1. [Russell & Norvig 6.3]
Considera el juego bipersonal siguiente:
El diagrama muestra la posición inicial del tablero.

A			B
1	2	3	4

El jugador A comienza el juego y alterna los movimientos con B. En cada movimiento cada jugador puede desplazar su ficha a una posición adyacente en cualquier dirección. Si la posición adyacente está ocupada por la ficha del oponente puede saltarla. Gana el jugador que coloque su ficha en el extremo opuesto del tablero:

Si A coloca su ficha en 4 el valor del juego para A es +1.
Si B coloca su ficha en 1 gana y el valor del juego para A es -1.

Se pide:

a. Dibuja el árbol del juego completo con las convenciones siguientes:
   Cada estado se representa como (A<n_A>, B<n_B>), siendo <n_A> y <n_B> las posiciones de las fichas de A y B sobre el tablero, respectivamente. Por ejemplo, el estado inicial es el nodo (A1, B4).
b. Obtener los valores minimax de cada estado.
c. Este juego de 4 casillas se puede generalizar a *n* casillas con *n* > 2. Demuestra que si *n* es par A gana y si *n* es impar A pierde.

---

2. Hare & Hounds es un juego de estrategia para 2 jugadores: la presa y el cazador. La presa decide los movimientos de la liebre mientras que el cazador decide los movimientos de los perros. La presa gana el juego si consigue llegar de un extremo al otro del tablero. En cambio, el cazador gana si logra atrapar a la liebre, es decir, si se alcanza una situación del juego en la que la liebre no puede realizar ningún movimiento. En cada turno cada jugador puede mover sólo una ficha y siempre a una de las casillas adyacentes. Las fichas del cazador no pueden retroceder. El primer turno corresponde siempre al cazador.

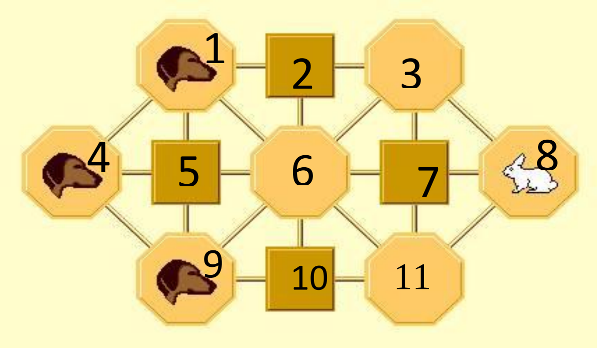


Fig 1. Posición de partida de liebre y perros

La representación de los estados se hace indicando, en orden, las posiciones de los perros y la liebre en un vector de dimensión 4, en el que las 3 primeras coordenadas corresponden a los perros y la última a la liebre, es decir, <p_1, p_2, p_3, L>. Cada posición del tablero está numerada de arriba abajo y de izquierda a derecha, del 1 al 11. Así pues, por ejemplo, el estado al comenzar la partida, en la Figura 1, se representa como: <1, 4, 9, 8>.

El cazador desea encontrar la estrategia óptima para capturar a la liebre. Para ello va a estudiar el árbol asociado haciendo uso de la función de evaluación dada por:

$$f(l) = -(n^o \text{ de movimientos posibles de la liebre})$$

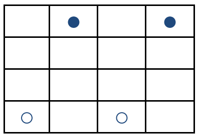
Se pide:

a) Describe los operadores del juego.
b) Partiendo de la posición <5, 6, 7, 3> y siendo el turno del cazador: dibuja el árbol del juego después de un movimiento de cada jugador. Determina, usando los algoritmos minimax y minimax con poda, el/los movimiento/s preferido/s para este. Justifica tu decisión y especifica el valor esperado del juego para dicho estado de partida.

3. Consider checkers on a 4 × 4 board.
<u>Initial position:</u>

(white's turn)

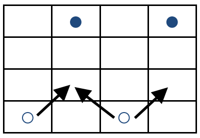
Upper row:



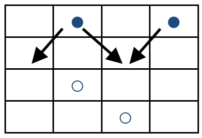
Lower row:

Allowed moves: One step in the forward diagonal direction

White's turn

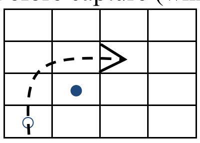


Black's turn

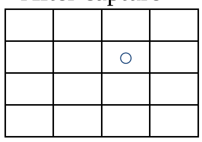


Capture: Jump over the opponent's piece in a forward diagonal direction.

Before capture (white's turn)



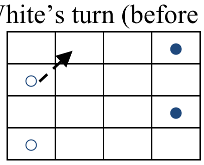
After capture



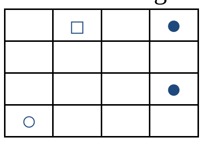
IMP: **In this version of checkers capturing is not mandatory**.

Crowning a checker: Reach the first line on the opponent's side of the board.

White's turn (before crowning)

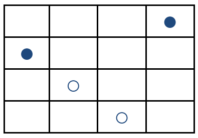


After crowing



Assuming that the winner is the first player who crowns a queen and that the current state of the board is

White's turn



a) Is there a winning strategy for white? Demonstrate it, constructing the game tree, assuming an optimal opponent. It is not necessary to draw the whole tree: Use α-β pruning and draw only the relevant part of the tree.

To determine the order in which the moves are considered (both for white and black)

- Move first the pieces in lower rows.
- Within the same row move first the piece on the left.
- For the same piece, move first to the left.

In this version of checkers capturing is not mandatory.

b) Assuming limited resources, suggest different evaluation functions for a non-terminal position on the board.

SOLUCIÓN

a. Dibuja el árbol del juego. Ilustración 1.

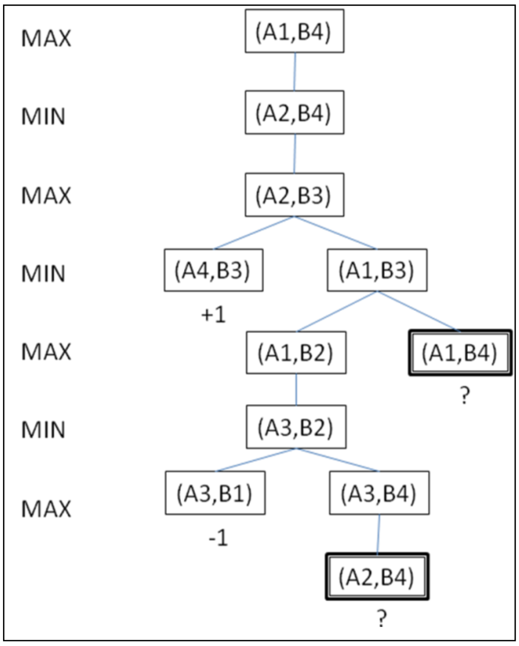


Ilustración 1. Árbol del juego

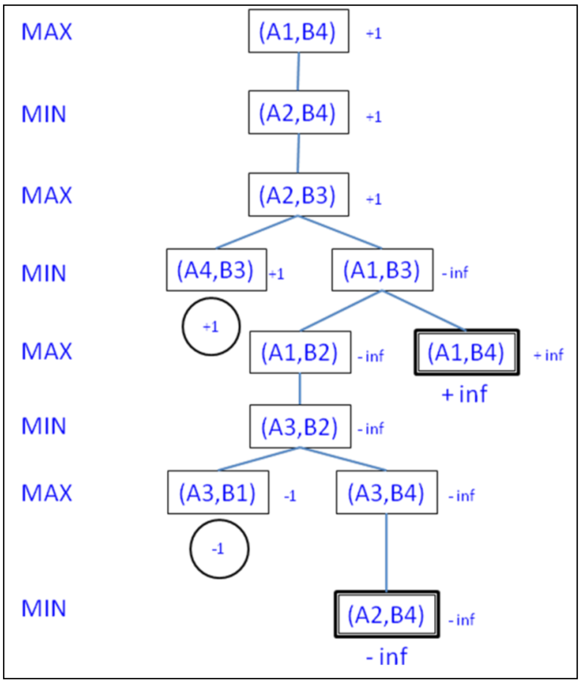


Ilustración 2. Minimax

b. Obtén los valores minimax de cada estado. Ver ilustración 2.
¿Qué valor le asignas a los nodos repetidos?
A los estados repetidos se les asigna valores +inf y –inf.

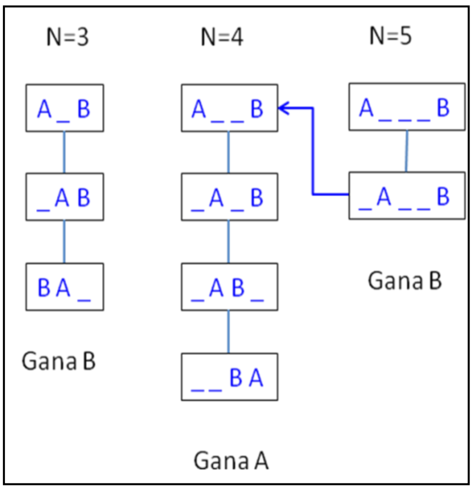
- Se asigna –inf para el caso de que tenga el turno el jugador contrario al que comienza el juego.
- Se asigna +inf para el caso de que posea el turno el jugador que comienza el juego.

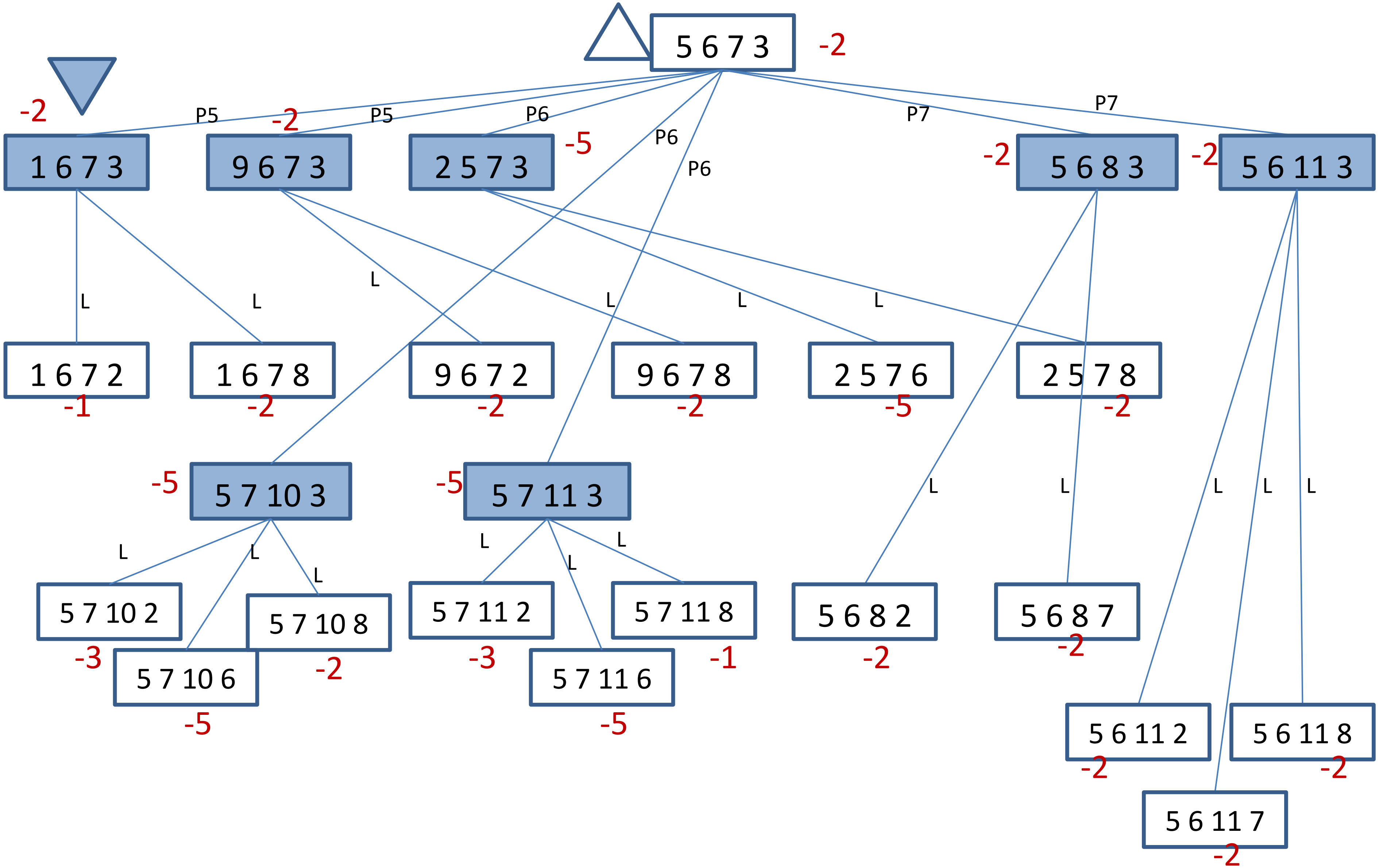
¿Por qué?
En cada situación, el jugador correspondiente trata de maximizar su beneficio o minimizar su pérdida, según el caso. El jugador que ha comenzado el juego trata de maximizar su beneficio, por lo que si se produce un estado repetido cuando posee el turno espera obtener +inf del árbol de sucesores de dicho estado. Por el contrario, si el jugador con el turno es el contario, tratará de minimizar su pérdida, de ahí que el valor esperado por dicho jugador sea –inf.

c. Este juego de 4 casillas se puede generalizar a *n* casillas con *n* > 2. Demuestra que si *n* es par A gana y si *n* es impar A pierde.

Si n=3 gana B. Si n=4 gana A. Para el caso n=5 se comprueba que gana B (no se muestra). Pero se aprecia que a partir del primer movimiento de A el tablero tiene la situación del caso n=4 con la salvedad de que en vez de empezar a mover A empieza B.

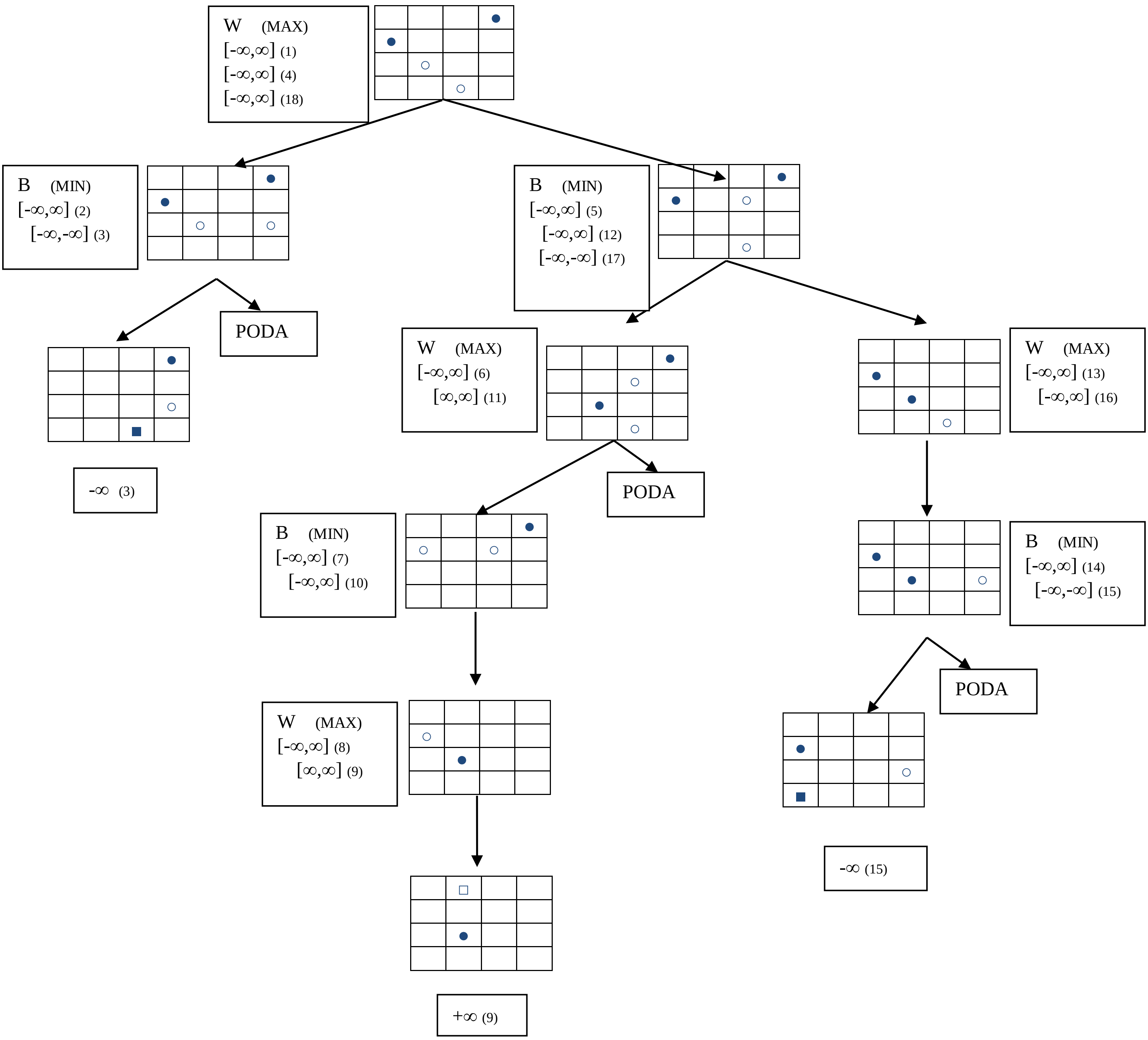
Aplicando este razonamiento inductivo, reduciendo cada caso n al caso n-1 tras el primer movimiento de A, si n es par A gana y si n es impar A pierde.





5 6 7 3
-2
P5
P5
P6
P6
P6
P7
P7
-2
1 6 7 3
-2
9 6 7 3
2 5 7 3
-5
-2
5 6 8 3
-2
5 6 11 3
L
1 6 7 2
-1
1 6 7 8
-2
9 6 7 2
-2
9 6 7 8
-2
2 5 7 6
-5
2 5 7 8
-2
-5
5 7 10 3
-5
5 7 11 3
5 7 10 2
-3
5 7 10 6
-5
5 7 10 8
-2
5 7 11 2
-3
5 7 11 6
-5
5 7 11 8
-1
5 6 8 2
-2
5 6 8 7
-2
5 6 11 2
-2
5 6 11 7
-2
5 6 11 8
-2

SOLUCIÓN



a) NO hay un movimiento ganador para MAX a partir de la posición inicial dada.

b) Algunas características que pueden resultar adecuadas para definir una función de evaluación en posiciones no terminales del tablero, en orden decreciente de utilidad (probable).

- Distancia de la pieza más avanzada para coronar (neg.)
- Diferencia de piezas (pos.)
- # de piezas amenazadas por el oponente (neg.)
- # de piezas del oponente amenazadas (pos.)