

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia Segunda parte, Tema VI

Master en Ingeniería Informática y de Telecomunicación,
2º cuatrimestre (6 créditos ECTS)

Profesores: Jorge A. Ruiz Cruz (jorge.ruizcruz@uam.es)
Jose Luis Masa Campos (joseluis.masa@uam.es)

Grupo colaborador: Grupo de Radiación. Dpto. SSR.UPM



Dpto. de Ingeniería Informática
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid



Segunda parte de ACAF: Antenas



I. Principios básicos de una antena

II. Antenas lineales

III. Antenas impresas

IV. Antenas banda ancha, multibanda e independientes de la frecuencia

V. Agrupación de antenas. Arrays

➔ VI. Antenas de apertura. Bocinas

VII. Reflectores

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia. www.eps.uam.es/~acaf
Master en Ingeniería Informática y Telecomunicaciones
Escuela Politécnica Superior. Universidad Autónoma de Madrid
José Luis Masa Campos. jose Luis.masa@uam.es

V. Agrupación de antenas. Arrays



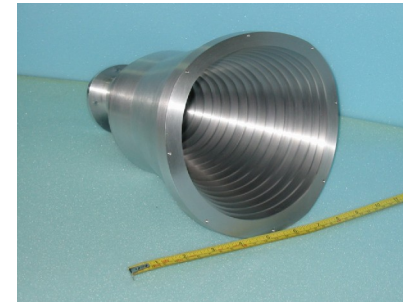
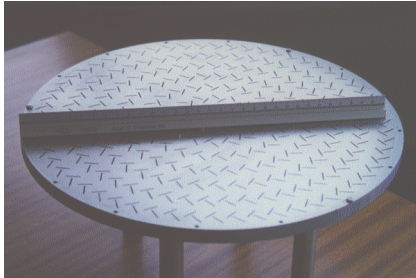
1. Concepto de antena de apertura.
2. Principio de equivalencia.
3. Apertura plana.
 - a. Campos radiados
 - b. Directividad
 - c. Eficiencia
4. Antenas de bocina rectangulares
 - a. Concepto
 - b. Bocina sectorial plano H
 - c. Bocina sectorial plano E
 - d. Bocina piramidal
 - e. Bocina piramidal corrugada
5. Antenas de bocina cónicas
 - a. De pared lisa
 - b. Corrugadas
6. Centro de fase de bocinas

1.- Concepto de antena de apertura

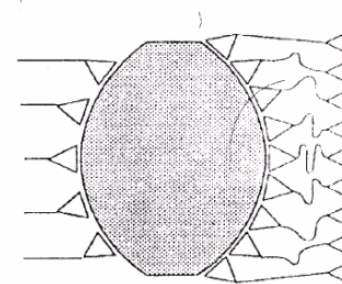
- Tipo de antenas en las que la radiación sale a través de una embocadura.

Dentro de este tipo de antenas se incluyen:

- Apertura delimitada por paredes metálicas conductoras
 - Ranuras
 - Bocinas

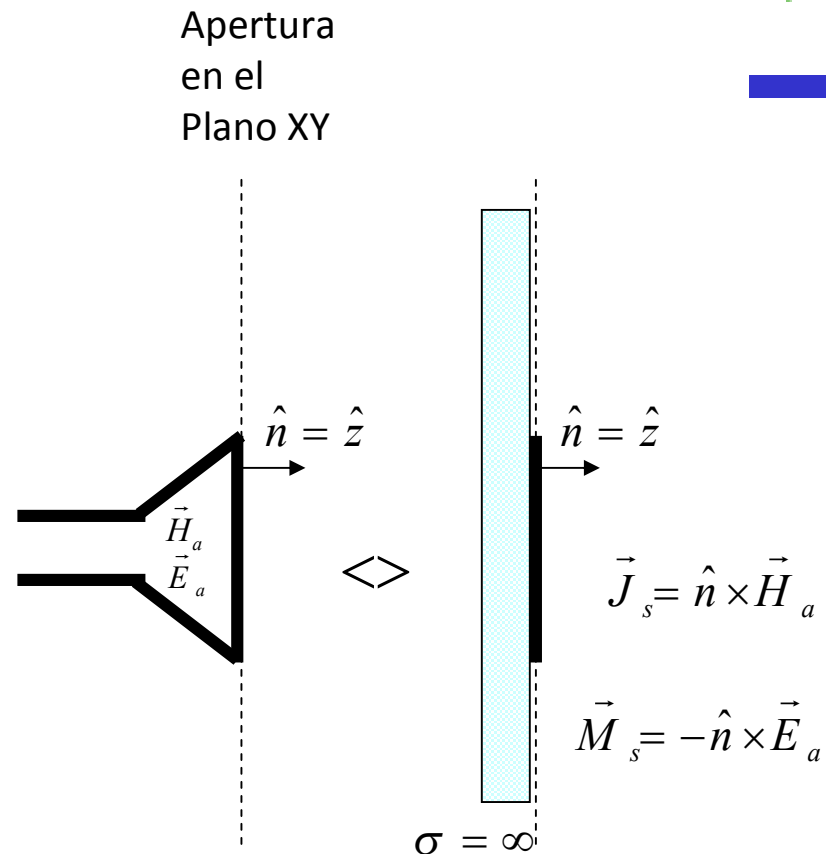
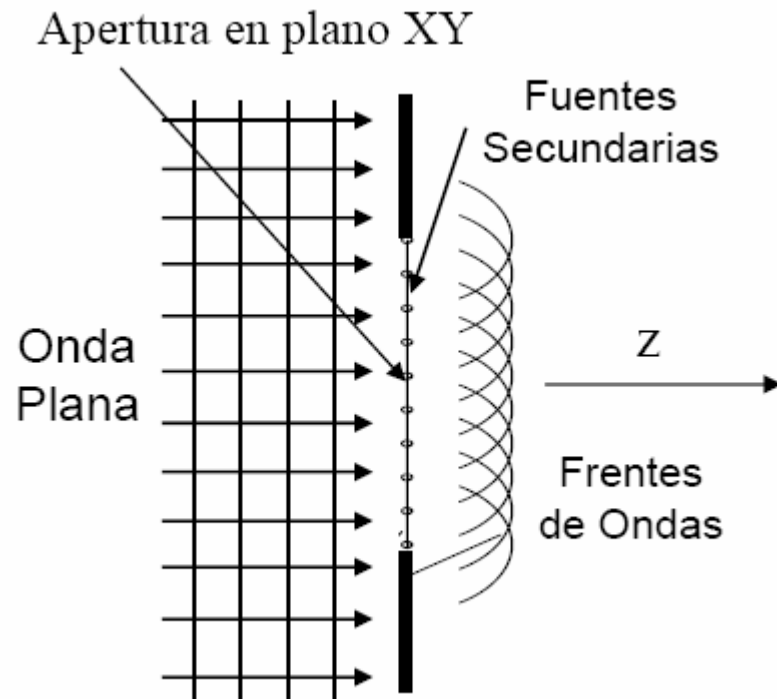


- Apertura definida como porción de la superficie frontal plana en la que los campos de la onda colimada por aquella toma valores significativos
 - Reflectores
 - Lentes



2.- Principio de equivalencia

- PRINCIPIO DE HUYGENS**



- Cada punto de un frente de ondas actúa como una fuente de generación de ondas esféricas; la suma de dichas fuentes genera la radiación en campo lejano
- Para calcular la radiación de los campos de la apertura E_a y H_a en $z \geq 0$, por las corrientes superficiales eléctricas y magnéticas J_s y M_s (fuentes secundarias) calculadas sobre la apertura, con un plano metálico perfecto detrás. Se aplicará teoría de las imágenes

3.- Apertura plana. Campos radiados



- Campos en la apertura

$\vec{E}_a = E_{ax}(x', y')\hat{x} + E_{ay}(x', y')\hat{y}$, con, $\vec{r}' = x' \cdot \hat{x} + y' \cdot \hat{y}$ = vector de posición de cada punto de la apertura

- La integración del campo sobre la superficie que define la apertura, permite obtener el campo radiado por ésta:

$$P_x = \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy')} dx' dy'$$

Integración de E_{ax} a lo largo de la superficie de la apertura S_a

$$P_y = \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy')} dx' dy'$$

Integración de E_{ay} a lo largo de la superficie de la apertura S_a

$$\hat{r} = (\sin \theta \cdot \cos \phi \cdot \hat{x} + \sin \theta \cdot \sin \phi \cdot \hat{y} + \cos \theta \cdot \hat{z})$$

$$\vec{r}' = x' \cdot \hat{x} + y' \cdot \hat{y}$$

$$k\vec{r}' \cdot \hat{r} = \frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy') \longrightarrow \begin{cases} u = \sin \theta \cdot \cos \phi \\ v = \sin \theta \cdot \sin \phi \end{cases}$$

- Campo radiado por la apertura en $z \geq 0$

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} (P_x \cos \phi + P_y \sin \phi)$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = -jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \cos \theta (P_x \sin \phi - P_y \cos \phi)$$

3.- Apertura plana. *Directividad*



- En aperturas bien enfocadas (campos en fase en la apertura, máximo de radiación en $\theta=0^\circ$):

$$\text{En } \theta=0^\circ, \text{ se da que, } u = 0, v = 0 \Leftrightarrow k\vec{r}'\cdot\hat{r} = 0 \longrightarrow \begin{cases} P_x(\theta = 0) = \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \\ P_y(\theta = 0) = \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \end{cases}$$

Así mismo,

$$\langle S(\theta = 0, \phi) \rangle = \frac{|E_\theta(r, \theta = 0, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta = 0, \phi)|^2}{2\eta} = k^2 \frac{|P_x(\theta = 0)|^2 + |P_y(\theta = 0)|^2}{2\eta(2\pi r)^2}$$

- Por otro lado, la potencia radiada se define como el flujo de potencia que atraviesa la apertura (S_a)

$$P_{rad} = \iint_{S_a} \frac{1}{2\eta} |E_{ax}(x', y')|^2 + |E_{ay}(x', y')|^2 dx' dy'$$

- Finalmente la directividad se define como:**

$$D_0 = 4\pi r^2 \frac{\langle S(\theta = 0, \phi) \rangle}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2 + \left| \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2}{\iint_{S_a} |E_{ax}(x', y')|^2 + |E_{ay}(x', y')|^2 dx' dy'}$$

3.- Apertura plana. *Eficiencia*



- Para aperturas planas con alimentación uniforme:

$$\vec{E}_a = E_0 \hat{x} \Rightarrow D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a, \text{ con } S_a \text{ superficie de la apertura (independientemente de su forma)}$$

- Para aperturas planas con alimentación no uniforme:

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{efec} = \varepsilon_a \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a, \quad A_{efec} = \varepsilon_a S_a, \quad \text{tal que,} \quad \varepsilon_a \leq 1 = \text{Eficiencia de iluminación de la apertura},$$

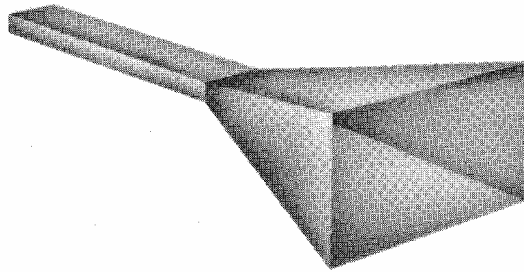
, y A_{efec} = Area efectiva de la apertura

- La eficiencia de iluminación ε_a , indica lo bien que se ha aprovechado la apertura, es decir, lo uniforme que es su campo en amplitud y fase:

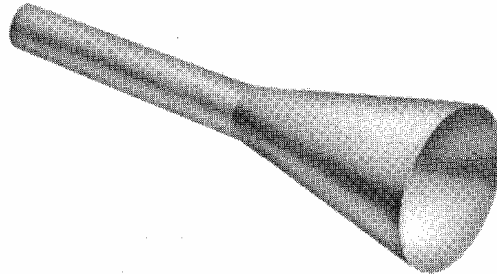
$$\varepsilon_a = \frac{\left| \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2 + \left| \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2}{S_a \cdot \iint_{S_a} \left| E_{ax}(x', y') \right|^2 + \left| E_{ay}(x', y') \right|^2 dx' dy'}$$

- Los valores típicos que alcanza está entre 0.5 y 0.8

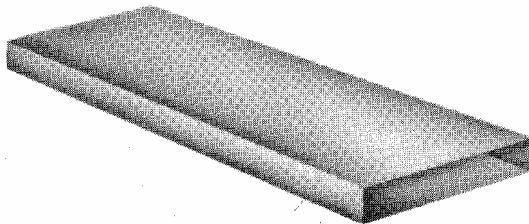
4.- Antenas de bocina rectangulares. *Concepto*



(a) Pyramidal horn



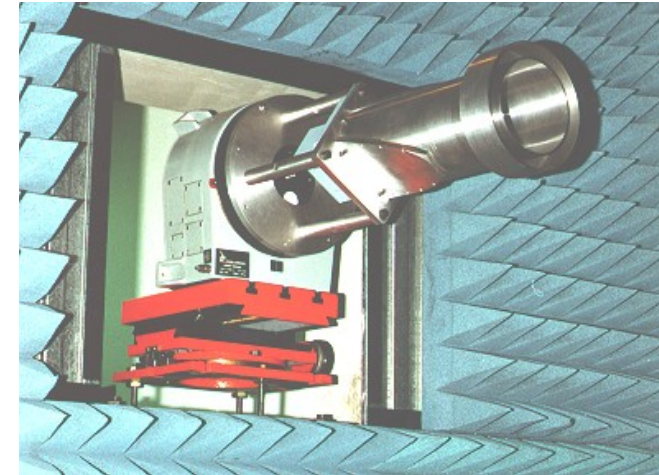
(b) Conical horn



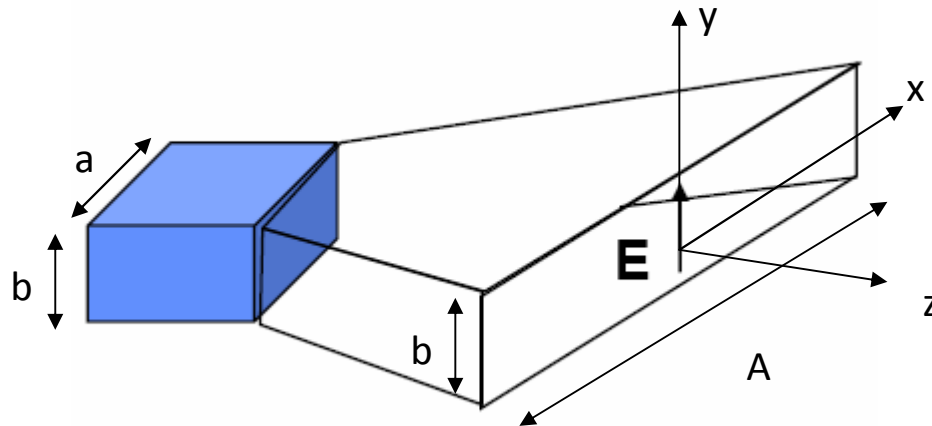
(c) Rectangular waveguide

Figure 1.3 Aperture antenna configurations.

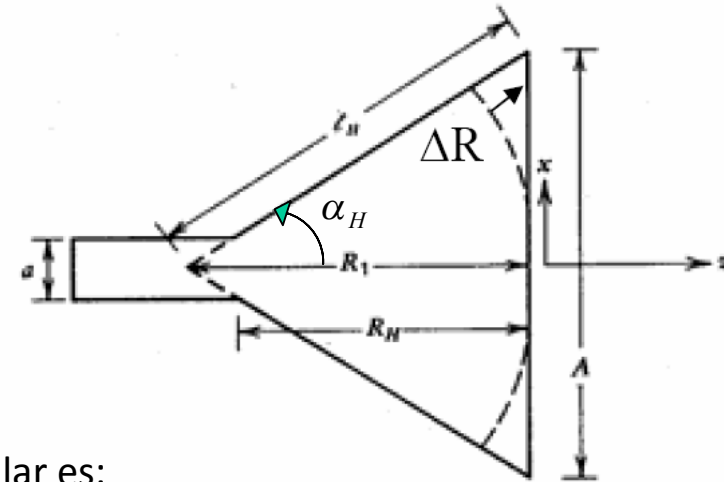
- Se forman por guías de onda cuya apertura se abocina, para adaptar el medio radiante a la bocina de alimentación
- Se consiguen haces directivos con ganancias entre 10 y 25 dBi



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H



- Vista Superior

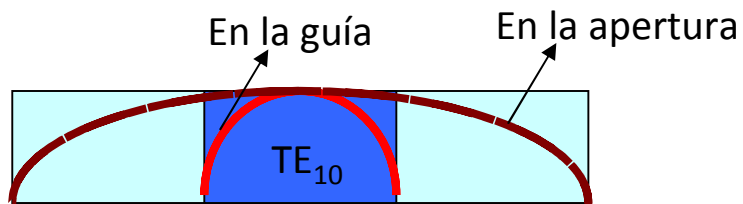


- El campo en el modo TE_{10} que se propaga en la guía rectangular es:

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_g z} \\ H_x &= \frac{E_y}{Z_g} \end{aligned} \right\}$$

, donde,

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_g = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} = \text{Cte de fase de la guía} \\ Z_g = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} = \text{Impedancia característica de la guía} \end{array} \right.$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

- Variación de fase en la apertura en la dirección x:

$$e^{-jk(R-R_1)\left(\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}\right)} \approx e^{-jk(R-R_1)} = e^{-jk\Delta R}$$

A muy grande

- R puede aproximarse como:

$$R = \sqrt{R_1^2 + x^2} = R_1 \left[1 + \left(\frac{x}{R_1} \right)^2 \right]^{1/2} \cong R_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R_1} \right)^2 \right]$$

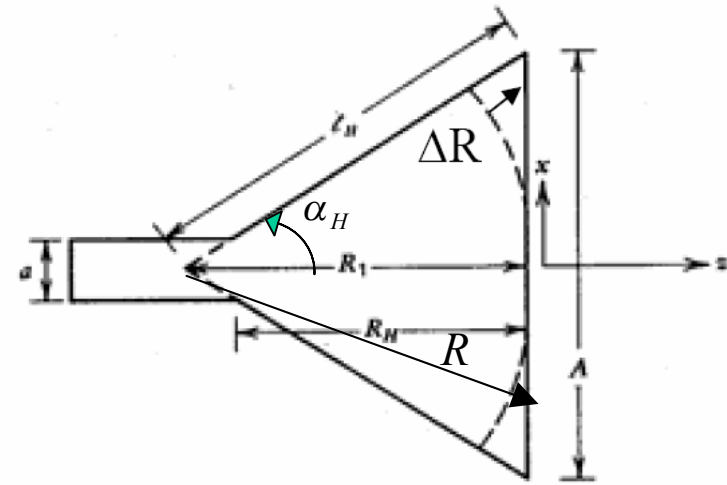
- Si $x \ll R_1$, es decir, $A/2 \ll R_1$, entonces se da que:

$$\Delta R = R - R_1 \cong \frac{1}{2} \frac{x^2}{R_1}$$

- Este error de fase hace que la eficiencia de apertura sea de aprox. 0.8

- Si además se supone que la distribución de amplitud en la apertura tiene la misma forma que en una guía rectangular, el campo eléctrico en la apertura será:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1}\right)}$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

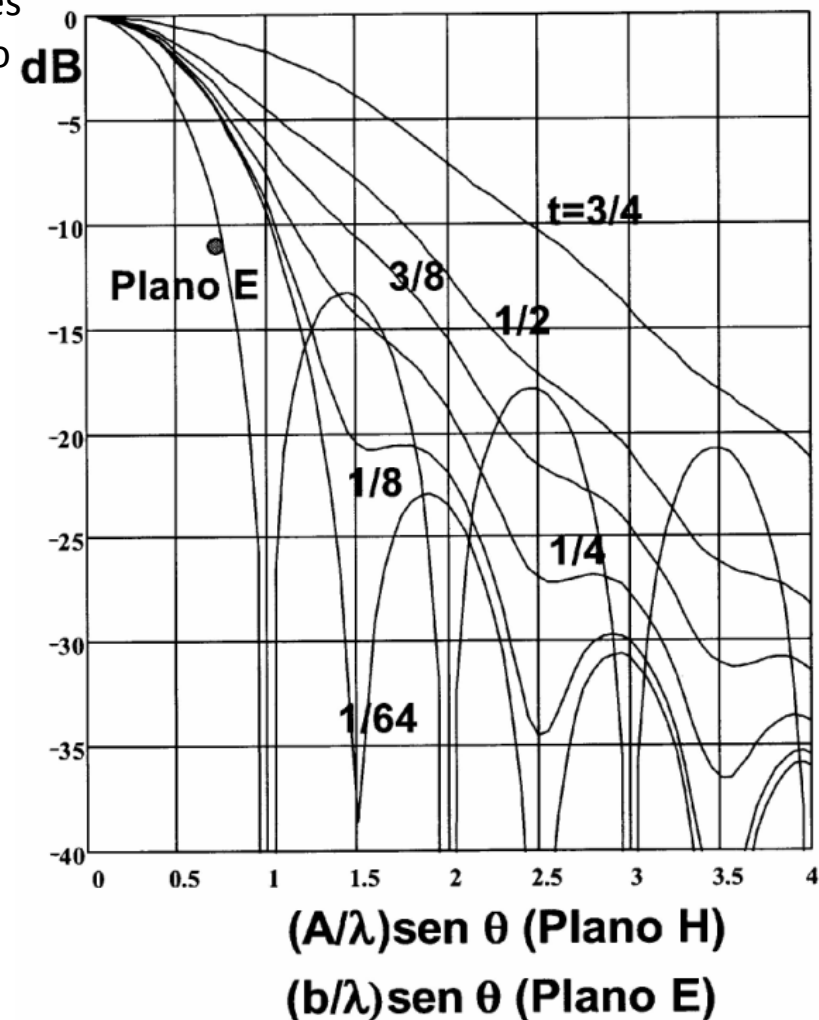
- Los diagramas de radiación normalizados en el plano H se expresan en forma de diagramas de radiación universales en función del error máximo de fase en la apertura, cuyo valor se alcanza para $x=A/2$

$$\delta_{\max} = k \cdot \Delta R_{\max} = \delta(x = A/2) = k \left(\frac{(A/2)^2}{2R_1} \right) = \frac{2\pi A^2}{8\lambda R_1} = 2\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{A^2}{8\lambda R_1}$$

, donde t es el error de fase expresado en vueltas (multiplo de 2π)

- Los diagramas universales de la figura, se representan para varios valores de t , sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$ (que debe aparecer en el diagrama de radiación). Dichos diagramas valen para cualquier A



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

- La directividad D_H se obtiene integrando la potencia en la apertura. Se suelen usar curvas de $\lambda D_H/b$ en función de A/λ para diversos valores de R_1/λ .
- Para cada valor de R_1 hay un valor óptimo de ancho de apertura, que corresponde con el máximo de la curva correspondiente

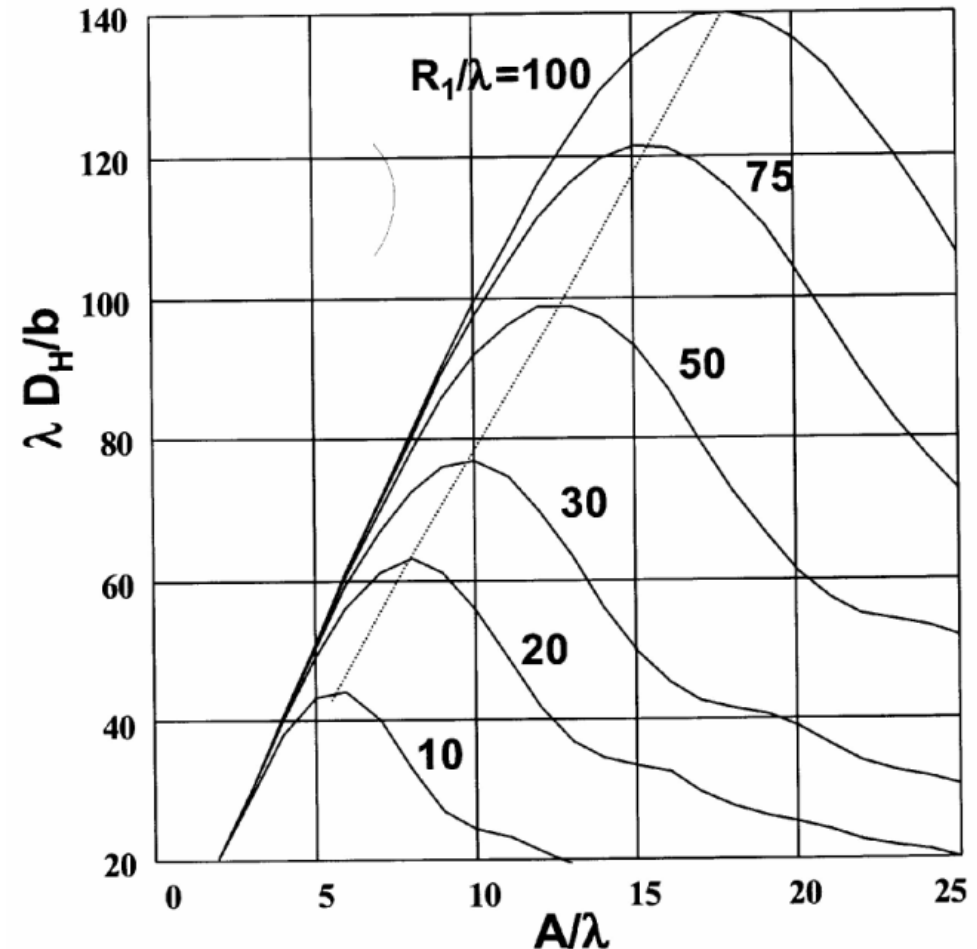
$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

- Estas bocinas óptimas de apertura A_{opt} son las más cortas que alcanzan una determinada ganancia, y poseen un error de fase:

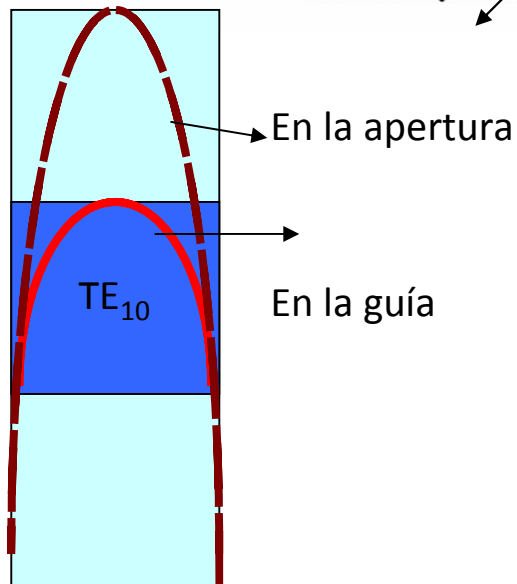
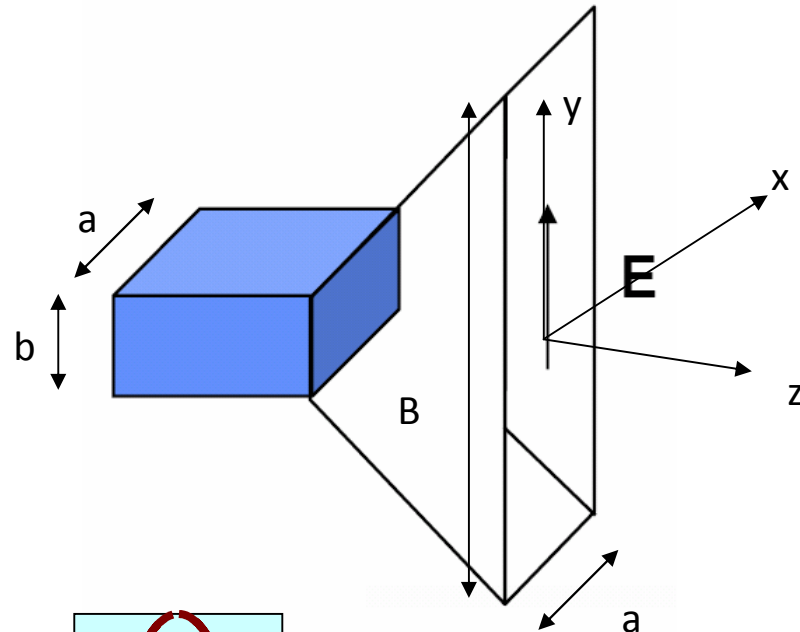
$$t_{opt} = \frac{A_{opt}^2}{8\lambda R_1} = \frac{3}{8}$$

- El ancho de haz a 3 dB es

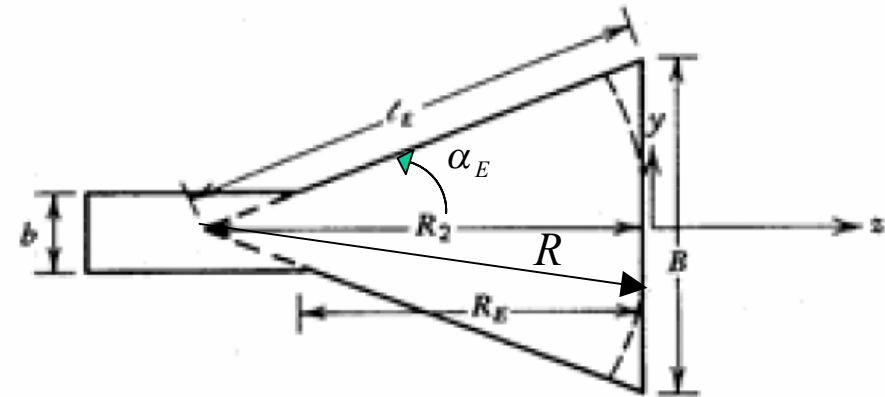
$$\Delta\theta_{-3dB} \approx 78 \frac{\lambda}{A} (\text{grados})$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. *Sectorial Plano E*



- Vista Superior



- Operando de manera análoga a la bocina sectorial Plano H, y suponiendo que con ángulos α_E pequeños $\rightarrow \hat{\alpha}_E \approx \hat{y}$ el campo en la apertura será:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

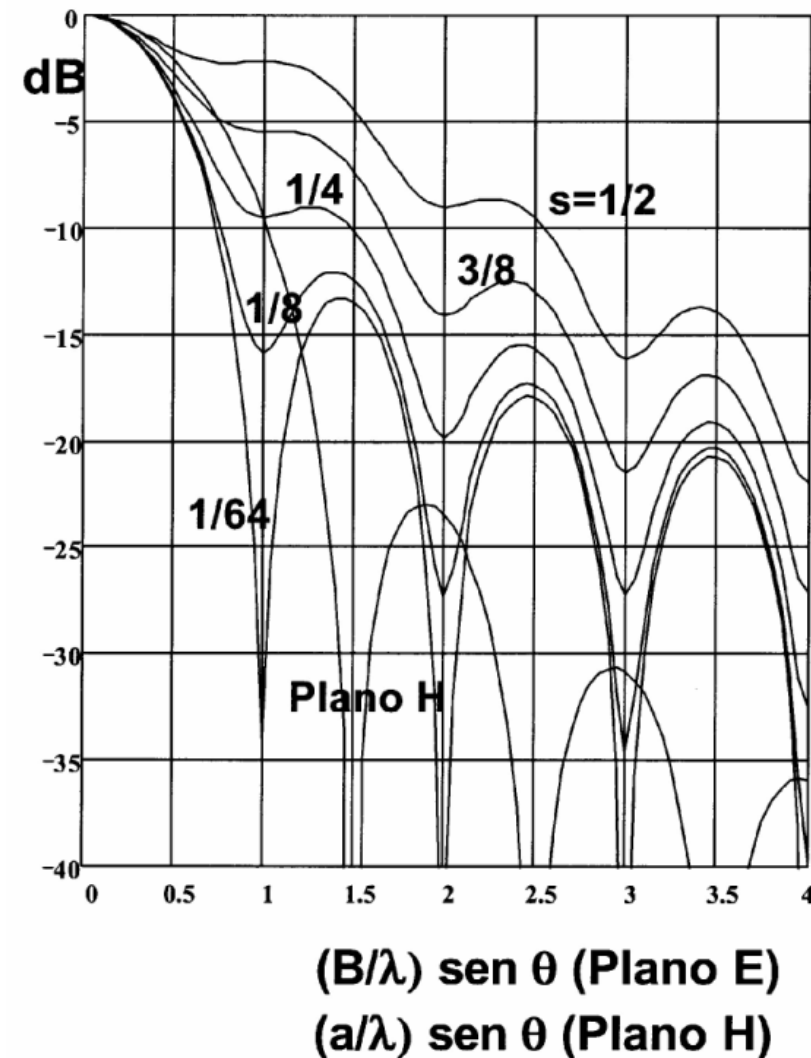
4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano E

- Los diagramas de radiación normalizados en el plano E se expresan en forma de diagramas de radiación universales en función del error máximo de fase en la apertura, cuyo valor se alcanza para $y=B/2$

$$\delta_{\max} = \delta(y = B/2) = k \left(\frac{(B/2)^2}{2R_2} \right) = \frac{2\pi B^2}{8\lambda R_2} = 2\pi s$$

$$\Rightarrow s = \frac{B^2}{8\lambda R_2}$$

- Los diagramas universales de la figura, se representan para varios valores de s , sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$ (que debe aparecer en el diagrama de radiación). Dichos diagramas valen para cualquier B



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano E

- La directividad D_E se obtiene integrando la potencia en la apertura. Se suelen usar curvas de $\lambda D_E/a$ en función de B/λ para diversos valores de R_2/λ .
- Para cada valor de R_2 hay un valor óptimo de ancho de apertura, que corresponde con el máximo de la curva correspondiente

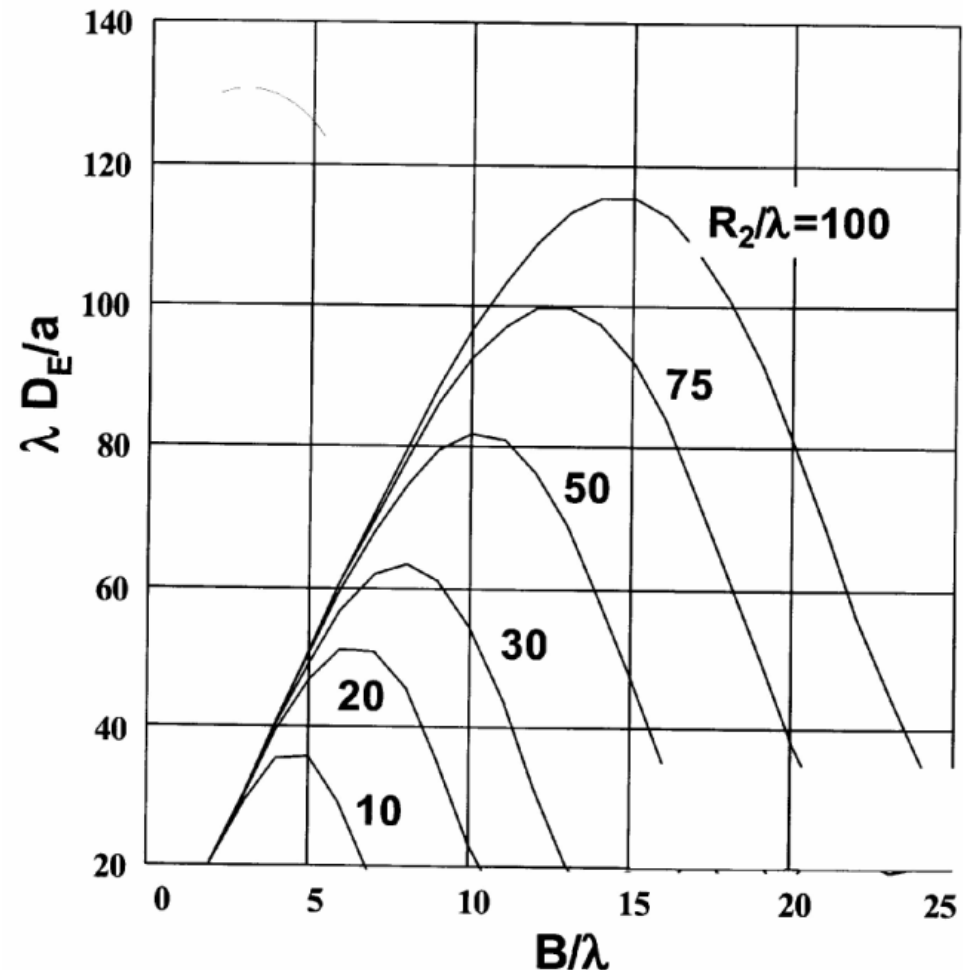
$$B_{opt} = \sqrt{2\lambda R_2}$$

- Estas bocinas óptimas de apertura A_{opt} son las más cortas que alcanzan una determinada ganancia, y poseen un error de fase:

$$S_{opt} = \frac{B_{opt}^2}{8\lambda R_2} = \frac{1}{4}$$

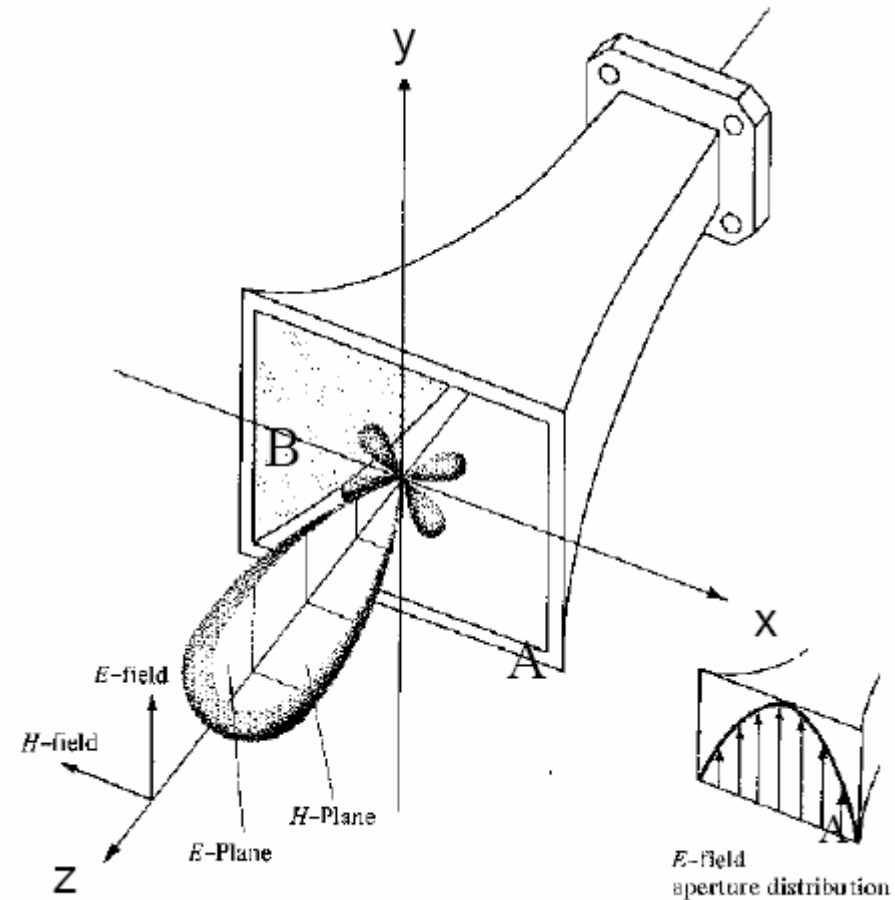
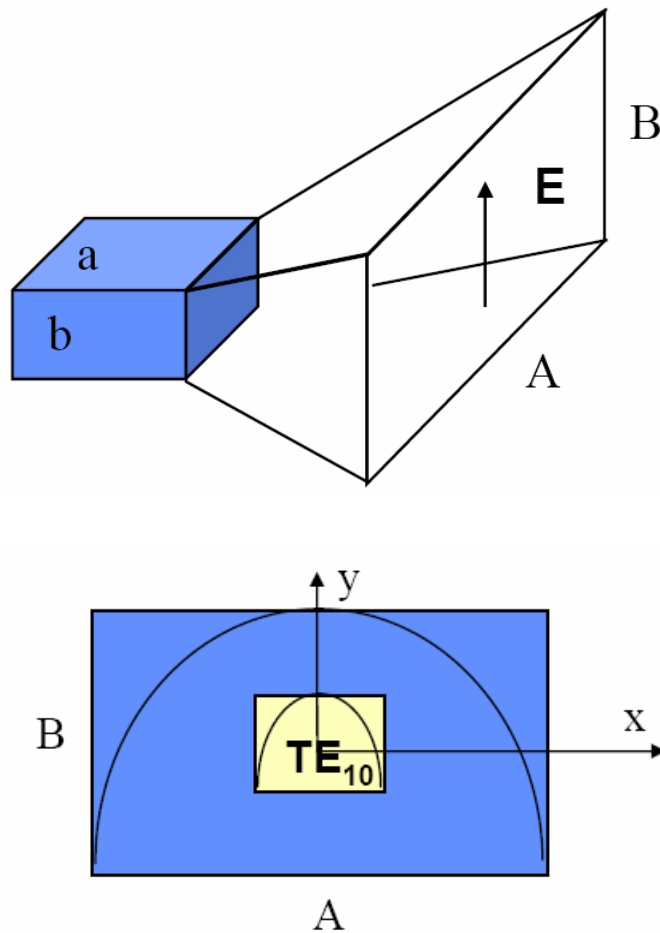
- El ancho de haz a 3 dB es

$$\Delta\theta_{-3dB} \approx 54 \frac{\lambda}{B} (\text{grados})$$

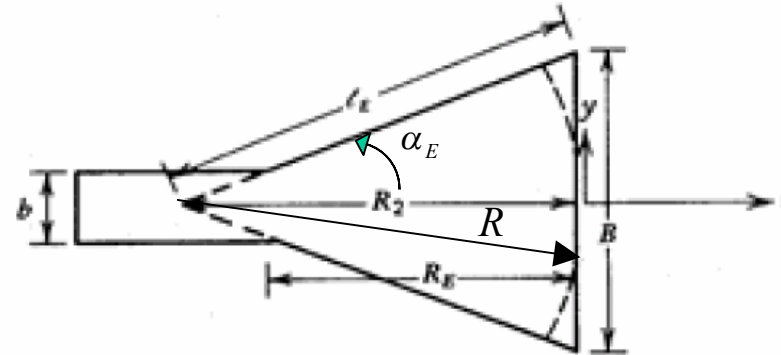
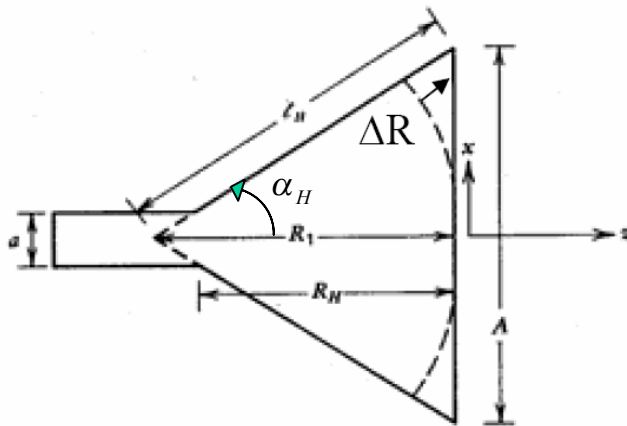


4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*

- Es la forma habitual de bocina, donde se ensancha tanto la guía tanto en plano E como en plano H, radiándose haces estrechos en ambos planos.



4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*



- El campo eléctrico en la apertura se obtiene como combinación de los campos de los casos sectoriales E y H:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

- La distribución de campo en la apertura es separable y coincide en los planos principales con las de las bocinas sectoriales plano E y H.
- Los diagramas plano E y H de la bocina piramidal, se pueden obtener de los diagramas universales de las bocinas sectoriales plano E y H (incluyendo el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$)

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*



- Las bocinas piramidales requieren que su garganta coincida con la guía rectangular de alimentación, por ello, debe darse que:

$$R_E = R_H = R_P$$

- Para que la bocina piramidal sea óptima desde el punto de vista de la ganancia, deben tener las dimensiones A y B ya establecidas para bocinas sectoriales plano E y H

$$B_{opt} = \sqrt{2\lambda R_2}$$

$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

- La directividad de la bocina piramidal se obtiene como:

$$D_p = \frac{\pi}{32} \left(\frac{\lambda}{A} D_E \right) \left(\frac{\lambda}{B} D_H \right)$$

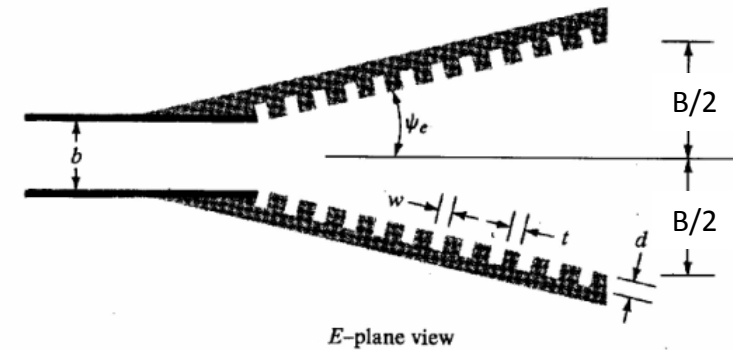
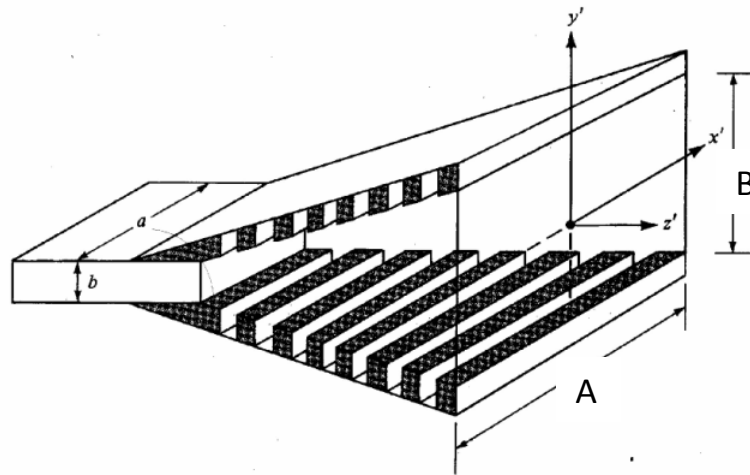
, donde las directividades D_E y D_H se obtienen de las curvas de bocinas sectoriales, sustituyendo en las ordenadas “a” por “A” y “b” por “B”.

- En las bocinas piramidales óptimas ($t=3/8$ y $s=1/4$), la eficiencia de apertura es del 50% ($\epsilon_q=0.5$), por ello:

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{efec} = \epsilon_a \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} (AB)$$

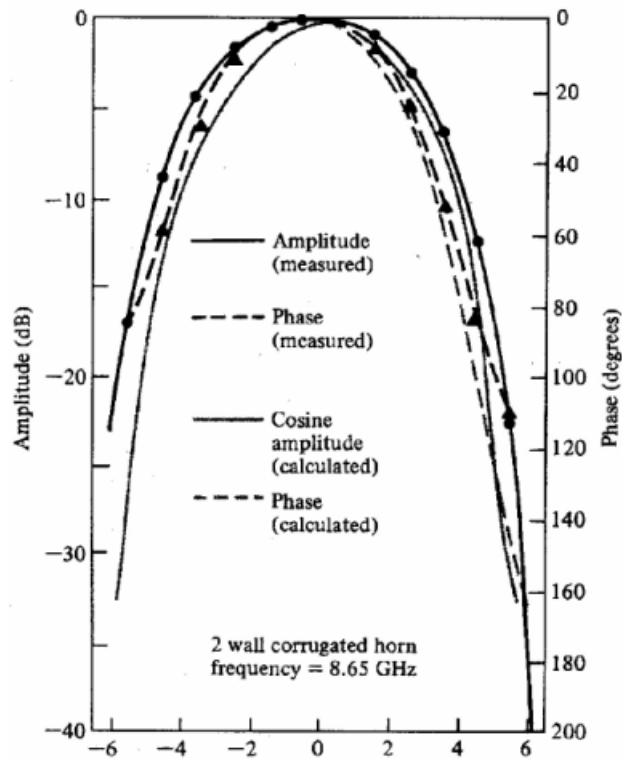
- Las bocinas piramidales de bajo error de fase tienen s y t < 0.15, suelen ser muy largas y poseen eficiencias de apertura del orden de 0.8

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*

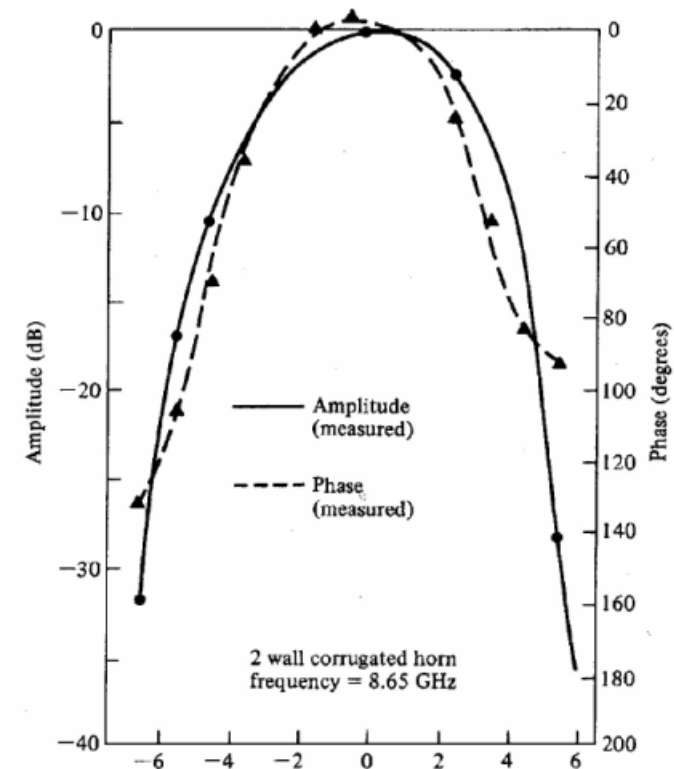


- El uso de corrugaciones en las paredes perpendiculares al campo E de una bocina piramidal, reduce las corrientes longitudinales en dichas paredes. El campo en la apertura sigue entonces una ley de amplitud tipo coseno en ambos planos, reduciéndose los lóbulos secundarios del campo radiado en el plano E.
- Principios de diseño de las corrugaciones:
 - $t \ll w$
 - $(t+w) \leq \lambda_0/4$
 - $\lambda_0/4 < d < 0.375\lambda_0$

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*



(a) Position in *H*-plane (cm from center)



(b) Position in *E*-plane (cm from center)

- Campo en la apertura tipo coseno en ambos planos

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y}{B}\right) e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*

- Para obtener los diagramas de radiación del plano E y H se deben usar los diagramas universales normalizados de las bocinas sectoriales plano H, usando para A y t los siguientes valores

- Plano E: B y $t_2 = \frac{B^2}{8\lambda R_2}$

- Plano H: A y $t_1 = \frac{A^2}{8\lambda R_1}$

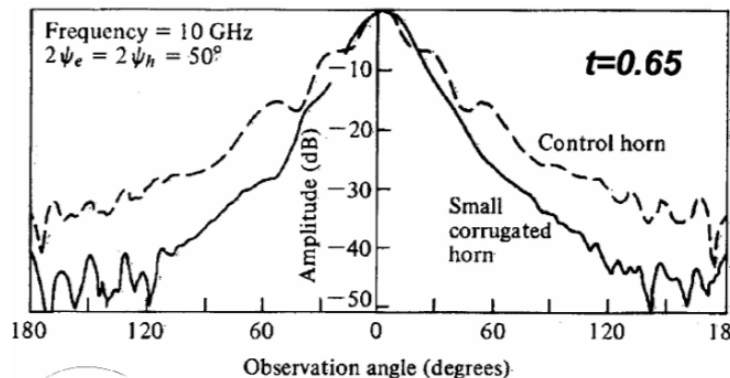
- El diseño de una bocina piramidal corrugada “óptima”, se consigue aplicando a ambas dimensiones de la apertura las condiciones para un bocina sectorial óptima plano H

$$t_{1opt} = \frac{A_{opt}^2}{8\lambda R_1} = \frac{3}{8}$$

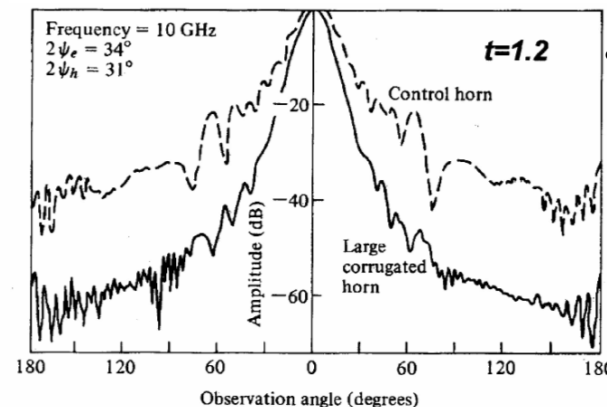
$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

$$t_{2opt} = \frac{B_{opt}^2}{8\lambda R_2} = \frac{3}{8}$$

$$B_{opt} = \sqrt{3\lambda R_2}$$



(a) Measured patterns of $2.96\lambda_0 \times 2.96\lambda_0$ pyramidal horns (E-plane)



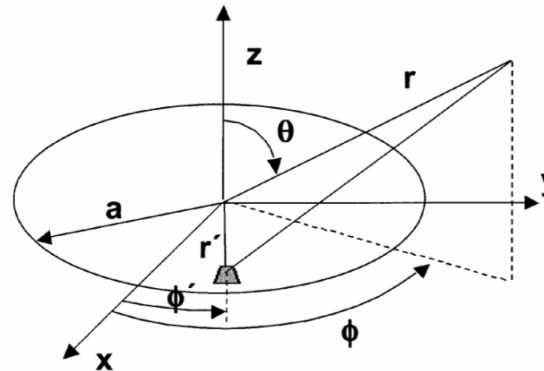
(b) Measured patterns of $8.2\lambda_0 \times 8.2\lambda_0$ pyramidal horns (E-plane)

- Como se puede ver el diagrama en plano E tiene lóbulos secundarios mas bajos que la bocina equivalente con pared lisa.

5.- Antenas de bocina cónicas

- Utilizan una guía circular para alimentarse
- La apertura radiante es circular, siendo el campo en la apertura en función de los puntos de la apertura (r' y ϕ')

$$\vec{E}_a = E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y} \quad r' \leq a$$



- La integración del campo sobre la apertura nos dará el campo radiado

$$\vec{P} = P_x \hat{x} + P_y \hat{y} = \iint_{S_a} \vec{E}_a(r', \phi') \cdot e^{j\beta \hat{r} \cdot \vec{r}'} dS'$$

, siendo, $\hat{r} \cdot \vec{r}' = r' \sin \theta (\cos \phi \cdot \cos \phi' + \sin \phi \cdot \sin \phi') = r' \sin \theta \cos(\phi - \phi')$

, y finalmente:

$$\vec{P} = \int_0^a \left(\int_0^{2\pi} E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y} \cdot e^{j\beta r' \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' \right) r' dr'$$

5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- El campo en la apertura se aproxima por la distribución de amplitud del modo fundamental de la guía circular (TE_{11}), expandido sobre el radio de la apertura. La distribución de fase se supone esférica, como si el campo saliese del vértice del cono.

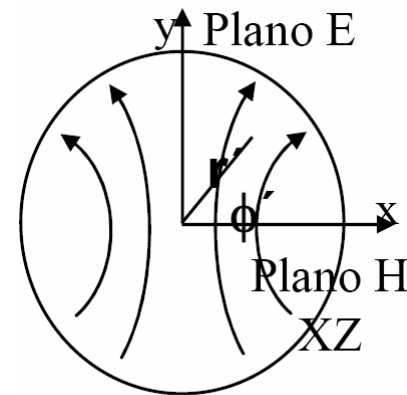
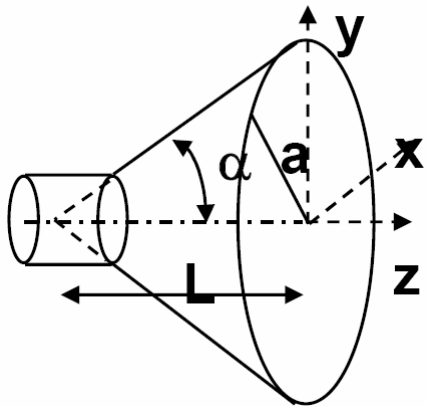
$$\vec{E}_a = E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y}$$

$$E_{ax} = E_0 \cdot J_2(K_{11}r') \sin(2\phi') \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)}$$

$$K_{11} = 1.8412 / a$$

$$E_{ay} = E_0 \cdot [J_0(K_{11}r') - J_2(K_{11}r') \cos(2\phi')] \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)}$$

, donde E_0 es una constante, L es la altura del cono, J_0 y J_2 son las funciones de Bessel de orden 0 y 2.



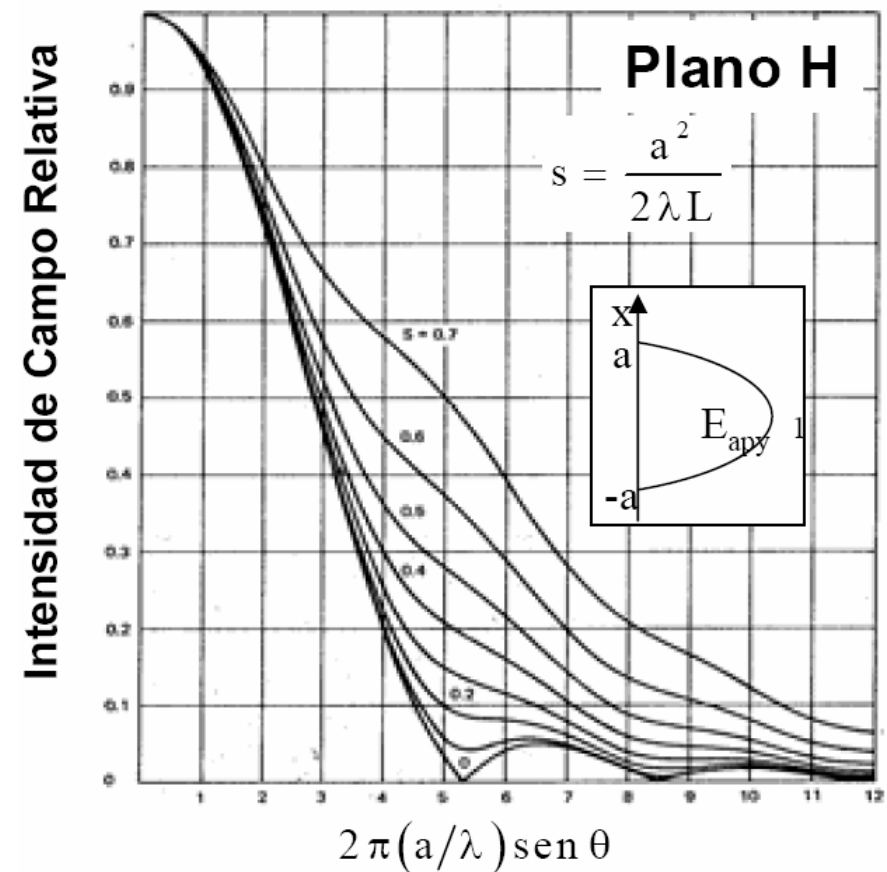
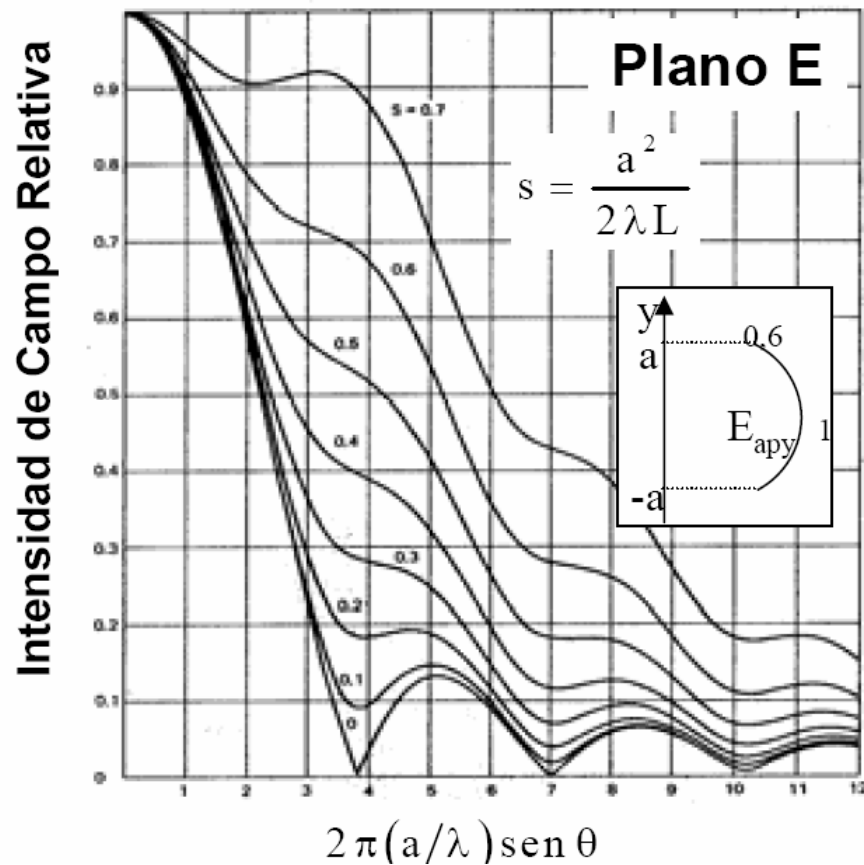
Modo TE_{11} de la guía de alimentación
expandido a la apertura

5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- El error de fase máximo permisible es:

$$s = \frac{a^2}{2\lambda L}$$

- En esas condiciones los diagramas de radiación universales normalizados plano E y H, sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$, son:



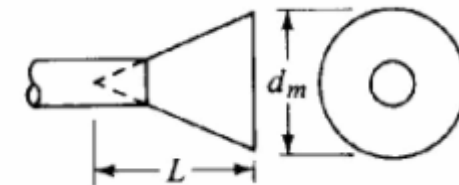
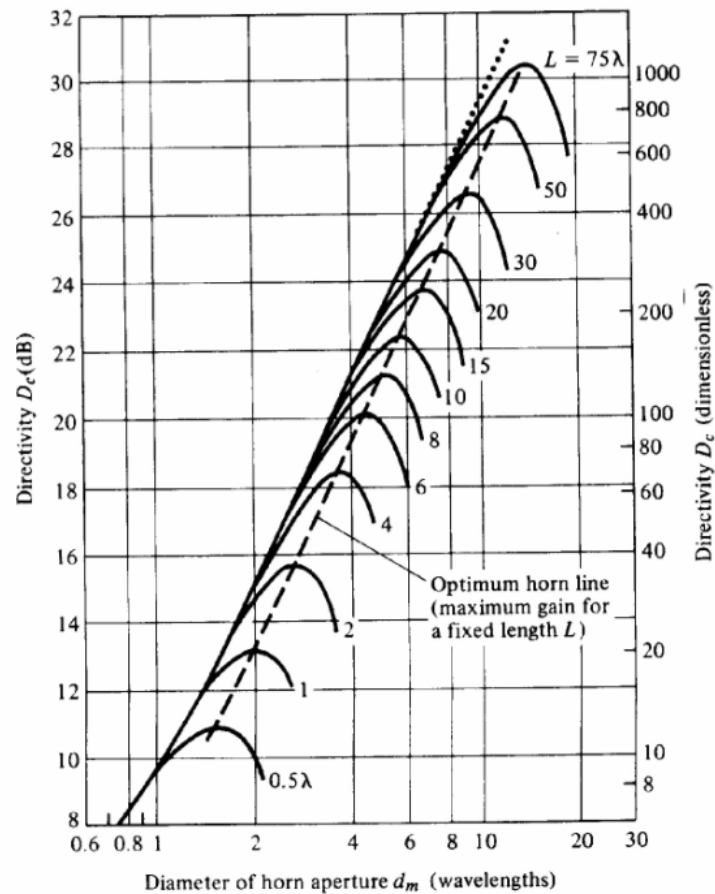
5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- La directividad de una bocina cónica es máxima cuando se cumple que su radio es:

$$a_{opt} = \frac{\sqrt{3\lambda L}}{2}$$

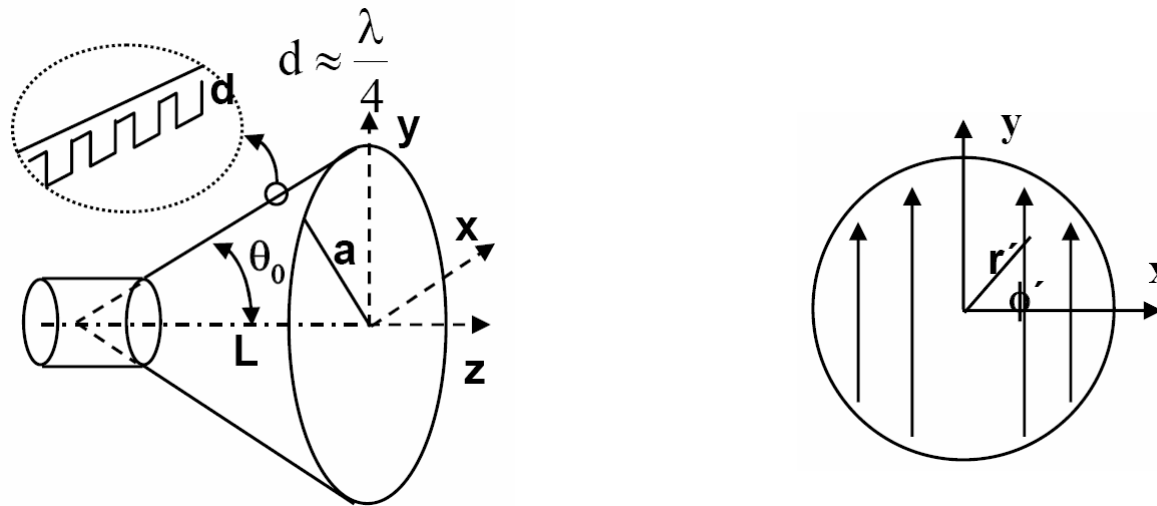


$$s_{opt} = \frac{a_{opt}^2}{2\lambda L} = \frac{3}{8}$$



5.- Antenas de bocina cónicas. *Corrugadas*

- Para uniformizar el campo en la apertura, mejorando la pureza de polarización, se aplican corrugaciones a las paredes de las bocinas cónicas. El campo creado en la apertura es un híbrido entre el fundamental TE_{11} y el TM_{11} , denominado HE_{11} . Sus propiedades son:
 - Líneas de campo rectas y paralelas según y (ver figura)
 - Variación de la amplitud rotacionalmente simétrica, decreciente del centro al borde, lugar donde se anula.
 - Variación de fase según frente esférico con centro en el vértice del cono de la bocina



- De esta forma, el campo en la apertura responde a:

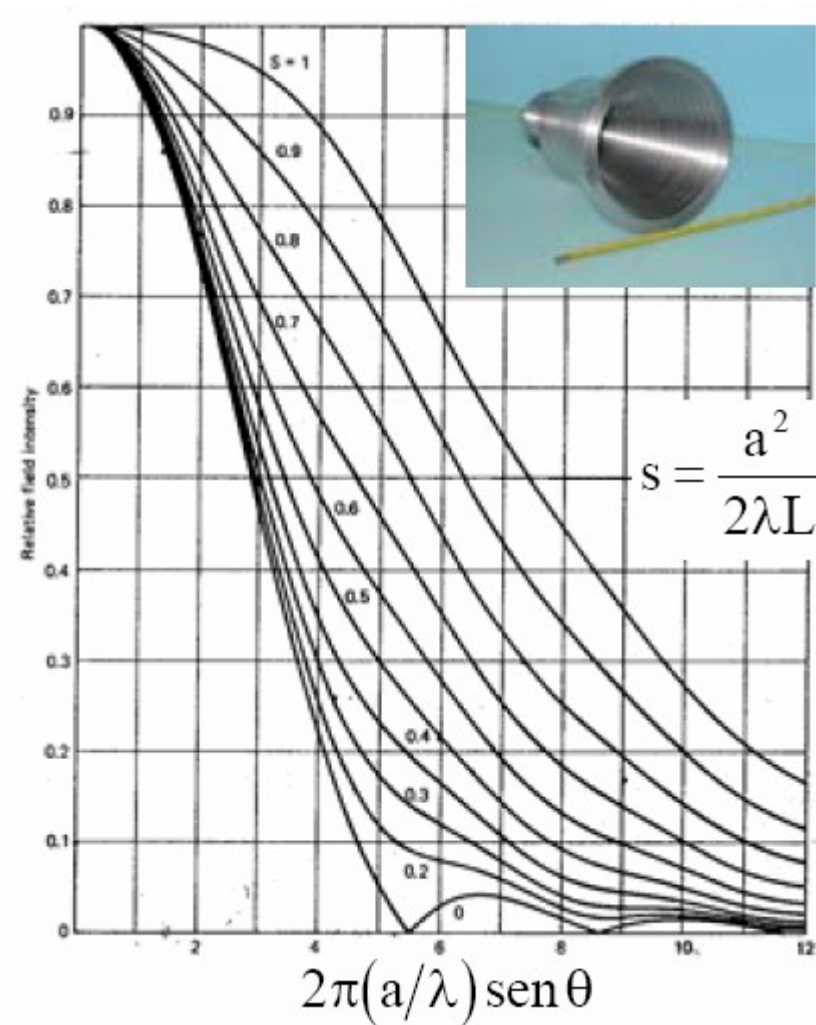
$$\vec{E}_a = E_0 \cdot J_0 \left(\frac{2.405 \cdot r'}{a} \right) \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)} \hat{y}, \text{ para, } d = \frac{\lambda}{4}$$

5.- Antenas de bocina cónicas. *Corrugadas*

- Los diagramas universales sin el factor de oblicuidad son los que se indican en la figura.
- Estos diagramas son rotacionalmente simétricos, es decir, son válidos para cualquier plano ϕ .
- Las bocinas cónicas corrugadas se utilizan habitualmente como alimentadores para reflectores en antenas de satélite y estación terrena, ya que, proporcionan una alta eficiencia y baja radiación contrapolar (< -35 dB), en un gran ancho de banda.
- Al igual que en el caso de bocinas de pared lisa, el error máximo de fase permitido se da para:

$$s = \frac{a^2}{2\lambda L}$$

- Los valores típicos de corrugación son:
 - $\lambda_0/4 < d < 3\lambda_0/8$



6.- Centro de fase de bocinas

- El centro de fase de la bocina puede interpretarse como el origen de su radiación. Su determinación es importante cuando éstas se usan como alimentadores de reflectores, ya que, dicho centro de fase debe colocarse coincidente con el foco del reflector.
- El diagrama de fase se calcula determinando la variación relativa de la fase del campo radiado por la bocina sobre una esfera de radio $R = \text{cte}$. Si la bocina tuviese una fase cte en su apertura, su error de fase sería nulo en cualquier punto del lóbulo principal situado en la esfera $R=\text{cte}$. Por ello, en ese caso el centro de fase de la bocina coincidiría con el dentro de la apertura "O".
- Cuando la bocina tiene error de fase, la fase obtenida para cada ángulo θ , será:

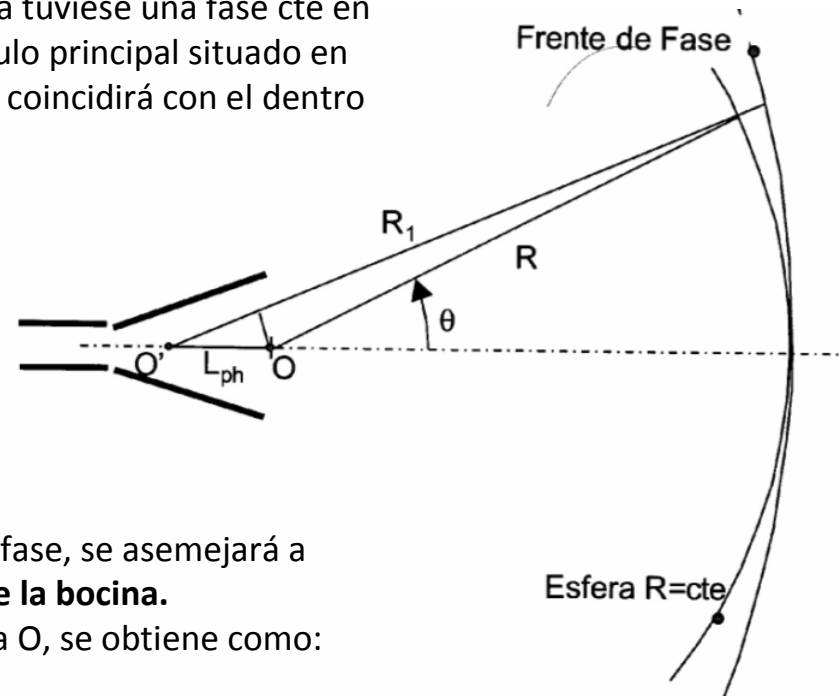
$$\psi_0(\theta) = -kR - C - \Delta\psi_0(\theta)$$

, donde $\Delta\psi_0(\theta)$ es el diagrama de fase referido a $\theta=0^\circ$ ($\Delta\psi_0(0)=0$).

- La medida de la fase $\psi_0(\theta)$ para $R=\text{cte}$, en una bocina con error de fase, se asemejará a una nueva esfera de centro O' . Dicho punto es el **centro de fase de la bocina**.
- La distancia L_{ph} entre el centro de fase O' y el centro de la apertura O , se obtiene como:

$$L_{ph}(\theta) = \frac{\lambda \Delta\psi_0(\theta)}{2\pi(1 - \cos\theta)}$$

- Las bocinas con diagramas distintos para plano E y H, tienen centro de fases ligeramente distintos. Deberá tomarse el punto medio entre ellos, de cara a su utilización como alimentador de un reflector.



6.- Centro de fase de bocinas

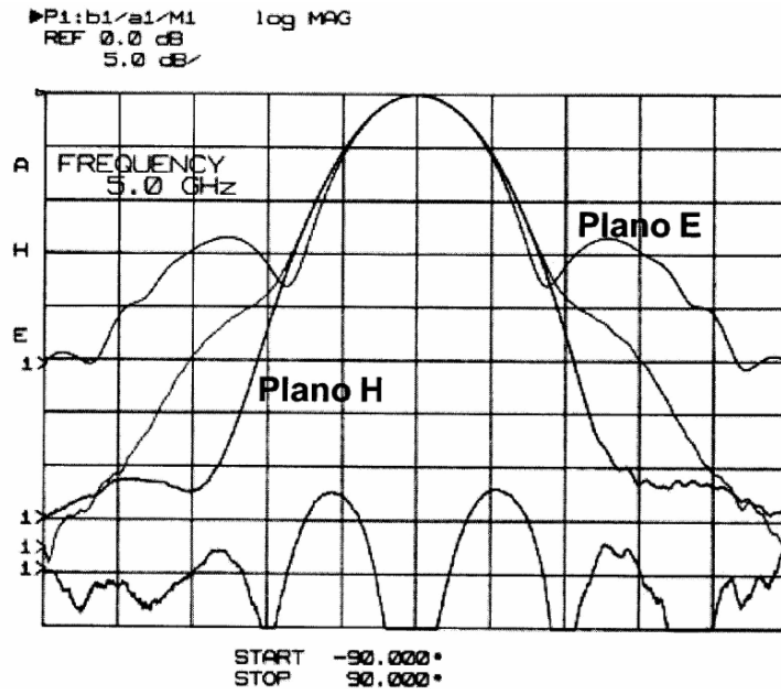
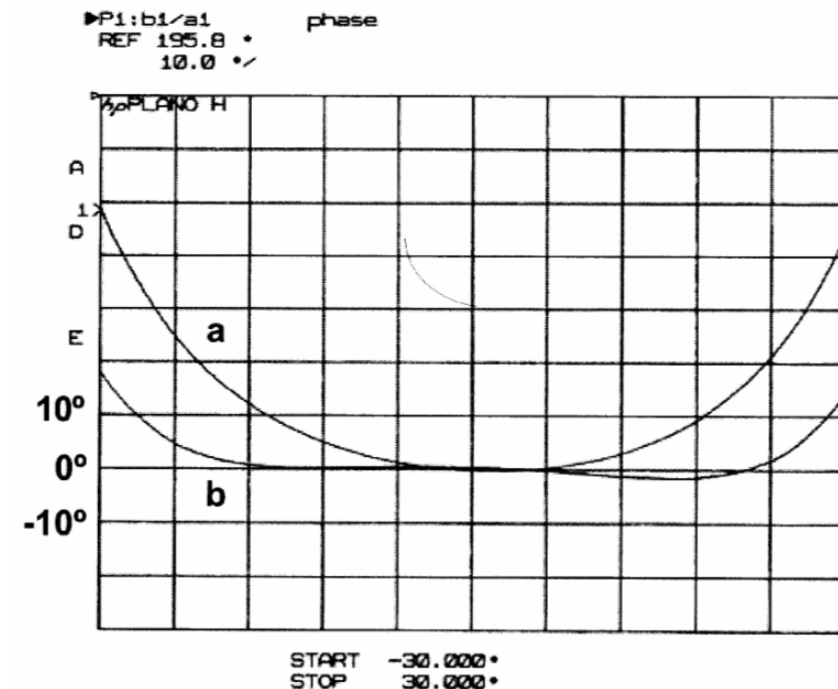


Diagrama de radiación medido de una bocina piramidal de banda C de error de fase $t=0,12$ y $s=0,19$



Diagramas de fase: a) Medida rotando sobre el centro de la boca, b) Medida rotando sobre el centro de fase

- La fase medida con referencia al centro de fase permanece prácticamente constante hasta unos 25° , es decir, hasta que el lóbulo principal cae 10 dB con respecto a su máximo.

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia Segunda parte, Tema VI

Master en Ingeniería Informática y de Telecomunicación,
2º cuatrimestre (6 créditos ECTS)

Profesores: Jorge A. Ruiz Cruz (jorge.ruizcruz@uam.es)
Jose Luis Masa Campos (joseluis.masa@uam.es)

Grupo colaborador: Grupo de Radiación. Dpto. SSR.UPM



Dpto. de Ingeniería Informática
Escuela Politécnica Superior
Universidad Autónoma de Madrid



Segunda parte de ACAF: Antenas



I. Principios básicos de una antena

II. Antenas lineales

III. Antenas impresas

IV. Antenas banda ancha, multibanda e independientes de la frecuencia

V. Agrupación de antenas. Arrays

➔ VI. Antenas de apertura. Bocinas

VII. Reflectores

Antenas y Circuitos de Alta Frecuencia. www.eps.uam.es/~acaf
Master en Ingeniería Informática y Telecomunicaciones
Escuela Politécnica Superior. Universidad Autónoma de Madrid
José Luis Masa Campos. jose Luis.masa@uam.es

V. Agrupación de antenas. Arrays



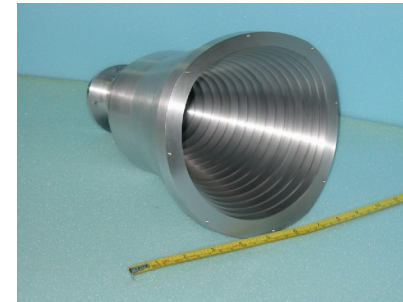
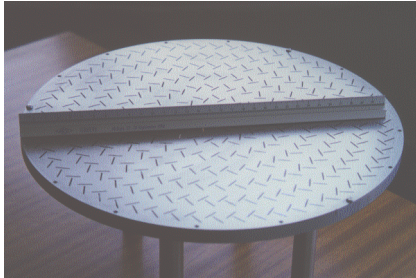
1. Concepto de antena de apertura.
2. Principio de equivalencia.
3. Apertura plana.
 - a. Campos radiados
 - b. Directividad
 - c. Eficiencia
4. Antenas de bocina rectangulares
 - a. Concepto
 - b. Bocina sectorial plano H
 - c. Bocina sectorial plano E
 - d. Bocina piramidal
 - e. Bocina piramidal corrugada
5. Antenas de bocina cónicas
 - a. De pared lisa
 - b. Corrugadas
6. Centro de fase de bocinas

1.- Concepto de antena de apertura

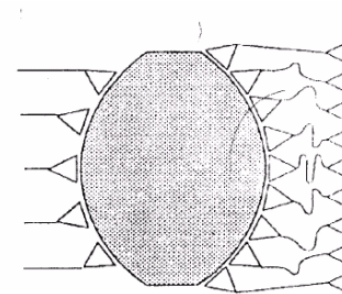
- Tipo de antenas en las que la radiación sale a través de una embocadura.

Dentro de este tipo de antenas se incluyen:

- Apertura delimitada por paredes metálicas conductoras
 - Ranuras
 - Bocinas

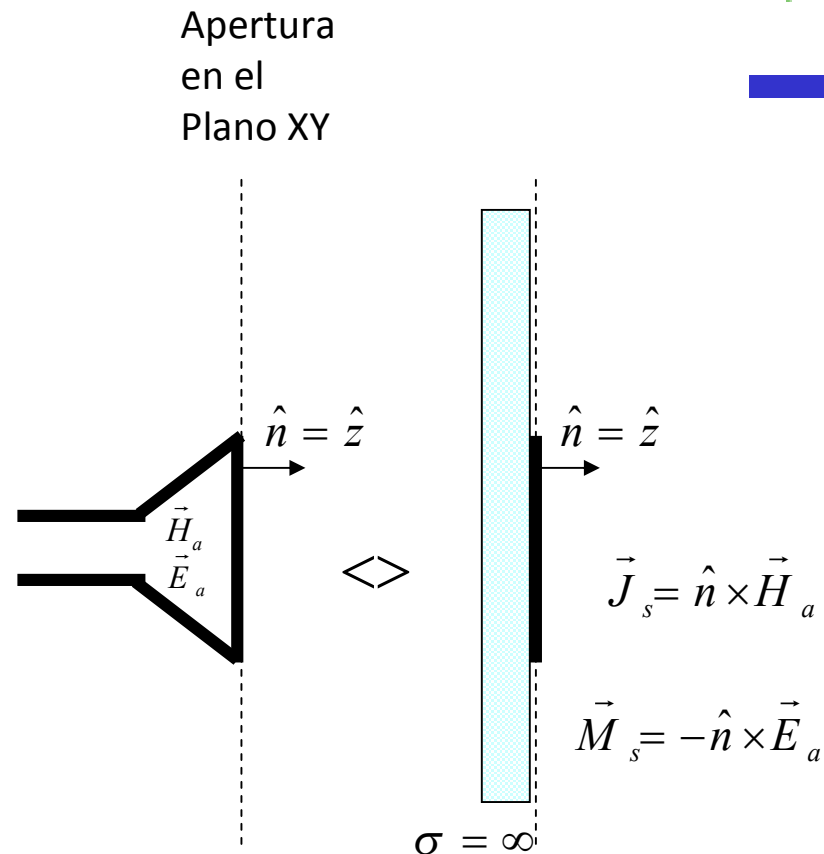
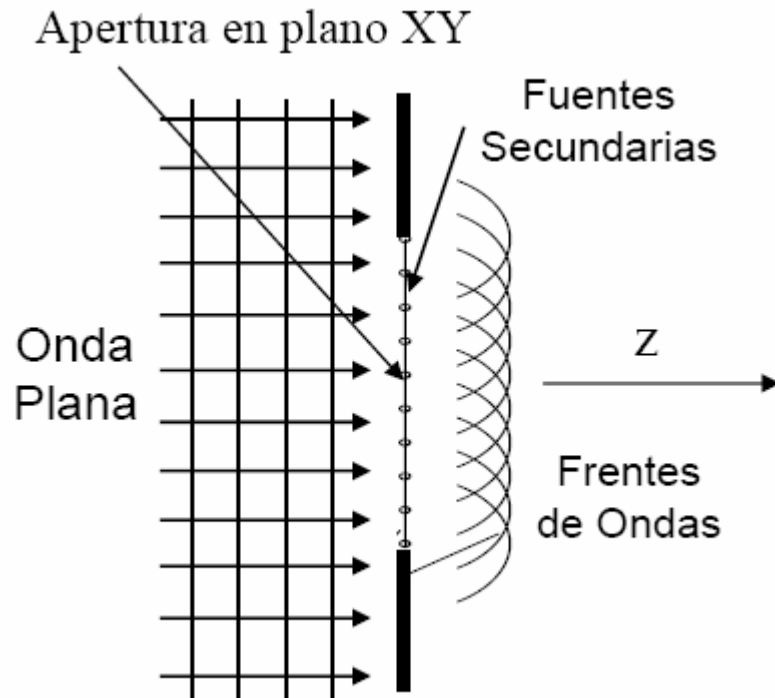


- Apertura definida como porción de la superficie frontal plana en la que los campos de la onda colimada por aquella toma valores significativos
 - Reflectores
 - Lentes



2.- Principio de equivalencia

- PRINCIPIO DE HUYGENS**



- Cada punto de un frente de ondas actúa como una fuente de generación de ondas esféricas; la suma de dichas fuentes genera la radiación en campo lejano
- Para calcular la radiación de los campos de la apertura E_a y H_a en $z \geq 0$, por las corrientes superficiales eléctricas y magnéticas J_s y M_s (fuentes secundarias) calculadas sobre la apertura, con un plano metálico perfecto detrás. Se aplicará teoría de las imágenes

3.- Apertura plana. *Campos radiados*



- Campos en la apertura

$\vec{E}_a = E_{ax}(x', y')\hat{x} + E_{ay}(x', y')\hat{y}$, con, $\vec{r}' = x' \cdot \hat{x} + y' \cdot \hat{y}$ = vector de posición de cada punto de la apertura

- La integración del campo sobre la superficie que define la apertura, permite obtener el campo radiado por ésta:

$$P_x = \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy')} dx' dy'$$

Integración de E_{ax} a lo largo de la superficie de la apertura S_a

$$P_y = \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy')} dx' dy'$$

Integración de E_{ay} a lo largo de la superficie de la apertura S_a

$$\hat{r} = (\sin \theta \cdot \cos \phi \cdot \hat{x} + \sin \theta \cdot \sin \phi \cdot \hat{y} + \cos \theta \cdot \hat{z})$$

$$\vec{r}' = x' \cdot \hat{x} + y' \cdot \hat{y}$$

$$k\vec{r}' \cdot \hat{r} = \frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy') \longrightarrow \begin{cases} u = \sin \theta \cdot \cos \phi \\ v = \sin \theta \cdot \sin \phi \end{cases}$$

- Campo radiado por la apertura en $z \geq 0$

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} (P_x \cos \phi + P_y \sin \phi)$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = -jk \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \cos \theta (P_x \sin \phi - P_y \cos \phi)$$

3.- Apertura plana. *Directividad*



- En aperturas bien enfocadas (campos en fase en la apertura, máximo de radiación en $\theta=0^\circ$):

$$\text{En } \theta=0^\circ, \text{ se da que, } u = 0, v = 0 \Leftrightarrow k\vec{r}' \cdot \hat{r} = 0 \longrightarrow \begin{cases} P_x(\theta = 0) = \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \\ P_y(\theta = 0) = \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \end{cases}$$

Así mismo,

$$\langle S(\theta = 0, \phi) \rangle = \frac{|E_\theta(r, \theta = 0, \phi)|^2 + |E_\phi(r, \theta = 0, \phi)|^2}{2\eta} = k^2 \frac{|P_x(\theta = 0)|^2 + |P_y(\theta = 0)|^2}{2\eta(2\pi r)^2}$$

- Por otro lado, la potencia radiada se define como el flujo de potencia que atraviesa la apertura (S_a)

$$P_{rad} = \iint_{S_a} \frac{1}{2\eta} |E_{ax}(x', y')|^2 + |E_{ay}(x', y')|^2 dx' dy'$$

- Finalmente la directividad se define como:**

$$D_0 = 4\pi r^2 \frac{\langle S(\theta = 0, \phi) \rangle}{P_{rad}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2 + \left| \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2}{\iint_{S_a} |E_{ax}(x', y')|^2 + |E_{ay}(x', y')|^2 dx' dy'}$$

3.- Apertura plana. *Eficiencia*



- Para aperturas planas con alimentación uniforme:

$$\vec{E}_a = E_0 \hat{x} \Rightarrow D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a, \text{ con } S_a \text{ superficie de la apertura (independientemente de su forma)}$$

- Para aperturas planas con alimentación no uniforme:

$$D_0 = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{efec} = \varepsilon_a \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a, \quad A_{efec} = \varepsilon_a S_a, \quad \text{tal que,} \quad \varepsilon_a \leq 1 = \text{Eficiencia de iluminación de la apertura},$$

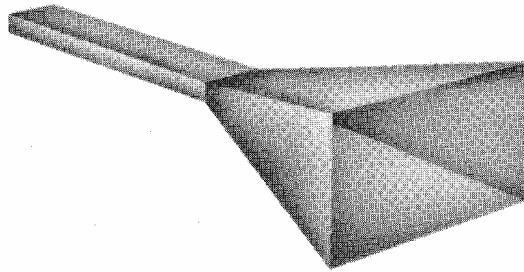
, y A_{efec} = Area efectiva de la apertura

- La eficiencia de iluminación ε_a , indica lo bien que se ha aprovechado la apertura, es decir, lo uniforme que es su campo en amplitud y fase:

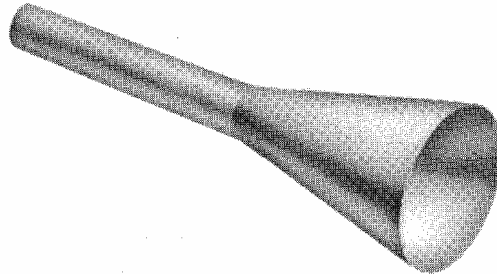
$$\varepsilon_a = \frac{\left| \iint_{S_a} E_{ax}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2 + \left| \iint_{S_a} E_{ay}(x', y') \cdot dx' dy' \right|^2}{S_a \cdot \iint_{S_a} \left| E_{ax}(x', y') \right|^2 + \left| E_{ay}(x', y') \right|^2 dx' dy'}$$

- Los valores típicos que alcanza está entre 0.5 y 0.8

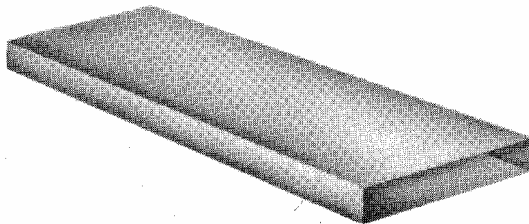
4.- Antenas de bocina rectangulares. *Concepto*



(a) Pyramidal horn



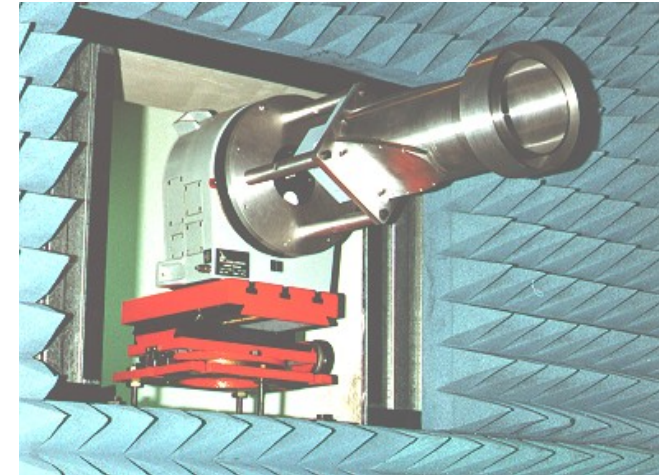
(b) Conical horn



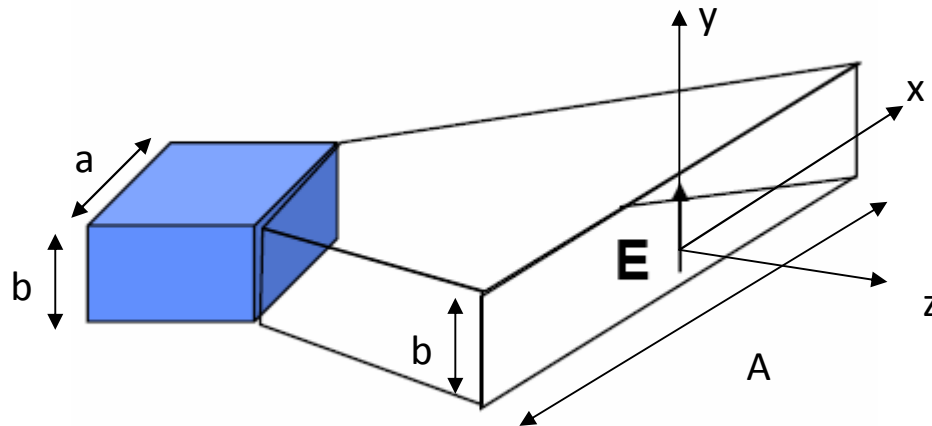
(c) Rectangular waveguide

Figure 1.3 Aperture antenna configurations.

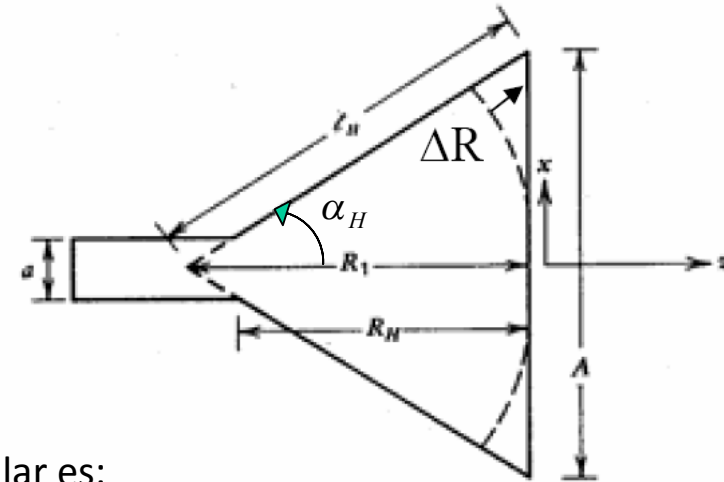
- Se forman por guías de onda cuya apertura se abocina, para adaptar el medio radiante a la bocina de alimentación
- Se consiguen haces directivos con ganancias entre 10 y 25 dBi



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H



- Vista Superior

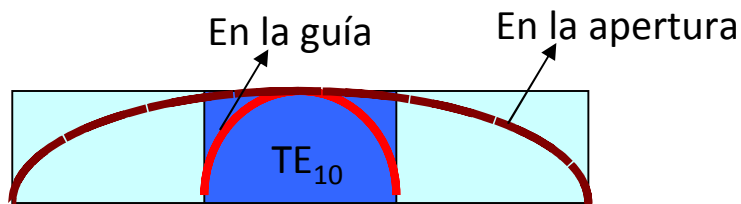


- El campo en el modo TE_{10} que se propaga en la guía rectangular es:

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_g z} \\ H_x &= \frac{E_y}{Z_g} \end{aligned} \right\}$$

, donde,

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_g &= k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = \text{Cte de fase de la guía} \\ Z_g &= \eta \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = \text{Impedancia característica de la guía} \end{aligned} \right.$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

- Variación de fase en la apertura en la dirección x:

$$e^{-jk(R-R_1)\left(\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}\right)} \approx e^{-jk(R-R_1)} = e^{-jk\Delta R}$$

↑
A muy grande

- R puede aproximarse como:

$$R = \sqrt{R_1^2 + x^2} = R_1 \left[1 + \left(\frac{x}{R_1} \right)^2 \right]^{1/2} \cong R_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R_1} \right)^2 \right]$$

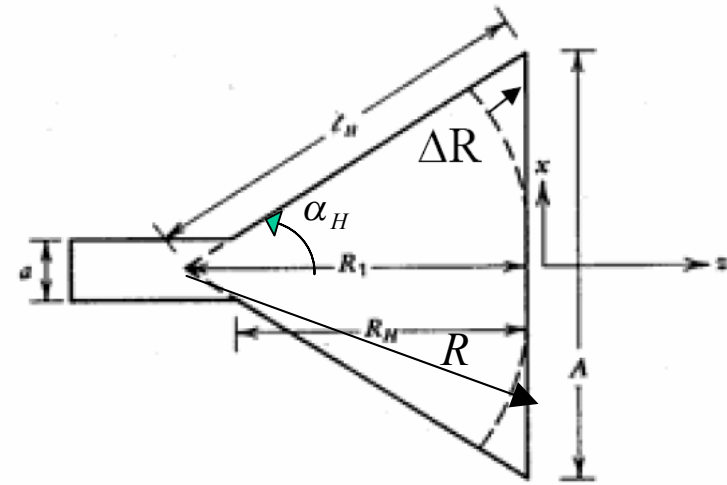
- Si $x \ll R_1$, es decir, $A/2 \ll R_1$, entonces se da que:

$$\Delta R = R - R_1 \cong \frac{1}{2} \frac{x^2}{R_1}$$

- Este error de fase hace que la eficiencia de apertura sea de aprox. 0.8

- Si además se supone que la distribución de amplitud en la apertura tiene la misma forma que en una guía rectangular, el campo eléctrico en la apertura será:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1}\right)}$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

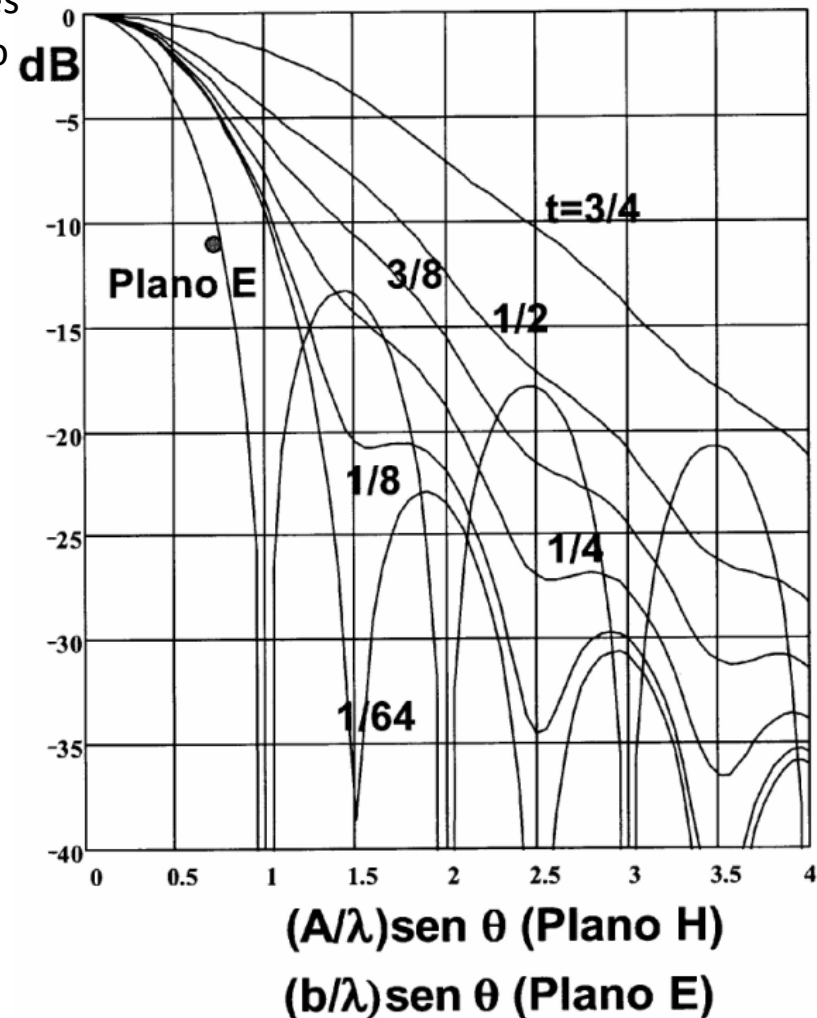
- Los diagramas de radiación normalizados en el plano H se expresan en forma de diagramas de radiación universales en función del error máximo de fase en la apertura, cuyo valor se alcanza para $x=A/2$

$$\delta_{\max} = k \cdot \Delta R_{\max} = \delta(x = A/2) = k \left(\frac{(A/2)^2}{2R_1} \right) = \frac{2\pi A^2}{8\lambda R_1} = 2\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{A^2}{8\lambda R_1}$$

, donde t es el error de fase expresado en vueltas (multiplo de 2π)

- Los diagramas universales de la figura, se representan para varios valores de t , sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$ (que debe aparecer en el diagrama de radiación). Dichos diagramas valen para cualquier A



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano H

- La directividad D_H se obtiene integrando la potencia en la apertura. Se suelen usar curvas de $\lambda D_H/b$ en función de A/λ para diversos valores de R_1/λ .
- Para cada valor de R_1 hay un valor óptimo de ancho de apertura, que corresponde con el máximo de la curva correspondiente

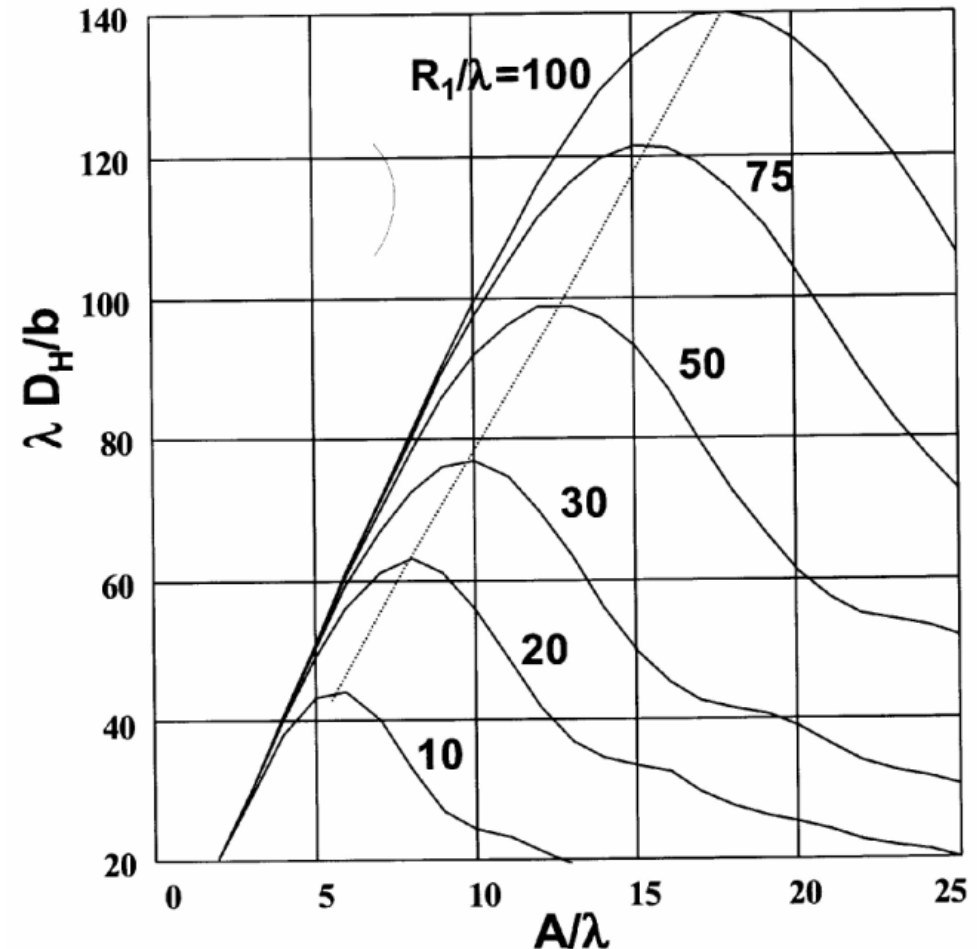
$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

- Estas bocinas óptimas de apertura A_{opt} son las más cortas que alcanzan una determinada ganancia, y poseen un error de fase:

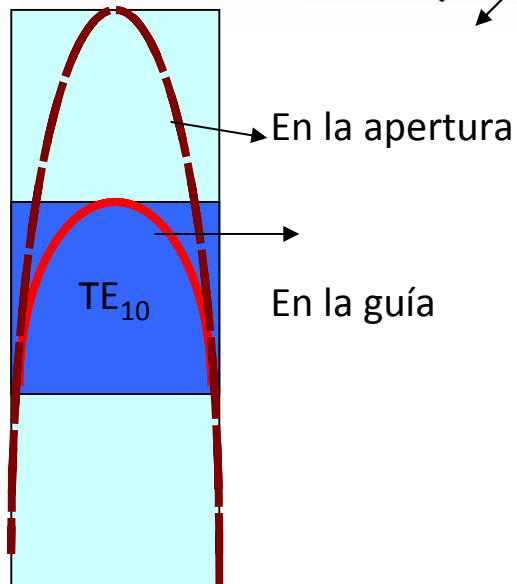
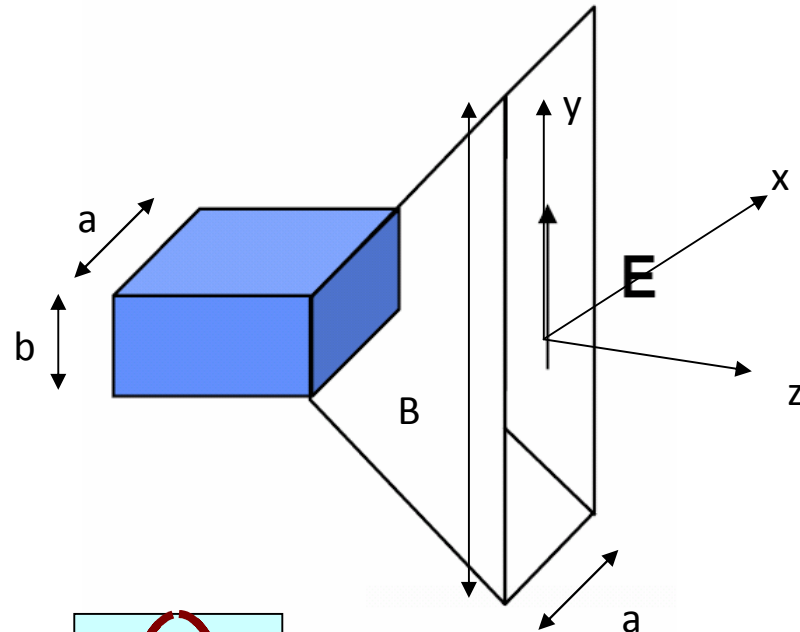
$$t_{opt} = \frac{A_{opt}^2}{8\lambda R_1} = \frac{3}{8}$$

- El ancho de haz a 3 dB es

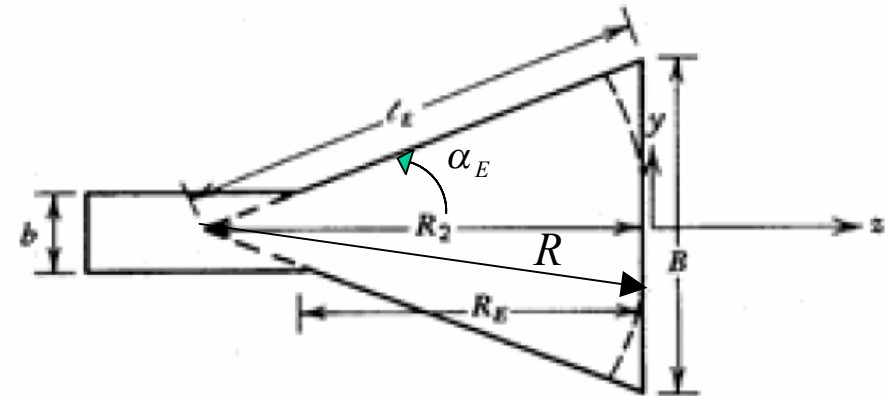
$$\Delta\theta_{-3dB} \approx 78 \frac{\lambda}{A} (\text{grados})$$



4.- Antenas de bocina rectangulares. *Sectorial Plano E*



- Vista Superior



- Operando de manera análoga a la bocina sectorial Plano H, y suponiendo que con ángulos α_E pequeños $\rightarrow \hat{\alpha}_E \approx \hat{y}$ el campo en la apertura será:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

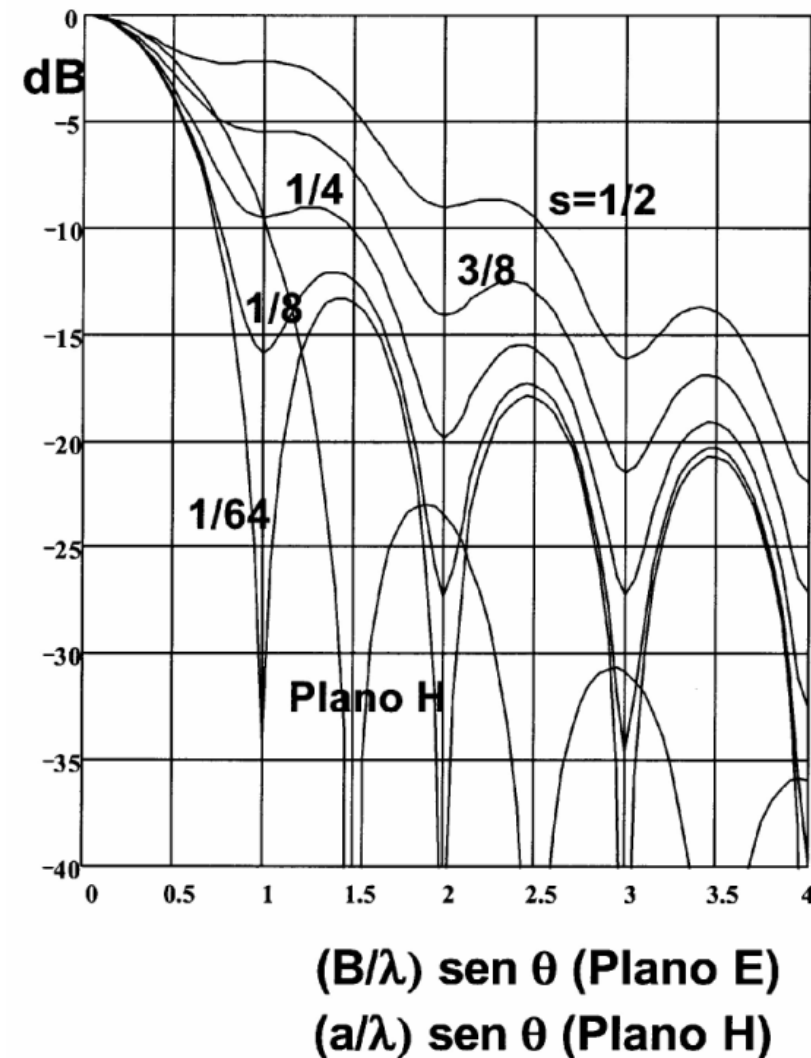
4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano E

- Los diagramas de radiación normalizados en el plano E se expresan en forma de diagramas de radiación universales en función del error máximo de fase en la apertura, cuyo valor se alcanza para $y=B/2$

$$\delta_{\max} = \delta(y = B/2) = k \left(\frac{(B/2)^2}{2R_2} \right) = \frac{2\pi B^2}{8\lambda R_2} = 2\pi s$$

$$\Rightarrow s = \frac{B^2}{8\lambda R_2}$$

- Los diagramas universales de la figura, se representan para varios valores de s , sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$ (que debe aparecer en el diagrama de radiación). Dichos diagramas valen para cualquier B



4.- Antenas de bocina rectangulares. Sectorial Plano E

- La directividad D_E se obtiene integrando la potencia en la apertura. Se suelen usar curvas de $\lambda D_E/a$ en función de B/λ para diversos valores de R_2/λ .
- Para cada valor de R_2 hay un valor óptimo de ancho de apertura, que corresponde con el máximo de la curva correspondiente

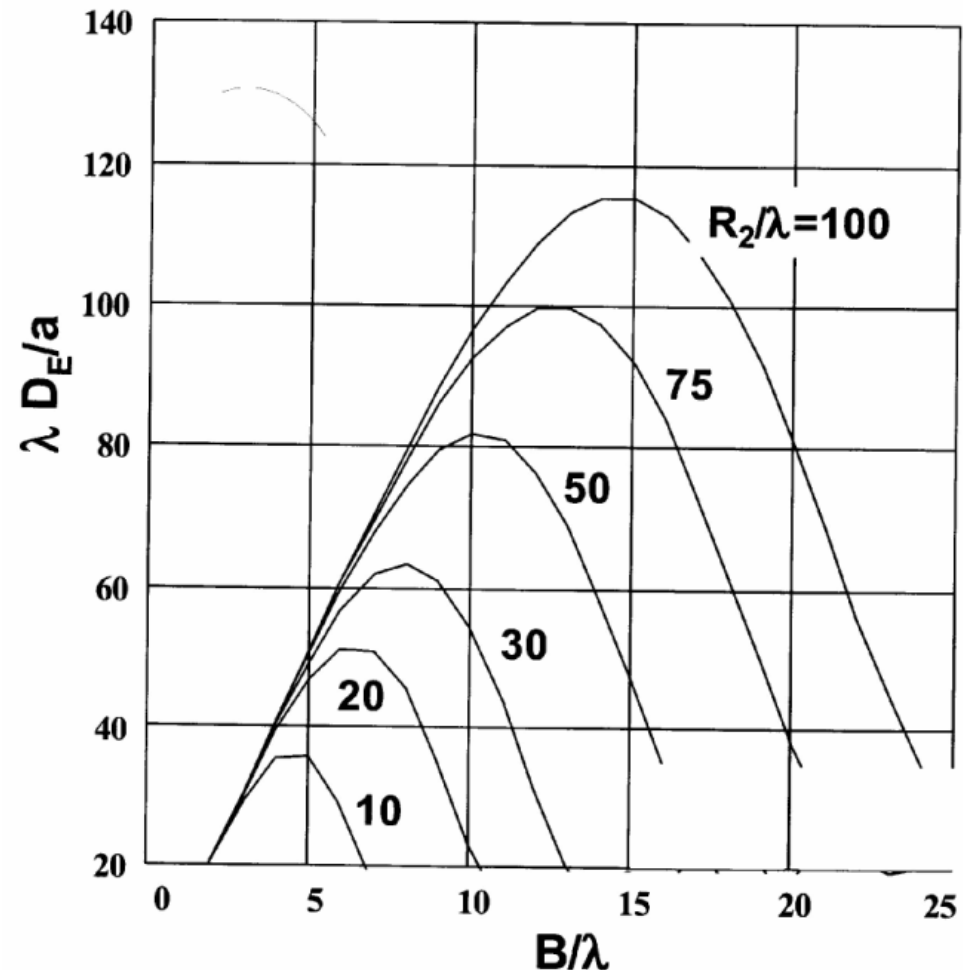
$$B_{opt} = \sqrt{2\lambda R_2}$$

- Estas bocinas óptimas de apertura A_{opt} son las más cortas que alcanzan una determinada ganancia, y poseen un error de fase:

$$S_{opt} = \frac{B_{opt}^2}{8\lambda R_2} = \frac{1}{4}$$

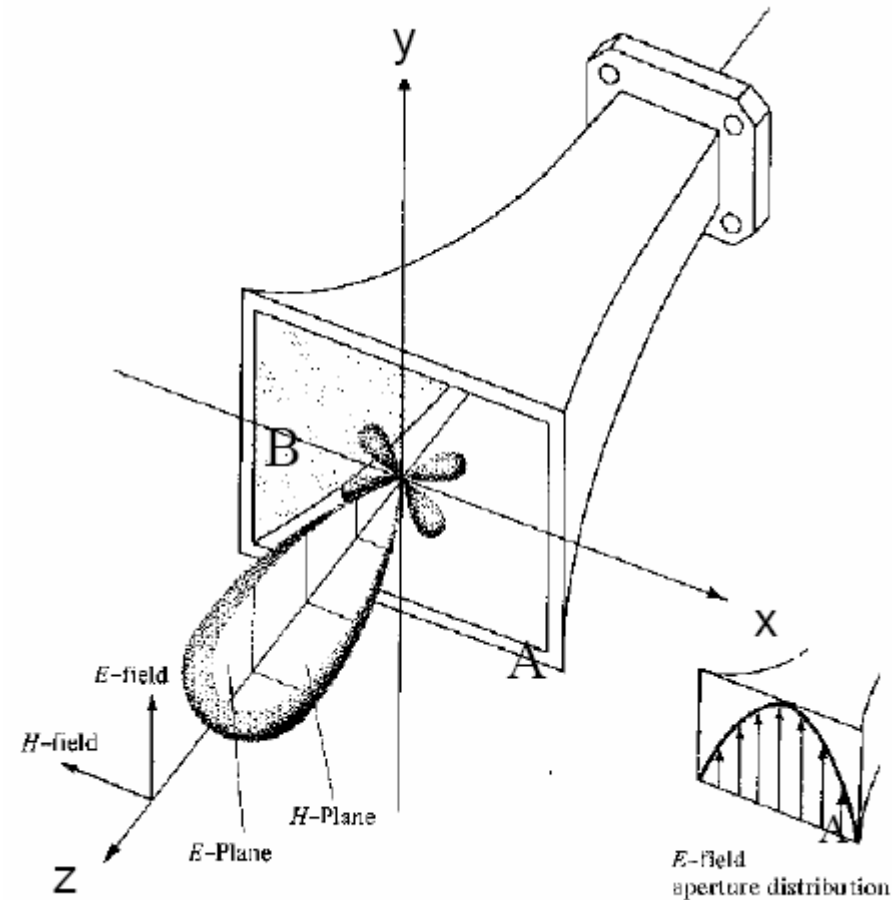
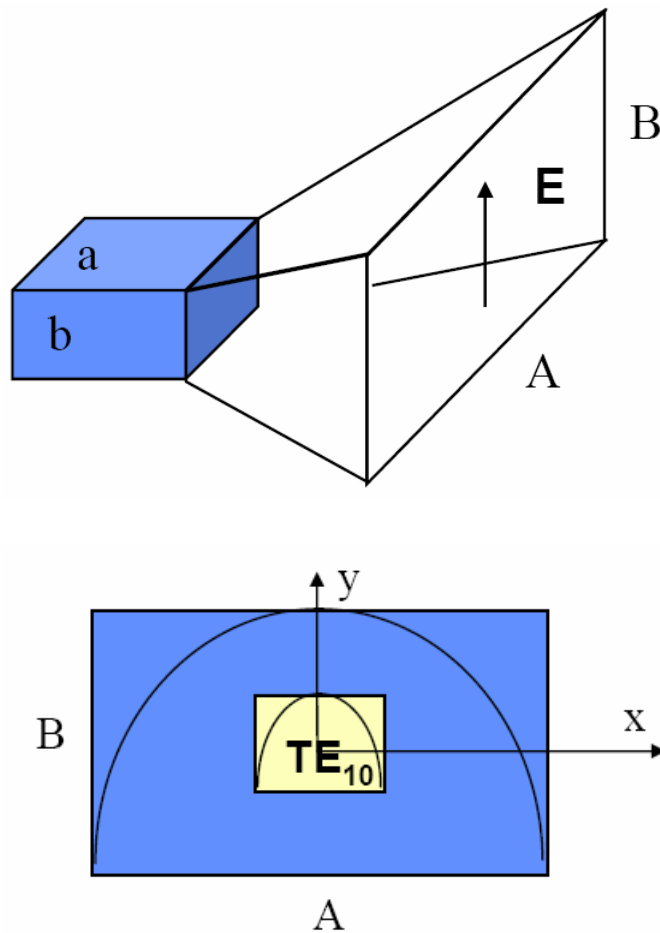
- El ancho de haz a 3 dB es

$$\Delta\theta_{-3dB} \approx 54 \frac{\lambda}{B} (\text{grados})$$

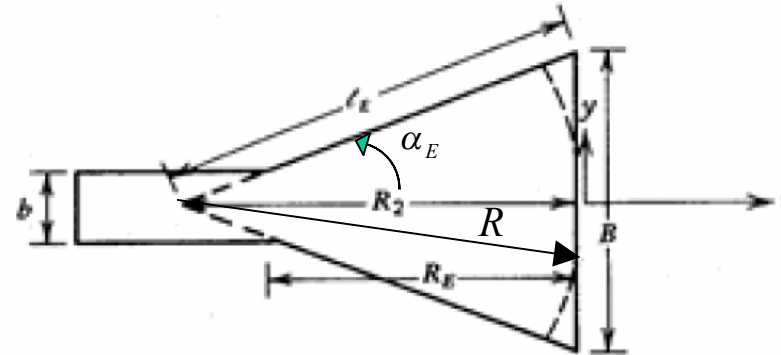
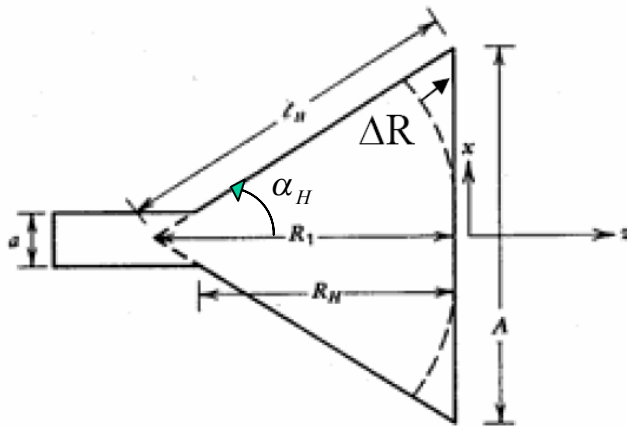


4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*

- Es la forma habitual de bocina, donde se ensancha tanto la guía tanto en plano E como en plano H, radiándose haces estrechos en ambos planos.



4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*



- El campo eléctrico en la apertura se obtiene como combinación de los campos de los casos sectoriales E y H:

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

- La distribución de campo en la apertura es separable y coincide en los planos principales con las de las bocinas sectoriales plano E y H.
- Los diagramas plano E y H de la bocina piramidal, se pueden obtener de los diagramas universales de las bocinas sectoriales plano E y H (incluyendo el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$)

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal*



- Las bocinas piramidales requieren que su garganta coincida con la guía rectangular de alimentación, por ello, debe darse que:

$$R_E = R_H = R_P$$

- Para que la bocina piramidal sea óptima desde el punto de vista de la ganancia, deben tener las dimensiones A y B ya establecidas para bocinas sectoriales plano E y H

$$B_{opt} = \sqrt{2\lambda R_2}$$

$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

- La directividad de la bocina piramidal se obtiene como:

$$D_p = \frac{\pi}{32} \left(\frac{\lambda}{A} D_E \right) \left(\frac{\lambda}{B} D_H \right)$$

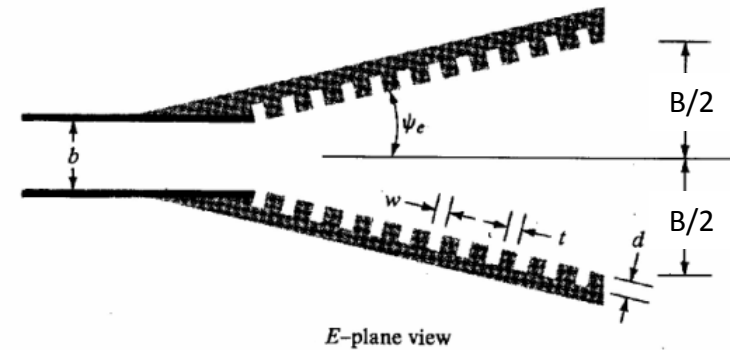
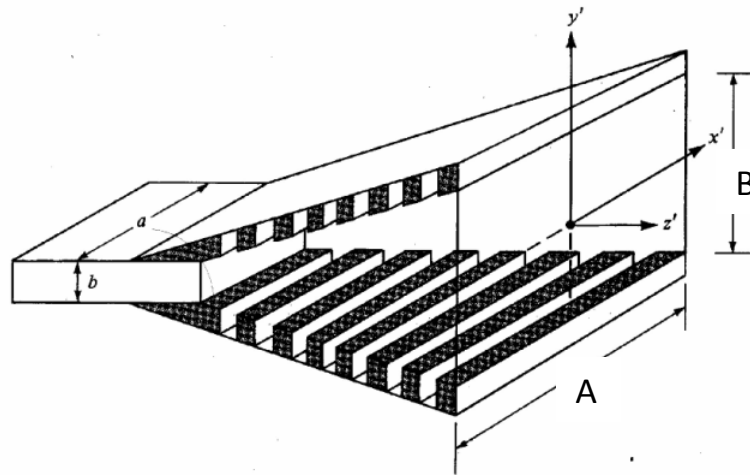
, donde las directividades D_E y D_H se obtienen de las curvas de bocinas sectoriales, sustituyendo en las ordenadas “a” por “A” y “b” por “B”.

- En las bocinas piramidales óptimas ($t=3/8$ y $s=1/4$), la eficiencia de apertura es del 50% ($\epsilon_q=0.5$), por ello:

$$D_p = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{efec} = \epsilon_a \frac{4\pi}{\lambda^2} S_a = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{\lambda^2} (AB)$$

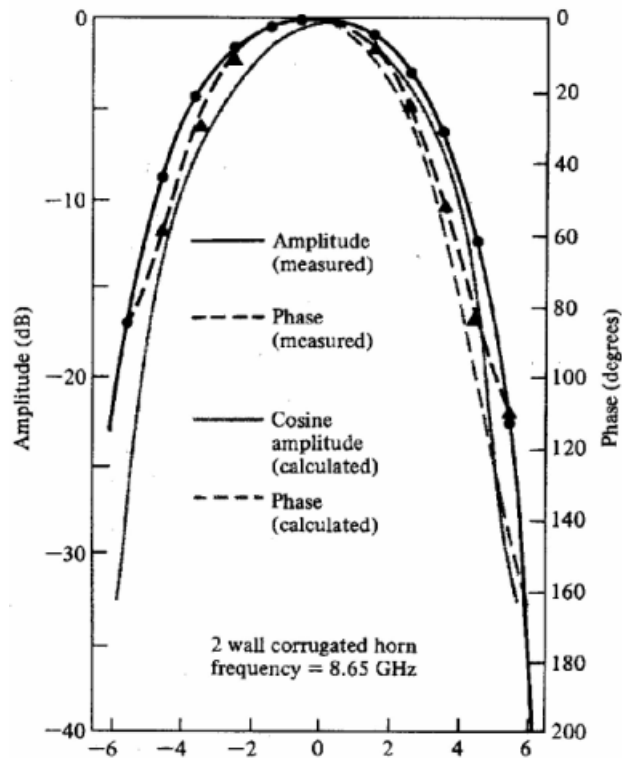
- Las bocinas piramidales de bajo error de fase tienen s y t < 0.15, suelen ser muy largas y poseen eficiencias de apertura del orden de 0.8

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*

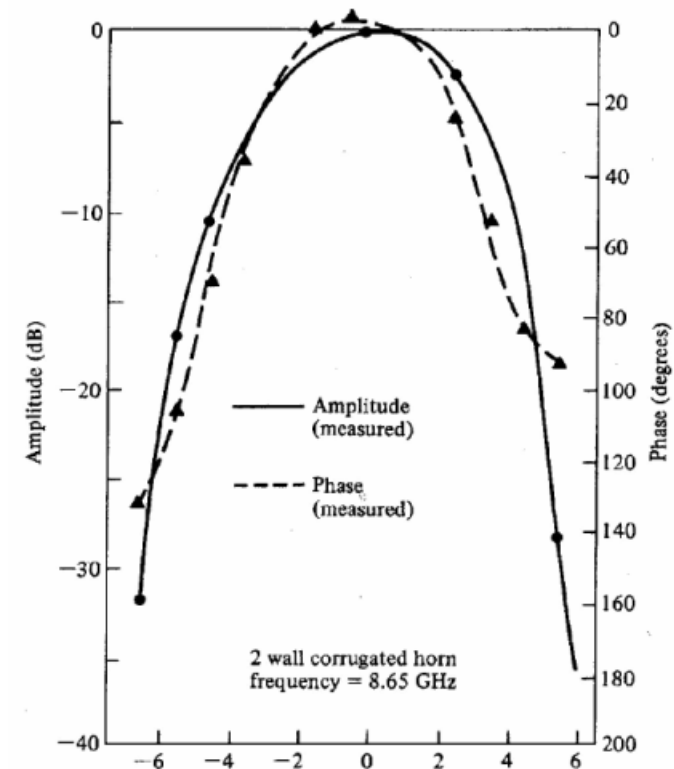


- El uso de corrugaciones en las paredes perpendiculares al campo E de una bocina piramidal, reduce las corrientes longitudinales en dichas paredes. El campo en la apertura sigue entonces una ley de amplitud tipo coseno en ambos planos, reduciéndose los lóbulos secundarios del campo radiado en el plano E.
- Principios de diseño de las corrugaciones:
 - $t \ll w$
 - $(t+w) \leq \lambda_0/4$
 - $\lambda_0/4 < d < 0.375\lambda_0$

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*



(a) Position in *H*-plane (cm from center)



(b) Position in *E*-plane (cm from center)

- Campo en la apertura tipo coseno en ambos planos

$$E_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y}{B}\right) e^{-jk\left(\frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}\right)}$$

4.- Antenas de bocina rectangulares. *Piramidal corrugada*

- Para obtener los diagramas de radiación del plano E y H se deben usar los diagramas universales normalizados de las bocinas sectoriales plano H, usando para A y t los siguientes valores

- Plano E: B y $t_2 = \frac{B^2}{8\lambda R_2}$

- Plano H: A y $t_1 = \frac{A^2}{8\lambda R_1}$

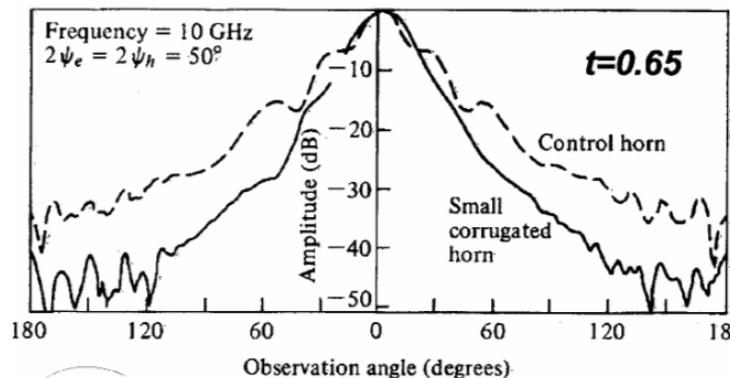
- El diseño de una bocina piramidal corrugada “óptima”, se consigue aplicando a ambas dimensiones de la apertura las condiciones para un bocina sectorial óptima plano H

$$t_{1opt} = \frac{A_{opt}^2}{8\lambda R_1} = \frac{3}{8}$$

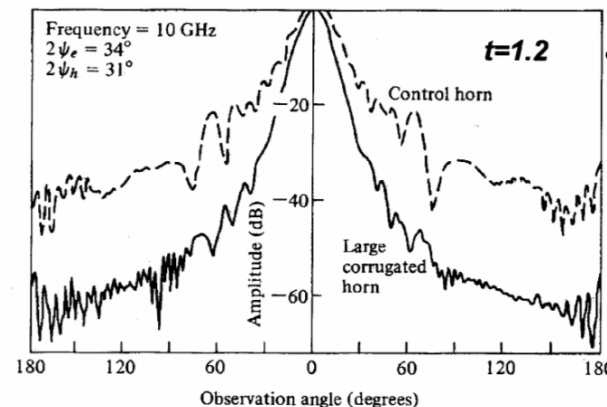
$$A_{opt} = \sqrt{3\lambda R_1}$$

$$t_{2opt} = \frac{B_{opt}^2}{8\lambda R_2} = \frac{3}{8}$$

$$B_{opt} = \sqrt{3\lambda R_2}$$



(a) Measured patterns of $2.96\lambda_0 \times 2.96\lambda_0$ pyramidal horns (E-plane)



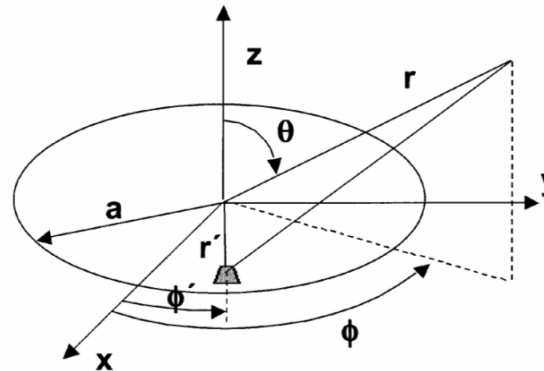
(b) Measured patterns of $8.2\lambda_0 \times 8.2\lambda_0$ pyramidal horns (E-plane)

- Como se puede ver el diagrama en plano E tiene lóbulos secundarios mas bajos que la bocina equivalente con pared lisa.

5.- Antenas de bocina cónicas

- Utilizan una guía circular para alimentarse
- La apertura radiante es circular, siendo el campo en la apertura en función de los puntos de la apertura (r' y ϕ')

$$\vec{E}_a = E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y} \quad r' \leq a$$



- La integración del campo sobre la apertura nos dará el campo radiado

$$\vec{P} = P_x \hat{x} + P_y \hat{y} = \iint_{S_a} \vec{E}_a(r', \phi') \cdot e^{j\beta \hat{r} \cdot \vec{r}'} dS'$$

, siendo, $\hat{r} \cdot \vec{r}' = r' \sin \theta (\cos \phi \cdot \cos \phi' + \sin \phi \cdot \sin \phi') = r' \sin \theta \cos(\phi - \phi')$

, y finalmente:

$$\vec{P} = \int_0^a \left(\int_0^{2\pi} E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y} \cdot e^{j\beta r' \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' \right) r' dr'$$

5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- El campo en la apertura se aproxima por la distribución de amplitud del modo fundamental de la guía circular (TE_{11}), expandido sobre el radio de la apertura. La distribución de fase se supone esférica, como si el campo saliese del vértice del cono.

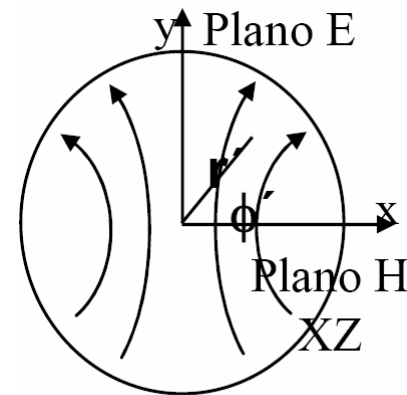
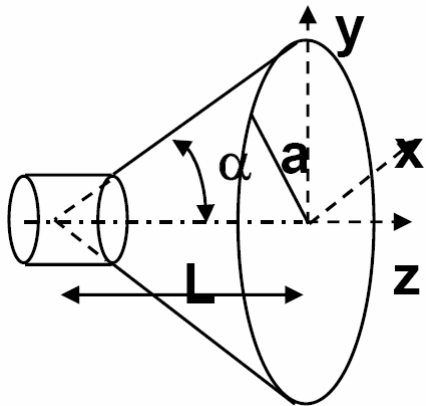
$$\vec{E}_a = E_{ax}(r', \phi') \hat{x} + E_{ay}(r', \phi') \hat{y}$$

$$E_{ax} = E_0 \cdot J_2(K_{11}r') \sin(2\phi') \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)}$$

$$K_{11} = 1.8412 / a$$

$$E_{ay} = E_0 \cdot [J_0(K_{11}r') - J_2(K_{11}r') \cos(2\phi')] \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)}$$

, donde E_0 es una constante, L es la altura del cono, J_0 y J_2 son las funciones de Bessel de orden 0 y 2.



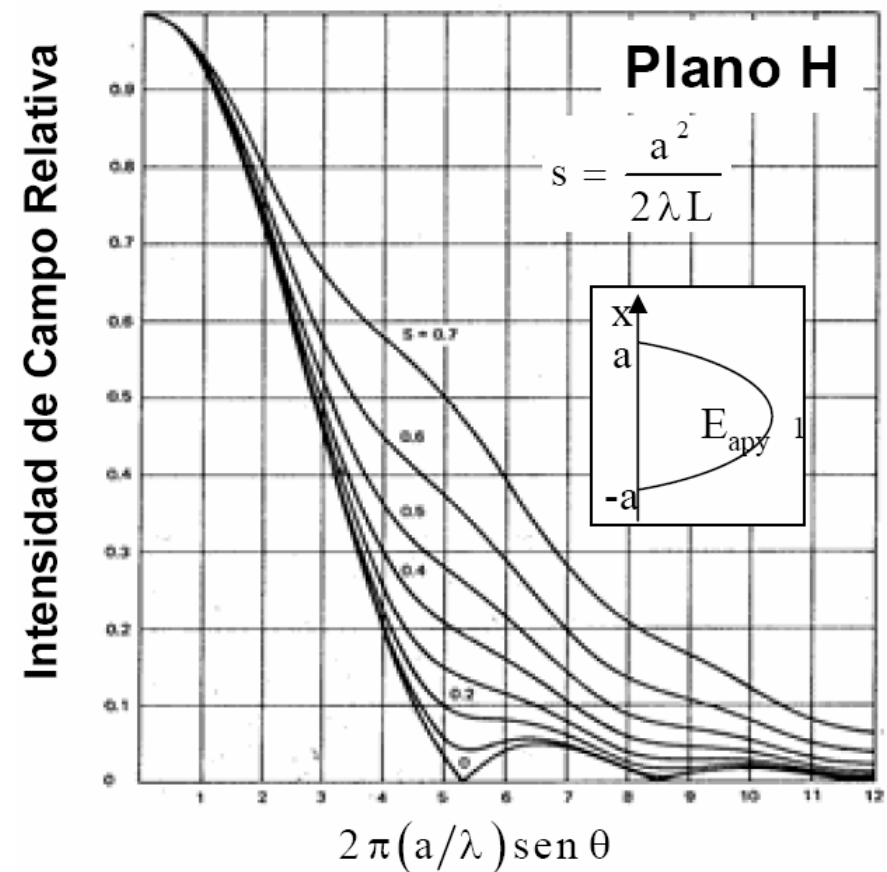
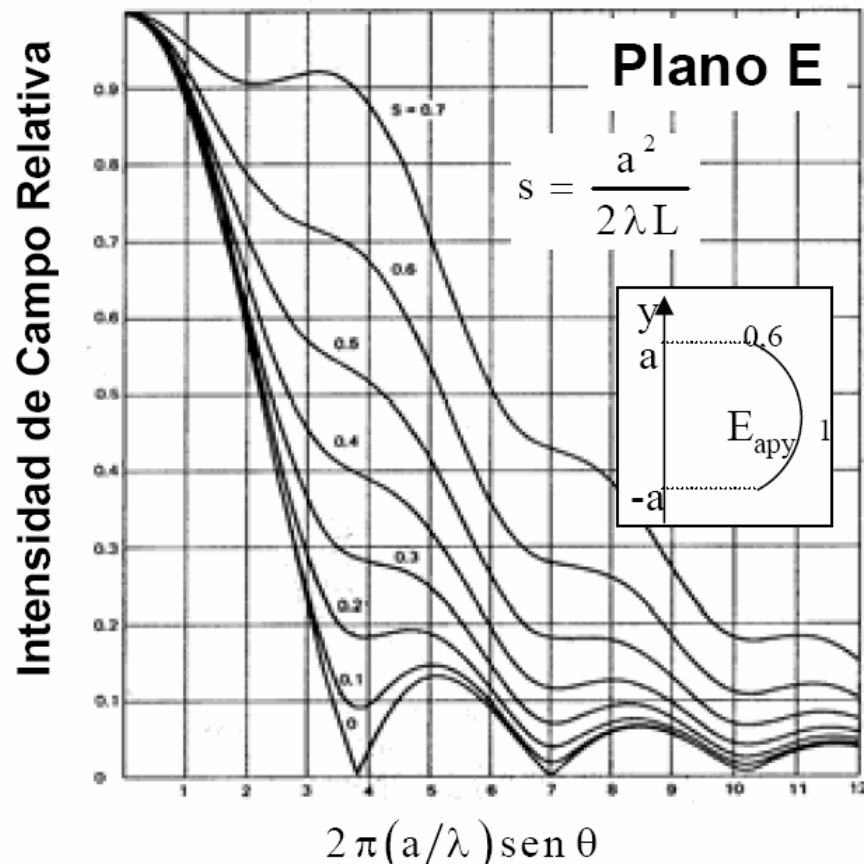
Modo TE_{11} de la guía de alimentación
expandido a la apertura

5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- El error de fase máximo permisible es:

$$s = \frac{a^2}{2\lambda L}$$

- En esas condiciones los diagramas de radiación universales normalizados plano E y H, sin incluir el factor de oblicuidad $(1+\cos\theta)/2$, son:



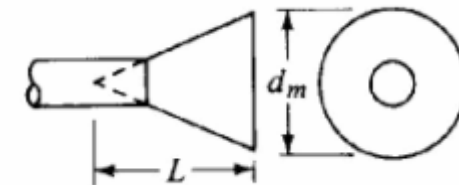
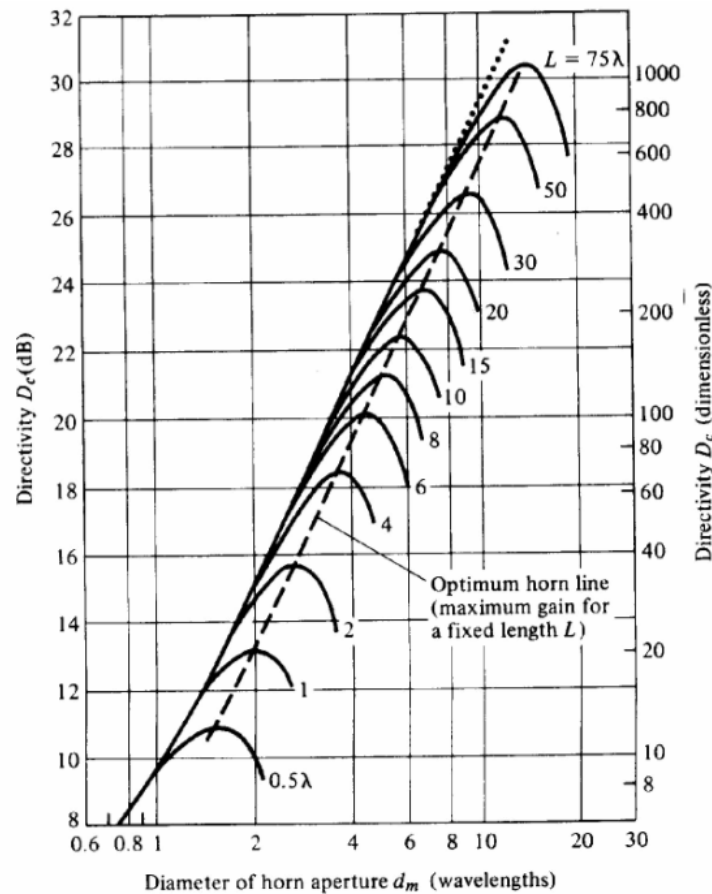
5.- Antenas de bocina cónicas. *De pared Lisa*

- La directividad de una bocina cónica es máxima cuando se cumple que su radio es:

$$a_{opt} = \frac{\sqrt{3\lambda L}}{2}$$

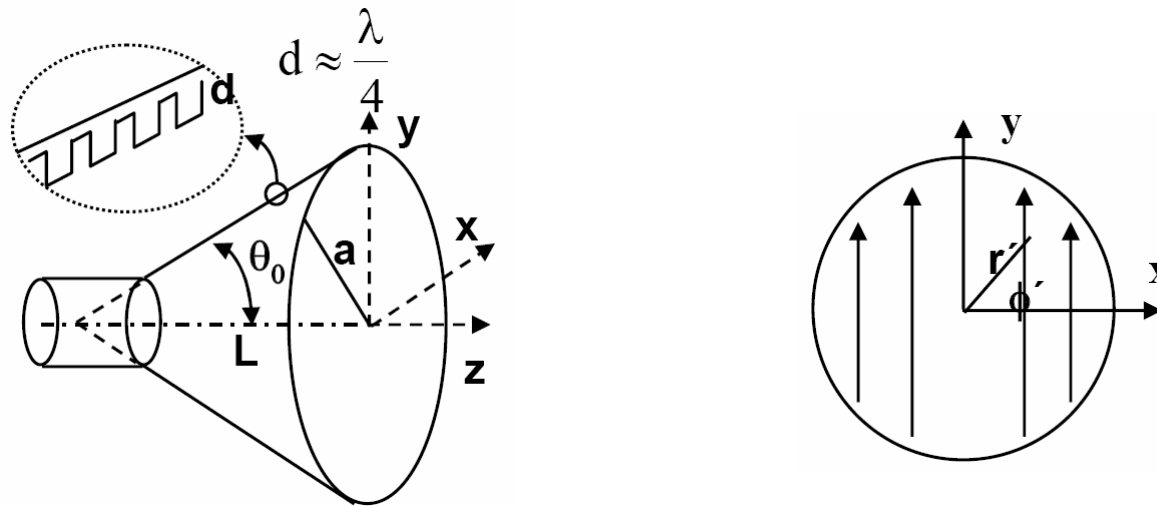


$$S_{opt} = \frac{a_{opt}^2}{2\lambda L} = \frac{3}{8}$$



5.- Antenas de bocina cónicas. *Corrugadas*

- Para uniformizar el campo en la apertura, mejorando la pureza de polarización, se aplican corrugaiones a las paredes de las bocinas cónicas. El campo creado en la apertura es un híbrido entre el fundamental TE_{11} y el TM_{11} , denominado HE_{11} . Sus propiedades son:
 - Líneas de campo rectas y paralelas según y (ver figura)
 - Variación de la amplitud rotacionalmente simétrica, decreciente del centro al borde, lugar donde se anula.
 - Variación de fase según frente esférico con centro en el vértice del cono de la bocina



- De esta forma, el campo en la apertura responde a:

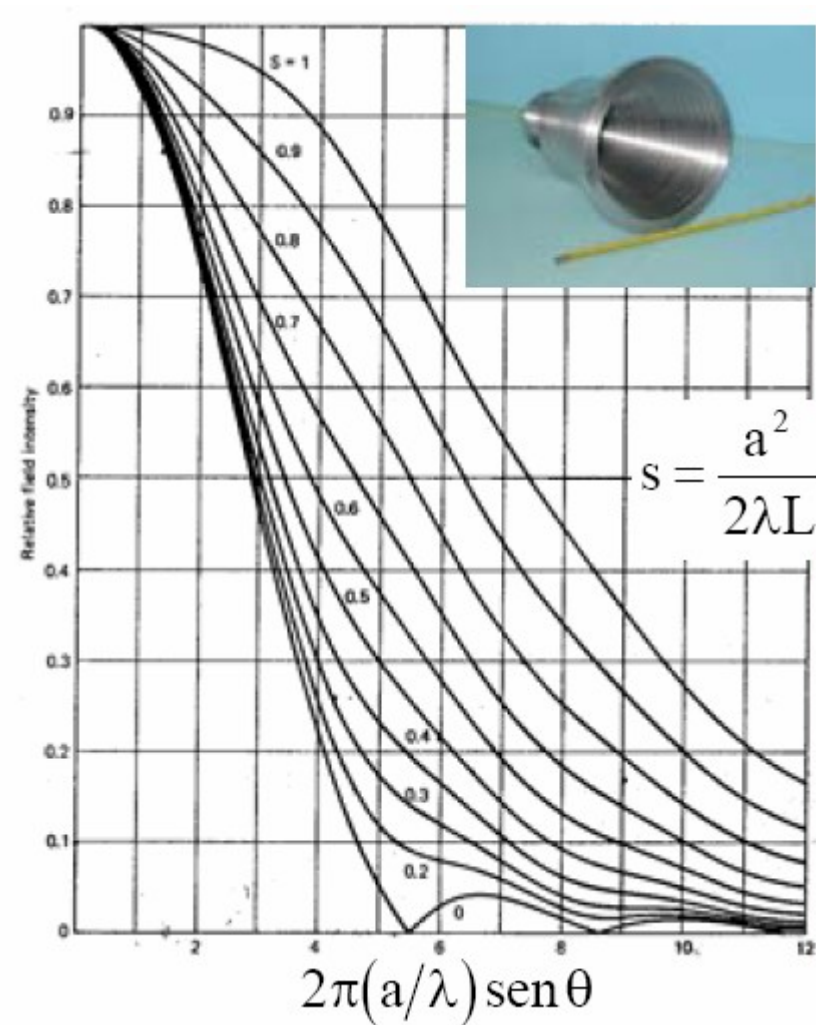
$$\vec{E}_a = E_0 \cdot J_0 \left(\frac{2.405 \cdot r'}{a} \right) \cdot e^{-j(\pi/\lambda)(r'^2/L)} \hat{y}, \text{ para, } d = \frac{\lambda}{4}$$

5.- Antenas de bocina cónicas. *Corrugadas*

- Los diagramas universales sin el factor de oblicuidad son los que se indican en la figura.
- Estos diagramas son rotacionalmente simétricos, es decir, son válidos para cualquier plano ϕ .
- Las bocinas cónicas corrugadas se utilizan habitualmente como alimentadores para reflectores en antenas de satélite y estación terrena, ya que, proporcionan una alta eficiencia y baja radiación contrapolar (< -35 dB), en un gran ancho de banda.
- Al igual que en el caso de bocinas de pared lisa, el error máximo de fase permitido se da para:

$$s = \frac{a^2}{2\lambda L}$$

- Los valores típicos de corrugación son:
 - $\lambda_0/4 < d < 3\lambda_0/8$



6.- Centro de fase de bocinas

- El centro de fase de la bocina puede interpretarse como el origen de su radiación. Su determinación es importante cuando éstas se usan como alimentadores de reflectores, ya que, dicho centro de fase debe colocarse coincidente con el foco del reflector.
- El diagrama de fase se calcula determinando la variación relativa de la fase del campo radiado por la bocina sobre una esfera de radio $R = \text{cte}$. Si la bocina tuviese una fase cte en su apertura, su error de fase sería nulo en cualquier punto del lóbulo principal situado en la esfera $R = \text{cte}$. Por ello, en ese caso el centro de fase de la bocina coincidiría con el centro de la apertura "O".
- Cuando la bocina tiene error de fase, la fase obtenida para cada ángulo θ , será:

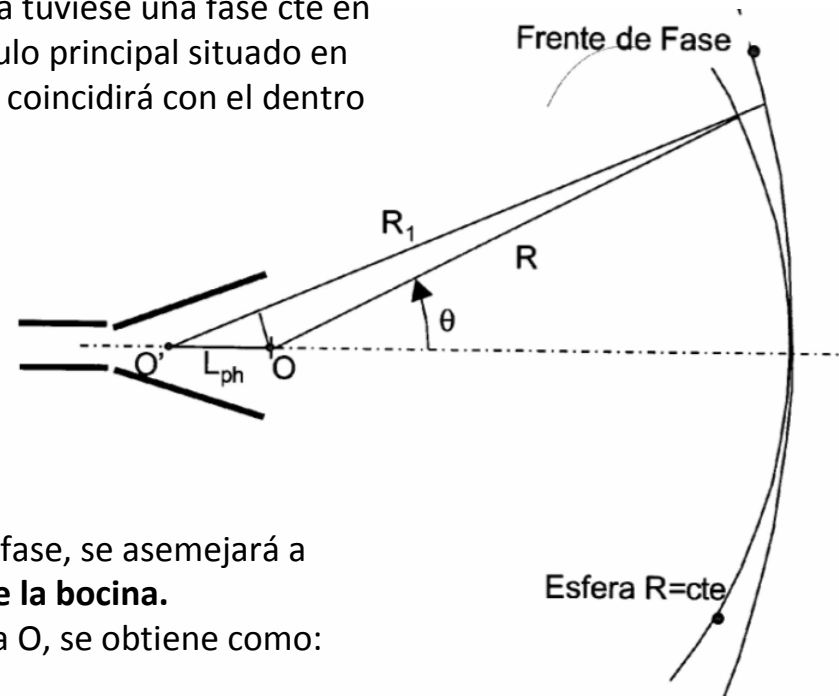
$$\psi_0(\theta) = -kR - C - \Delta\psi_0(\theta)$$

, donde $\Delta\psi_0(\theta)$ es el diagrama de fase referido a $\theta=0^\circ$ ($\Delta\psi_0(0)=0$).

- La medida de la fase $\psi_0(\theta)$ para $R = \text{cte}$, en una bocina con error de fase, se asemejará a una nueva esfera de centro O' . Dicho punto es el **centro de fase de la bocina**.
- La distancia L_{ph} entre el centro de fase O' y el centro de la apertura O , se obtiene como:

$$L_{ph}(\theta) = \frac{\lambda \Delta\psi_0(\theta)}{2\pi(1 - \cos\theta)}$$

- Las bocinas con diagramas distintos para plano E y H, tienen centro de fases ligeramente distintos. Deberá tomarse el punto medio entre ellos, de cara a su utilización como alimentador de un reflector.



6.- Centro de fase de bocinas

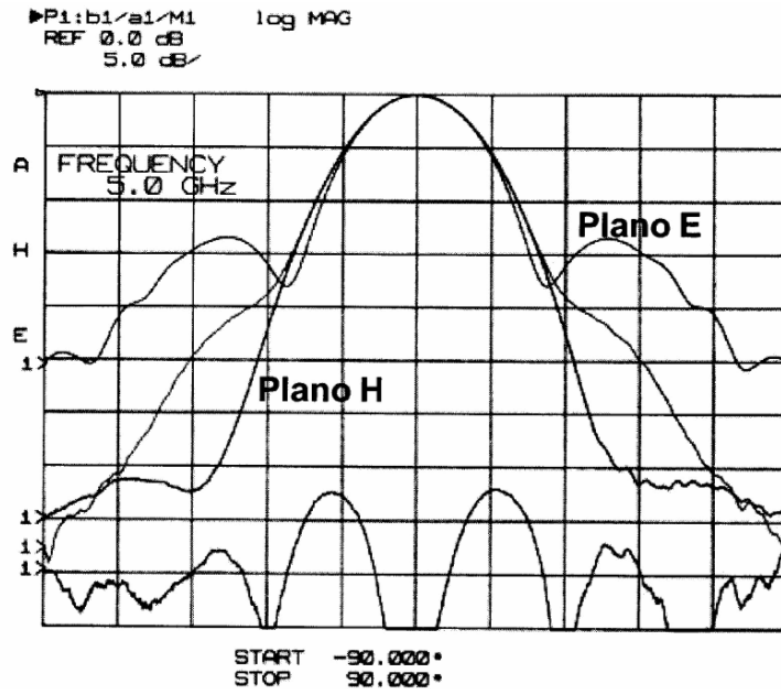
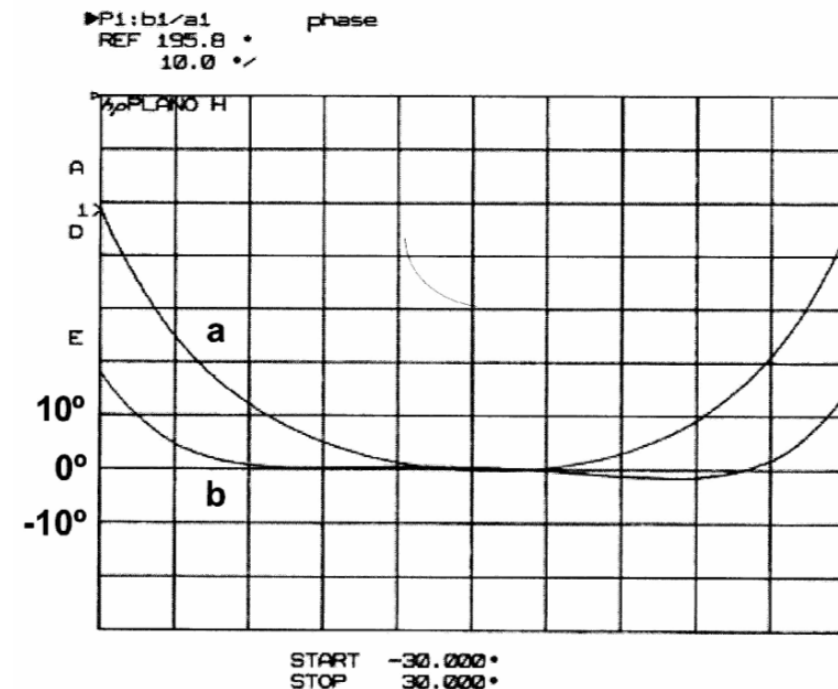


Diagrama de radiación medido de una bocina piramidal de banda C de error de fase $t=0,12$ y $s=0,19$



Diagramas de fase: a) Medida rotando sobre el centro de la boca, b) Medida rotando sobre el centro de fase

- La fase medida con referencia al centro de fase permanece prácticamente constante hasta unos 25° , es decir, hasta que el lóbulo principal cae 10 dB con respecto a su máximo.