# Ejercicios propuestos de FOL
(resolución en clase el 01/12/2011)

Escuela Politécnica Superior

**1.** Un extracto de una conversación escuchada en un parque: “Uno de mis progenitores es suegr@ de uno de tus progenitores”. Sabiendo que la persona que habla es hijo único, ¿cuál es el parentesco entre las dos personas que mantienen la conversación?

Vamos a resolver el problema mediante lógica de predicados utilizando el predicado de igualdad y los siguientes predicados del dominio *familias*: **Progenitor$^2$, Suegr@$^2$, Pareja$^2$** (nota: asume que el dominio de las variables es personas. Para resolver el problema no es necesario considerar su género).

a) Expresa como fbf el hecho: “Todo el mundo tiene exactamente dos progenitores”.

b) Convierte esta fbf a su forma normal conjuntiva indicando en cada paso la regla aplicada.

c) Expresa como fbf la definición de **Suegr@$^2$** en términos de los relaciones **Progenitor$^2$** and **Pareja$^2$**.

d) Empleando los predicados **Pareja$^2$, Progenitor$^2$** y**Suegr@$^2$** expresa como fbf el siguiente hecho de un mundo ideal de familias:

   a. “Si una persona tiene como progenitor a uno de los miembros de la pareja, el otro miembro de la pareja también es su progenitor”.

e) Expresa como fbf el hecho de que **Pareja$^2$**es una relación simétrica.

f) Mediante encadenamiento hacia adelante deriva el parentesco entre las personas que mantienen la conversación sabiendo que la persona que habla es hijo único. Puede que necesites usar las formas Skolemizadas de algunas de las fbf’s así como paramodulación.

## SOLUCIÓN

a) Expresa como fbf el hecho: “Todo el mundo tiene exactamente dos progenitores”.

$$\forall x\ [\exists y,z\ [Progenitor(y,x) \wedge Progenitor(z,x) \wedge \neg(z = y) \wedge \neg\exists u\ [Progenitor\ (u,x) \wedge\neg(u = y) \wedge \neg(u = z)\ )]]]$$

b) Convierte esta fbf a su forma normal conjuntiva indicando en cada paso la regla aplicada.

$$\forall x\ [\exists y,z\ [Progenitor(y,x) \wedge Progenitor(z,x) \wedge \neg(z = y) \wedge \neg\exists u\ [Progenitor\ (u,x) \wedge\neg(u = y) \wedge \neg(u = z)\ )]]] \quad \equiv [\text{Intro}\ \neg\ ]$$

$$\equiv\forall x\ [\exists y,z\ [Progenitor(y,x) \wedge Progenitor(z,x) \wedge \neg(z = y) \wedge \forall u\ [\neg Progenitor\ (u,x) \vee (u = y) \vee (u = z)\ )]]] \quad \equiv [\text{Skolemization}]$$

$$\equiv\forall x\ [[Progenitor(f(x),\ x) \wedge Progenitor(g(x),x) \wedge \neg(g(x) = f(x)) \wedge \forall u\ [\neg Progenitor\ (u,x) \vee (u = f(x)) \vee (u = g(x))\ )]]] \quad \equiv [\text{Forma Prenex}]$$

$$\equiv\forall x\forall u\ [Progenitor(f(x),\ x) \wedge Progenitor(g(x),x) \wedge \neg(g(x) = f(x)) \wedge [\neg Progenitor\ (u,x) \vee (u = f(x)) \vee (u = g(x))]] \quad \equiv [\text{Elim}\forall]$$

$\equiv$ [Progenitor(f(x), x) $\wedge$Progenitor(g(x),x) $\wedge$ $\neg$(g(x) = f(x)) $\wedge$
[$\neg$Progenitor (u,x) $\vee$ (u = f(x)) $\vee$ (u = g(x)) )]] [en FNC]

c) Expresa como fbf la definición de **Suegr@**$^2$ en términos de los relaciones **Progenitor**$^2$ and **Pareja**$^2$.

[1] $\forall$x,y [Suegr@(x,y) $\Leftrightarrow$$\exists$z Progenitor(x,z)$\wedge$Pareja(z,y)]

d) Empleando los predicados **Pareja**$^2$, **Progenitor**$^2$ y**Suegr@**$^2$ expresa como fbf el siguiente hecho de un mundo ideal de familias:

*"Si una persona tiene como progenitor a uno de los miembros de la pareja, el otro miembro de la pareja también es su progenitor".*

[2] $\forall$x,y,z [Pareja(x,y) $\wedge$Progenitor(y,z) $\Rightarrow$Progenitor(x,z)]

e) Expresa como fbf el hecho de que **Pareja**$^2$es una relación simétrica.

$\forall$x,y [Pareja(x,y) $\Rightarrow$Pareja(y,x)]

f) Mediante encadenamiento hacia adelante deriva el parentesco entre las personas que mantienen la conversación sabiendo que la persona que habla es hijo único. Puede que necesites usar las formas Skolemizadas de algunas de las fbf's así como paramodulación.

A: persona que habla
C: persona que escucha

"Uno de mis progenitores es suegr@ de uno de tus progenitores".

[3] $\exists$x,yProgenitor(x,A) $\wedge$Suegr@(x,y) $\wedge$Progenitor(y,C)

Usando la versiónSkolemizada
[3.1] Progenitor(SK1,A) $\wedge$Suegr@(SK1, SK2) $\wedge$ Progenitor (SK2,C)

"La persona que habla es hijo único"

[4] $\forall$x1,y1Progenitor(x1,A) $\wedge$Progenitor(x1,y1) $\Rightarrow$ y=A

Ahora tomamos
[1] $\forall$x2,y2 [Suegr@(x2,y2) $\Leftrightarrow$$\exists$z1 Progenitor(x2,z1)$\wedge$Pareja(z1,y2)]

En particular la implicación hacia la derecha
[1.1] $\forall$x2,y2 [Suegr@(x2,y2) $\Rightarrow$$\exists$z1 Progenitor(x2,z1)$\wedge$Pareja(z1,y2)]

Por $\wedge$ eliminación en [3.1]: Suegr@(SK1, SK2)
Usando en [1.1] las substituciones {x2 : = SK1, y2 : = SK2}

Obtenemos de 1.1 + 3.1 con la substitución indicada
[5] $\exists$z1 Progenitor(SK1,z1)$\wedge$Pareja(z1,SK2)

Skolemizando esta expresión
[5.1] Progenitor(SK1, SK3)$\wedge$Pareja(SK3,SK2)

Por $\wedge$ eliminación en [5.1]: Progenitor(SK1, SK3)
Por $\wedge$ eliminación en [3.1]: Progenitor(SK1,A)

Usando en [4] la substitución{x1 : = SK1, y1 : = SK3}
(Nota. Este paso de asignación a las variables x1 e y1 de los valores skolem SK1 y SK3 respectivamente es correcto porque la substitución de variables por valores constantes es una instanciación que se puede particularizar como se hace en este caso. Es decir, no hay por qué suponer que las variables x1 e y1 tengan que tomar valores constantes distintos).

Progenitor(SK1,A) $\wedge$Progenitor(SK1, SK3) $\Rightarrow$ SK3=A

Lo cual lleva a:

[6] SK3=A

Por $\wedge$ eliminación en [5.1]: Pareja(SK3,SK2)
Usando paramodulación con [6] derivamos

[7] Pareja(A,SK2)

Por $\wedge$ eliminación en [3.1]:

[8] Progenitor (SK2,C)

Usando en [2] {x := A , y := SK2, z := C}:
(Nota. Ídem que más arriba)

[9] [Pareja(A, SK2) $\wedge$Progenitor(SK2,C) $\Rightarrow$Progenitor(A,C)]

Introduciendo$\wedge$en [7],[8] y usando *Modus Ponens*en [9]

Progenitor(A,C) = “El hablante A es progenitor del escuchante C”