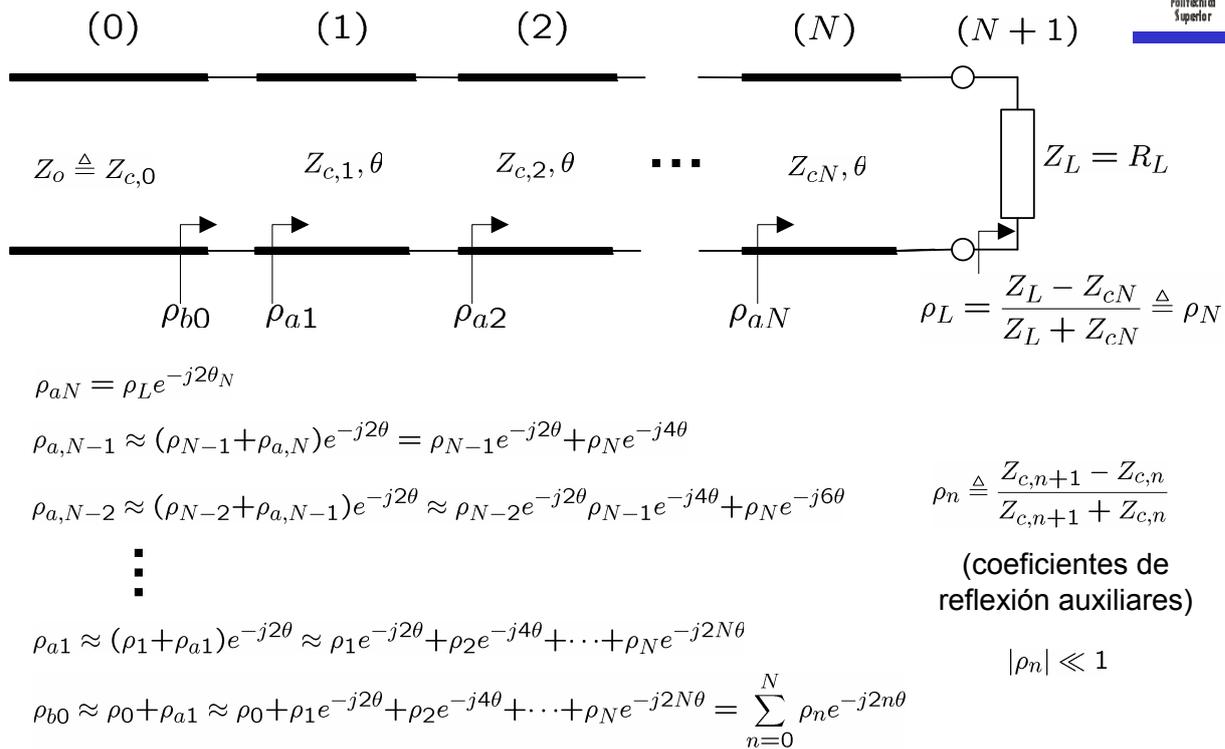
$$Z_{c0} = Z_{c1} \frac{1 - \rho_0}{1 + \rho_0}$$

$$\rho_{b0} = \frac{\rho_0 + \rho_{a1}}{1 + \rho_{a1}\rho_0} \quad \rho_{a1} = \rho_{b1}e^{-j2\theta} \quad \rho_{b1} = \frac{Z_L - Z_{c1}}{Z_L + Z_{c1}}$$

$$\rho_{b0} = \frac{Z_{in} - Z_{c0}}{Z_{in} + Z_{c0}} = \frac{Z_{c1} \frac{1+\rho_{a1}}{1-\rho_{a1}} - Z_{c1} \frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}}{Z_{c1} \frac{1+\rho_{a1}}{1-\rho_{a1}} + Z_{c1} \frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}} = \frac{\rho_0 + \rho_{a1}}{1 + \rho_{a1}\rho_0} \underset{|\rho_{a1}\rho_0| \ll 1}{\approx} \rho_0 + \rho_{a1} = \rho_0 + \rho_{b1}e^{-j2\theta}$$

- Si se cumple que (pequeñas reflexiones): $|\rho_{a1}| \ll 1$ and $|\rho_0| \ll 1$ \rightarrow $\rho_{b0} \approx \rho_0 + \rho_{a1}$

1. Transformación de impedancias: secciones múltiples



1. Transformación de impedancias: secciones múltiples



➤ El coeficiente de reflexión a la entrada tiene la forma de un desarrollo en serie de Fourier, por lo que se podrá sintetizar cualquier tipo de variación con la frecuencia

$$\rho_{b0} \approx \sum_{n=0}^N \rho_n e^{-j2n\theta}$$

- N grados de libertad: $Z_{c,n}, n = 0, \dots, N - 1 \iff \rho_n \triangleq \frac{Z_{c,n+1} - Z_{c,n}}{Z_{c,n+1} + Z_{c,n}}$

- Restricciones: $|\rho_n| \ll 1$

➤ Ej: Transformador binomial o maximalmente plano:

$$(\theta = \frac{\pi f}{2f_0})$$

- Supóngase que se busca una respuesta del tipo:

$$\rho = A(1 + e^{-j2\theta})^N$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho|_{\theta=\pi/2} = 0 \\ \frac{d^n \rho}{d^n \theta} |_{\theta=\pi/2} = 0 \quad (n = 0, \dots, N - 1) \end{array} \right. \quad \text{(líneas en } \lambda/4 \text{ a } f=f_0)$$

- Esta respuesta cumple adaptación perfecta a la frecuencia de diseño y máxima planicidad (derivadas hasta la $N-1$ nulas) para un orden dado (=número de secciones) N

1. Transformación de impedancias: transformador binomial



➤ Transformador binomial o maximalmente plano (cont.):

- Esta expresión se puede escribir usando el binomio de Newton como: $\rho = A(1 + e^{-j2\theta})^N = \sum_{n=0}^N \underbrace{A \frac{N!}{(N-n)!n!}}_{\rho_n} e^{-j2n\theta}$

- De la expresión anterior: $\rho|_{\theta=0} = A2^N$
 - Del circuito a $\theta=0$: $\rho|_{\theta=0} = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$ } $A \equiv 2^{-N} \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$

- Las impedancias se pueden obtener con la siguiente aproximación basada en:

$$\rho_n \triangleq \frac{Z_{c,n+1} - Z_{c,n}}{Z_{c,n+1} + Z_{c,n}} = \frac{Z_{c,n+1}/Z_{c,n} - 1}{Z_{c,n+1}/Z_{c,n} + 1} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{c,n+1}}{Z_{c,n}}$$

$x \approx 1$
 $\ln x \approx \frac{2x-1}{x+1}$

$$\rho_n = A \frac{N!}{(N-n)!n!}$$

$$A \equiv 2^{-N} \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \approx \frac{2^{-N}}{2} \ln \frac{Z_L}{Z_o}$$

$|\rho_n| \ll 1$
 \updownarrow
 $\frac{Z_{c,n+1}}{Z_{c,n}} \approx 1$

$$Z_{c,n+1} = Z_{c,n} \left(\frac{Z_L}{Z_o} \right)^{\frac{2^{-N} N!}{(N-n)!n!}}$$

(n = 0, ..., N - 1)

1. Transformación de impedancias: transformador binomial



➤ Transformador binomial o maximalmente plano (cont.):

- El módulo del coeficiente de reflexión diseñado viene dado por: $|\rho| = |A| |1 + e^{-j2\theta}|^N = |A| 2^N |\cos \theta|^N = \frac{1}{2} \ln \frac{Z_L}{Z_o} |\cos \theta|^N$
 ($\theta = \frac{\pi f}{2f_o}$) (líneas en $\lambda/4$ a $f=f_o$)

- El valor de θ_m que tiene un determinado $|\rho|=\Gamma_m$ es $\theta_m = \arccos \left| \frac{2\Gamma_m}{\ln Z_L/Z_o} \right|^{1/N}$ ($\theta_m = \frac{\pi f_m}{2f_o}$)

- Y por tanto, el ancho de banda fraccional entre puntos de $|\rho|=\Gamma_m$ viene dado por: $\Delta = \frac{2(f_o - f_m)}{f_o} = 2 - \frac{4}{\pi} \arccos \left| \frac{2\Gamma_m}{\ln Z_L/Z_o} \right|^{1/N}$

- Al aumentar el orden, se aumenta la banda

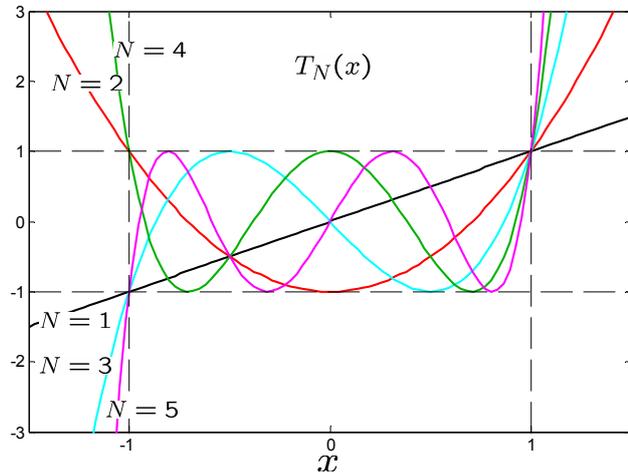
- Cuanto mayor sea la diferencia entre impedancias a adaptar (Z_L y Z_o), para un orden dado menor será el ancho de banda.

➤ Transformador de Chebychev:

- En este caso se busca: $\rho = Ae^{-jN\theta}T_N\left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta_m}\right)$

- T_N son los polinomios de Chebychev de orden n: $T_N(x) = \begin{cases} \cos(N \arccos x) & |x| \leq 1 \\ \cosh(N \operatorname{acosh} x) & |x| > 1 \end{cases}$ (forma compacta)

$T_0(x) = 1$
 $T_1(x) = x$ (forma desarrollada)
 $T_2(x) = 2x^2 - 1$
 $T_3(x) = 4x^3 - 3x$
 $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$
 $T_N(x) = 2xT_{N-1}(x) - T_{N-2}(x), N \geq 2$



➤ Transformador de Chebychev (cont.):

- De la expresión anterior: $\rho|_{\theta=\theta_m} \equiv \Gamma_m = Ae^{-jN\theta_m}$ $|A| = |\Gamma_m|$ (Dato de diseño)

- De la expresión anterior: $\rho|_{\theta=0} = AT_N(\sec\theta_m)$
 - Del circuito a $\theta=0$: $\rho|_{\theta=0} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

$$\left. \begin{aligned} & A \equiv \frac{1}{T_N(\sec\theta_m)} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \approx \frac{\ln \frac{Z_L}{Z_0}}{2T_N(\sec\theta_m)} \\ & |T_N(\sec\theta_m)| \approx \left| \frac{1}{2\Gamma_m} \ln \frac{Z_L}{Z_0} \right| \end{aligned} \right\}$$

- Ancho de banda fraccional entre puntos de $|\rho| = \Gamma_m$: $\Delta = \frac{2(f_o - f_m)}{f_o} = 2 - \frac{4}{\pi}\theta_m$ $\sec\theta_m \approx \cosh\left(\frac{1}{N} \operatorname{acosh}\left|\frac{\ln \frac{Z_L}{Z_0}}{2\Gamma_m}\right|\right)$

- Al desarrollar la expresión de ρ en serie de $e^{-j2n\theta}$ se obtienen los coeficientes ρ_n y con ellos las impedancias $\rho = Ae^{-jN\theta}T_N\left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta_m}\right) = \sum_{n=0}^N \rho_n e^{-j2n\theta}$

$$Z_{c,n+1} = Z_{c,n} e^{2\rho_n} \quad (n = 0, \dots, N-1)$$

2. División y combinación de señales

➤ Objetivos y funciones:

- Distribución de señal: dividir una señal en varias ramas con una fracción prefijada de la potencia incidente en cada salida
- Uso para realización de funciones como amplificación, mezcla, modulación.
- Tomar una muestra de una señal para controlar el estado del sistema (frecuencia, potencia)

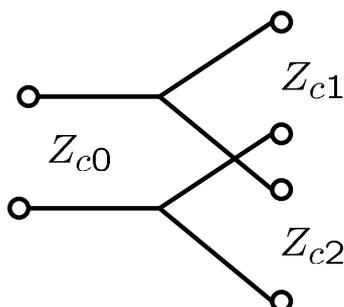
➤ Dos tipos de circuitos:

- Hay conexión física directa entre las distintas salidas
- No hay conexión física y el acoplamiento es por proximidad entre las salidas (se controla con la distancia física entre ellas)

2. División y combinación: bifurcación simple

➤ Diseño de la bifurcación simple:

- Condición de división de potencia: $\frac{Z_{c1}}{Z_{c2}} = \frac{P_2}{P_1} \triangleq K^2$
- Condición de adaptación de entrada: $\frac{1}{Z_{c1}} + \frac{1}{Z_{c2}} = \frac{1}{Z_{c0}}$
- Impedancias obtenidas: $Z_{c1} = Z_{c0}(1 + K^2)$ $Z_{c2} = Z_{c0} \frac{1 + K^2}{K^2}$



➤ Inconvenientes:

- Las puertas de salida 1 y 2 no están adaptadas
- Las puertas de salida 1 y 2 no están aisladas

2. División y combinación: circuitos de tres puertas

➤ Circuitos de tres puertas: $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$

- Circuito sin pérdidas: $SS^h = I$

- Circuito perfectamente adaptado en todas sus puertas:

- Circuito recíproco: $S = S^t$

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$$

➤ ¿Pueden existir los circuitos de tres puertas recíprocos, sin pérdidas y con todas sus puertas adaptadas?

$$\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & 0 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & S_{12}^* & S_{13}^* \\ S_{12}^* & 0 & S_{23}^* \\ S_{13}^* & S_{23}^* & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 & S_{13}S_{23}^* & S_{12}S_{23}^* \\ S_{23}S_{13}^* & |S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 & S_{12}S_{13}^* \\ S_{23}S_{12}^* & S_{13}S_{12}^* & |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(Condiciones que deberían cumplir)}$$

2. División y combinación: circuitos de tres puertas (cont.)

➤ ¿Pueden existir los circuitos de tres puertas recíprocos, sin pérdidas y con todas sus puertas adaptadas? (cont.)

$$S_{12}S_{23}^* = 0$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 1$$

$$S_{23}S_{13}^* = 0$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$$

$$S_{13}S_{12}^* = 0$$

$$|S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$$



- Al menos dos parámetros de S_{12}, S_{13}, S_{23} deben ser cero (por ej. $S_{12}=S_{13}=0$)



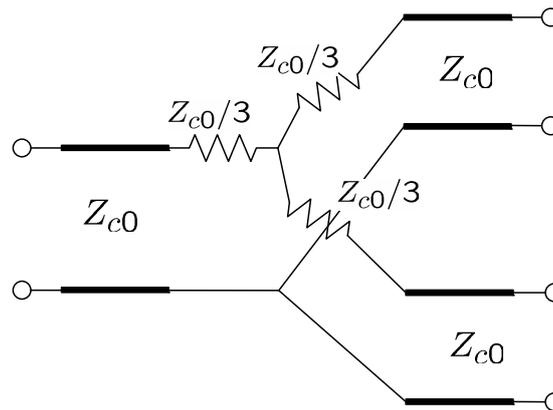
- Entonces, esta condición no se cumple y **la respuesta es NO** (por ej. $|S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 = 0 \neq 1$)

➤ Para que existan los circuitos de tres puertas con todas sus puertas adaptadas hay que usar elementos con pérdidas (p. ej. resistencias) y/o no recíprocos (p. ej ferritas en los circuladores)

2. División y combinación: divisor resistivo

➤ Divisor resistivo:

- Todas las puertas están adaptadas

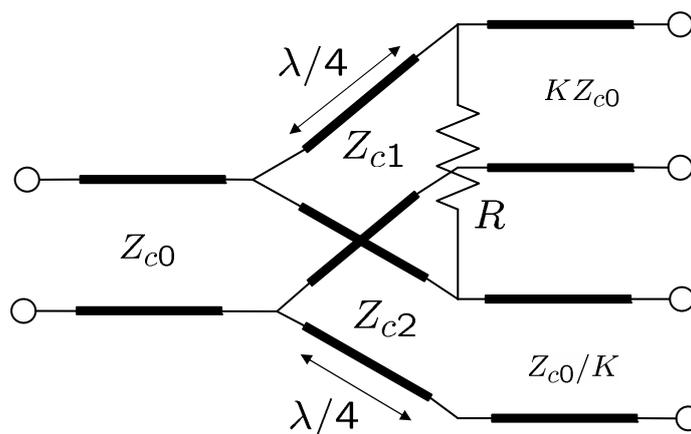


➤ Inconvenientes:

- Las puertas no están aisladas
- La mitad de la potencia se pierde en el divisor

2. División y combinación: divisor de Wilkinson

➤ Diseño del divisor Wilkinson:



$$\frac{P_2}{P_1} \triangleq K^2 \quad \boxed{1}$$

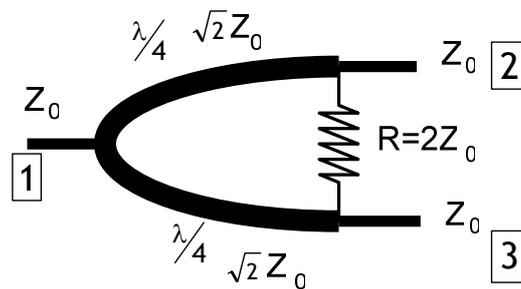
$$R = Z_{c0} \left(K + \frac{1}{K} \right)$$

$$Z_{c1} = Z_{c0} \sqrt{K(1 + K^2)}$$

$$Z_{c2} = Z_{c0} \sqrt{\frac{1 + K^2}{K^2}} \quad \boxed{2}$$

- Todas las puertas están adaptadas
- Las salidas 1 y 2 están aisladas

➤ Layout del circuito en microstrip para el divisor simétrico:



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

➤ Circuitos de cuatro puertas: $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix}$

- Circuito sin pérdidas: $SS^h = I$

- Circuito perfectamente adaptado en todas sus puertas:

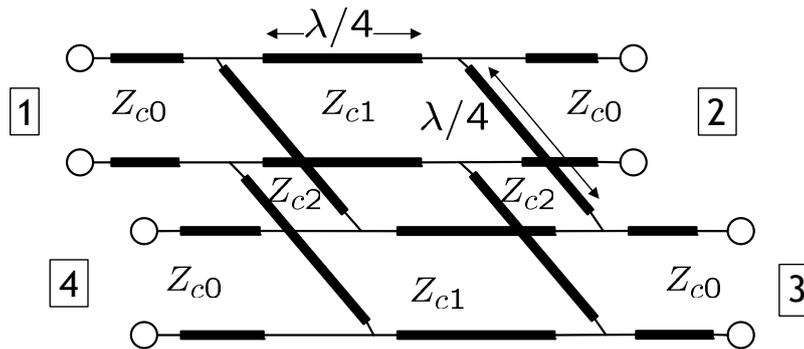
- Circuito recíproco: $S = S^t$ $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$

➤ Circuitos de cuatro puertas recíprocos, sin pérdidas y con todas sus puertas adaptadas

$$\begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & S_{12}^* & S_{13}^* & S_{14}^* \\ S_{12}^* & 0 & S_{23}^* & S_{24}^* \\ S_{13}^* & S_{23}^* & 0 & S_{34}^* \\ S_{14}^* & S_{24}^* & S_{34}^* & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{(Condiciones que deberían cumplir)}$$

$$= \begin{bmatrix} |S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 & S_{13}S_{23}^* + S_{14}S_{24}^* & S_{12}S_{23}^* + S_{14}S_{34}^* & S_{12}S_{24}^* + S_{13}S_{34}^* \\ S_{23}S_{13}^* + S_{24}S_{14}^* & |S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 & S_{12}S_{13}^* + S_{24}S_{34}^* & S_{12}S_{24}^* + S_{23}S_{34}^* \\ S_{23}S_{12}^* + S_{34}S_{14}^* & S_{13}S_{12}^* + S_{34}S_{24}^* & |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{34}|^2 & S_{13}S_{14}^* + S_{23}S_{24}^* \\ S_{24}S_{12}^* + S_{34}S_{13}^* & S_{24}S_{12}^* + S_{34}S_{23}^* & S_{14}S_{13}^* + S_{24}S_{23}^* & |S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 \end{bmatrix}$$

2. División y combinación: acoplador de ramas (branch-line)

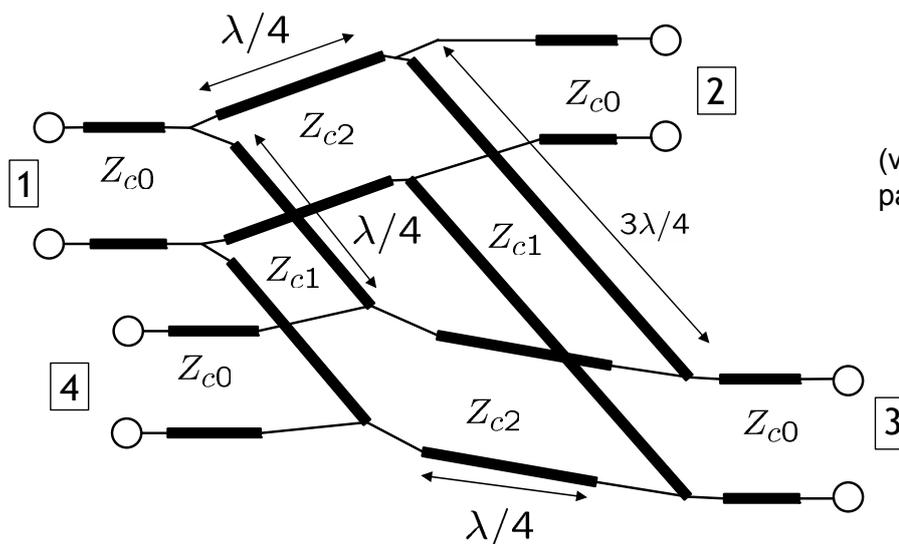


(ver tema II.8 para el análisis)

➤ Entrando por la puerta 1, a la frecuencia de diseño se cumple:

- La reflexión es nula si se cumple: $Z_{c0} = \frac{Z_{c1}Z_{c2}}{\sqrt{Z_{c2}^2 - Z_{c1}^2}}$
- La transmisión a 4 es nula (puerta aislada)
- La relación de amplitudes en la puerta 3 y 1 vale: $c = \frac{Z_{c1}}{Z_{c2}}$ (acoplo: $C[\text{dB}] = -20\log_{10} c$)
- La señal en 3 está retrasada 90° respecto de la señal en 2 (salidas en cuadratura)

2. División y combinación: anillo híbrido



(ver tema II.8 para el análisis)

➤ Entrando por la puerta 1, a la frecuencia de diseño se cumple:

- La reflexión es nula si se cumple: $Z_{c0} = \frac{Z_{c1}Z_{c2}}{\sqrt{Z_{c2}^2 + Z_{c1}^2}}$
- La transmisión a 3 es nula (puerta aislada)

2. División y combinación: anillo híbrido (cont.)

➤ Entrando por la puerta 1, a la frecuencia de diseño se cumple (cont.):

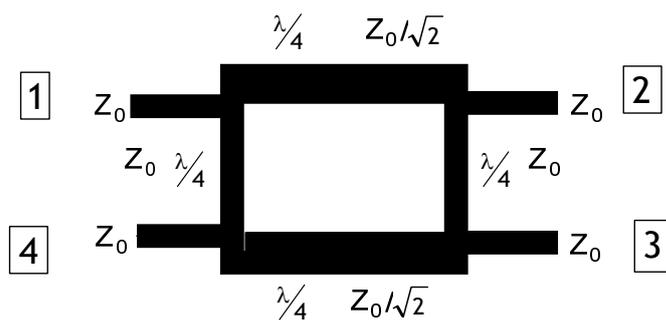
- La relación de amplitudes en la puerta 4 y 1 vale: $c = \frac{Z_{c0}}{Z_{c1}}$ (acoplo: $C[\text{dB}] = -20 \log_{10} c$)
- La señal en 2 y en 4 están en fase

➤ En estas condiciones, si se entra por la puerta 2, a la frecuencia de diseño se cumple:

- La reflexión es nula
- La transmisión a 4 es nula (puerta aislada)
- La relación de amplitudes en las puertas 3 y 2 es la misma que para 4 y 1
- Las señales en 1 y 3 están en oposición de fase

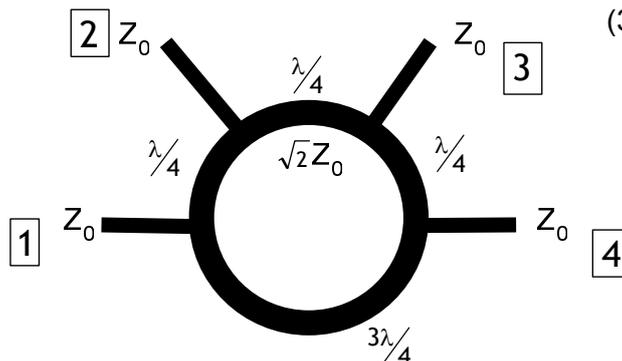
2. División y combinación: layouts

➤ Layout de un acoplador branch y un anillo de 3dB:



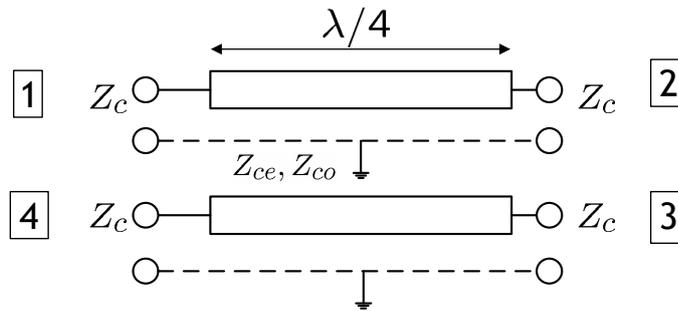
$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -1 & 0 \\ -j & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -j \\ 0 & -1 & -j & 0 \end{bmatrix}$$

- Baratos pero grandes, acoplos fuertes (3 dB) y banda estrecha (10-15%)



$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & 0 & j \\ -j & 0 & -j & 0 \\ 0 & -j & 0 & -j \\ j & 0 & -j & 0 \end{bmatrix}$$

2. División y combinación: acoplador de líneas acopladas



➤ Entrando por la puerta 1, a cualquier frecuencia:

- La reflexión es nula

- La transmisión a 3 es nula (puerta aislada) si se cumple: $Z_c = \sqrt{Z_{ce}Z_{co}}$

➤ Entrando por la puerta 1, a la frecuencia de diseño:

- La relación de amplitudes en la puerta 4 y 1 vale: $c_o = \frac{Z_{ce} - Z_{co}}{Z_{ce} + Z_{co}}$ (acoplo: C[dB]=-20log₁₀c)

$$c(f) = \frac{c_o \sin \theta}{\sqrt{1 - c_o^2 \cos^2 \theta}} \quad (\theta = \frac{\pi f}{2f_o})$$

2. División y combinación: acoplador de líneas acopladas

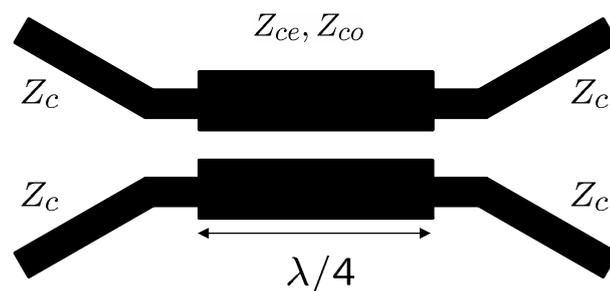
➤ Layout de un acoplador de líneas acopladas:

- Baratos y compactos

- Banda ancha

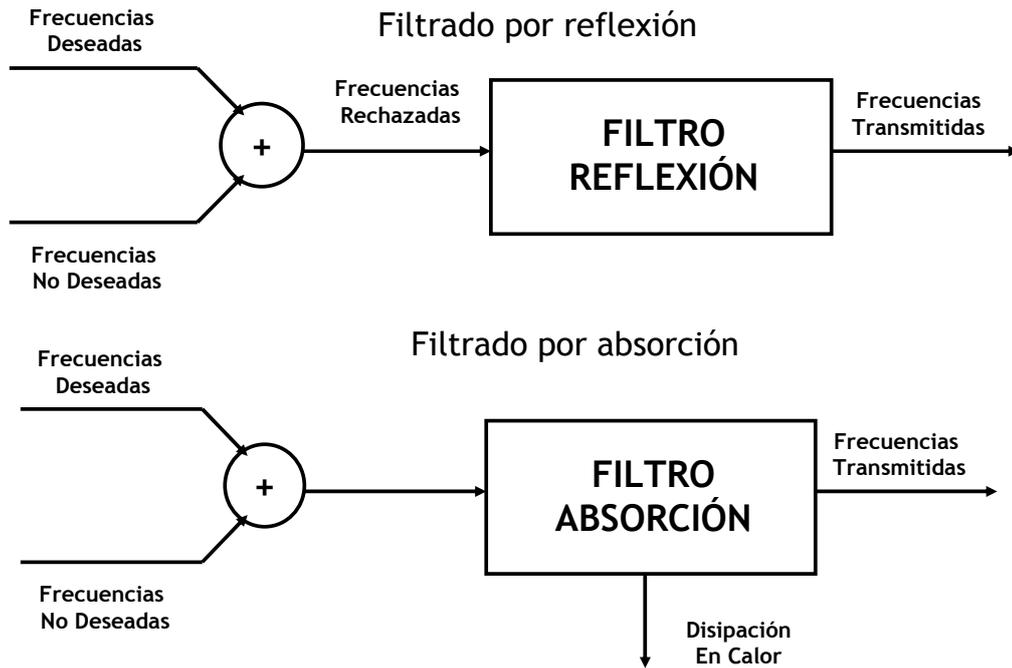
- Es difícil conseguir acoplos fuertes (impedancias par e impar muy distintas requieren líneas muy próximas)

- Para dieléctrico no homogéneo (microstrip-modo cuasiTEM) las diferentes constantes de propagación producen una gran degradación de la respuesta: reflexión no nula y puerta no aislada



3. Selección de bandas de frecuencias

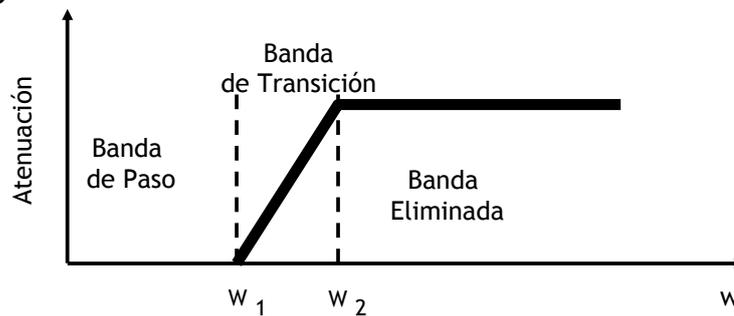
- Proceso físico de filtrado



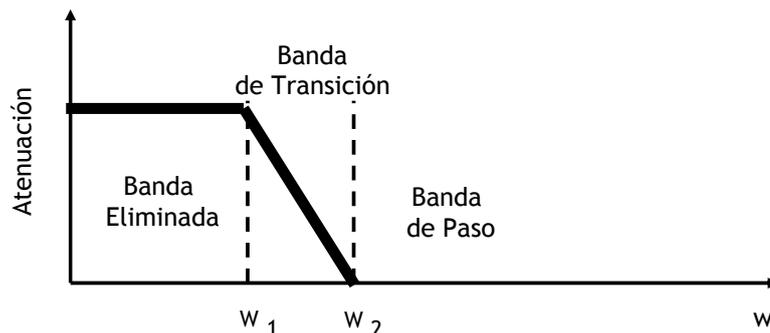
3. Filtros: consideraciones generales y clasificación

- Comportamiento en frecuencia

- Filtro Paso Bajo



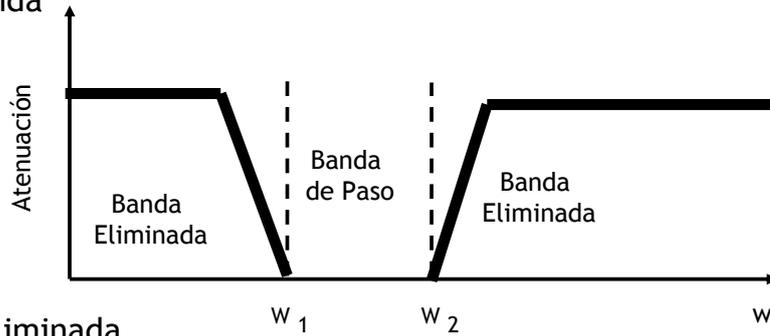
- Filtro Paso Alto



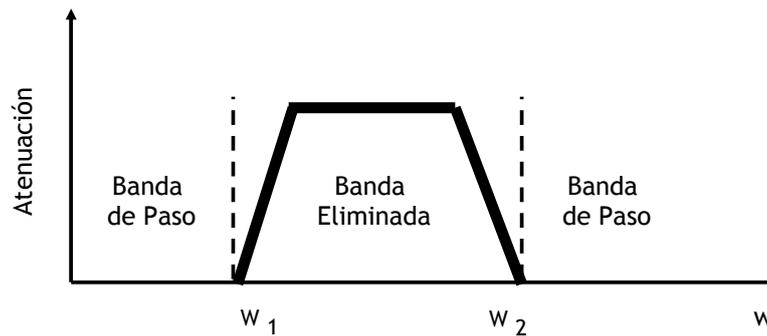
3. Filtros: consideraciones generales y clasificación

- Comportamiento en frecuencia (cont.)

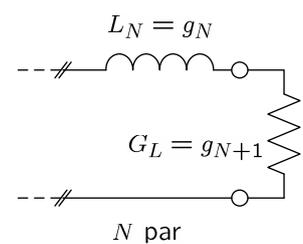
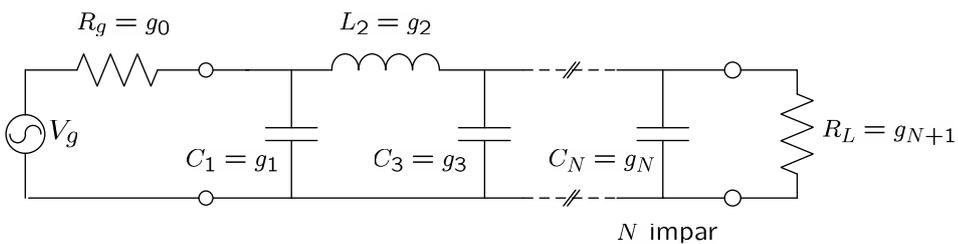
- Filtro Paso Banda



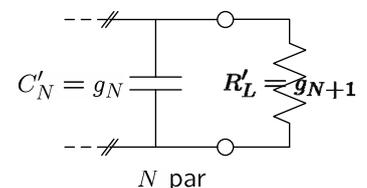
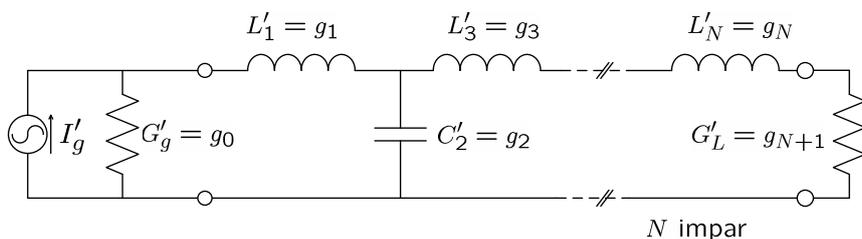
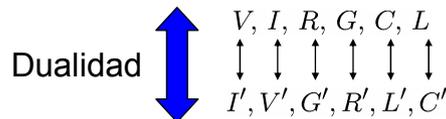
- Filtro Banda Eliminada

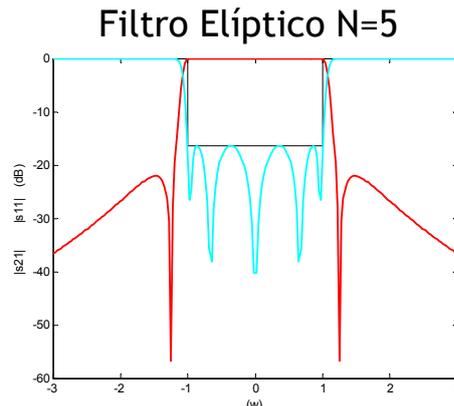
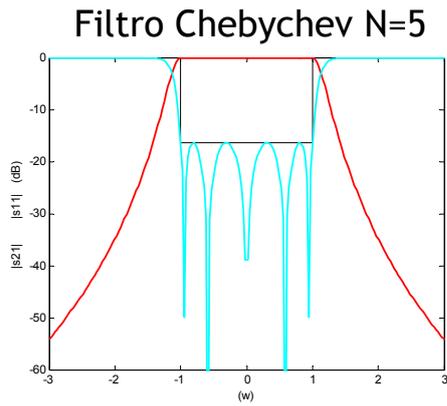


3. Filtros: prototipo paso bajo

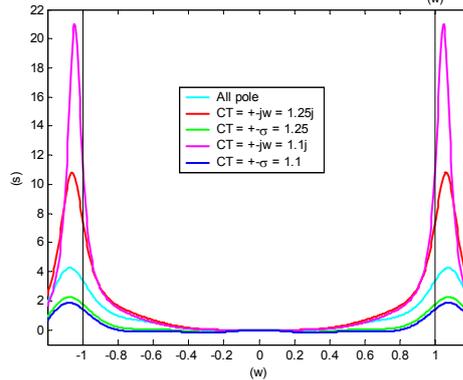


(Si no se especifica lo contrario, $g_0=1$)





Retardo de grupo

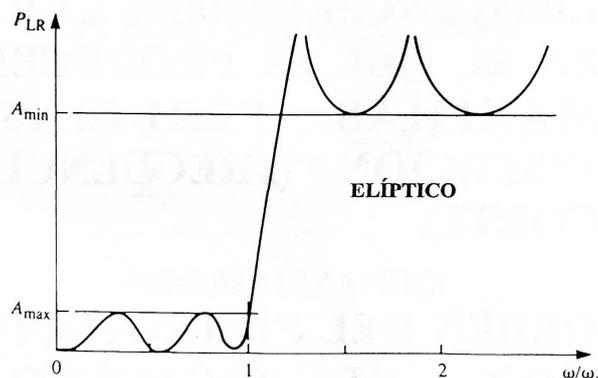
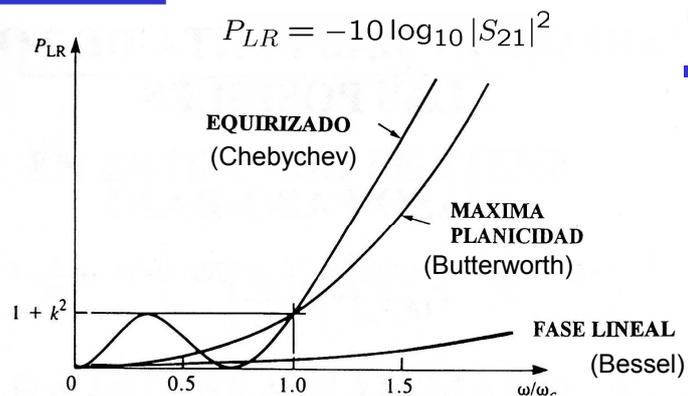


➤ Síntesis de filtros:

- Dada una función de transferencia a realizar, la síntesis proporciona los valores de los elementos del prototipo paso bajo que proporcionan la respuesta deseada

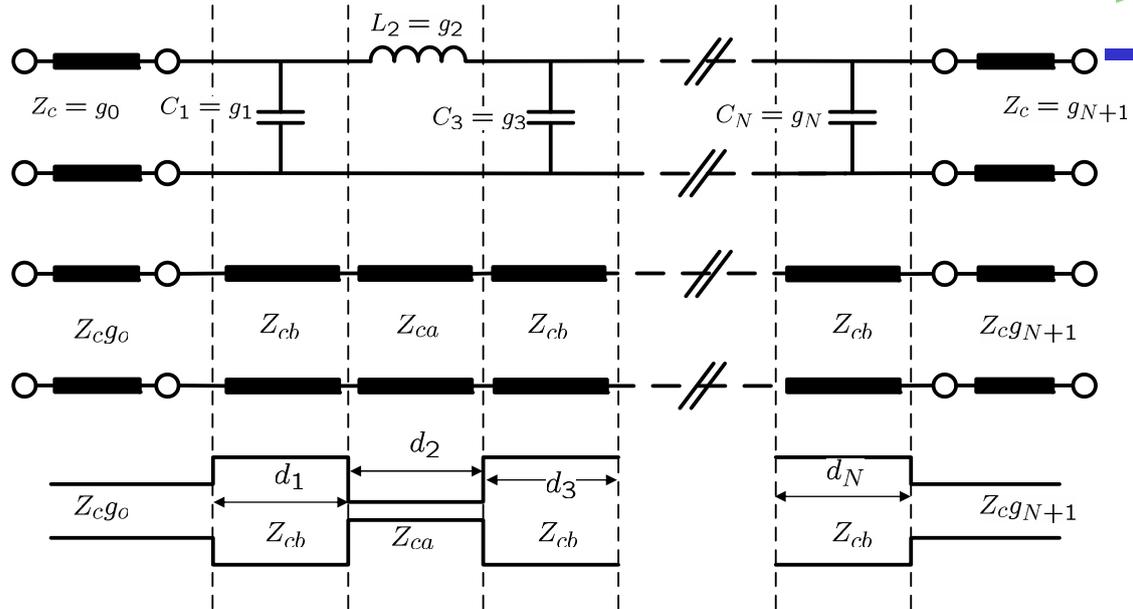
- Esos elementos del prototipo paso-bajo (los “ g_n ”), están dados bien en forma analítica o bien mediante tablas (ver p. ej. Pozar, Collin o Mattaei)

- ¿Cómo se hacen los filtros en alta frecuencia? Hay que buscar alguna manera de realizar esos “ g_n ”, como en el caso de los transformadores.



3. Filtro paso bajo de líneas cortas

(ver tr. 7 de realización de elementos concentrados con líneas cortas)



- Líneas de impedancia baja Z_{cb} (~C en ramas paralelo)
 $n=1,3,5,\dots$; ($n=2,4,6,\dots$ en el circuito dual)

$$d_n = \frac{g_i Z_c c_{luz}}{2\pi Z_{cb} f_c}$$

- Líneas de impedancia alta Z_{ca} (~L en ramas serie)
 $n=2,4,6,\dots$; ($n=1,3,5,\dots$ en el circuito dual)

$$d_n = \frac{g_i Z_{ca} c_{luz}}{2\pi Z_c f_c}$$

$$Z_{cb} \ll Z_{ca}$$

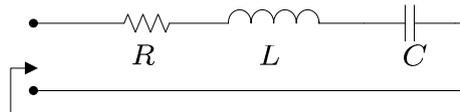
3. Filtros: transformaciones de frecuencia e impedancia



	Esc. en frec.	Paso Alto	Paso Banda	Banda Eliminada
Transf. de frec.	$\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c}$	$\omega \leftarrow -\frac{\omega_c}{\omega}$	$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$	$\omega \leftarrow \Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{-1}$
			$(\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2})$	
			$(b = \frac{C}{\Delta R_0}, f_0)$	$(x = \frac{R_0}{C \Delta}, f_0)$
Transformación a nuevo nivel de impedancia: R_0				

3. Filtros: resonadores concentrados

Resonador serie



$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + jx\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) \approx$$

$$\underset{f \approx f_0}{\approx} R + j2L(\omega - \omega_0) = R\left(1 + j2Q\frac{f - f_0}{f_0}\right) =$$

$$= j2L(\omega - \omega'_0) = j2x\frac{f - f'_0}{f_0}$$

$$Q = \omega_0 \frac{L}{R} = \frac{x}{R}$$

$$x = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(Para un resonador paralelo sería dual)

► Parámetros característicos de un resonador:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{- Pulsación (rad/s) y frecuencia (1/s) de resonancia}$$

$$x = \left. \frac{f_0}{2} \frac{d\Im[Z]}{df} \right|_{f=f_0} [\Omega] \quad \text{- Parámetro pendiente de la reactancia (susceptancia) en resonadores serie (paralelo)}$$

$$b = \left. \frac{f_0}{2} \frac{d\Im[Y]}{df} \right|_{f=f_0} [\Omega^{-1}]$$

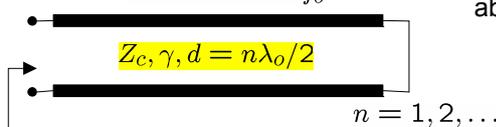
$$Q = \omega_0 \frac{W_H + W_E}{P_{dis}} \quad \text{- Factor de calidad (adimensional)}$$

$$\omega'_0 = \omega_0 \left(1 + \frac{j}{2Q}\right) \quad \text{- Pulsación de resonancia compleja}$$

3. Filtros: resonadores distribuidos

$$\theta_0 = \beta_0 d = n\pi$$

$$\beta d = n\pi \frac{f}{f_0} = \theta_0 \frac{f}{f_0}$$



Resonador serie

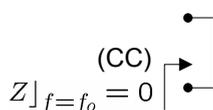
$$Z = Z_c \tanh((\alpha d + j\beta)d) = Z_c \frac{\tanh \alpha d + j \tan \beta d}{1 + j \tan \beta d \tanh \alpha d} \approx$$

$$\underset{f \approx f_0}{\approx} R_{eq} + j2L_{eq}(\omega - \omega_0) = R_{eq}\left(1 + j2Q\frac{f - f_0}{f_0}\right) =$$

$$= j2L_{eq}(\omega - \omega'_0) = j2x\frac{f - f'_0}{f_0}$$

$$Q = \frac{n\pi}{2\alpha d} \quad x = Z_c \frac{n\pi}{2}$$

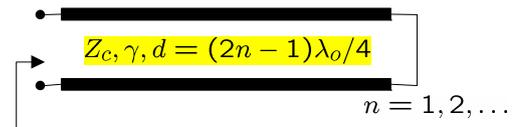
$$\begin{cases} R_{eq} = Z_c \alpha d \\ L_{eq} = \frac{nZ_c}{4f_0} \\ C_{eq} = \frac{Y_c}{\pi^2 n f_0} \end{cases}$$



(faltan los duales terminando en abierto las líneas)

$$\theta_0 = \beta_0 d = (2n - 1)\pi/2$$

$$\beta d = (2n - 1)\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_0} = \theta_0 \frac{f}{f_0}$$



Resonador paralelo

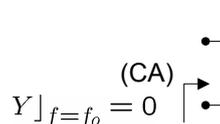
$$Y = Y_c \coth(\gamma d) = Y_c \frac{\tanh \alpha d - j \cot \beta d}{1 - j \tanh \alpha d \cot \beta d} \approx$$

$$\underset{f \approx f_0}{\approx} G_{eq} + j2C_{eq}(\omega - \omega_0) = G_{eq}\left(1 + j2Q\frac{f - f_0}{f_0}\right) =$$

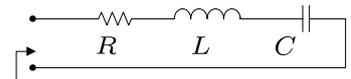
$$= j2C_{eq}(\omega - \omega'_0) = j2b\frac{f - f'_0}{f_0}$$

$$Q = \frac{(2n - 1)\pi}{4\alpha d} \quad b = Y_c \frac{(2n - 1)\pi}{4}$$

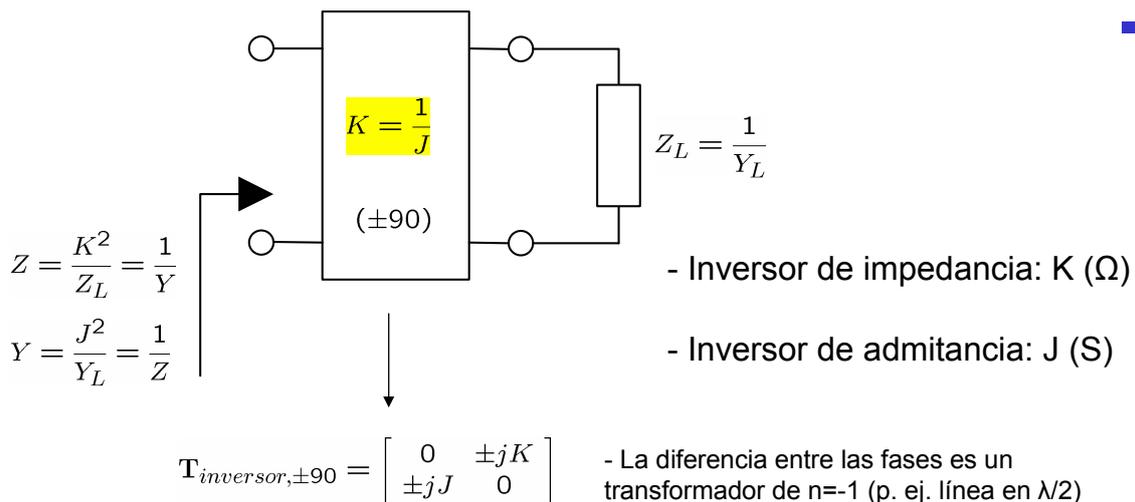
$$\begin{cases} G_{eq} = Y_c \alpha d \\ C_{eq} = \frac{(2n - 1)Y_c}{8f_0} \\ L_{eq} = \frac{2Z_c}{\pi^2(2n - 1)f_0} \end{cases}$$



3. Filtros: resumen de resonadores

		Frec. Resonan.	Pendiente	Q
SERIE		$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$x = \sqrt{\frac{L}{C}}$	$Q = \frac{x}{R}$
	$Z_c, \alpha, \theta_o = (2n-1)\pi/2$ $(d=(2n-1)\lambda_o/4)$	$Z _{f=f_o} = 0$ (CC)	$x = Z_c \frac{\theta_o}{2}$	$Q = \frac{\theta_o}{2\alpha d}$
	$Z_c, \alpha, \theta_o = n\pi$ $(d=n\lambda_o/2)$			
PARALELO	$f'_o = f_o(1 - \frac{1}{2jQ})$	$f_o = \frac{\theta_o c_{luz}}{2\pi d}$ $(\theta = \beta d = \theta_o \frac{f}{f_o})$	$b = Y_c \frac{\theta_o}{2}$	$Q = \frac{\theta_o}{2\alpha d}$
	$Z_c, \alpha, \theta_o = (2n-1)\pi/2$ $(d=(2n-1)\lambda_o/4)$	$Y _{f=f_o} = 0$ (CA)		
	$Y \approx j2b \frac{f-f'_o}{f_o}$		$b = \sqrt{\frac{C}{L}}$	$Q = \frac{b}{G}$
	$Z_c, \alpha, \theta_o = n\pi$ $(d=n\lambda_o/2)$			
		$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$b = \sqrt{\frac{C}{L}}$	$Q = \frac{b}{G}$

3. Filtros: definición de los inversores de impedancia/admitancia

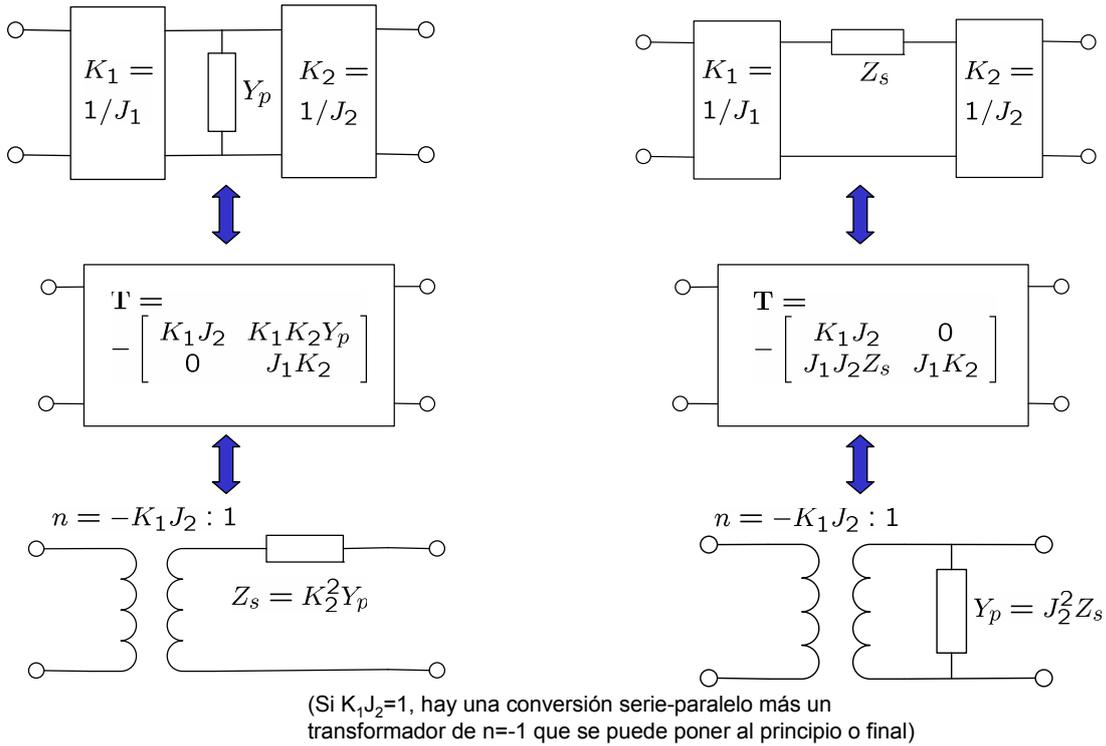


- Motivación: Línea de transmisión en $\lambda/4$

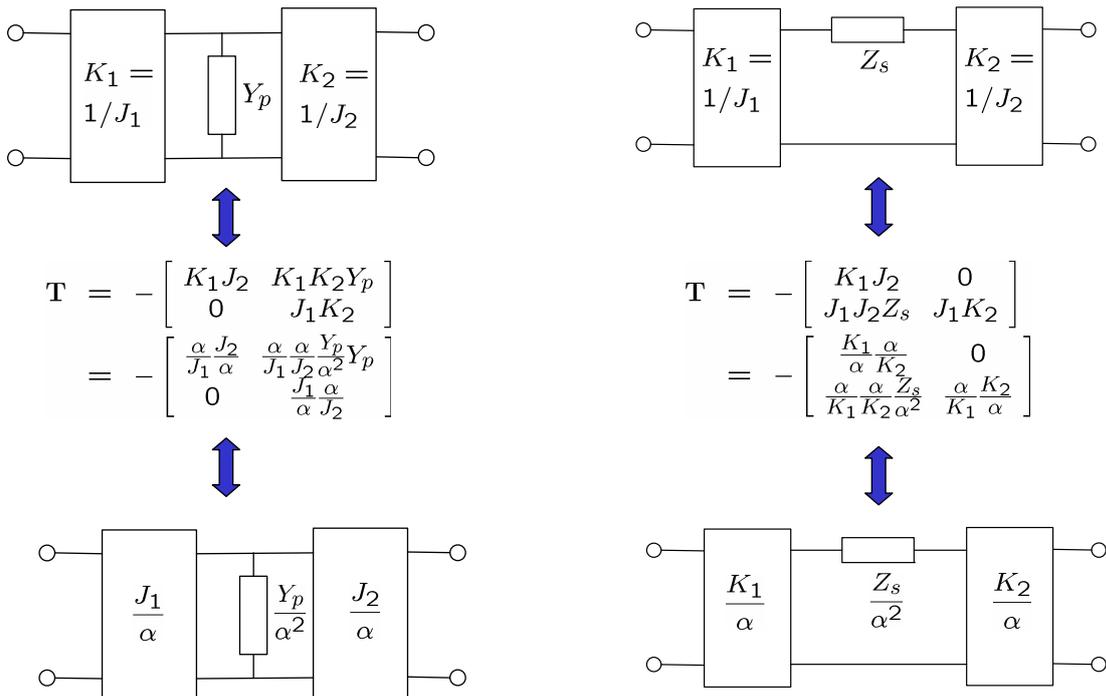
$$T_{linea} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma d & Z_c \sinh \gamma d \\ Y_c \sinh \gamma d & \cosh \gamma d \end{bmatrix} \stackrel{\gamma d = \frac{j(2n-1)\pi}{2}}{=} \begin{bmatrix} 0 & (-1)^{n+1} j Z_c \\ (-1)^{n+1} j Y_c & 0 \end{bmatrix}$$

$n = 1, 2, \dots$

3. Filtros: conversión serie-paralelo con inversores

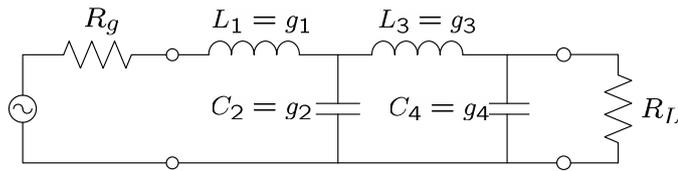


3. Filtros: cambio del nivel de impedancia con inversores

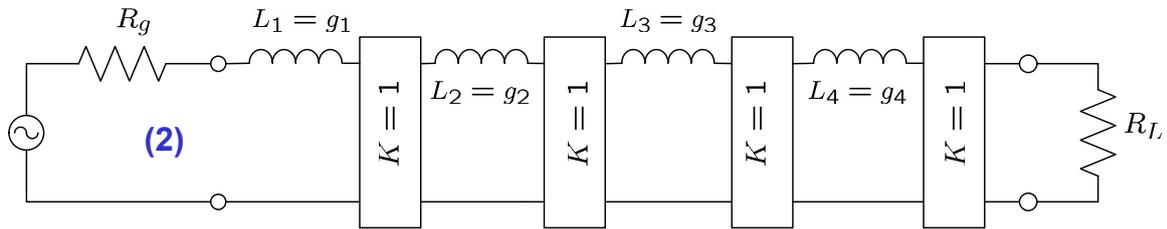


3. Filtros: ejemplo de uso de inversores

(1)

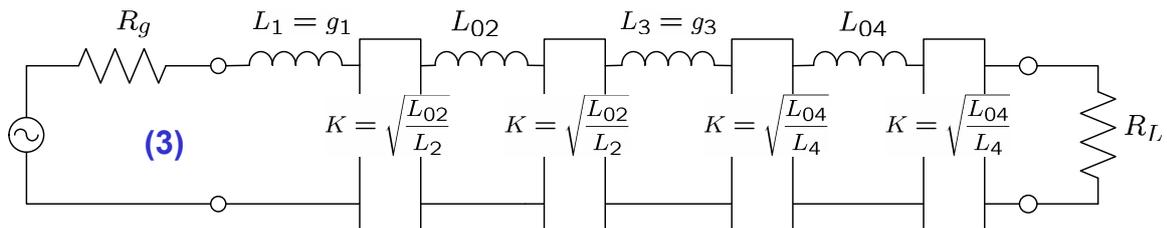


(2)



(Los transformadores de valor $n=1$ que aparecen se trasladan a los extremos y sólo quedaría uno para N impar que no cambia la respuesta y se obvia)

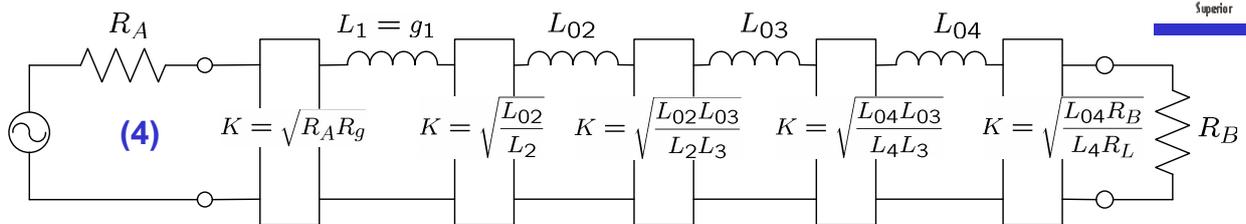
(3)



($L_{01}, L_{02}, L_{03}, L_{04}$ son valores arbitrarios que escoge el diseñador, p. ej todos iguales a $L_{01}=L_{02}=L_{03}=L_{04}=L_0$)

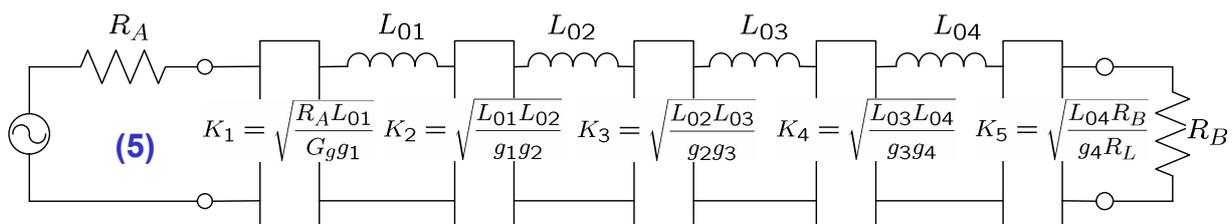
3. Filtros: ejemplo de uso de inversores (cont.)

(4)



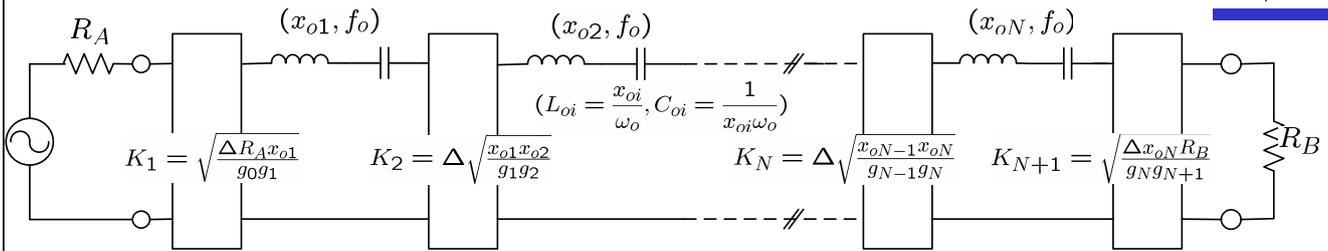
(R_A, R_B son valores arbitrarios que elige el diseñador)

(5)



Circuito con elementos serie únicamente (más inversores)

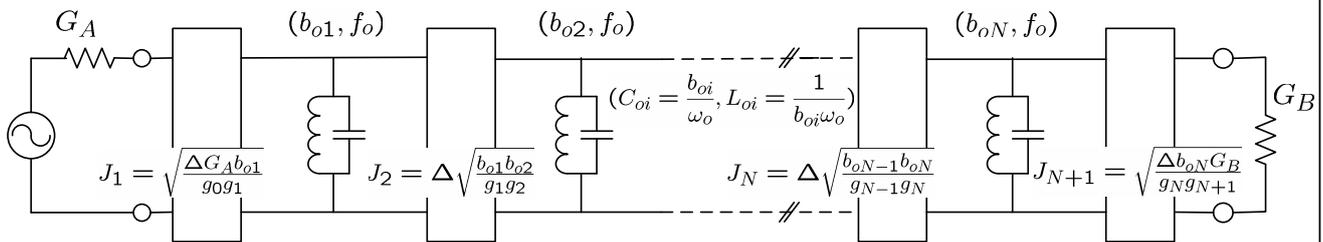
3. Filtros: prototipo paso-banda con inversores



- Los parámetros x_{0i} , b_{0i} (pendiente de los resonadores), R_A , R_B , G_A , G_B , f_0 , Δ toman valores arbitrarios que escoge el diseñador

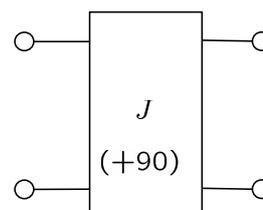
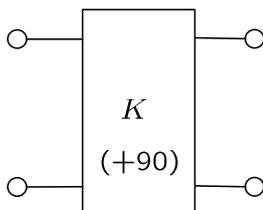
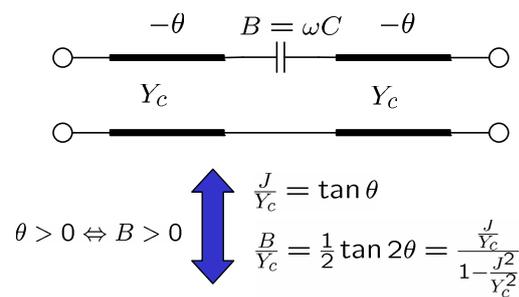
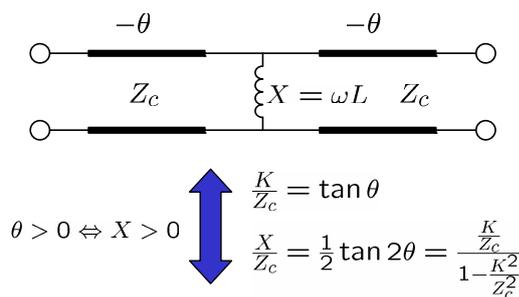
$$\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

$$(\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2})$$



3. Filtros: circuitos que implementan los inversores

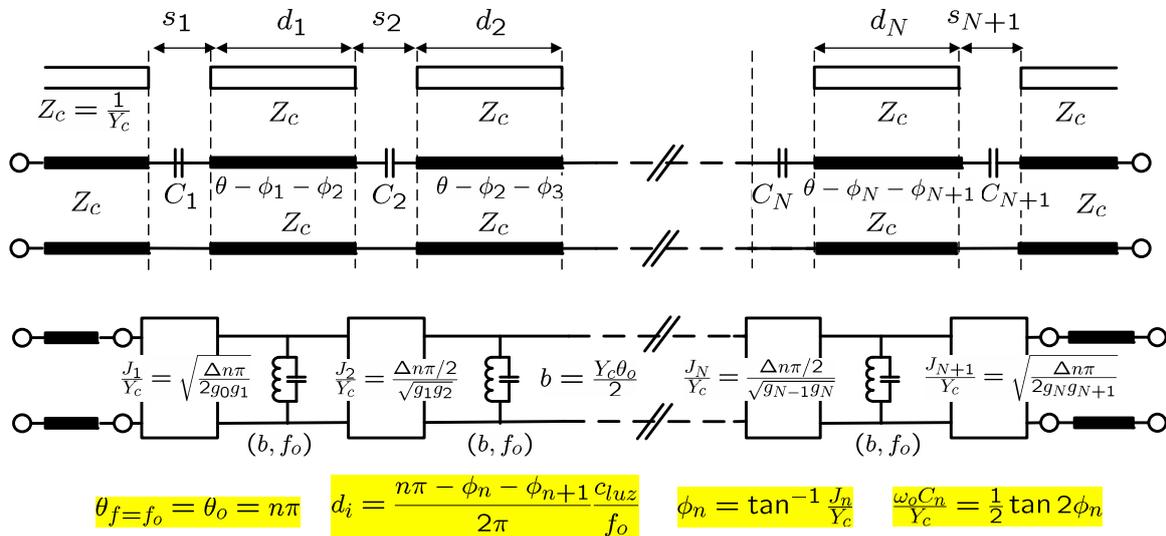
➤ Ejemplos de circuitos que sirven para realizar un inversor:



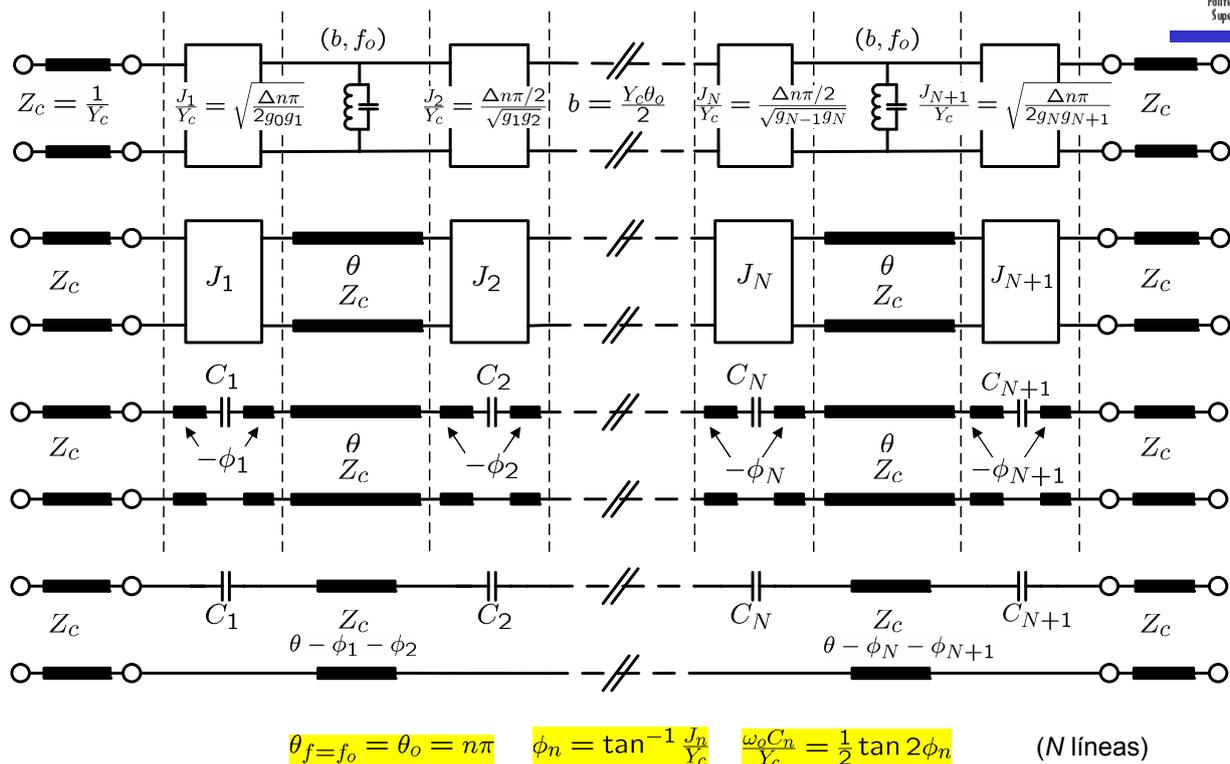
- Las longitudes de líneas negativas se absorben en el circuito real con los elementos adyacentes

3. Filtro paso banda de líneas en $\lambda/2$

- Los resonadores son líneas de transmisión cargadas con impedancias muy altas (p. ej. líneas microstrip con extremos en abierto)
- En torno a la frecuencia donde la línea tiene una longitud eléctrica de $n\pi$, la línea se comporta como un resonador LC paralelo en paralelo (línea de $\lambda_o/2$ en abierto)



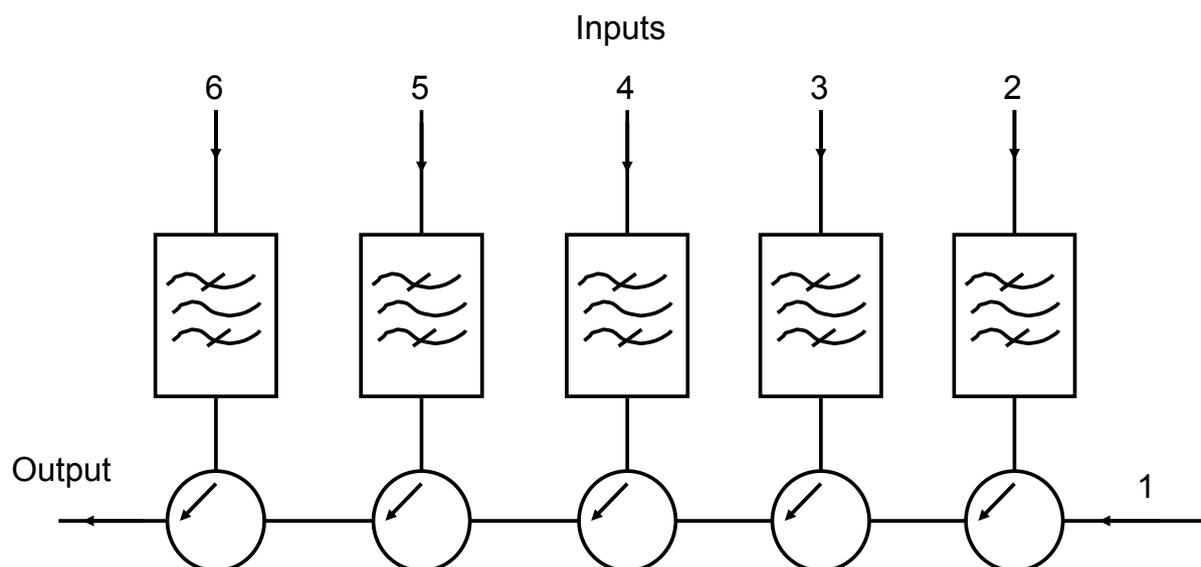
3. Filtro paso banda de líneas en $\lambda/2$ (cont.)



➤ Introducción:

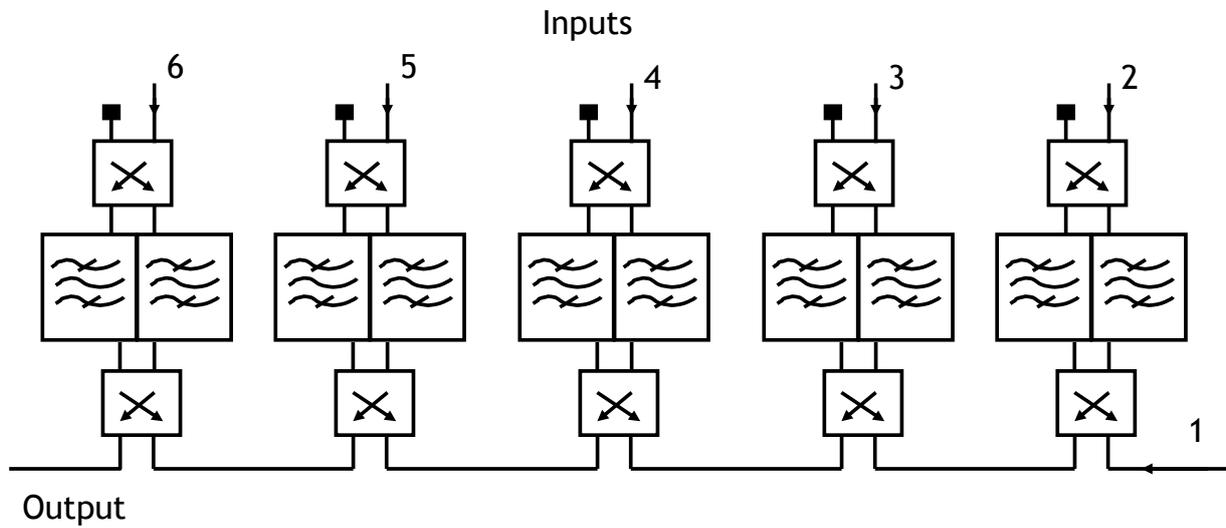
- El diseño de multiplexores, dispositivos que separan bandas de frecuencias, es un problema habitual en la ingeniería de microondas
- La separación de los diferentes canales puede llevarse a cabo mediante filtros paso banda o paso banda-banda eliminada. En el caso de diplexores la configuración paso alto-paso bajo es habitual
- Si un conjunto de filtros se conectan juntos sin más, las interacciones mutuas degradarán la respuesta del sistema
- Es necesario considerar que cada filtro de canal va a estar perturbado por los demás, por lo que hay que considerar este hecho inicialmente en el diseño
- El nivel de interacción depende del ancho de banda relativo de cada canal, la separación entre ellos, el tipo de respuesta, etc., por lo que cada especificación requiere un estudio previo
- Es un problema complejo, existiendo diferentes configuraciones cada una con sus ventajas e inconvenientes

- Multiplexación de canales mediante cadena de circuladores



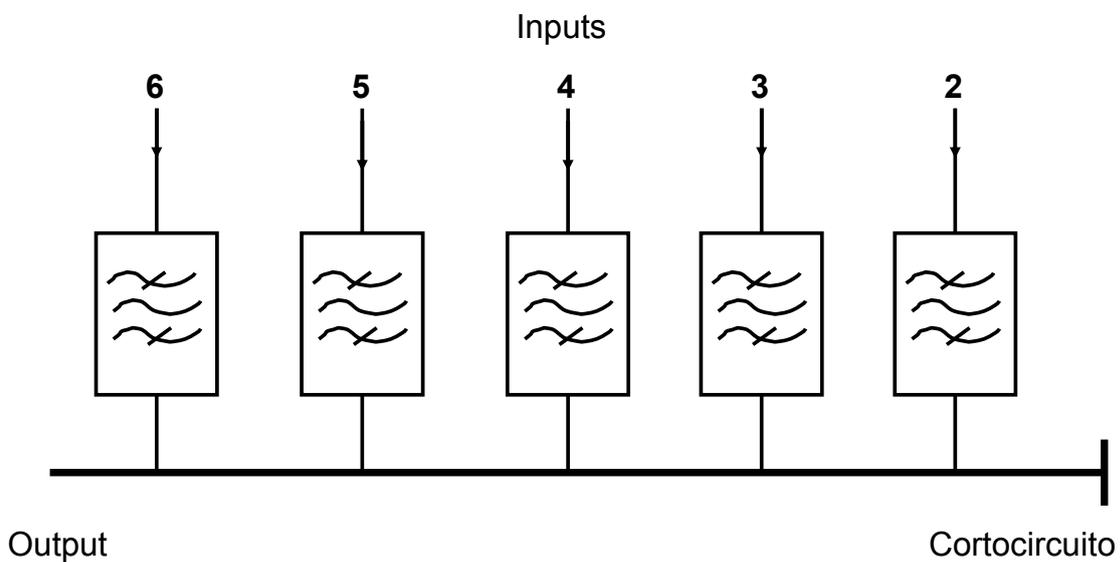
3. Selección de bandas de frecuencias: multiplexores

- Multiplexación de canales mediante híbridos 3 dB



3. Selección de bandas de frecuencias: multiplexores

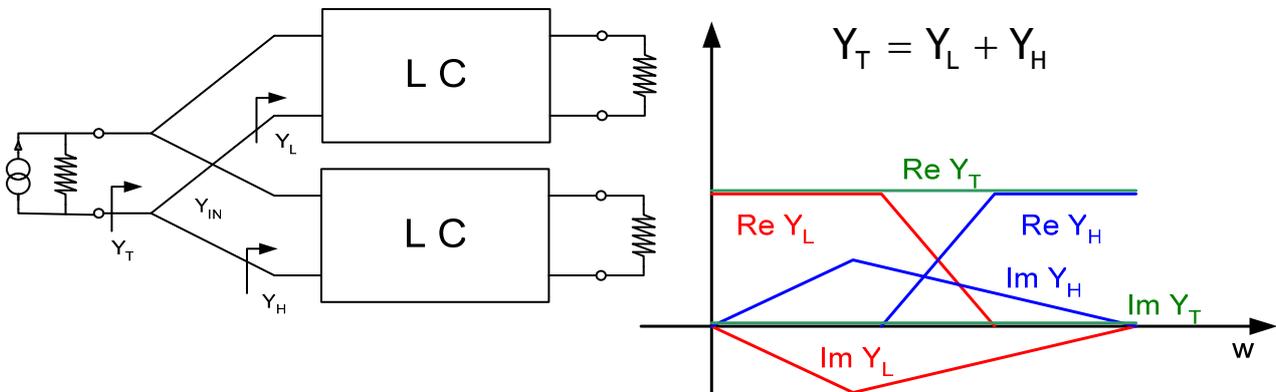
- Multiplexación de canales mediante una estructura *manifold*



3. Selección de bandas de frecuencias: multiplexores

- Diplexores complementarios

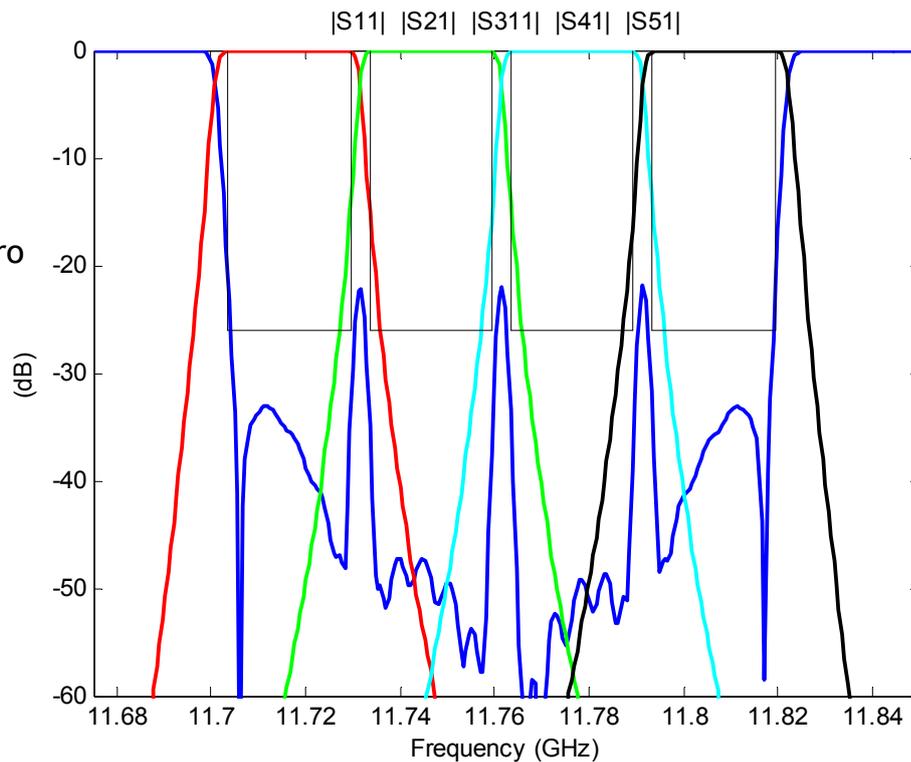
- Conexión paralela de los filtros paso alto y paso bajo de mínima susceptancia



- En la situación ideal, las partes reales de ambas admitancias se suman y las imaginarias se compensan de tal forma que Y_T es real y se iguala a la del generador

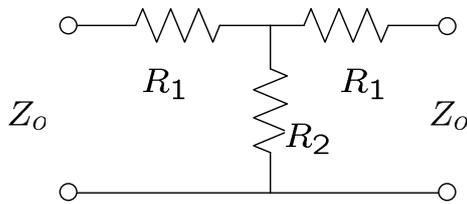
3. Selección de bandas de frecuencias: multiplexores

- Respuesta de un multiplexor real de cuatro canales.

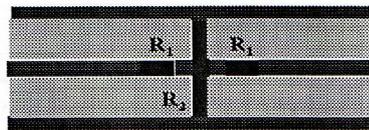


4. Otras funciones

➤ Atenuación:



MICROSTRIP



COAXIAL

- Condición de adaptación:

$$Z_o = \sqrt{R_1 R_2 \left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

- Atenuación:

$$L[\text{dB}] = -20 \log_{10} \frac{R_2}{Z_o + R_1 + R_2}$$

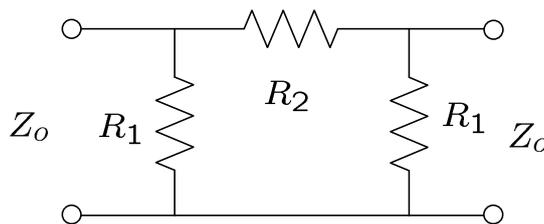
- Diseño:

$$R_1 = Z_o \frac{10^{L/20} - 1}{10^{L/20} + 1}$$

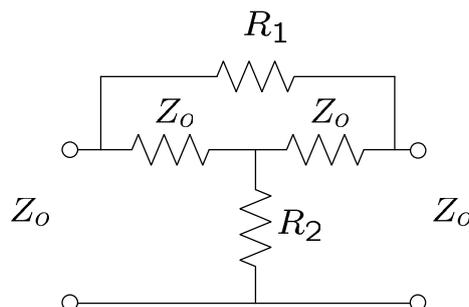
$$R_2 = 2Z_o \frac{10^{L/20}}{10^{L/10} - 1}$$

4. Otras funciones: atenuación

➤ Atenuadores (cont.):



- Circuito en pi dual de la T:



- Circuito en T puentada:

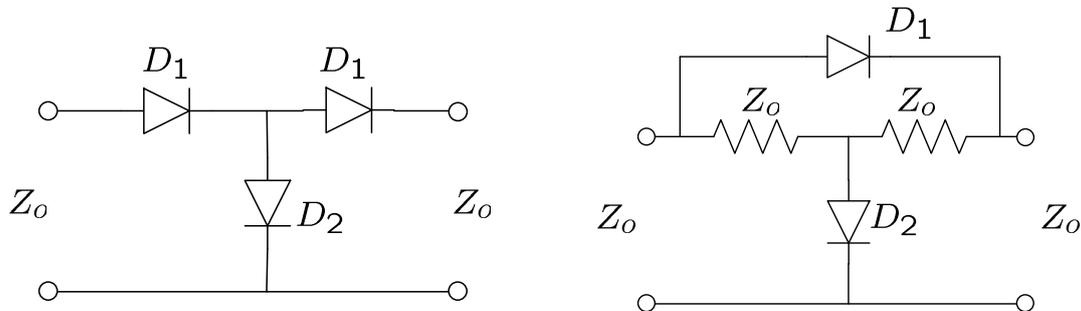
$$R_1 = Z_o (10^{L/20} - 1)$$

$$R_2 = \frac{Z_o}{10^{L/10} - 1}$$

4. Otras funciones: atenuación variable

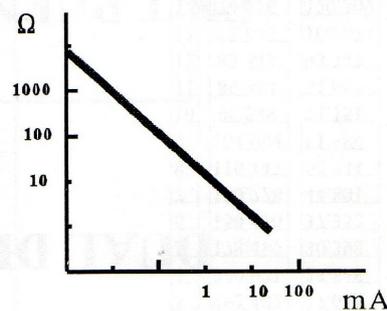
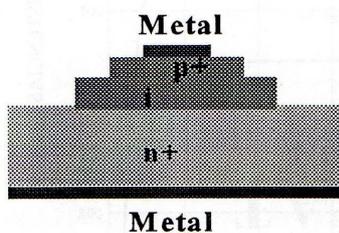
➤ Atenuadores variables:

- Las resistencias se pueden sustituir por un diodo pin
- Pero han de polarizarse por separado de la forma adecuada



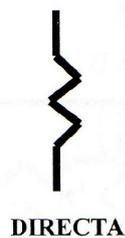
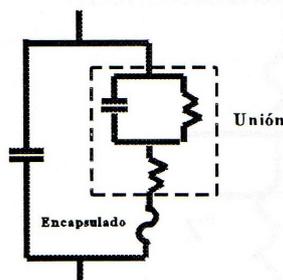
4. Otras funciones

➤ Diodo PIN:



- Introduce una capacidad intrínseca entre la zona p y la n

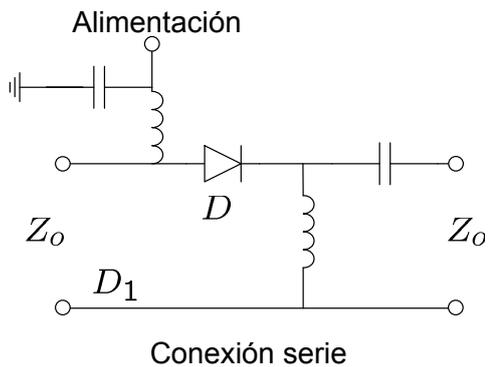
- Mejora la linealidad de la resistencia con la polarización



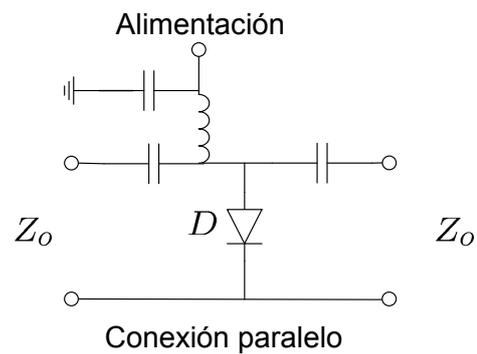
- Disminuye la capacidad de la unión (impedancia inversa muy alta y conmutación muy rápida)

4. Otras funciones: interrupción

➤ Interruptores (SPST): (Single-Pole Single-Throw)



$$L[dB] = -20 \log_{10} \frac{2Z_o}{Z_D + 2Z_o}$$



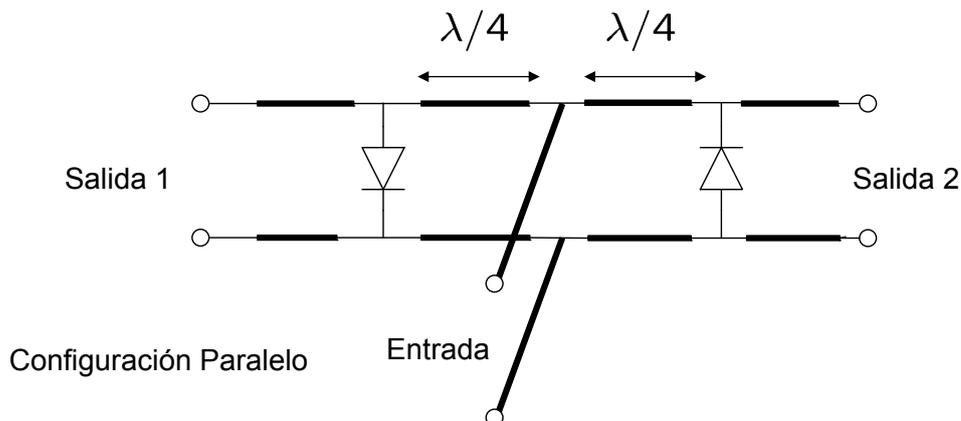
$$L[dB] = -20 \log_{10} \frac{2Z_D}{Z_o + 2Z_D}$$

- L son las pérdidas de inserción, siendo Z_D la impedancia que presenta el diodo para cada uno de los estados

- En ambos casos la posición cerrado produce reflexión (casi) total

4. Otras funciones: conmutación

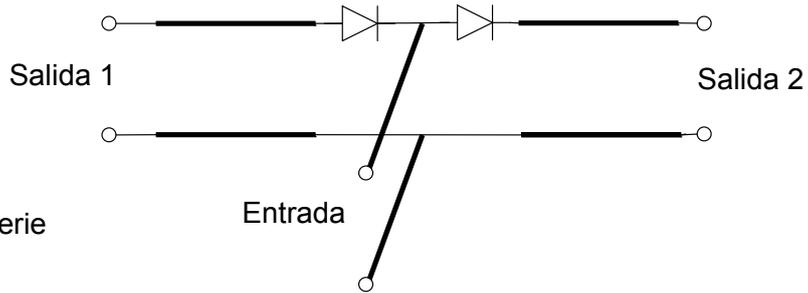
➤ Conmutadores (SPnT): (Single-Pole n-Throw)



➤ Las posiciones de los diodos son muy importantes a efectos de la polarización:

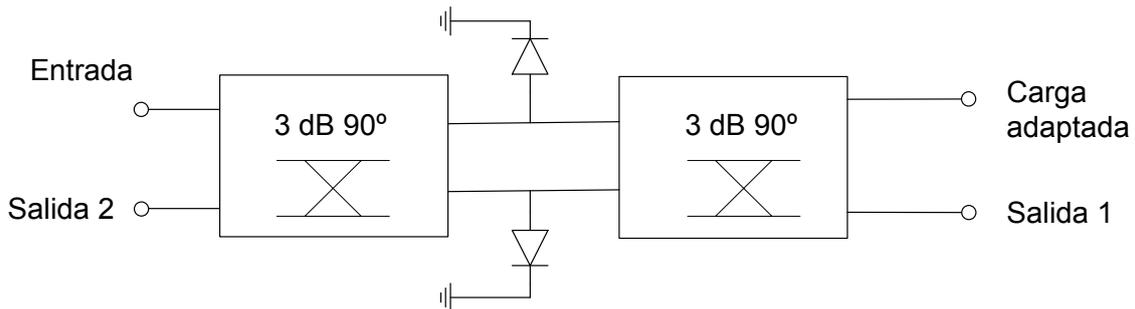
4. Otras funciones: conmutación

➤ Conmutadores (cont.):



Configuración Serie

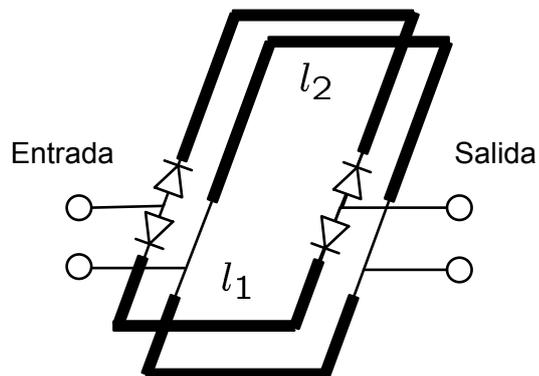
➤ Conmutador adaptado (SP2T):



4. Otras funciones: modulación

➤ Modulador digital de fase por conmutación de línea:

- La diferencia de fase es: $\Delta\phi = \beta(l_2 - l_1)$



➤ Modulador digital de fase por reflexión:

